

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA  
DO RIO DE JANEIRO



**Beatriz de Rezende Barcellos Borges**

**Análise Cinemática do Origami  
Flasher Hexagonal Atuado por Ligas com  
Memória de Forma**

**Projeto de Graduação**

Projeto de Graduação apresentado ao Departamento de Engenharia  
Mecânica da PUC-Rio

Orientador: Arthur M. B. Braga  
Coorientador: Marcelo A. Savi

Rio de Janeiro  
Dezembro de 2018

## **AGRADECIMENTOS**

**Gostaria de agradecer, especialmente, à minha mãe, Elza Rezende, por estar sempre presente e dar a vida pra ver meus sonhos realizados, ao meu pai, Victor Borges, e minhas irmãs, Isabella e Anna, por todo amor e carinho ao longo dos anos.**

**Aos meus orientadores Arthur e Marcelo, por toda a oportunidade de crescimento e ajuda dada desde o início da faculdade até hoje.**

**Aos amigos que fiz na faculdade que me ajudaram a tornaram a caminhada mais leve e doce.**

**E, por fim, gostaria de agradecer ao meu amor de longa data, Pedro Savi, que esteve do meu lado desde o primeiro dia, por todos os abraços e carinhos quando eu mais precisei.**

Agradeço ao meu orientador Arthur M. B. Braga e ao meu co-orientador Marcelo A. Savi.

Agradeço à Puc e às agências CNPq, CAPES e FAPERJ pelo apoio concedido no desenvolvimento deste trabalho

## RESUMO

### **Análise cinemática do origami *flasher* hexagonal atuado por ligas com efeito de memória de forma**

Este trabalho propõe uma investigação de uma estrutura origâmica composta por atuadores de ligas com memória de forma (SMAs). A estrutura é um *flasher* hexagonal inspirada no painel solar proposto pela NASA e pela Universidade de Brigham Young em 2014. Desenvolve-se um modelo para análise do movimento da estrutura baseado no comportamento na geometria do origami. A ideia é desenvolver um procedimento numérico que permita realizar simulações capazes de mostrar o comportamento geral do sistema origami-SMA.

Palavras chaves: SMA. Origami. Aeroespacial. Flasher. Memória de Forma. Martensita. Austenita. Autodobrável.

## **ABSTRACT**

### **Kinematics analysis of the hexagonal flasher origami actuated by shape memory alloys**

This work proposes an investigation of an origami structure actuated by shape memory alloys (SMAs). The hexagonal flasher is inspired by a solar panel studied by NASA and Brigham Young University in 2014. A mathematical model is created based on the origami's geometry. The idea is to develop a numerical simulation capable of describe the general behavior of the origami-SMA system.

Key Words:SMA. Origami. Aerospaceal. Flasher. Shape memory alloys. Martensite. Austenite. Self-Fold

# SUMÁRIO

<b>Capítulo 1 - Introdução</b>	<b>11</b>
<b>Capítulo 2 - Origami</b>	<b>13</b>
<b>2.1 - Padrões de Dobra</b>	<b>13</b>
<b>2.2 - Estruturas Origêmicas e suas Aplicações</b>	<b>15</b>
<b>2.3 - Aspectos Matemáticos da Dobra</b>	<b>17</b>
<b>Capítulo 3 - Origami Flasher</b>	<b>21</b>
<b>3.1 - Padrão de Dobra</b>	<b>22</b>
<b>3.2 - Análise dos Graus de Liberdade do Sistema</b>	<b>27</b>
<b>Capítulo 4 - Liga com Efeito de Memória de Forma</b>	<b>28</b>
<b>4.1 - Comportamentos Termomecânicos das SMAs</b>	<b>28</b>
<b>4.2 - Modelos Constitutivos</b>	<b>30</b>
<b>4.3 - Modelo Polinomial</b>	<b>31</b>
<b>4.4 - Atuação</b>	<b>33</b>
<b>Capítulo 5 - Análise Cinemática do Flasher Hexagonal</b>	<b>35</b>
<b>5.1 - Análise Cinemática de uma Célula Unitária</b>	<b>35</b>
<b>5.1.1 - Rotação - Parâmetros de Denavit-Hartenberg</b>	<b>36</b>
<b>5.1.2 - Análise do Origami - Através dos Parâmetros DH</b>	<b>38</b>
<b>Capítulo 6 - Resultados</b>	<b>41</b>
<b>Capítulo 7 - Conclusão</b>	<b>48</b>

## Lista de Figuras

<b>Capítulo 1 - Introdução</b>	<b>11</b>
<b>Capítulo 2 - Origami</b>	<b>13</b>
Figura 2.1 - Representação dos Origâmis Mecho e Ocho.	13
Figura 2.2 - Padrão de Dobras de Vale e Monte.	14
Figura 2.3 - Padrão de Dobra Yoshimura e seu Origami.	14
Figura 2.4 - Padrão de Dobra Miura e seu Origami.	15
Figura 2.5 - Padrão de Dobra Waterbomb e seu Origami.	15
Figura 2.6 - Abertura e Fechamento do origami Zipper-Coupled Tube System.	16
Figura 2.7 - Variação do Raio da Roda Robótica Proposta por Lee e Samuel.	17
Figura 2.8 - Representação da Solução do Problema Deliano com Dobras.	18
Figura 2.9 - Teorema de Maekawa, Kawasaki e Padrão de Cores	19
Figura 2.10 - Representação dos Sete Axiomas de Padrão de Dobras.	20
<b>Capítulo 3 - Origami Flasher</b>	<b>21</b>
Figura 3.1 - Flasher de Base Hexagonal.	21
Figura 3.2 : Construção do Padrão de Dobras do Origami Flasher	22
Figura 3.3 - Esquema de Definição do Raio Externo do Flasher.	23
Figura 3.4 - Esquema de Definição dos Vértices do Origami Flasher.	23
Figura 3.5 - Triângulo Auxiliar da Figura 3.3.	24
Figura 3.6 - Esquema de Numeração dos Vértices do Origami Flasher.	24
Figura 3.7 - Padrão de dobra do origami Flasher Hexagonal Aberto (n=6).	26

Figura 3.8 - Padrão de Dobra: (a) Origami Flasher Quadrado (n=4). (b) Origami Flasher Decagonal (n=10).	26
<b>Capítulo 4 - Liga com Efeito de Memória de Forma</b>	<b>28</b>
Figura 4.1 - Exemplos de Comportamentos e Reconfigurações Cristalinas das SMAs.	29
Figura 4.2 - Diferentes Comportamentos Característicos Apresentados pelas SMAs.	30
Figura 4.3 - Comportamentos da SMA: (a) Gráficos de Energia Livre. (b) Gráficos de Tensão-Deformação.	32
Figura 4.4 - Atuador SMA. (a) Modelo do Atuador de Mola Torcional; (b) Posicionamento do Atuador em uma Célula do origami.	34
<b>Capítulo 5 - Análise Cinemática do Flasher Hexagonal</b>	<b>35</b>
Figura 5.1 - Padrão de Dobra de um Vértice de 4 Dobras.	35
Figura 5.2 - Esquema Representativo dos Parâmetros de Denavit-Hartenberg.	37
Figura 5.3 - Eixos Si Adaptados para as Célula Unitária.	39
<b>Capítulo 6 - Resultados</b>	<b>41</b>
Figura 6.1 - (a) Tipo 2: Célula Unitária na Dobra de Vale (90o). (b) representação da Célula Unitária Tipo 2.	41
Figura 6.2 - (a) Célula Unitária tipo 1 na Dobra de Monte (60o e 120o). (b) representação da Célula Unitária Tipo 1.	41
Figura 6.3 - Representação da Célula Unitária Tipo 2 e do Ângulo Teta2.	43
Figura 6.4 - Esquema de Abertura e Fechamento da célula Unitária Tipo 2.	43
Figura 6.5 - (A) Configuração Aberta da Célula Tipo 1; (b) Configuração Fechada da Célula Tipo 1;	44
Figura 6.6 -(A) Configuração Aberta Simulada da Célula Tipo 1; (b) Configuração Fechada Simulada da Célula Tipo 1;	44
Figura 6.7 - Processo de Abertura da Célula Tipo 1.	45

Figura 6.8 - Comportamento dos Ângulos do Origami em Função do Ângulo Prescrito Teta 2.	46
Figura 6.9 - Momento Necessário no Atuador SMA para Abrir a Célula.	46
Figura 6.10 - Representação do origami nas configurações abertas e fechadas.	47
<b>Capítulo 7 - Conclusão</b>	<b>48</b>

## **Lista de Tabelas**

Tabela 4.1- Tabela de Parâmetros do Sistema	32
Tabela 5.1 - Parâmetros DH para célula unitária.	39
Tabela 6.1- Tabela de Parâmetros do Sistema	46

## Capítulo 1 - Introdução

O interesse em materiais inteligentes tem crescido nas últimas décadas devido às suas propriedades singulares que acoplam diferentes campos físicos. Com capacidade de alterar sua forma, rigidez e elasticidade através da mudança de temperatura, imposição de campos elétricos, magnéticos ou tensão, a lista de opções de aplicações é bastante extensa. Hoje em dia, os materiais mais utilizados em aplicações de estruturas inteligentes são as ligas com efeito de memória de forma (SMA), cerâmicas piezelétricas, materiais magnetostrictivos, e os fluidos eletro e magneto-reológicos. As SMAs possuem a capacidade de recuperar sua forma original através da imposição de tensões ou mudança de temperatura que acarretam transformações de fase cristalina do material. Isso é particularmente de interesse desse projeto.

Aplicações aeroespaciais tem motivado uma série de abordagens que permitam viabilizar o uso de novas tecnologias. Dentre elas está o uso de estruturas origânicas e padrões de dobras. O uso dessas estruturas origânicas permite a compactação e expansão quando necessária, facilitando, por exemplo, o transporte sem perder a eficiência da estrutura. Ao abordar essa área do *design* em conjunto com a engenharia é possível criar novas estruturas, mais compactas e eficientes fomentando diversas áreas, como por exemplo a engenharia civil e a aeroespacial.

O trabalho descrito nesse relatório tem como objetivo fazer a análise comportamental cinemática do *Flasher* como base de um painel solar espacial, proposto pela Universidade *Brigham Young*, em 2013 (Zirbel *et al*, 2013), atuado por elementos SMA.

Este trabalho está organizado em sete capítulos, conforme apresentado a seguir: Esse primeiro capítulo apresenta uma breve introdução do assunto a ser abordado. O segundo capítulo apresenta uma análise dos elementos origânicos, sua origem, seu desenvolvimento, e diferentes aplicações das estruturas origânicas. O terceiro capítulo mostra as relações geométricas do origami *flasher* de base hexagonal e seu padrão de dobra, junto a considerações e equacionamentos necessários para a simulação do comportamento 2D e 3D da estrutura atuada por elementos SMA. O quarto capítulo apresenta a descrição de alguns comportamentos termomecânicos das ligas com efeito de memória de forma, dos aspectos metalúrgicos relevantes e modelos matemáticos. O quinto capítulo mostra a análise

cinemática do *flasher* baseada na análise de uma célula unitária. O sexto capítulo apresenta os resultados obtidos. Por fim, o sétimo capítulo apresenta a conclusão do trabalho, considerações finais e propostas para trabalhos futuros.

## Capítulo 2 - Origami

Origami é a junção dos conceitos de *ori*, derivado do desenho de uma mão, que significa dobrar; e *kami*, derivado do desenho de seda, que significa papel. Essa é a arte tradicional e secular japonesa de dobrar o papel, criando representações de determinados seres ou objetos com as dobras geométricas de uma peça de papel, sem cortá-la ou colá-la. O origami usa apenas um pequeno número de dobras diferentes, que podem ser combinadas de diversas maneiras, para formar desenhos e formas complexas.

A origem dessa arte é tão antiga quanto o papel, e nos primórdios de sua história era utilizado em festas e casamentos como objetos e presentes dados aos noivos. As borboletas dobradas utilizadas durante os casamentos *Shinto*, denominados '*Mecho*' e '*Ocho*' (feminino e masculino), representavam a união dos noivos.

A característica única do origami de obter estruturas tridimensionais a partir de materiais bidimensionais tem atraído atenção de vários campos como educação (Andreass, 2011) e matemática (Alperin, 2000; Glassner, 1996), além de arquiteturas e decorações, devido à beleza das formas geradas.

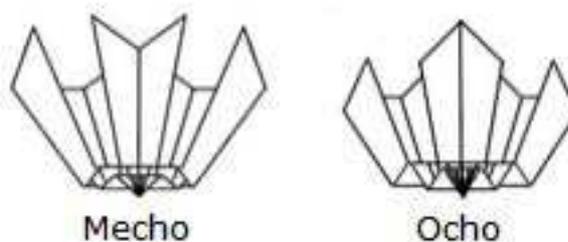


FIGURA 2.1 - REPRESENTAÇÃO DOS ORIGÂMIS *MECHO* E *OCHO*.

### 2.1 - Padrões de Dobra

Para entender melhor como o origami é fundamentado enquanto técnica em dobras, uma descrição é feita em cima de seus elementos e composições. De acordo com Hull (Hull, 2002) a primeira característica fundamental do origami é que qualquer modelo em dobradura possui dobras-vale e dobras-montanha em suas configurações. O que torna um origami complexo é a combinação/interação

entre suas dobras-vale e dobras-montanha. A segunda característica do origami é o *crease pattern*, que pode ser traduzido literalmente como padrão de dobras. O padrão de dobras é um conjunto de linhas desenhadas ao longo do papel planificado. As linhas são a representação das dobras-vale e dobras-montanha. Alguns padrões possuem linhas de cor diferente para diferenciar as vales das montanhas e, assim, facilitar a montagem. (Teixeira, 2017). (Figura 2.2).

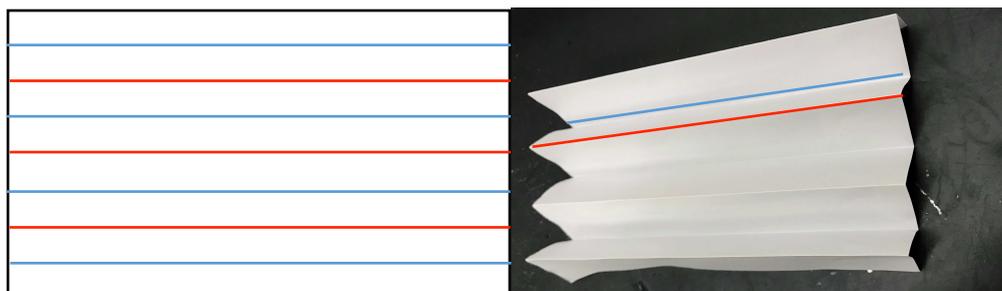


FIGURA 2.2 - PADRÃO DE DOBRAS DE VALE E MONTE.

Esses padrões de dobra podem ser reproduzidos ao longo de uma folha de papel, construindo o origami. Dentre os diversos padrões de dobra, os três a seguir são as mais usuais: dobra diamante (ou Yoshimura), dobra em mapa (ou Miura) e dobra balão (ou Waterbomb).

A dobra diamante (Figura 2.3) foi criada por Yoshimura em 1955, tendo sido descoberta quando o mesmo observava o comportamento de cilindros de paredes finas quando submetidos a compressão. Esse padrão é constituído de triângulos projetados de acordo com cada aplicação. Quando esse padrão é feito de forma diagonal cria-se um efeito cisalhante na estrutura (Hunt & Ario, 2005). Esse padrão é amplamente utilizado em estruturas cilíndricas e estruturas com movimento peristáltico.

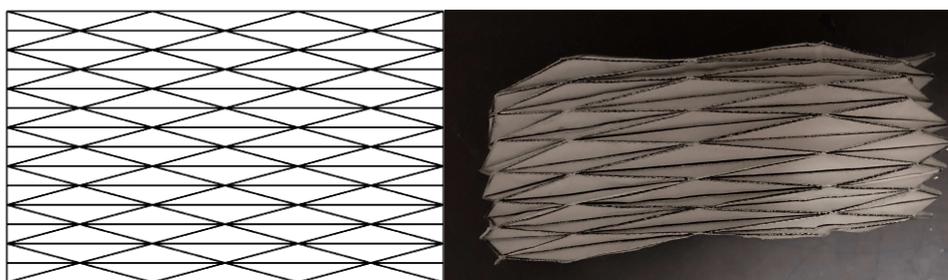


FIGURA 2.3 - PADRÃO DE DOBRA YOSHIMURA E SEU ORIGAMI.

A dobra Miura, desenvolvida por Miura Koryo em 1994, ao invés de possuir

uma grade formada por linhas perpendiculares, possui linhas que se interceptam formando paralelogramos (Figura 2.4). Uma variante desse padrão é utilizado como método de fechamento antenas de satélites espaciais. Com isso, a dobra origami se mostrou a forma mais eficiente para levar objetos grandes e planos ao espaço de modo a ocupar pouco espaço no transporte e usar a menor energia possível em sua abertura, no destino final.

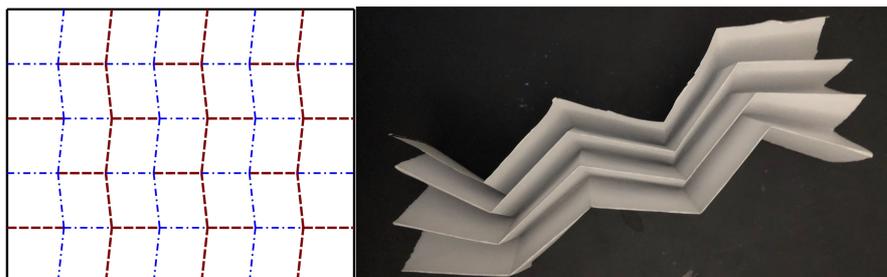


FIGURA 2.4 - PADRÃO DE DOBRA MIURA E SEU ORIGAMI.

A dobra balão, ou waterbomb, é um padrão triangular (Figura 2.5) que assume sua forma final inflando o sistema, sendo composto por vértices convexos e côncavos (Tachi, 2012). Esse tipo de dobra é utilizado em aplicações médicas, como *stents*, e em robótica, como rodas robóticas.

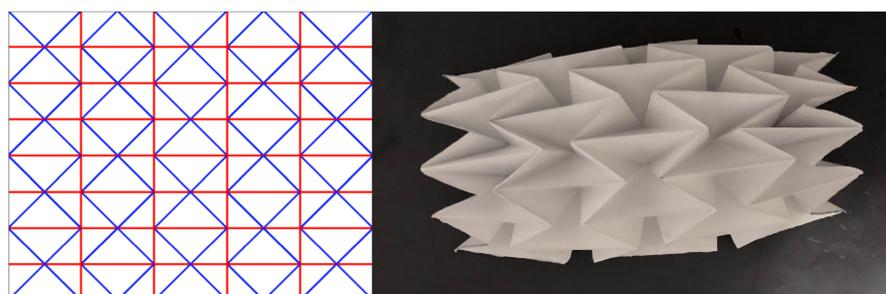


FIGURA 2.5 - PADRÃO DE DOBRA WATERBOMB E SEU ORIGAMI.

## 2.2 - Estruturas Origêmicas e suas Aplicações

VOCE ESTA USANDO VIRGULAS DEMAIS, SEPARANDO SUJEITO E PREDICADO!

Além de peças de artes, origamis podem ser usados em outros campos do conhecimento. No ensino e aprendizagem da matemática os origamis são utilizados como ferramenta pedagógica, ajudando a desenvolver o pensamento geométrico

através das suas formas. Dessa forma fazendo uso da intuição de modo lento, ajudando a organização e visualização espacial. Com um pedaço de papel quadrado podem ser elaboradas dobraduras formando figuras que contribuem para aperfeiçoar o estudo de divisões, frações, razão e proporção, permitindo fixar conceitos geométricos como bissetriz, simetria e congruência, além de organizar o pensamento e exercitar a memorização.

Em aplicações biomédicas estruturas tipo origami são utilizadas como *stent grafts* para procedimentos de sustentação de veias e artérias (Kuribayashi et al., 2006).

Nos últimos anos, as estruturas origâmicas e seus comportamentos vem sendo estudados e utilizados como diferentes componentes mecânicos. Diversos autores (Tachi, 2010; Schrenk & Guest, 2009; e Albermani & Khalilpasha, 2011) estudaram e propuseram a aplicação de um tubo texturizado para operações submarinas baseado em estrutura origâmica.

Filipov *et al.* (2015) desenvolveram uma estrutura conhecida como "zippered tube". Essa estrutura consegue suportar mais peso do que um papel comum, e ainda assim ser flexível e dobrável tornando-a fácil de transportar (Figura 2.6).

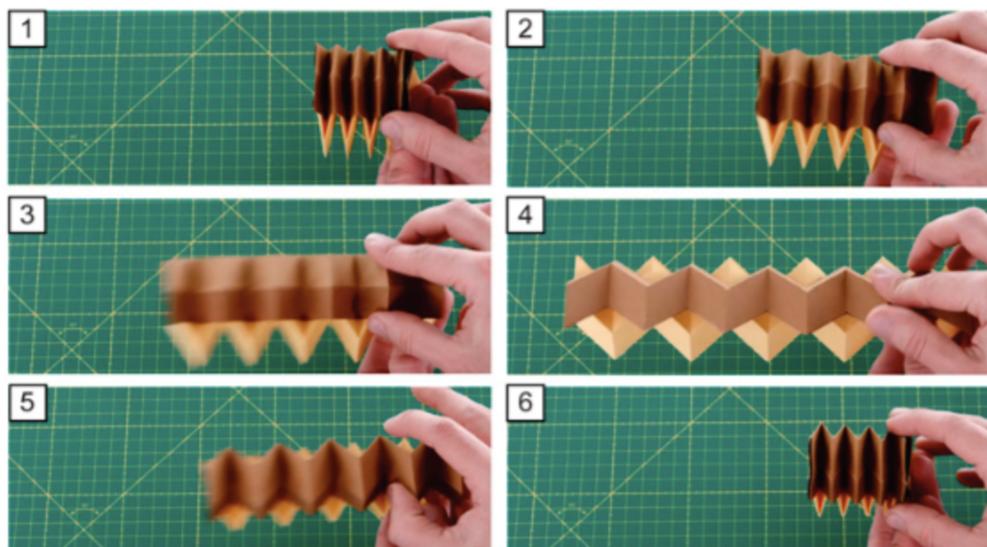


FIGURA 2.6 - ABERTURA E FECHAMENTO DO ORIGAMI ZIPPER-COUPLED TUBE SYSTEM.

Lee et al. (2013) propuseram rodas robóticas com estruturas origâmicas que são capazes de mudar seu raio quando atuados, como mostrado na Figura 2.7.

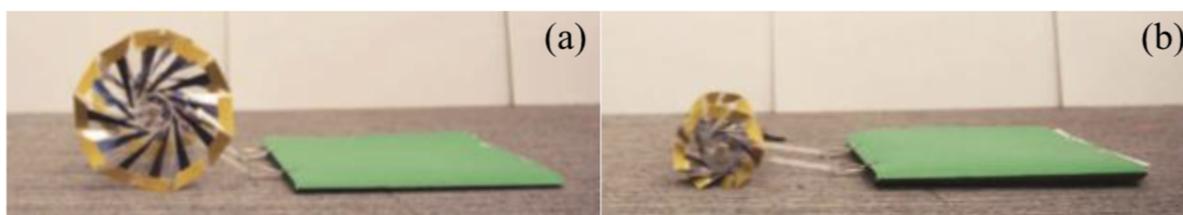


FIGURA 2.7 - VARIAÇÃO DO RAIOS DA RODA ROBÓTICA PROPOSTA POR LEE E SAMUEL.

### 2.3 - Aspectos Matemáticos da Dobra

Segundo Rego e Gaudêncio (2003), o uso do Origami na Matemática é eficiente em atividades cujos objetivos são:

- Construir conceitos matemáticos;
- Discriminar forma, posição e tamanho;
- Exercitar a leitura e interpretação de diagramas através da linguagem simbólica que o Origami oferece;
- Construir figuras planas e espaciais com abundância em possibilidades de construção;
- Apresentar termos geométricos por meio da descrição oral dos passos para uma dobradura;
- Desenvolver a percepção e discriminação de relações planas e espaciais
- Desenvolver o senso de localização espacial por meio dos elementos de linguagem usados nas construções;
- Desenvolver o raciocínio do tipo passo a passo, através do processo de sequenciamento de etapas presente nas dobraduras;
- Permitir a exploração de padrões geométricos.

Em uma esfera maior da matemática, o problema do "alisamento da dobragem" (se um modelo pode ser "desdobrado") tem sido tema de estudo matemático considerável, e tem se mostrado é um problema NP (Nondeterministic polynomial) completo (Hayes, 1996). Também, é possível resolver qualquer equação cúbica usando apenas dobraduras de papel. Por exemplo, é possível calcular a raiz cúbica de 2, e resolver assim o famoso "problema deliano" (Figura 2.2) da antiga Grécia. Outros problemas clássicos que envolvem equações cúbicas também podem ser

similarmente resolvidos, tais como a trisseção de um ângulo e a construção de um heptágono regular.

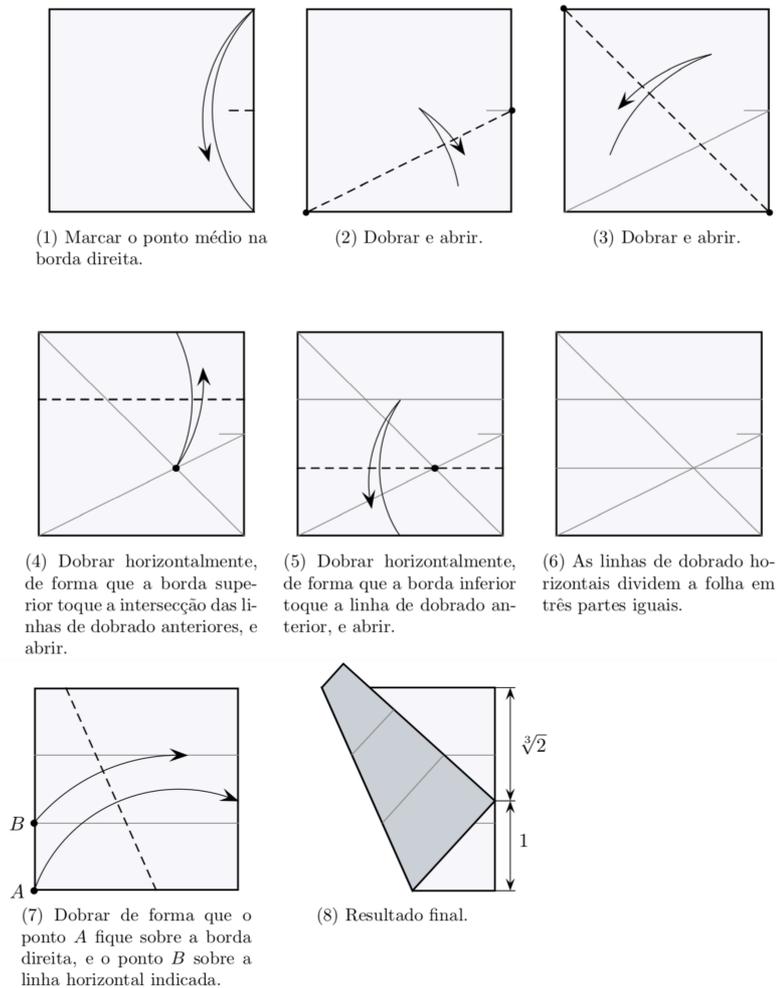


FIGURA 2.8 - REPRESENTAÇÃO DA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DELIANO COM DOBRAS.

Há quatro regras matemáticas que precisam ser cumpridas para se produzir um origami de padrão dobrável:

1. O padrão de vincos pode ser colorido utilizando-se duas cores distintas, de modo que cada vértice terá um mesmo número de padrões (cores) e cada aresta terá duas diferentes cores.
2. Teorema de Maekawa: em qualquer vértice, a diferença entre o número de picos (linhas vermelhas) e de vales (linhas azuis) será sempre 2.
3. Teorema de Kawasaki: em qualquer vértice, ao numerarem-se os ângulos  $(1, 2, \dots, 2n)$ , verifica-se que a soma de todos os ângulos em numeração ímpar  $(1, 3, \dots, 2n-1)$  é igual a  $180^\circ$  (assim como a soma de todos os ângulos em posição par).

4. A folha nunca penetra a dobra (não é possível, por exemplo, realizar mais de 3 dobras de pico paralelas sem que haja ao menos uma dobra de vale entre elas).

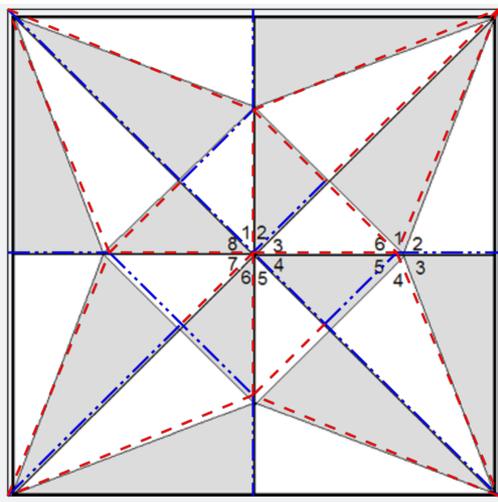


FIGURA 2.9 - TEOREMA DE MAEKAWA, KAWASAKI E PADRÃO DE CORES

Os primeiros estudos sobre as combinações de dobras no Origami começaram na década de 1970. Segundo Lang (2004), em 1989 Humiaki Huzita, matemático ítalo-japonês, apresentou diversos documentos na “First International Meeting of Origami Science and Technology” (Primeira Reunião Internacional de Origami, Ciência e Tecnologia), e dentre eles, havia um estudo sobre as seis operações básicas capazes de alinhar retas e pontos pré-existentes em uma folha de papel por meio de uma única dobra. Este foi o primeiro registro de construções interligando as dobraduras à Geometria. Lang afirma ainda que, em 1989, o matemático francês Jacques Justin publicou um artigo, no qual foram descritas sete combinações possíveis de alinhamentos. Todavia, o sétimo axioma foi formalizado apenas em 2001, pelo matemático japonês Koshiro Hatori. Esses axiomas são apresentados na sequência, seguindo as informações contidas na Figura 2.10.

1. Dados dois pontos  $p_1$  e  $p_2$ , existe uma única dobra que passa por eles.
2. Dados dois pontos  $p_1$  e  $p_2$ , existe uma única dobra que leva  $p_1$  a  $p_2$ .
3. Dadas duas linhas  $l_1$  e  $l_2$ , existe uma única dobra que leva  $l_1$  a  $l_2$ .
4. Dado um ponto  $p_1$  e uma linha  $l_1$ , existe uma única dobra perpendicular a  $l_1$  que passe pelo ponto  $p_1$ .
5. Dados dois pontos  $p_1$  e  $p_2$  e uma linha  $l_1$ , existe uma única dobra que leva  $p_1$  a  $l_1$  e passe por  $p_2$ .

6. Dados dois pontos  $p_1$  e  $p_2$  e duas linhas  $l_1$  e  $l_2$ , existe uma única dobra que leva  $p_1$  a  $l_1$  e  $p_2$  a  $l_2$ .
7. Dado um ponto  $p_1$  e duas linhas  $l_1$  e  $l_2$ , existe uma única dobra que leva  $p_1$  a  $l_1$  e é perpendicular a  $l_2$ .

As principais consequências dos 7 axiomas são as resoluções de equações quadráticas e cúbicas através do origami.

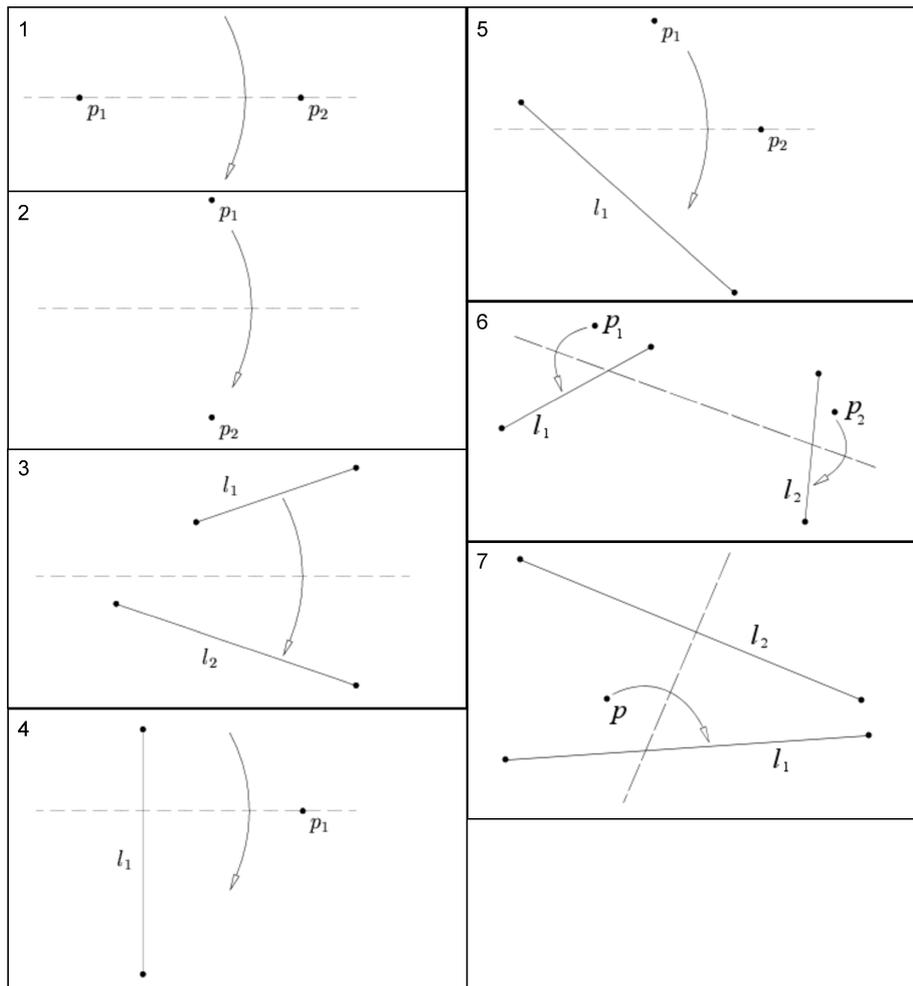


FIGURA 2.10 - REPRESENTAÇÃO DOS SETE AXIOMAS DE PADRÃO DE DOBRAS.

### Capítulo 3 - Origami Flasher

Neste projeto, utiliza-se um padrão de dobra baseado no envolvimento de uma membrana plana e fina em torno de um cubo central, em uma adaptação do padrão dobra em mapa (ou Miura).

Esse padrão de dobra consiste em um conjunto simétrico de dobras em montes proposto por Temple & Oswald (Cambridge Consultants, 1989) para o projeto de uma vela solar, inspirado nas velas de navios. Para o lançamento, a vela foi envolvida em torno do corpo circular da espaçonave, com cerca de 4 m de diâmetro. Uma vez em órbita, ela se expandiu em um disco de 276 m de diâmetro, podendo coletar energia solar suficiente para navegar até Marte.

Os primeiros modelos desse padrão dessa dobra foram implementados por Huso (1960) no qual as dobras eram tangenciais ao tubo circular central. Em 1961 esse padrão foi alterado e adquiriu um espaçamento equidistante entre as dobras em vale e montanha além de fios tencionados pelo uso de pesos (Lanford, 1961). Scheel (1974) implementou o uso de estruturas flexíveis e a alternância de direções de dobras numa mesma tangente. Em 1989, com Temple e Oswald sabendo que o tubo central teria que ser um polígono de  $n$  lados (Johnson & Yu, 1980), chegaram no padrão atual de *flasher* como é conhecido atualmente (Figura 2.11)



FIGURA 3.1 - FLASHER DE BASE HEXAGONAL.

### 3.1 - Padrão de Dobra

Para a construção do origami proposto define-se o polígono da base (número de lados  $n$  e raio mínimo  $R_i$ ) (Figura 3.2a). A seguir, prolongam-se os lados do polígono de acordo com o número de painéis desejados ( $N$ ), formando as dobras principais de vale (Figura 3.2b). Traça-se então a bissetriz dos ângulos formados entre os prolongamentos dos lados adjacentes, formando as dobras principais de monte (Figura 3.2c). Para as dobras secundárias traçam-se  $N$  retas paralelas, perpendiculares as dobras de vale, conectando as dobras de monte (Figura 3.2d).

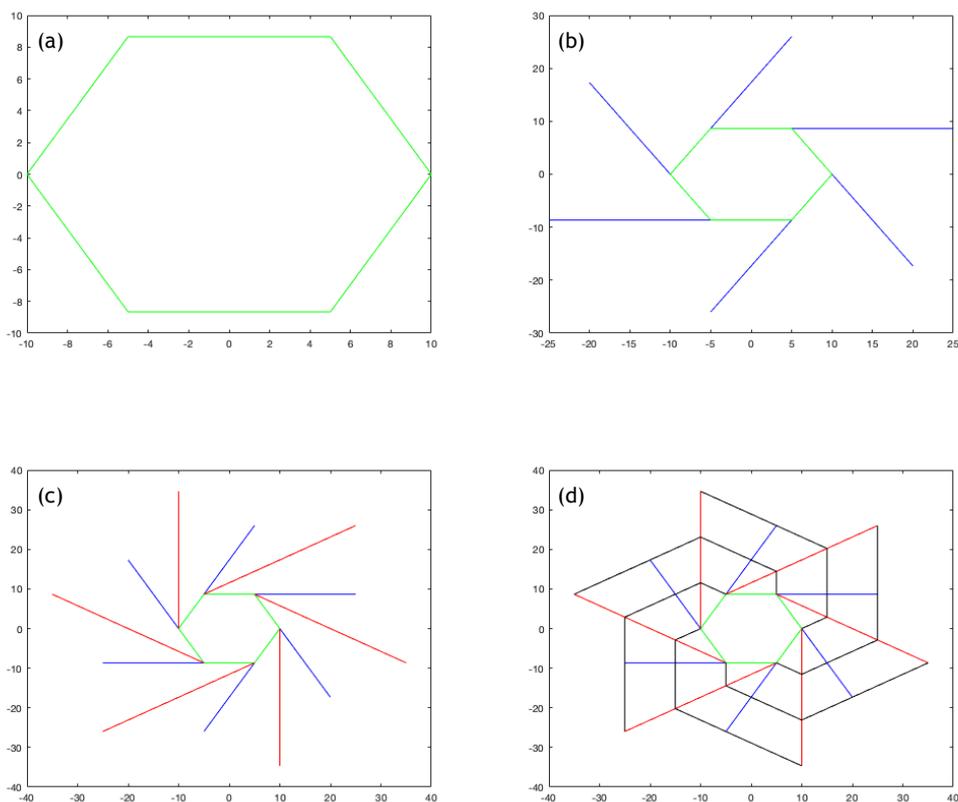


FIGURA 3.2 : CONSTRUÇÃO DO PADRÃO DE DOBRAS DO ORIGAMI FLASHER

Dados os parâmetros de montagem  $n$ ,  $R_i$ ,  $N$ , e  $R_{ex}$ , sabendo que o ângulo interno do polígono é  $\alpha = \pi/n$ , pode-se definir todos os vértices do origami tal como mostrado nas Figuras 3.3, 3.4 e 3.5.

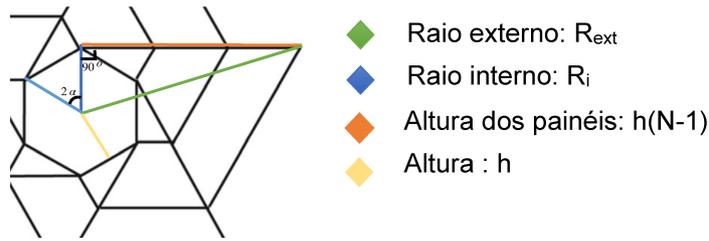


FIGURA 3.3 - ESQUEMA DE DEFINIÇÃO DO RAIOS EXTERNO DO *FLASHER*.



FIGURA 3.4 - ESQUEMA DE DEFINIÇÃO DOS VÉRTICES DO ORIGAMI *FLASHER*.

Com isso tem-se:

$$R_{ext}^2 = R_i^2 + h(N-1)^2 \quad (1)$$

$$h = 2R_i \tan(\alpha) \quad (2)$$

$$R_{ext} = R_i \sqrt{1 + 4(N-1)^2 \tan(\alpha)^2} \quad (3)$$

Análoga a conta do raio externo, calcula-se a distância de cada vértice sobre as dobras de monte.

$$B_{j,k}^2 = R_i^2 + (h(k-1))^2 \quad (4)$$

$$h = 2R_i \tan(\alpha) \quad (5)$$

$$|B_{j,k}| = R_i \sqrt{1 + 4(k-1)^2 \tan(\alpha)^2} \quad (6)$$

Para os vértices sobre as dobras de vale, analisa-se o triângulo de cores amarelo-laranja-azul (Figura 3.5), utilizando a lei dos cossenos.

$$L_{j,k}^2 = R_i^2 + l^2(k-1)^2 - 2((k-1)l)R_i \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \quad (7)$$

$$L_{j,k}^2 = R_i^2(1 + 4\sin(\alpha)(k^2 - k)) \quad (8)$$

$$|L_{j,k}| = R_i \sqrt{1 + 4\sin(\alpha)(k^2 - k)^2} \quad (9)$$

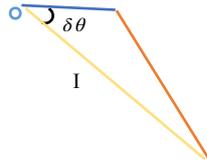


FIGURA 3.5 - TRIÂNGULO AUXILIAR DA FIGURA 3.3.

Agora que conhecem-se os módulos dos vetores que ligam a origem do sistema aos vértices nas dobras de vale e monte para um dos braços da estrutura, deve-se definir os outros braços da estrutura - de 2 a  $n$ .

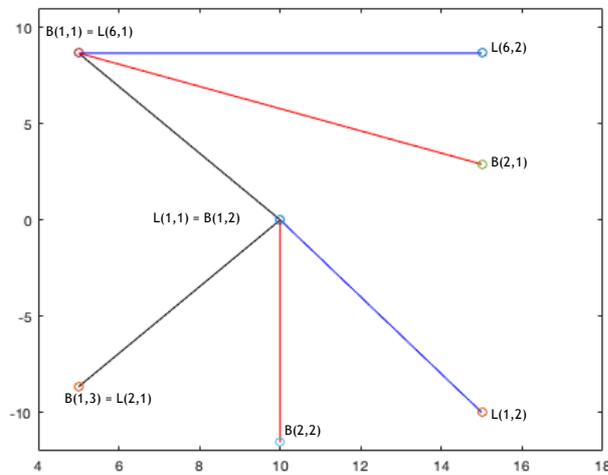


FIGURA 3.6 - ESQUEMA DE NUMERAÇÃO DOS VÉRTICES DO ORIGAMI *FLASHER*.

Para numerar os vértices, chamam-se os vértices posicionados nas dobras de vale de  $L_{(i,j)}$ , sendo  $i$  a posição em relação aos vértices do polígono de base e  $j$  a posição em relação ao painel em que está posicionado, como indicado na Figura 3.5. Assim, por exemplo, o vértice  $L_{(1,2)}$  está na prolongação do lado 1 que liga os vértices 1 e 2 do polígono de base, no segundo painel. Os vértices nas dobras de

monte são numerados seguindo a mesma lógica. Com isso, o vértice  $B_{(2,2)}$  é o segundo vértice da dobra de monte que sai do vértice 2.

Por definição, o eixo  $x$  do eixo cartesiano na direção do ponto  $B_{(1,2)}$ .

Definindo como  $\theta_{i,j}$  o ângulo entre o eixo  $x$  e o vértice  $i,j$  do origami e sabendo que o eixo  $x$  foi definido na direção do vértice  $B_{(1,2)}$  tem-se:

$$\theta_{i,1} = \frac{2\pi}{n} - (i-1)\frac{2\pi}{n} \quad (10)$$

$$\theta_{i,1} = (2-i)\frac{2\pi}{n} \quad (11)$$

Utilizando o triângulo da Figura 3.5 e as equações dos módulos tem-se:

$$\theta_{L_{i,j}} = \sin^{-1} \frac{((j-1)\sin(2\pi/n))}{\sqrt{(1+4(j^2-j)\sin^2(\pi/n))}} \quad (12)$$

$$\theta_{B_{i,j}} = \sin^{-1} \frac{(2(j-1)\tan(\pi/n))}{\sqrt{(1+4(j-1)^2\tan^2(\pi/n))}} \quad (13)$$

Sendo assim, todos os vértices do origami em 2D, aberto, estão totalmente definidos conforme se segue:

$$B_{i,j} = |B_{i,j}| [\cos(\theta_{B_{i,j}})e_x + \sin(\theta_{B_{i,j}})e_y] \quad (14)$$

$$L_{i,j} = |L_{i,j}| [\cos(\theta_{L_{i,j}})e_x + \sin(\theta_{L_{i,j}})e_y] \quad (15)$$

Variando os valores de  $i$  e  $j$  de  $[1, n]$  e  $[1, N]$ , respectivamente, a partir das equações acima, é possível construir o origami em sua configuração aberta - 2D - como mostrada na Figura 3.5, utilizando um código em Matlab para este objetivo. Observe que o polígono base está representado em verde; em vermelho, tem-se o prolongamento dos lados, formando as dobras de vale; em azul, tem-se as

bissetrizes dos ângulos formados pelas dobras de vale, formando as dobras de monte; e em preto, as dobras secundárias.

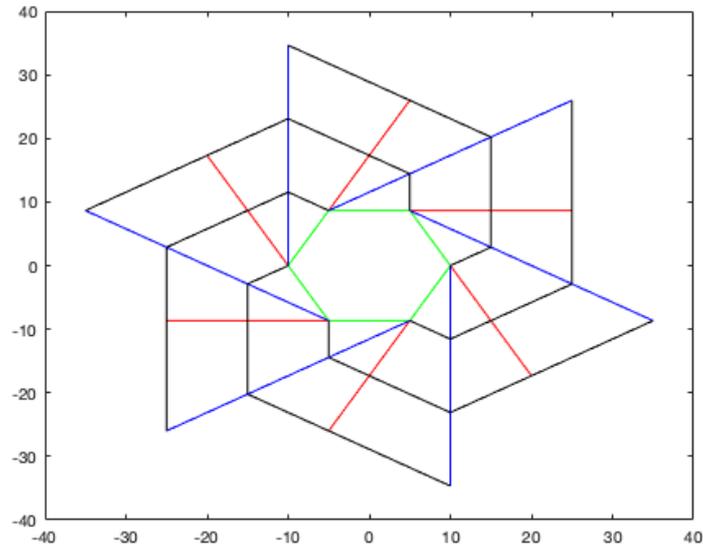


FIGURA 3.7 - PADRÃO DE DOBRA DO ORIGAMI *FLASHER* HEXAGONAL ABERTO (N=6).

A fim de validar o código desenvolvido, outros *flashers* são construídos com diferentes polígonos de base ( $n=4$  e  $n=10$ ), assim indicados nas Figura 3.7. Para todas as simulação foram utilizados os valores de  $R_i = 10$  e  $N=3$ .

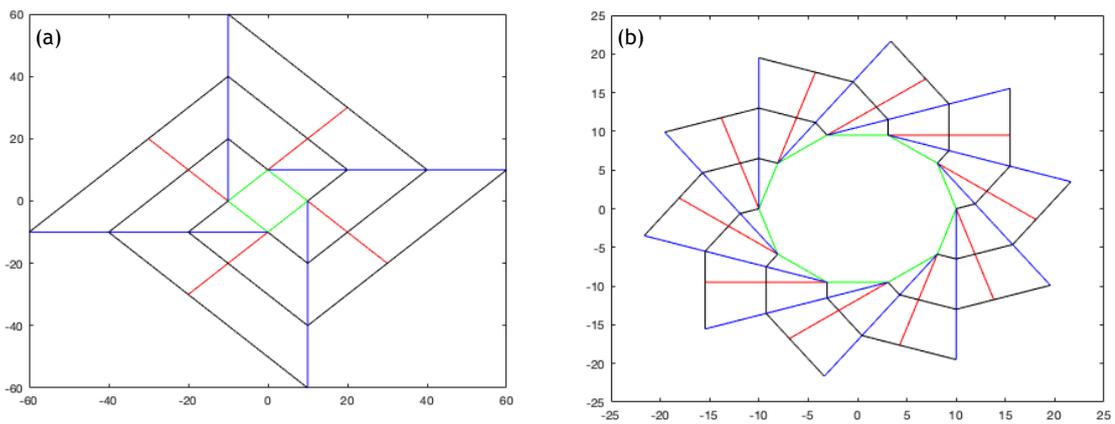


FIGURA 3.8 - PADRÃO DE DOBRA: (A) ORIGAMI *FLASHER* QUADRADO (N=4). (B) ORIGAMI *FLASHER* DECAGONAL (N=10).

### 3.2 - Análise dos Graus de Liberdade do Sistema

Dada a equação de mobilidade proposta por Chebychev–Grübler–Kutzbach (Kutzbach, 1933) e o fato de que todos os vértices do origami estão conectados, tem-se:

$$M = \lambda(N - J - 1) + \sum_{i=1}^J f_i \quad (16)$$

onde  $\lambda$  : Corresponde ao tipo de junta. Nesse caso, esférica  $\lambda = 3$

$J$  : Número de juntas. Nesse caso, dobras  $J = 4$

$N$  : Conexões Rígidas. Número de faces  $N = 4$

$\sum_{i=1}^J f_i$  : Somatório do número de GDL por junta. Nesse caso,  $\sum_{i=1}^J f_i = J$ .

Assim,

$$M = \lambda(N - J - 1) + \sum_{i=1}^J f_i$$

$$M = \lambda(N - J - 1) + J$$

$$M = 3(4 - 4 - 1) + 4 = 1GDL.$$

## Capítulo 4 - Liga com Efeito de Memória de Forma

Neste capítulo discutem-se a atuação dos origamis, tratando as ligas com memória de forma (SMAs). Apresentam-se os diferentes comportamentos termomecânicos das SMAs e a sua modelagem constitutiva.

### 4.1 - Comportamentos Termomecânicos das SMAs

Ligas com efeito de memória de forma (SMAs) são ligas metálicas pertencentes à classe de materiais inteligentes. As transformações de fase cristalina sofridas pelo material possibilitam a recuperação de grandes deformações, em torno de 8%, após sofrer atuação.

Quando a SMA sofre aplicação de campos térmicos ou mecânicos ela tem sua microestrutura alterada. Essa microestrutura e a composição química da liga é que regem o comportamento do material (Lei & Wu, 1991). Dentre as inúmeras combinações de elementos, vale destacar as seguintes ligas (Proft & Duerig, 1990): Cobre-Alumínio-Titânio (CuAlTi) e Cobre-Zinco-Alumínio-Manganês (CuZnAlMn). A liga NiTi (Níquel-Titânio), é a composição comercialmente mais popular, sendo utilizada neste trabalho.

As transformações de fase sofridas pelo material ocorrem em fase sólida e em alta velocidade, tornando essas transformações de caráter essencialmente cristalográfico (Christian, 1975; Wasilevski, 1975). Elas ocorrem entre a fase Austenita (A), de estrutura cristalina cúbica, estável a alta temperatura e a fase Martensita (M) de estrutura cristalina monoclinica. A fase martensítica é estável a baixas temperaturas e, livre de tensões, possui maclas (camadas irregulares de orientação) podendo apresentar até 24 variantes (Funakubo, 1987) definidas pela combinação entre plano de hábito - 8 - e direção de orientação - 3 - . Quando sob ação de tensões essas maclas se reorientam e dão origem a Martensita Demaclinada Compressiva (M-), se sob ação de uma tensão compressiva e a Martensita Demaclinada Trativa (M+) se sob ação de um carregamento trativo. Na figura 2.1 é possível observar algumas dessas configurações cristalinas.

Essa possibilidade de mudança de fase por imposição de tensão ou temperatura é o que permite que o material tenha propriedades de memória de forma, pseudoelasticidade e termoelasticidade.

O efeito da pseudoelasticidade se faz presente em temperaturas altas, nas quais a fase austenítica é estável, sendo caracterizado pela recuperação total da deformação após cessada a força aplicada. Isto é, um carregamento trativo é aplicado, induzindo a transformação da fase autentica (A) para martensita demaclada trativa (M+), instável a altas temperaturas. Quando esse carregamento é suspenso o material volta a sua forma original pré carregamento (Figura 4.2a).

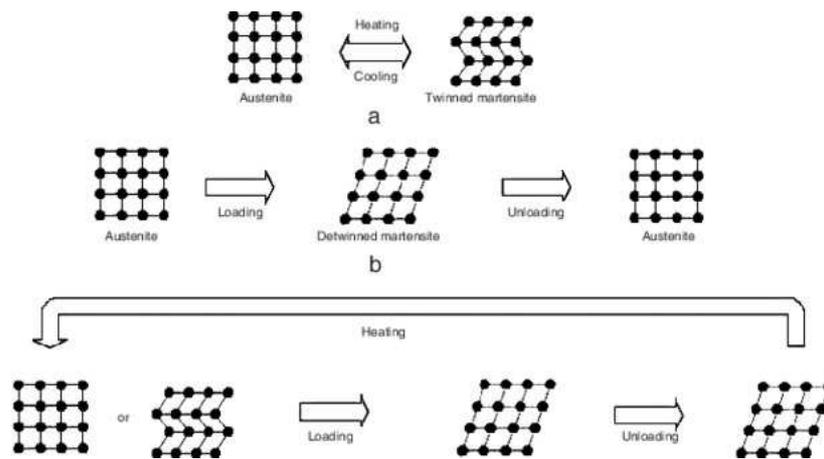


FIGURA 4.1 - EXEMPLOS DE COMPORTAMENTOS E RECONFIGURAÇÕES CRISTALINAS DAS SMAS.

A termoelasticidade das SMAs é caracterizada pela mudança de fase cristalina induzida pela mudança de temperatura numa amostra livre de tensões. Isto é, uma amostra a baixas temperaturas, onde a fase martensítica é estável, sofre um aumento de temperatura induzindo uma transformação de fase de martensita para austenita, entre as temperaturas  $T = A_s$ , temperatura na qual começa a ocorrer o surgimento da austenita e  $T = A_f$ , na qual a estrutura já sofreu a transformação completa, tal que  $A_s < A_f$ . Indo no caminho inverso, essa mesma amostra sofre um resfriamento até  $T = M_f$ , induzindo a transformação de fase cristalina de austenita para martensita maclada dentro da faixa de temperatura de  $T = M_s$  e  $T = M_f$ , tal que  $M_s > M_f$  (Figura 4.2b).

A baixas temperaturas, as SMAs apresentam o efeito de memória de forma (Figura 4.2c). A amostra é acionada por um carregamento trativo superior a tensão crítica do material, levando a estrutura cristalina de martensita maclada para martensita demaclada trativa (orientada). Quando o carregamento é cessado, a recuperação da deformação não ocorre por completo, acarretando em uma deformação residual. Para que se obtenha deformação residual igual a zero aplica-

se um gradiente de temperatura, similar ao processo da termoelasticidade, que promove a transformação de fase de austenita para martensita.

Uma quarta característica das SMAs é o efeito *two-way* que ela apresenta. Esse processo de duas vias é caracterizado por apresentar uma forma específica a cada temperatura. Este fenômeno demanda um tratamento termomecânico especial da SMA denominado *training*.

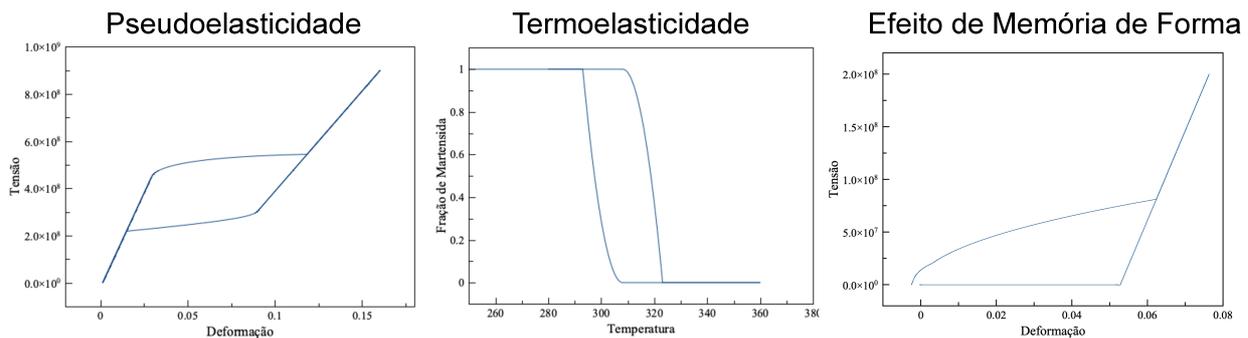


FIGURA 4.2 - DIFERENTES COMPORTAMENTOS CARACTERÍSTICOS APRESENTADOS PELAS SMAS.

## 4.2 - Modelos Constitutivos

Para descrever o comportamento termomecânico da SMA existem três abordagens distintas. A primeira delas é a macroscópica, baseada nos aspectos fenomenológicos. A segunda é a mesoscópica que utiliza a micromecânica para descrever o comportamento nas escalas micro ou meso (Fremond, 1987). A terceira, por sua vez, é a abordagem microscópica. Essa leva em consideração aspectos metalúrgicos, crescimento da martensita geminada e em sua maioria é desenvolvida a partir da teoria de Ginzburg-Landau (Falk, 1983; Cho et al., 2012; Zhong & Zhu, 2014) ou usando dinâmica molecular (Alder & Wainwright, 1959; Maranganti & Sharma, 2010; Mutter & Nielaba, 2013).

De uma maneira geral, os modelos constitutivos podem ser classificados de quatro formas: modelos polinomiais, modelos com cinética de transformação assumida, modelos com restrições internas e modelos baseados em plasticidade (Paiva et al., 2003).

Dentre os modelos polinomiais vale destacar os modelos unidimensionais de Falk (Falk, 1980 e Falk, 1983) e Konopka (Falk & Konopka, 1990) baseados na teoria de Devonshire, que define uma energia livre na forma polinomial e descreve

os comportamentos de pseudoelasticidade e memória de forma. A vantagem dessa modelagem é a simplicidade na descrição desses comportamentos.

Os modelos baseados na cinética de transformação de fase assumida consideram funções matemáticas conhecidas (cossenoidais, exponenciais.) para descrever a cinética das transformações de fase. Tanaka e Nagaki (Tanaka & Nagaki, 1982) foram os primeiros a apresentar esse tipo de formulação. Ela considera variáveis observáveis, como deformação elástica e temperatura da liga, e variáveis internas associadas à fração volumétrica martensítica. Esse modelo deu origem a modelos posteriores propostos por diversos autores (Brinson, 1993; Ivshin & Pence, 1994; Boyd & Lagoudas, 1996; Hartl & Lagoudas, 2009; e Hartl *et al*, 2010).

Os modelos baseados em plasticidade se propõem a explorar as idéias bem estabelecidas da teoria da elastoplasticidade (Simo & Taylor, 1986). Bertram (Bertram, 1982) propôs um modelo tridimensional utilizando conceitos de endurecimento cinemático e isotrópico. Mamiya e co-autores (Silva, 1995 e Souza *et al.*, 1998) também apresentam um modelo capaz de descrever os fenômenos de memória de forma e pseudoelasticidade utilizando os conceitos da plasticidade.

Neste trabalho serão feitas análises do comportamento termomecânicos das SMAs baseados nos modelos polinomial de Falk (Falk, 1980).

### 4.3 - Modelo Polinomial

O modelo polinomial de Falk (Falk, 1980) foi baseado na teoria de Devonshire. Esse modelo unidimensional define uma energia livre de Helmholtz na forma polinomial, sendo capaz de descrever os comportamentos de pseudoelasticidade e memória de forma.

$$\rho\Psi(\epsilon, T) = \frac{a}{2}(T - T_M)\epsilon^2 - \frac{b}{4}\epsilon^4 + \frac{c}{6}\epsilon^6 \quad (17)$$

Os termos  $a$ ,  $b$  e  $c$  são parâmetros do modelo que podem ser obtidos experimentalmente e  $T_M$  é a temperatura abaixo da temperatura estável da martensita

A relação tensão-deformação-temperatura ( $\sigma$ - $\epsilon$ - $T$ ) é obtida a partir da derivação do equacionamento de energia livre, dependendo também dos valores dos

coeficientes térmicos e temperaturas de mudança de fase em cada liga específica.

$$\sigma = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \epsilon} = a(T - T_M)\epsilon - b\epsilon^3 + c\epsilon^5 \quad (18)$$

Na figura 4.3 é possível observar o comportamento das SMAs submetidos a diferentes temperaturas de ensaio.

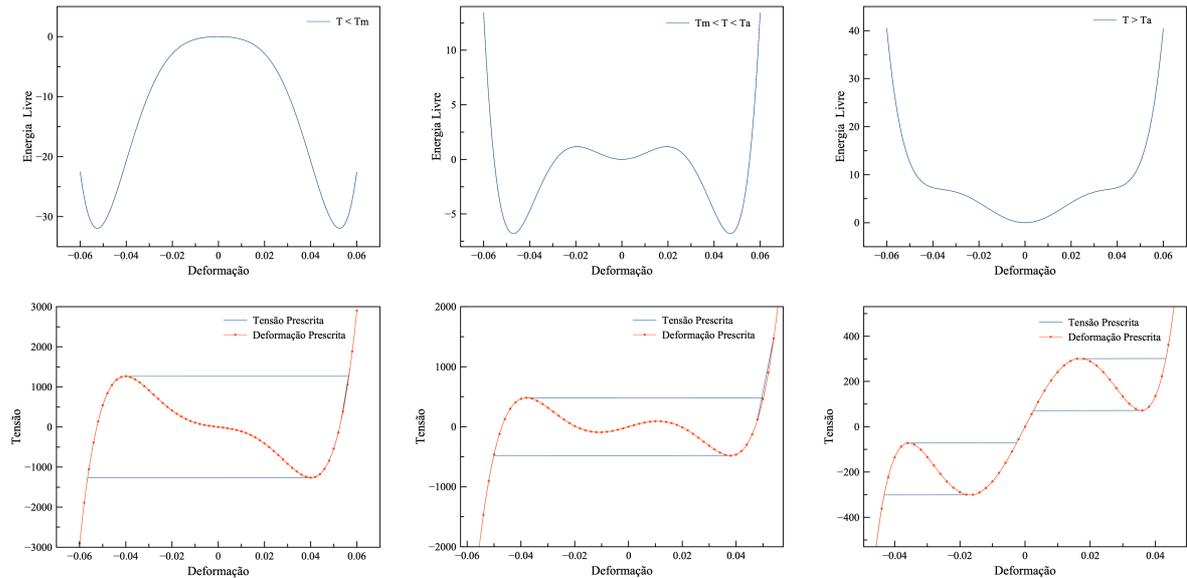


FIGURA 4.3 - COMPORTAMENTOS DA SMA: (A) GRÁFICOS DE ENERGIA LIVRE. (B) GRÁFICOS DE TENSÃO-DEFORMAÇÃO.

Para  $T < T_m$  existem 2 pontos de estabilidade; para  $T_m < T < T_a$  existem 2 pontos estáveis e um metaestável, ou seja, dependendo da configuração do sistema e do nível de perturbação e energia nele esse ponto pode ser um ponto de estabilidade ou não; e para  $T > T_a$  temos apenas um ponto em que o sistema pode se estabilizar

Vale ainda observar que o sistema em questão é muito sensível em relação aos parâmetros. Para construção desses gráficos foram utilizados os valores da tabela 2.1 a seguir.

TABELA 4.1- TABELA DE PARÂMETROS DO SISTEMA

<b>a</b>	1E+03	<b>T<sub>baixa</sub> (K)</b>	280	<b>T<sub>m</sub> (K)</b>	287
<b>b</b>	4E+06	<b>T<sub>intermediaria</sub> (K)</b>	300	<b>T<sub>a</sub> (K)</b>	313
<b>c</b>	1.5E+10	<b>T<sub>alta</sub> (K)</b>	315		

#### 4.4 - Atuação

As SMAs, devido aos seus comportamentos característicos, podem ser utilizadas como atuadores termomecânicos em diferentes tipos de configurações.

A configuração do atuador que é utilizada neste projeto é mostrada na Figura 4.4a, tendo sido proposta por Koh *et al.* (2014). O atuador é uma espécie de mola torcional construída a partir de um fio de SMA, apresentando uma parte central que consiste reto de comprimento  $L_s$  e raio  $r_s$  e dois braços perpendiculares à essa parte central, responsáveis pela transmissão do torque ao corpo.

Assumindo que o ângulo de rotação  $\gamma$  varia linearmente com a deformação cisalhante, e sabendo que  $\gamma_I$  é o ângulo de montagem inicial da mola, tem-se que:

$$\epsilon = \frac{r_s}{L_s}(\gamma - \gamma_I). \quad (19)$$

Aplicando a equação de resistência dos materiais para um elemento sob torção, onde  $J = \frac{\pi r_s^4}{2}$  é o momento de inércia, e assumindo que as transformações de fase ocorrem de forma homogênea na seção transversal (Aguiar *et al.*, 2010; Enemark *et al.*, 2016), tem-se a equação que relaciona o momento torçor com o ângulo de rotação do atuador de SMA, tal como a seguir:

$$M = \frac{J}{r_s} \left[ \frac{r_s}{L_s} \alpha_1 (T - T_M) (\gamma - \gamma_I) - \left( \frac{r_s}{L_s} \right)^3 \alpha_2 (\gamma - \gamma_I)^3 + \left( \frac{r_s}{L_s} \right)^5 \alpha_3 (\gamma - \gamma_I)^5 - \sigma_P \right] \quad (20)$$

A Figura 4.4b mostra o posicionamento do atuador em uma célula do origami.

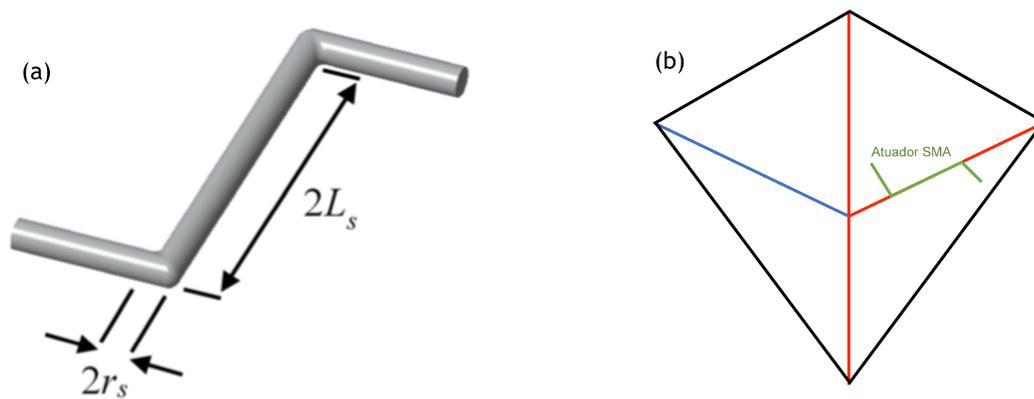


FIGURA 4.4 - ATUADOR SMA. (A) MODELO DO ATUADOR DE MOLA TORCIONAL; (B) POSICIONAMENTO DO ATUADOR EM UMA CÉLULA DO ORIGAMI.

## Capítulo 5 - Análise Cinemática do *Flasher* Hexagonal

A descrição cinemática do origami é feita a partir da análise de uma única célula unitária explorando a simetria da estrutura origâmica. A fim de descrever o movimento de rotação do origami analisa-se um único vértice de uma célula unitária. Para tal, seleciona-se uma célula genérica com 4 ângulos de dobra representando os vértices do *flasher* olhados individualmente.

### 5.1 - Análise Cinemática de uma Célula Unitária

A célula em questão contém quatro ângulos setoriais  $\alpha_i$ ,  $i = 1$  a 4, e quatro ângulos de dobra  $\gamma_i$ ,  $i = 1$  a 4, tal que  $\gamma_i \in [-\pi, \pi]$ , como mostrado na Figura 3.8. Se  $\gamma_i = 0$  então a dobra não está dobrada. Se  $|\gamma_i| = \pi$ , ela está totalmente dobrada (*fully folded*) e se  $\gamma_i \in (0, \pm \pi)$ , ela está parcialmente dobrada.

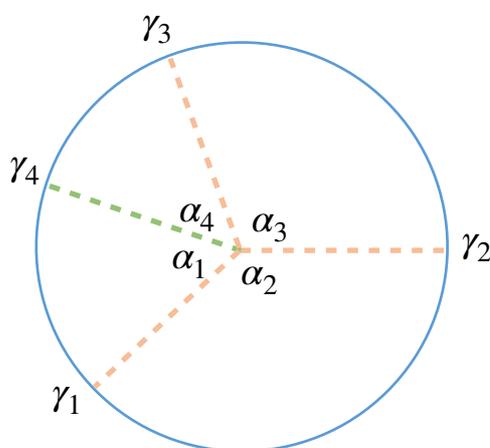


FIGURA 5.1 - PADRÃO DE DOBRA DE UM VÉRTICE DE 4 DOBRAS.

Quando um dos ângulos de dobra é determinado através de relações trigonométricas, os outros três ângulos estão totalmente determinados. Se a célula se provar *flat-foldable*, ou seja, puder ser totalmente dobrada de forma que todos os painéis entre as dobras fiquem sobrepostos em um único plano, então essa relação se dá de forma simples, como demonstrado por Hull (2006) e Kawasaki (1989).

De acordo com o teorema de Kawasaki, um vértice de quatro ângulos de dobra estará totalmente dobrado como *flat-foldable* se, e somente se:

$$\alpha_1 + \alpha_3 = \alpha_2 + \alpha_4 = \pi \quad (21)$$

De acordo com Hull, para que esse vértice seja *flat-foldable*, então suas dobras principais tem que ser iguais e suas dobras menores tem que ser iguais em modulo e opostas no sinal.

$$\gamma_1 = \gamma_3 \quad (22)$$

$$\gamma_2 = -\gamma_4 \quad (23)$$

A relação entre os ângulos setoriais adjacentes é descrita por diversos autores (Huffman, 1976; Hull, 2016; Tachi, 2009), tal que:

$$\frac{\tan(\gamma_2/2)}{\tan(\gamma_1/2)} = \frac{\sin(1/2 \cdot (\alpha_1 + \alpha_2))}{\sin(1/2 \cdot (\alpha_1 - \alpha_2))} \quad (24)$$

Tachi ainda diz que para dois ângulos quaisquer  $\gamma_i$  e  $\gamma_j$ , tem-se, independente do estado de dobra,  $\frac{\tan(\gamma_i/2)}{\tan(\gamma_j/2)} = cte.$

Essa característica se estende a qualquer padrão de dobra que envolva vértices totalmente dobráveis de 4-ângulos .

### 5.1.1 - Rotação - Parâmetros de Denavit-Hartenberg

A fim de determinar a relação correta entre os ângulos de dobra e provar que as células do *flasher* são flat-foldable, utiliza-se a teoria de braços mecânicos e os parâmetros de Denavit e Hartenberg (1955).

Os parâmetros de Denavit-Hartenberg (parâmetros DH) são quatro parâmetros associados a uma convenção com o objetivo de fixar os sistemas de referência aos elos de uma cadeia cinemática espacial. Nesta convenção, os sistemas de coordenadas são fixados as articulações entre dois elos e uma transformação é associada às articulações  $X$  e  $Z$ .

Para determinar essa transformação modela-se as articulações que conectam



$$[X_i] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & r_{i,i+1} \\ 0 & \cos\alpha_{i,i+1} & -\sin\alpha_{i,i+1} & 0 \\ 0 & \sin\alpha_{i,i+1} & \cos\alpha_{i,i+1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

onde os quatro parâmetros DH são:

$d$  : Distância ao longo do eixo Z anterior até a normal comum.

$\theta$  : Ângulo em torno do eixo Z anterior, de X anterior até X.

$r$  : Comprimento da normal comum.

$\alpha$  : Ângulo em torno da normal comum, do Z anterior ao Z novo.

Dados os parâmetros e as matrizes descritas até então é possível chegar a uma matriz única de transformação que leve um ponto do sistema de  $n$  para  $n-1$ .

$$[{}_{n-1}T_n] = \begin{bmatrix} \cos\theta_n & -\sin\theta_n \cos\alpha_n & \sin\theta_n \sin\alpha_n & r_n \cos\theta_n \\ \sin\theta_n & \cos\theta_n \cos\alpha_n & -\cos\theta_n \sin\alpha_n & r_n \sin\theta_n \\ 0 & \sin\alpha_n & \cos\alpha_n & d_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

### 5.1.2 - Análise do Origami - Através dos Parâmetros DH

O padrão de dobra do flasher é definido como um padrão de dobra rígida. Assim, a folha dobra somente sobre os padrões vinculares, sem distorção dos painéis. Com isso, pode-se analisar as dobras de um origami como se fosse uma cadeia cinemática composta por braços mecânicos.

Nesse sentido, tem-se que as dobras são conexões rígidas e os vértices são as juntas da cadeia. Assim, utilizando os parâmetros de montagem da célula unitária no sistema descrito no item 5.1.2 tem-se:

$d$  : Distância entre o centro da célula e os vértices  $i$ .

$\theta$  : Ângulo em torno do eixo Z anterior, correspondente ao  $\gamma_i$  do sistema da célula .

$r$  : 0.

$\alpha$  : Ângulo em torno da normal comum,  $\alpha_i$ .

TABELA 5.1 - PARÂMETROS DH PARA CÉLULA UNITÁRIA.

vértice/ parâmetros	A	B	C	D
<b>i</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>r</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>d</b>	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$l_4$
<b><math>\alpha</math></b>	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$
<b><math>\theta</math></b>	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$

Adaptando esses parâmetros para a análise da célula unitária, tem-se:

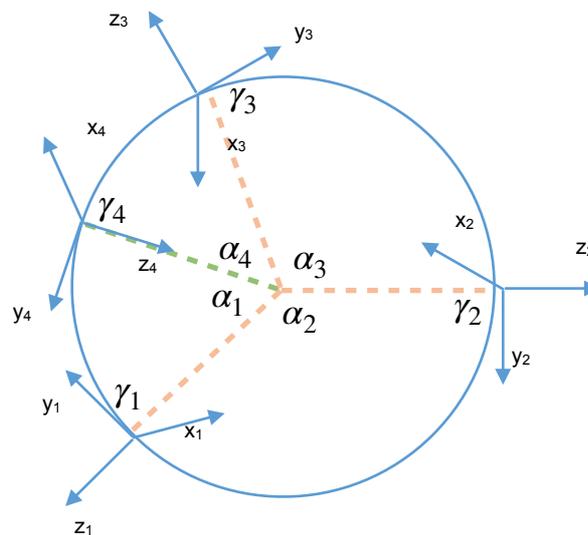


FIGURA 5.3 - EIXOS S<sub>i</sub> ADAPTADOS PARA AS CÉLULA UNITÁRIA.

Dado o posicionamento dos eixos de coordenadas S<sub>i</sub>, no qual os eixos x<sub>i</sub> estão posicionados "para fora" do movimento de dobra, os ângulos  $\alpha_i$  necessários para descrever os movimentos são:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &\rightarrow 2\pi - \alpha_1 \\ \alpha_2 &\rightarrow 2\pi - \alpha_2 \\ \alpha_3 &\rightarrow 2\pi - \alpha_3 \\ \alpha_4 &\rightarrow 2\pi - \alpha_4 \end{aligned}$$

Considerando a equação 21, tem-se:

$$\alpha_1 \rightarrow 2\pi - \alpha_1$$

$$\alpha_2 \rightarrow 2\pi - \alpha_2$$

$$\alpha_3 \rightarrow \pi - \alpha_2$$

$$\alpha_4 \rightarrow \pi - \alpha_1$$

## Capítulo 6 - Resultados

A partir do origami flasher hexagonal é possível notar que ao longo das dobras principais de vale e monte tem-se duas configurações diferentes. Devido ao modo como o origami é construído, nas dobras de vales (Figura 6.1), todos os ângulos internos  $\alpha_i$  são ângulos de  $90^\circ$  e nas dobras de monte (Figura 6.2), os ângulos são de  $60^\circ$  e  $120^\circ$ .

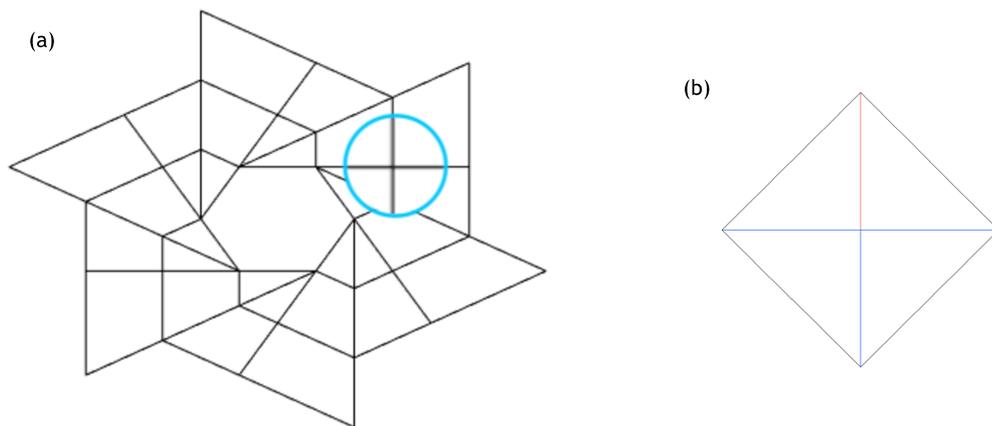


FIGURA 6.1 - (A) TIPO 2: CÉLULA UNITÁRIA NA DOBRA DE VALE ( $90^\circ$ ). (B) REPRESENTAÇÃO DA CÉLULA UNITÁRIA TIPO 2.

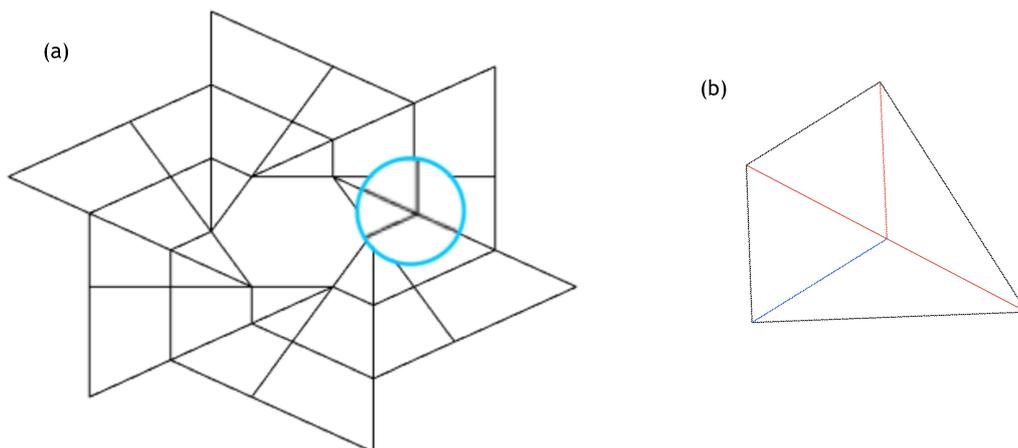


FIGURA 6.2 - (A) CÉLULA UNITÁRIA TIPO 1 NA DOBRA DE MONTE ( $60^\circ$  E  $120^\circ$ ). (B) REPRESENTAÇÃO DA CÉLULA UNITÁRIA TIPO 1.

A partir do equacionamento proposto no item 4.2 sabe-se que apesar de existirem quatro incógnitas -  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$ , e  $\theta_4$  - o sistema tem, de fato, apenas um grau de liberdade. Isto é, definido o comportamento de um dos ângulos, todos os outros

estão definidos.

Para determinar tal relação, utiliza-se a equação de fechamento do origami (eq. 28). As matrizes  $T$  são as mesmas descritas no item 4.3.2, e representam a posição da junta seguinte nas coordenadas da junta anterior, baseados no movimento do ângulo de giração dessa mesma junta.

$$A_{TB} B_{TC} C_{TD} D_{TA} = I \quad (28)$$

Com isso, e baseado nas relações estabelecidas na tabela 4.1, tem-se as seguintes matrizes de transformação :

$$A_{TB} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & -\cos(\alpha_1)\sin(\theta_1) & -\sin(\alpha_1)\sin(\theta_1) & l_1\cos(\theta_1) \\ \sin(\theta_1) & \cos(\alpha_1)\cos(\theta_1) & \sin(\alpha_1)\cos(\theta_1) & l_1\sin(\theta_1) \\ 0 & -\sin(\alpha_1) & \cos(\alpha_1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_{TC} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\cos(\alpha_2)\sin(\theta_2) & -\sin(\alpha_2)\sin(\theta_2) & l_2\cos(\theta_2) \\ \sin(\theta_2) & \cos(\alpha_2)\cos(\theta_2) & \sin(\alpha_2)\cos(\theta_2) & l_2\sin(\theta_2) \\ 0 & -\sin(\alpha_2) & \cos(\alpha_2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C_{TD} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_3) & \cos(\alpha_2)\sin(\theta_3) & \sin(\alpha_2)\sin(\theta_3) & l_3\cos(\theta_3) \\ \sin(\theta_3) & -\cos(\alpha_2)\cos(\theta_3) & -\sin(\alpha_2)\cos(\theta_3) & l_3\sin(\theta_3) \\ 0 & \sin(\alpha_2) & -\cos(\alpha_2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_{TA} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_4) & \cos(\alpha_1)\sin(\theta_4) & \sin(\alpha_1)\sin(\theta_4) & l_4\cos(\theta_4) \\ \sin(\theta_4) & -\cos(\alpha_1)\cos(\theta_4) & -\sin(\alpha_1)\cos(\theta_4) & l_4\sin(\theta_4) \\ 0 & \sin(\alpha_1) & -\cos(\alpha_1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A partir de um código desenvolvido em Matlab, prescreve-se um dos ângulos de dobra do origami, avaliando-se o comportamento de três dos quatro ângulos a partir do comportamento do outro ângulo.

O sistema utilizado para determinar o fechamento ou a abertura da célula é sensível quanto a qual ângulo está sendo prescrito. A partir das configuração do origami e do posicionamento escolhido para o atuador SMA, os ângulos prescritos são os ângulos  $\theta_2$ , posicionados na dobra oposta à dobra diferente de cada célula. Isto é, se a célula for composta por 3 dobras de vale e uma de monte (célula unitária tipo 2), o atuador ficará da dobra oposta a dobra de monte, e o mesmo vale para as células com dobras de monte predominantes (célula unitária tipo 1).

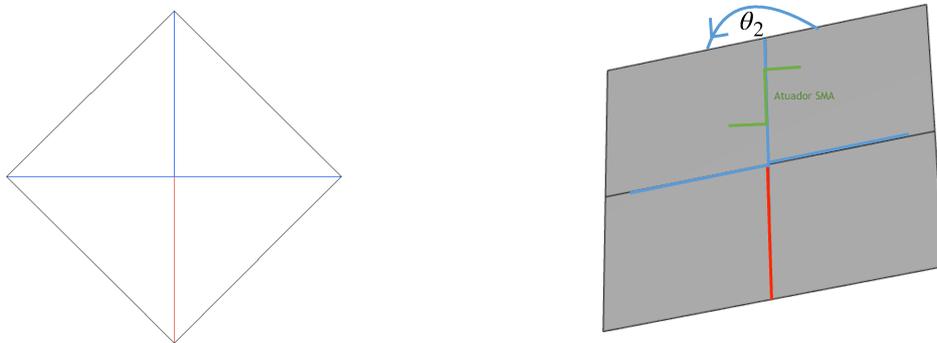


FIGURA 6.3 - REPRESENTAÇÃO DA CÉLULA UNITÁRIA TIPO 2 E DO ÂNGULO TETA<sub>2</sub>.

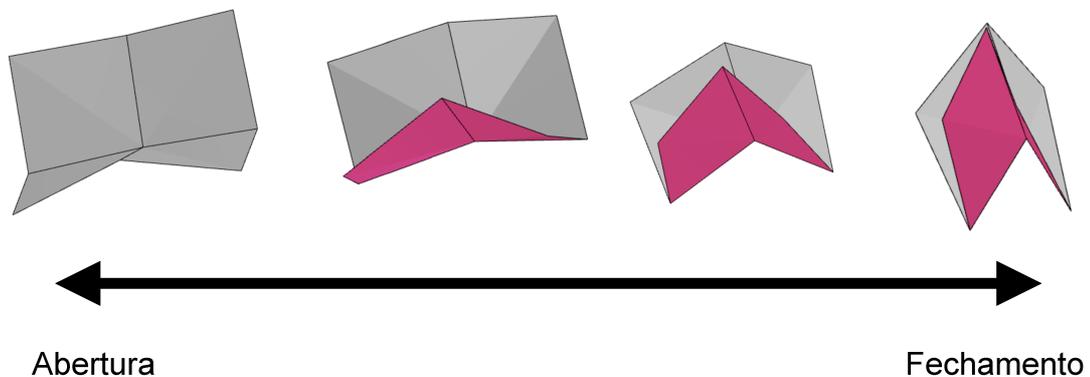


FIGURA 6.4 - ESQUEMA DE ABERTURA E FECHAMENTO DA CÉLULA UNITÁRIA TIPO 2.

As análises a seguir foram feitas na célula unitária tipo 1.

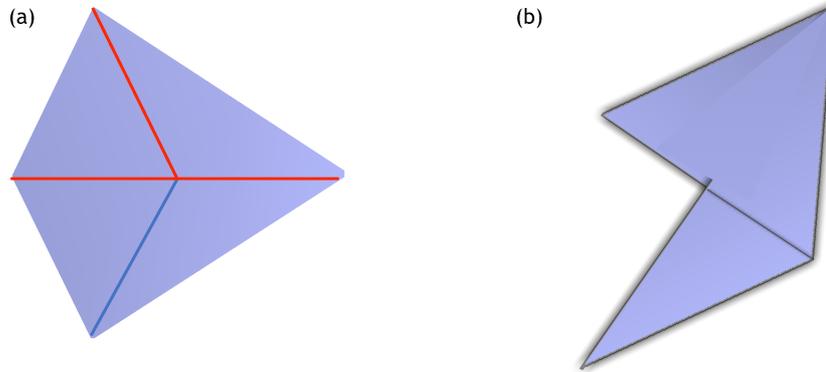


FIGURA 6.5 - (A) CONFIGURAÇÃO ABERTA DA CÉLULA TIPO 1; (B) CONFIGURAÇÃO FECHADA DA CÉLULA TIPO 1;

A Figura 6.6 mostra as configurações totalmente aberta e totalmente fechada na célula unitária.

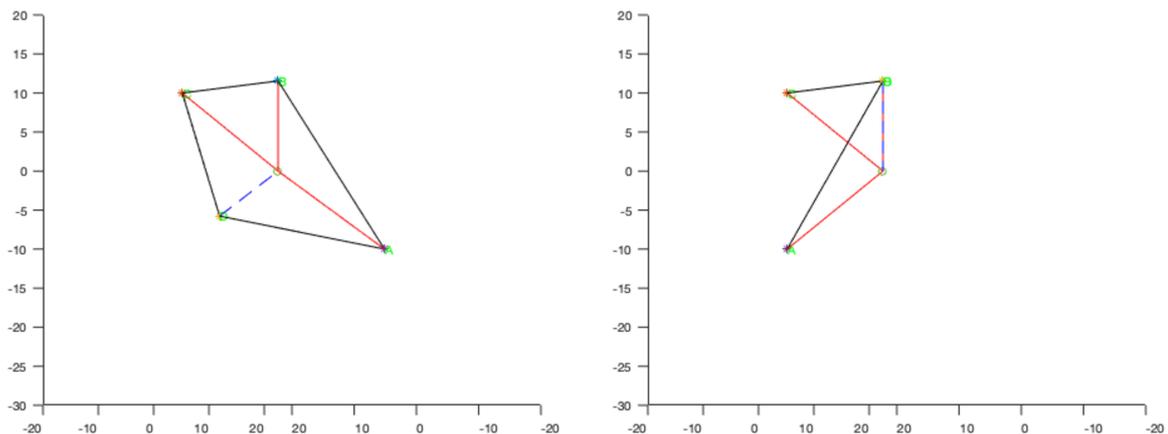


FIGURA 6.6 - (A) CONFIGURAÇÃO ABERTA SIMULADA DA CÉLULA TIPO 1; (B) CONFIGURAÇÃO FECHADA SIMULADA DA CÉLULA TIPO 1;

A Figura 6.7 mostra o processo de abertura da célula unitária tipo 1. O comportamento dos ângulos  $\theta_1$ ,  $\theta_3$  e  $\theta_4$  em relação à  $\theta_2$  e o momento necessário no atuador proposto no item 2.4 estão apresentados na Figura 6.8.

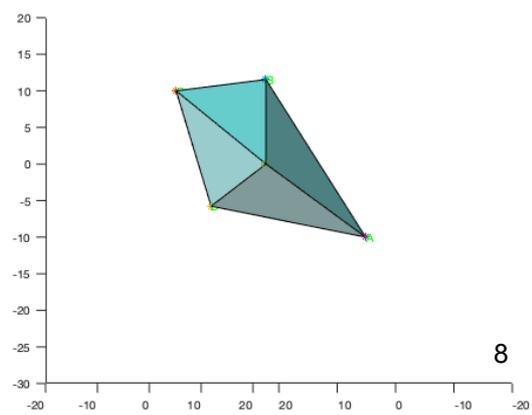
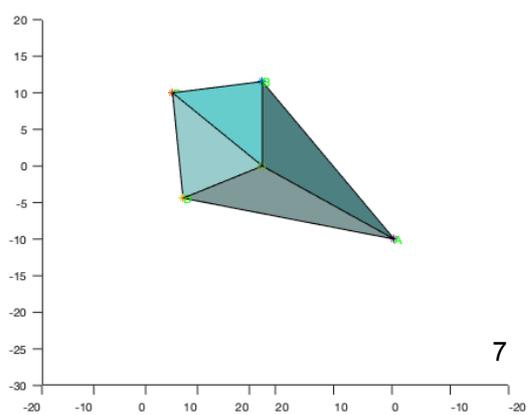
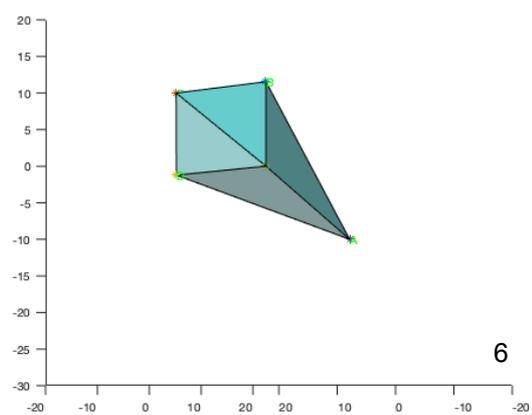
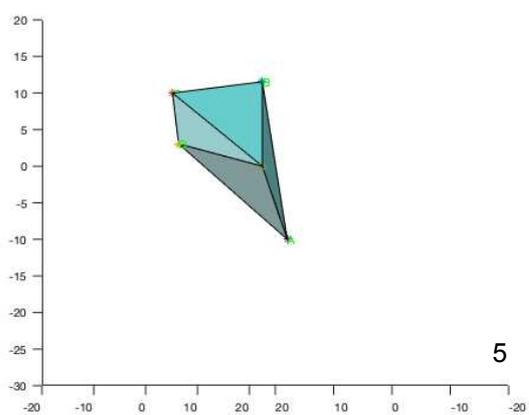
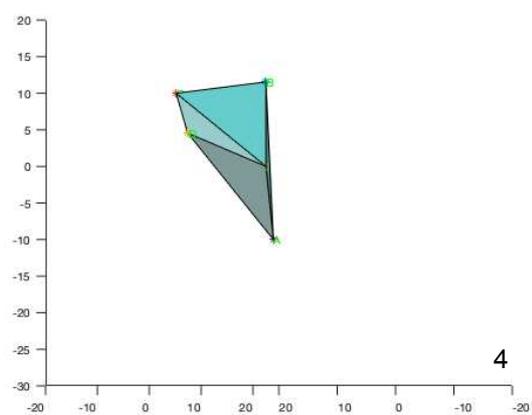
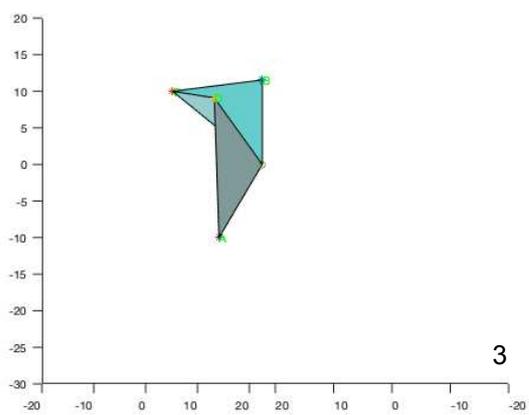
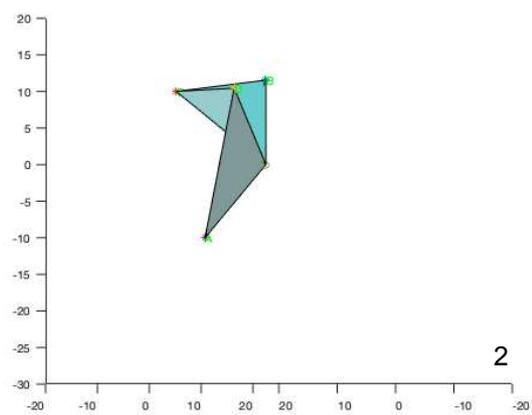
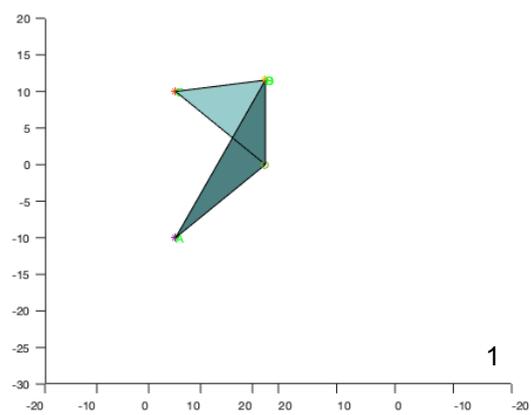


FIGURA 6.7 - PROCESSO DE ABERTURA DA CÉLULA TIPO 1.

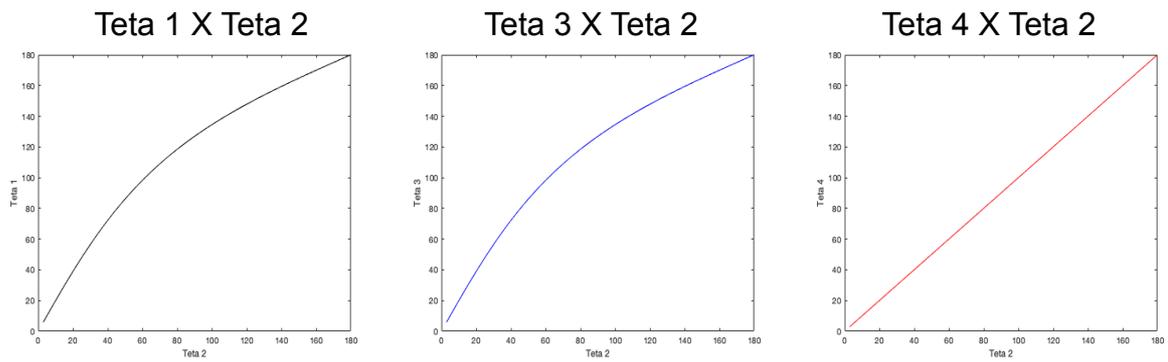


FIGURA 6.8 - COMPORTAMENTO DOS ÂNGULOS DO ORIGAMI EM FUNÇÃO DO ÂNGULO PRESCRITO TETA 2.

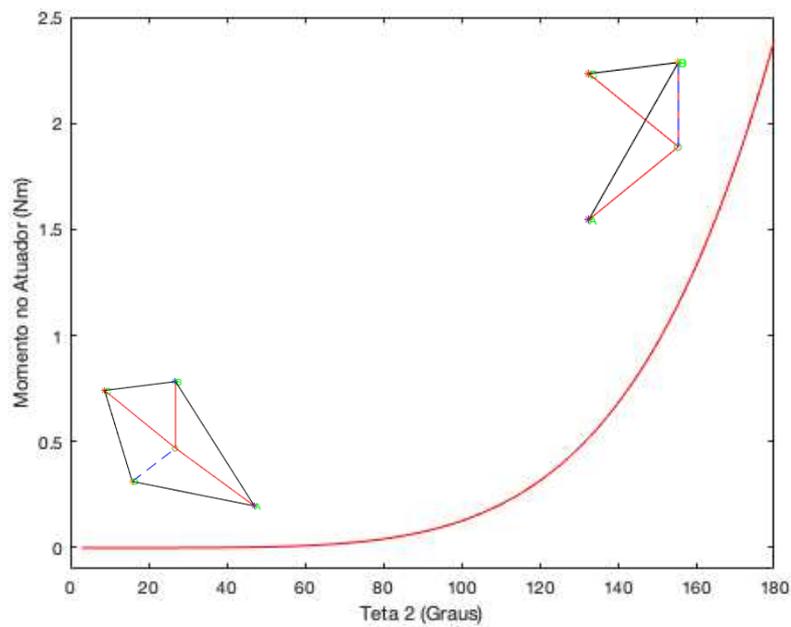


FIGURA 6.9 - MOMENTO NECESSÁRIO NO ATUADOR SMA PARA ABRIR A CÉLULA.

TABELA 6.1- TABELA DE PARÂMETROS DO SISTEMA

<b>a</b>	1E+03	<b>c</b>	1.5E+10	<b>T<sub>m</sub> (K)</b>	287
<b>b</b>	4E+06	<b>T (K)</b>	280	<b>T<sub>a</sub> (K)</b>	313

Baseado no movimento da célula unitária é tem-se as seguintes configurações do origami aberto e fechado:

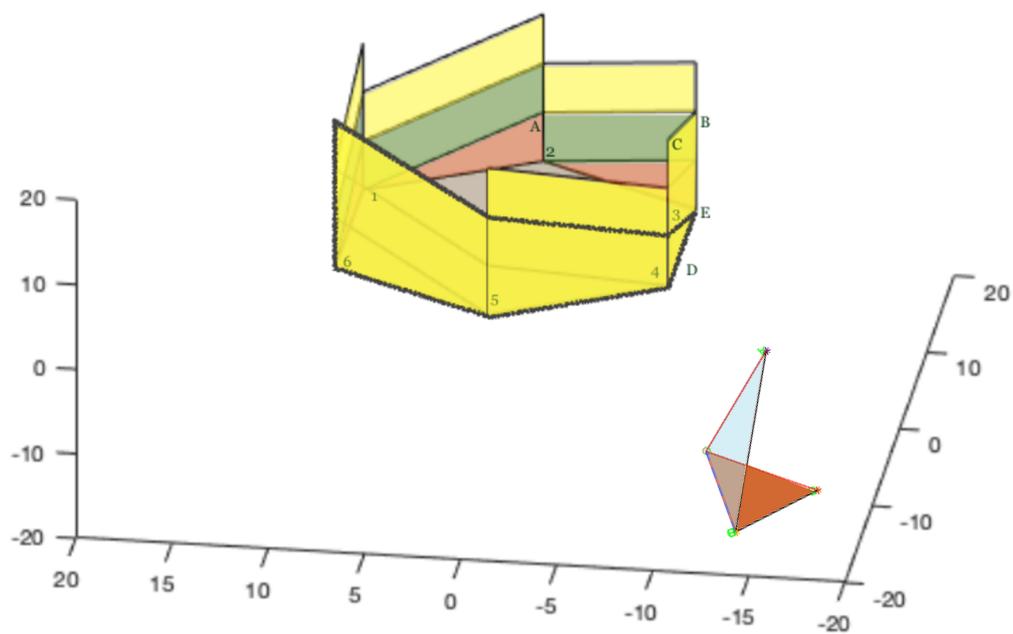
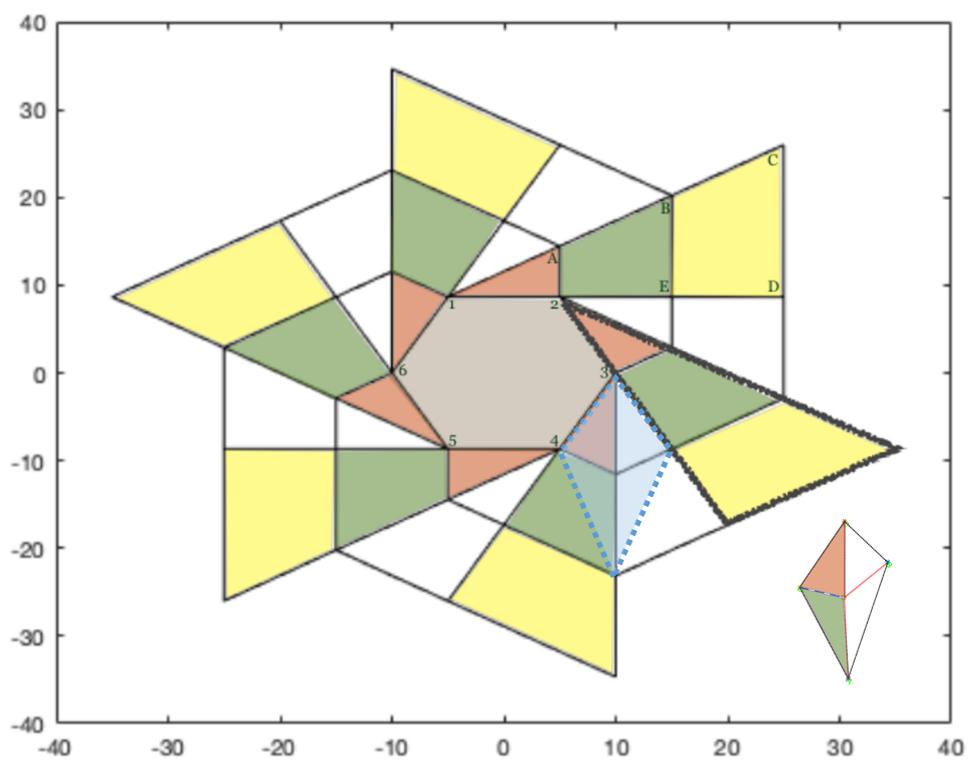


FIGURA 6.10 - REPRESENTAÇÃO DO ORIGAMI NAS CONFIGURAÇÕES ABERTAS E FECHADAS.

## Capítulo 7 - Conclusão

Neste trabalho é apresentado uma análise cinemática da estrutura origâmica *flasher* hexagonal atuada por ligas com efeito de memória de forma. A modelagem matemática da geometria da estrutura considera hipóteses simplificadoras de modo que a análise cinemática de uma célula é representativa da cinemática do sistema. As análises são baseadas no movimento necessário para abrir a estrutura origâmica uma vez que ela atinja o espaço.

O modelo geométrico proposto para o origami *Flasher* foi capaz de construir o padrão de dobra do sistema estudado. Devido a simetria radial do origami o estudo da cinemática foi reduzido a análise da célula unitária que se repete ao longo dos braços do origami.

Foi apresentado, também, um estudo sobre as SMAs acerca de seu comportamento termomecânico, modelos constitutivos e o modelo utilizado no atuador. O modelo utilizado para descrever o comportamento termomecânico do atuador SMA foi um modelo polinomial. A partir da análise feita foi possível observar o momento necessário para abrir a estrutura em função do ângulo de abertura.

O presente trabalho propõe uma análise cinemática da estrutura com apenas 1 GDL, assumindo simetria total no sistema. Para trabalhos futuros é sugerida uma análise dinâmica do comportamento, além do uso de outras configurações do *flasher*.

O modelo constitutivo apresentado, apesar de simples e de fácil emprego, não representa completamente o comportamento das ligas com memória de forma. A ausência de histerese é uma das principais deficiências. Além disso, um modelo mais sofisticado permite investigar as frações volumétricas das fases do material e de captar influência da taxa de mudança de temperatura nas transformações de fase.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AGUIAR, R. A. A., SAVI, M. A., PACHECO, P. M. C. L., 2010, “Experimental and numerical investigations of shape memory alloy helical springs”, *Smart Materials and Structures*, v. 19, n. 2, pp. 025008. ISSN: 0964-1726. doi: 10.1088/0964-1726/19/2/025008.
- ALBERMANI F., KHALILPASHA H., KARAMPOUR H., 2011, “Propagation buckling in deep sub-sea pipelines”, *Eng Struct*, 33 (9), pp. 2547–2553 ISSN 01410296.
- ALDER, B.J., WAINWRIGHT, T., 1959, “Studies in molecular dynamics”. I. General method. *J. Chem. Phys.* 31 (2), 459e466.
- ALPERIN, R. C. , 2000, “A Mathematical Theory of Origami Constructions and Numbers”, *New York Journal of Mathematics*, Vol. 6, pp. 119-133.
- ANDREASS, B., 2011, “Origami art as a means of facilitating learning”, *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, Vol. 11, pp. 32-36, ISSN 1877-0428.
- BERN, M., HAYES, B., 1996. «The Complexity of Flat Origami». *Proceedings of the 7th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms*. Atlanta, EUA: ACM-SIAM. p. 175-183. ISBN 0898713668
- BERTRAN, A., 1982, “Thermomechanical Constitutive Equations for the Description of Shape Memory Effects in Alloys”, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 74, pp. 173-182.
- BOYD, J.G., LAGOUDAS, D.C., 1996, “Thermodynamic Constitutive Model for the Shape Memory Materials”. Part I: The Monolithic Shape memory Alloys, *International Journal of Plasticity*, Vol 12, No 6, pp.805-842.
- BRINSON, L.C., 1993, “One Dimensional Constitutive Behavior of Shape Memory Alloys: thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, n. 4, pp. 229-242.
- CAMBRIDGE CONSULTANTS, 1989, "Design study for a Mars spacecraft", Technical Report.
- CHO, J.-Y., IDESMAN, A., LEVITAS, V., et al., 2012, “Finite element simulations of dynamics of multi-variant martensitic phase transitions based on Ginzburge-Landau theory”, *Int. J. Solids Struct.* 49 (14), 1973e1992.

- CHRISTIAN, J. W., 1975, *The Theory of Transformations in Metals and Alloys – Part I: Equilibrium and General Kinetic Theory*, Pergamon Press.
- DENAVIT, J. & HARTENBERG, R. S. (1955). "A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices". *Trans ASME J. Appl. Mech.* 23: 215–221.
- ENEMARK, S., SANTOS, I. F., SAVI, M. A., 2016, "Modelling, characterisation and uncertainties of stabilised pseudoelastic shape memory alloy helical springs", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, (mar.), pp. 1045389X16635845. ISSN: 1045-389X, 1530-8138. doi: 10.1177/1045389X16635845.
- FILIPOV, E. T., TACHI, T., & PAULINO, G. H.. "Origami tubes assembled into stiff, yet reconfigurable structures and metamaterials." *Proceedings of the National Academy of Sciences*. Vol. 112, No. 40. pp. 12321–12326. 2015.
- FALK, F., 1980, "Model Free-Energy", *Mechanics and Thermodynamics of Shape Memory Alloys*, *ACTA Metallurgic*, Vol.28, pp. 1773-1780.
- FALK, F., 1983, "One-Dimensional Model of Shape Memory Alloys", *Arch. Mech.*, n.35, pp. 63-84.
- FALK, F., KONOPKA, P., 1990, "Three-Dimensional Landau Theory Describing the Martensitic Transformation of Shape Memory Alloys", *Journal de Physique.*, n.2, pp. 61-77.
- FREMOND, M., 1987, "Matériaux à Mémoire de Forme", *C.R. Acad. Sc. Paris*, Tome 304, s. II, n. 7, pp. 239-244.
- FUNAKUBO, H., 1987, "Shape Memory Alloys", Gordon & Bleach, New York.
- GLASSNER, A., 1996, "More Origami Solids", vol. 16, no. 5, September 1996, pp. 85-91.
- HARTENBERG, R.S. & DENAVIT, J. (1965). *Kinematic synthesis of linkages*. McGraw-Hill series in mechanical engineering. New York: McGraw-Hill. p. 435.
- HARTL, D., LAGOUDAS, D., 2009, "Constitutive modeling and structural analysis considering simultaneous phase transformation and plastic yield in shape memory alloys", *Smart Mater. Struct.* 18 (10), 104017.
- HARTL, D.J., CHATZIGEORGIOU, G., LAGOUDAS, D.C., 2010, "Three-dimensional modeling and numerical analysis of rate-dependent irrecoverable deformation in shape memory alloys", *Int. J. Plast.* 26 (10), 1485e1507.
- HUFFMAN, D. A., 1976, "Curvature and Creases: A Primer on Paper," *IEEE*

Trans. Comput., C-25(10), pp. 1010–1019.

- HULL, T. 2002, The combinatorics of flat folds: a survey. In: Origami 3: Third International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education. Encontro Internacional... Massachusetts: A K Peters, 2002.

- HULL, T., 2006, Project Origami, A K Peters, Natick, MA

- HUNT G., ARIO I., "Twist buckling and the foldable cylinder: an exercise in origami", International Journal of Non-Linear Mechanics 40, 2005, pp 833-843

- HUSO, M. A., 1960, "Sheet reel", U.S. Patent no 2942794

- IVSHIN, Y., PENCE, T.J., 1994, "A Constitutive Model for Hysteretic Phase Transition Behavior", International Journal of Engineering Science, n. 32, pp. 681-704, 1994a.

- IVSHIN, Y., PENCE, T.J., 1994, "A Thermomechanical Model for a One Variant Shape Memory Material", Journal of Intelligent Material Systems And Structures, n. 5, pp. 455-473, 1994b.

- JOHNSON, W. & YU, T. X., 1980, "The angle of fold and the plastic work done in the folding of developable flat sheets of metal", Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 22, pp 233-241.

- JORGE A. & CLIFFORD T. (1989). Rational Kinematics. Springer. p. Chapter 6, p. 78ff. ISBN 0-387-96813-X.

- KAWASAKI, T., 1989, "On the Relation Between Mountain-Creases and Valley- Creases of a Flat Origami," First International Meeting of Origami Science and Technology, Ferrara, Italy, Dec. 6–7, H. Huzita, ed., pp. 229–237

- KOH, J.-S., KIM, S.-R., CHO, K.-J., 2014, "Self-Folding Origami Using Torsion Shape Memory Alloy Wire Actuators", (ago.), pp. V05BT08A043. doi: 10.1115/DETC2014-34822.

- KURIBAYASHI K., TSUCHIYA K., YOU Z. *et al.*, 2006, "Self-deployable origami *stent* grafts as a biomedical application of Ni-rich TiNi shape memory alloy foil", Mater Sci Eng: A, 419 (1), pp. 131–137

- KUTZBACH K. Einzelfragen aus dem gebiet der maschinenteile[J]. Zeitschrift der Verein Deutscher Ingenieur, 1933, 77: 1 168.

- LANFORD, W. E., 1961, "Folding apparatus", U.S. Patent no 3010372.

- LEE D. Y. *et al.*, 2013, "The Deformable Wheel Robot Using Magic-Ball Origami Structure", International Design Engineering Technical Conferences &

Computers and Information in Engineering Conference, Portland, Oregon.

- LEI, C.Y., WU, M.H., 1991, "Thermomechanical properties of niti-base shape memory alloys", *Smart Structures and Material*, ASME, New York, pp. 73-77.
- LUCERO, C., O problema deliano. Sociedade Brasileira de Matemática. *Revista do Professor de Matemática*. 62: 25-28
- MARANGANTI, R., SHARMA, P., 2010, "Revisiting quantum notions of stress", In: *Proceedings of the Royal Society of London a: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 466. The Royal Society, pp. 2097e2116.
- MUTTER, D., NIELABA, P., 2013, "Simulation of the shape memory effect in a NiTi nano model system", *J. Alloys Compd.* 577, S83eS87.
- PAIVA, A., SAVI, M.A., PACHECO, P.M.C.L., 2003, "Modelos Constitutivos para Ligas com Memória de Forma", *Série Arquimedes – Volume 2*, 2003. Ed. J.M. Balthazar, G.N. Silva, M. Tsuchida, M. Boaventura, L.S. Góes, J.R.S. Silva, SBMAC – Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional. ISBN 85-86883-15-8.
- PAIVA A., SAVI M.A., 2006, "An overview of constitutive models for shape memory alloys", *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2006, Article ID 56876, pg. 30. DOI:10.1155/MPE/2006/56876
- PROFT, J.L., DUERIG, T.W., 1990, "Mechanical Aspects of constrained recovery and Engineering Aspects of Shape Memory Alloys", Butterworth-Heinemann, London, pp. 115-129.
- SCHEEL, H. W., 1974, " Space-saving storage of flexible sheets", U.S. Patent no 3848821.
- SCHENK M., GUEST, S.D., 2009, "Folded Textured Sheets", In: *Proceedings of IASS Symposium*, September 28-October 2, Valencia, Spain.
- SILVA, E.P., 1995, *Modelagem Mecânica de Transformações de Fase induzidas por Tensões em Sólidos*, Tese de Mestrado, Depto. Eng. Mec., UNB – D.F.
- SIMO, J. & TAYLOR, R. (1986). A return mapping algorithm for plane stress elastoplasticity. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 22(3), pp.649-670.
- SOUZA, A.C., MAMIYA, E., ZOUAIN, N., 1998, "Three-Dimensional Model for Solids Undergoing Stress-Induced Phase Transformations", *European Journal of*

Mechanics and Solids, n. 17, pp. 789-806.

- TACHI, T., 2009, "Generalization of Rigid Foldable Quadrilateral Mesh Origami," 50th Symposium of the International Association for Shell and Spatial Structures, Valencia, Spain, Sept. 28–Oct. 2

- TACHI T., 2010, "Geometric considerations for the design of rigid origami structures". In: Proceedings of the international association for shell and spatial structures Symposium 2010, Shanghai, China; 2010.

- TACHI, T., 2012, "Freeform origami", Available from: Open Source Repository, <http://www.tsg.ne.jp/TT/software/#ffo>, (10-2-2014).

- TANAKA, K., NAGAKI, S., 1982, "Thermomechanical Description of Materials with Internal Variables in the Process of Phase Transformation", *Ingenieur – Archiv.*, Vol. 51, pp. 287-299.

- TEIXEIRA, S. A., & NAKATA, M. K. (2017). A Evolução Artística e científica do Origami: Um estudo teórico e prático sobre a prática e técnicas das dobraduras. *Palíndromo*, 9(18), 142–163. <https://doi.org/10.5965/2175234609182017142>.

- WASILEVSKI, R.J., 1975, "On the Nature of the Martensitic Transformation, *Metallurgical Transactions*", Vol. 6A, pp. 1405-1418.

- ZIRBEL, S., LANG, R., THOMSON, M., & AL., E. (2013). Accommodating Thickness in Origami-Based Deployable Arrays. *Journal of Mechanical Design*, Vol. 135, paper no. 111005, DOI: 10.1115/1.4025372

- ZHONG, Y., ZHU, T., 2014. Phase-field modeling of martensitic microstructure in NiTi shape memory alloys. *Acta Mater.* 75, 337e347.