

Capítulo III – Técnica do Furo-cego para Medição de Tensões Residuais.

III. 1 – Introdução.

Dentre as técnicas destrutivas de medição de tensões residuais, a técnica do furo-cego é certamente a mais utilizada e difundida por ser bem estabelecida e relativamente fácil de ser aplicada. Basicamente, a técnica consiste em usinar um pequeno furo na superfície do componente a ser analisado [1 – 3]. A usinagem do furo provocará o alívio das tensões existentes que atuam no volume de material removido, que por sua vez provocará mudança nos estados de deformação em pontos da região no entorno do furo. Extensômetros colados próximos à região onde será usinado o furo medem as mudanças nas deformações provocadas pelas tensões aliviadas devido a usinagem do furo. Através de constantes de calibração, estas deformações são relacionadas às tensões residuais existentes no material antes da usinagem. No caso de campos de tensões residuais uniformemente distribuídas na espessura do material, as constantes de calibração já foram estabelecidas¹ por procedimentos experimentais e/ou numéricos.

Este capítulo apresenta os fundamentos da técnica do furo-cego, mostrando-se todo o desenvolvimento analítico usado para gerar as equações que a governam. São apresentadas metodologias para cálculo dos coeficientes de alívio para furo passante e furo-cego, no caso de campos de tensão uniformes através da espessura do material. A seguir, serão apresentadas algumas simulações em que se aplicam tensões conhecidas em placas contendo furos passantes e furos-cegos, com o objetivo de avaliar a exatidão dos métodos que usam solução por elementos finitos para modelar o problema. Posteriormente, os perfis de tensão e de deformação para furo passante e furo-cego serão discutidos e comparados entre si.

III.2 – Cálculo de tensões residuais pela técnica do furo-cego.

A introdução de um furo, mesmo com dimensões pequenas, num corpo em que existam tensões residuais provoca alívio e redistribuição destas. A eliminação destas tensões na superfície do furo muda o valor e a distribuição das tensões na vizinhança imediata deste, causando mudança nas distribuições de deformações locais na superfície de teste. Isto ocorre pois toda normal a uma superfície livre (no caso a superfície do furo) define um plano principal, no qual as tensões de cisalhamento e a tensões normal ao plano são zero.

Uma roseta extensométrica, conforme mostrada na figura 3.1 [11], é colada na região onde será executado o furo, com o objetivo de medir as mudanças geradas pela usinagem deste nas distribuições deformações. Tendo-se o valor destas mudanças, pode-se calcular as tensões que as geraram, ou seja, as tensões residuais. É necessário, portanto, relacionar analiticamente as deformações medidas com as tensões aliviadas devido a usinagem do furo. Esta relação será demonstrada a seguir, primeiramente para um furo passante e depois para um furo-cego.

Não existe na teoria da elasticidade uma solução exata para a distribuição de tensões ao redor de um furo-cego. As soluções existentes são aproximadas e usam constantes determinadas empiricamente. Uma solução analítica pode ser obtida, no entanto, para o caso mais simples de um furo passante em uma placa fina, na qual as tensões residuais estejam uniformemente distribuídas através da espessura da placa [12 – 14]. Esta situação está esquematicamente representada na figura 3.2.

¹ Desde que a tensão residual seja menor que $\frac{1}{3}S_y$, ou seja, desde que não ocorra escoamento na borda do furo.

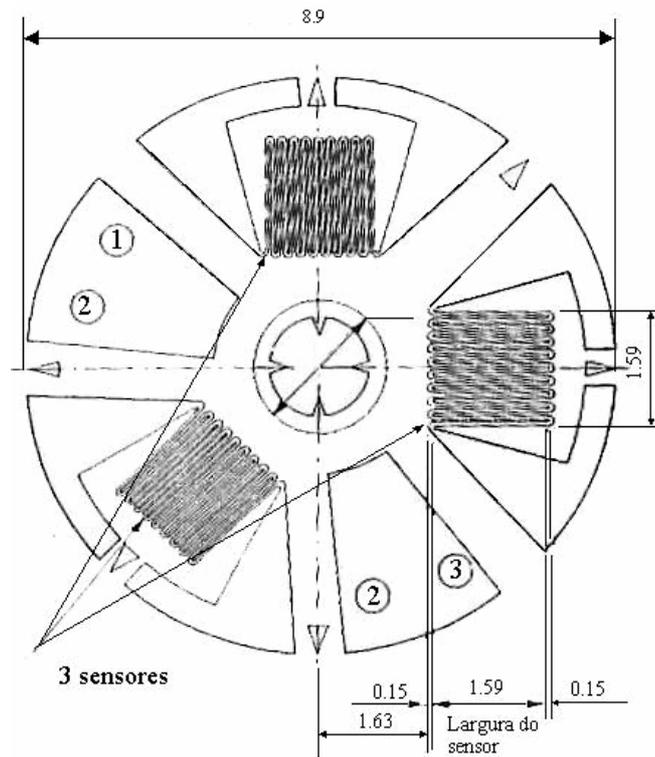


Figura 3.1 – Roseta extensométrica tipo MM 062-RE (dimensões em mm)

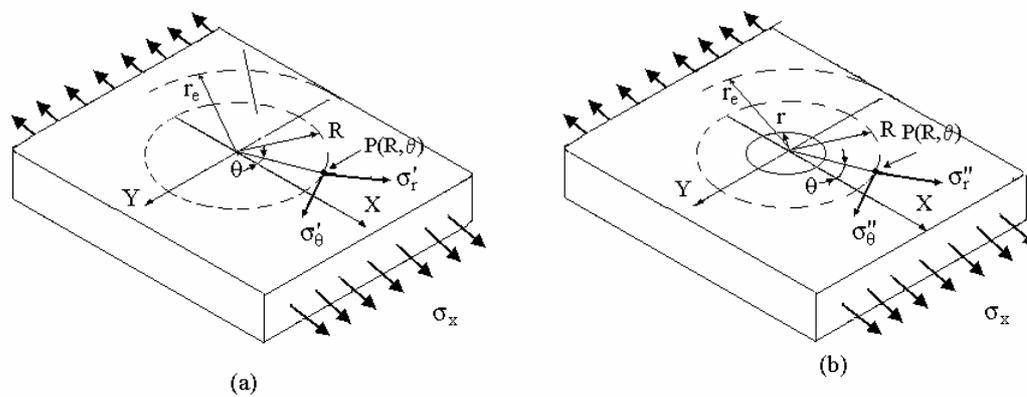


Figura 3.2 – Estado de tensão num ponto $P(R, \theta)$: (a) antes e (b) depois da usinagem de um furo passante. As linhas tracejadas são dimensões imaginárias.

Na figura 3.2, uma placa fina está submetida a um campo uniforme de tensões residuais, σ_x . O estado de tensões em qualquer ponto P de coordenadas (R, θ) , antes da usinagem de um furo, é:

$$\sigma'_r = \frac{\sigma_x}{2} + \frac{\sigma_x \cos 2\theta}{2} \quad (3.1.1)$$

$$\sigma'_{\theta} = \frac{\sigma_x}{2} - \frac{\sigma_x \cos 2\theta}{2} \quad (3.1.2)$$

$$\tau'_{r\theta} = -\frac{\sigma_x \sin 2\theta}{2} \quad (3.1.3)$$

Pode-se imaginar agora que nesta placa será usinado um furo passante de raio r . Após a usinagem tem-se a seguinte situação: uma placa contendo um furo, a qual está submetida a um estado de tensões, σ_x . O novo estado de tensões na vizinhança do furo é dado pela solução proposta por Kirsch, em 1898. É possível representar este estado, por dois outros, conforme apresentado na figura 3.3.

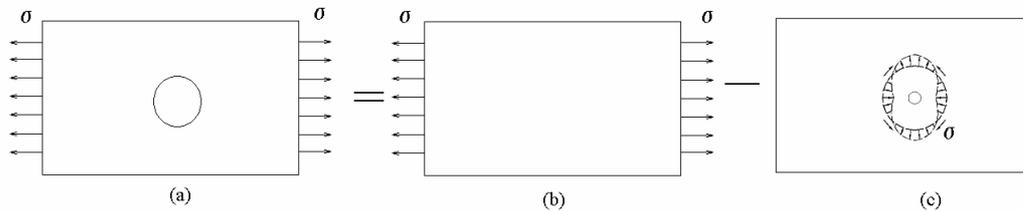


Figura 3.3 – Estado de tensões numa placa com furo sendo representado por dois outros estados.

Nesta figura tem-se a uma placa com furo submetida a um estado de tensões, parte (a) sendo representada por uma placa sem furo submetida ao mesmo estado de tensões, parte (b), menos uma placa com um furo tendo tensões somente na região do furo, parte (c). As tensões que agem na figura 3.3 (c), são aquelas que agiam no material da região do furo, antes da usinagem deste, as quais foram retiradas da placa juntamente com o material durante a usinagem. Assim, estas tensões são as “tensões aliviadas” durante o processo de usinagem e a parte (c) da figura 3.3 pode ser chamada de “problema do alívio de tensões”. As equações 3.1 continuam válidas para este estado e serão divididas em duas partes, conforme apresentado abaixo:

$$\sigma_r^A = \sigma_r^{A,L} + \sigma_r^{A,\theta} \quad (3.2.a)$$

$$\tau_{r\theta}^A = \tau_{r\theta}^{A,L} + \tau_{r\theta}^{A,\theta} \quad (3.2.b)$$

onde

σ_r^A e $\tau_{r\theta}^A$ - são as tensões aliviadas

$\sigma_r^{A,L}$ e $\tau_{r\theta}^{A,L}$ - são a parte das tensões aliviadas que representa a tração uniforme radial e pode ser representada pela solução de Lamé para cilindros de paredes grossas.

$\sigma_r^{A,\theta}$ e $\tau_{r\theta}^{A,\theta}$ - são a parte das tensões aliviadas que é dependente de θ .

Assim,

$$\sigma_r^{A,L} = \frac{\sigma_x}{2} \quad \tau_{r\theta}^{A,L} = 0 \quad (3.3.a)$$

$$\sigma_r^{A,\theta} = \frac{\sigma_x \cos 2\theta}{2} \quad \tau_{r\theta}^{A,\theta} = -\frac{\sigma_x \sin 2\theta}{2} \quad (3.3.b)$$

A parte (b) das equações (3.3) produz um estado de tensões que pode ser representado por uma função de tensão da seguinte forma:

$$\Phi = f(R) \cos 2\theta \quad (3.4)$$

A equação de compatibilidade² em coordenadas polares é:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} \right) = 0 \quad (3.5)$$

Substituindo (3.4) nesta equação, tem-se:

$$\left(\frac{d^2}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{d}{dR} + \frac{4}{R^2} \right) \left(\frac{\partial^2 f}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial f}{\partial R} - \frac{4f}{R^2} \right) = 0 \quad (3.6)$$

A solução geral desta equação é:

$$f(R) = AR^2 + BR^4 + C \frac{1}{R^2} + D \quad (3.7)$$

Assim, a função de tensão é:

$$\Phi = (AR^2 + BR^4 + C \frac{1}{R^2} + D) \cos 2\theta \quad (3.8)$$

As componentes de tensão em coordenadas polares são:

$$\sigma_r = \frac{1}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} \quad (3.9.a)$$

² A partir de um dado campo de deslocamentos, um único campo de deformação será determinado usando as equações $\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}$, $\epsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}$, (...), $\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$, $\gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}$, (...).

Entretanto, um campo de deformação arbitrário pode gerar um campo de deslocamentos impossível, com vazios ou descontinuidades. Assim, um campo de deslocamentos válido pode ser garantido apenas se o campo de deformação satisfizer um conjunto de equações conhecidas como relações de compatibilidade, as quais têm significado matemático e físico. Do ponto de vista matemático, elas asseguram que os campos de deslocamentos são representados por funções, u e v , contínuas. Fisicamente, isto significa que o corpo deve ser mantido unido e não apresentar vazios.

$$\sigma_{\theta} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial R^2} \quad (3.9.b)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right) \quad (3.9.c)$$

substituindo a função de tensão, Φ , tem-se:

$$\sigma_r^{A,\theta} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left((AR^2 + BR^4 + C \frac{1}{R^2} + D) \cos 2\theta \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left((AR^2 + BR^4 + C \frac{1}{R^2} + D) \cos 2\theta \right) \quad (3.10.a)$$

$$\sigma_{\theta}^{A,\theta} = \frac{\partial^2}{\partial R^2} \left((AR^2 + BR^4 + C \frac{1}{R^2} + D) \cos 2\theta \right) \quad (3.10.b)$$

$$\tau_{r\theta}^{A,\theta} = -\frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left((AR^2 + BR^4 + C \frac{1}{R^2} + D) \sin 2\theta \right) \right) \quad (3.10.c)$$

Desenvolvendo as equações acima, vem:

$$\sigma_r^{A,\theta} = -\left(2A + \frac{6C}{R^4} + \frac{4D}{R^2} \right) \cos 2\theta \quad (3.11.a)$$

$$\sigma_{\theta}^{A,\theta} = \left(2A + 12BR^2 + \frac{6C}{R^4} \right) \cos 2\theta \quad (3.11.b)$$

$$\tau_{r\theta}^{A,\theta} = \left(2A + 6BR^2 - \frac{6C}{R^4} - \frac{2D}{R^2} \right) \sin 2\theta \quad (3.11.c)$$

As constantes de integração serão determinadas a partir das condições de contorno apropriadas.

- Na borda do furo as tensões radial e cisalhante têm o valor indicado pela parte (b) da equação (3.3).

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^{A,\theta} &= \frac{1}{2} \sigma_x \cos 2\theta \\ \tau_{r\theta}^{A,\theta} &= -\frac{1}{2} \sigma_x \sin 2\theta \end{aligned} \right\} \text{em } R = r$$

- Bem longe da borda do furo o valor das tensões é zero uma vez que a placa só tem carregamento na região do furo.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^{A,\theta} &= 0 \\ \tau_{r\theta}^{A,\theta} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{em } R = r_e$$

Aplicando estas condições de contorno nas equações (3.11.a) e (3.11.c) vem:

$$-2A - \frac{6C}{r^4} - \frac{4D}{r^2} = \frac{1}{2}\sigma_x \quad (3.12.a)$$

$$2A + \frac{6C}{r_e^4} + \frac{4D}{r_e^2} = 0 \quad (3.12.b)$$

$$2A + 6Br_e^2 - \frac{6C}{r^4} - \frac{2D}{r^2} = -\frac{1}{2}\sigma_x \quad (3.12.c)$$

$$2A + 6Br^2 - \frac{6C}{r_e^4} - \frac{2D}{r_e^2} = 0 \quad (3.12.d)$$

Resolvendo as equações acima e aproximando para o caso de placa infinita onde $\frac{r}{r_e} \approx 0$

$$A = 0 \quad (3.13.a)$$

$$B = 0 \quad (3.13.b)$$

$$C = -\frac{r^4}{4}\sigma_x \quad (3.13.c)$$

$$D = \frac{r^2}{2}\sigma_x \quad (3.13.d)$$

Substituindo-se os valores das constantes de integração nas equações (3.11), finalmente tem-se:

$$\sigma_r^{A,\theta} = \sigma_x \left(-2 \frac{r^2}{R^2} + \frac{3}{2} \frac{r^4}{R^4} \right) \cos 2\theta \quad (3.14.a)$$

$$\sigma_\theta^{A,\theta} = \frac{-3\sigma_x}{2} \frac{r^4}{R^4} \cos 2\theta \quad (3.14.b)$$

$$\tau_{r\theta}^{A,\theta} = \frac{\sigma_x}{2} \left(3 \frac{r^4}{R^4} - 2 \frac{r^2}{R^2} \right) \sin 2\theta \quad (3.14.c)$$

Esta é a solução da parte (b) das equações (3.3). A parte (a) daquelas equações correspondem à solução de Lamé, para cilindro de paredes grossas tendo raio interno r e raio externo r_e , submetido à pressão interna, p_i , e externa, p_o . Esta situação está representada na figura 3.4.

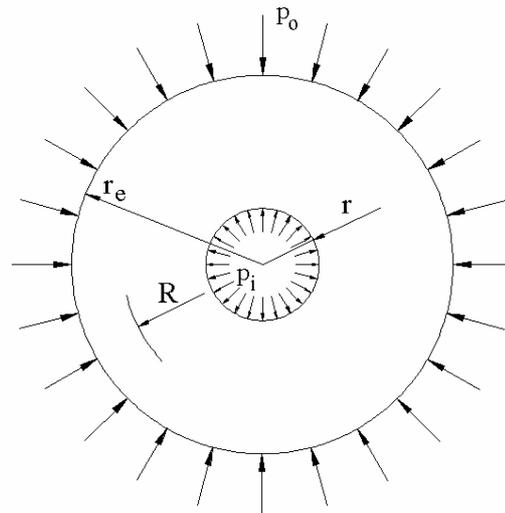


Figura 3.4 – Cilindro de paredes grossas, submetido à pressão interna e externa.

Para um disco submetido apenas à pressão $\frac{\sigma_x}{2}$, na sua superfície interna, $R = r$, a solução é:

$$\sigma_r^L = -\frac{\sigma_x}{2} \frac{r^2}{R^2} \quad (3.15.a)$$

$$\sigma_\theta^L = \frac{\sigma_x}{2} \frac{r^2}{R^2} \quad (3.15.b)$$

$$\tau_{r\theta}^L = 0 \quad (3.15.c)$$

Somando-se as equações (3.14) às equações (3.15), ou seja, somando-se partes (a) e (b) das equações (3.3) tem-se:

$$\sigma_r^A = \sigma_x \left(-\frac{r^2}{2R^2} + \frac{3r^4 \cos 2\theta}{2R^4} - \frac{2r^2 \cos 2\theta}{R^2} \right) \quad (3.16.a)$$

$$\sigma_\theta^A = \frac{\sigma_x r^2}{2R^2} \left(1 - \frac{3r^2 \cos 2\theta}{R^2} \right) \quad (3.16.b)$$

$$\tau_{r\theta}^{A,\theta} = \frac{\sigma_x}{2} \left(3 \frac{r^4}{R^4} - \frac{r^2}{R^2} \right) \sin 2\theta \quad (3.16.c)$$

Estas são as tensões que agem na vizinhança imediata de um furo, as quais provocam a mudança no estado de deformações. Está é a solução do “problema do alívio de tensões”, ou seja, as tensões aliviadas devido a usinagem do furo. Estas

tensões são as causadoras das deformações que serão medidas pelos extensômetros. O fundamento da técnica do furo-cego consiste em medir as mudanças nas deformações causadas pelo alívio de tensões, ou seja, as deformações causadas pelas tensões acima e, a partir destes dados retrocalcular as tensões residuais iniciais, σ_x , que deixaram de atuar nos planos referentes às paredes do furo quando este foi usinado. Esta definição já foi apresentada anteriormente e está sendo repetida agora com o objetivo de enfatizar exatamente o que é medido pelos extensômetros. Para evitar repetição exaustiva, as “mudanças nas deformações causadas pelo alívio de tensões gerado pela usinagem do furo” serão chamadas apenas de “mudanças nas deformações”.

Neste ponto é interessante notar que a solução acima, se resolvida com condições de contorno diferentes resulta na solução do problema de uma placa contendo um furo a qual é submetida a um determinado estado de tensões. Este problema foi solucionado por Kirsch e por simplificação será chamado aqui de “problema de Kirsch”. A solução deste problema traz alguns resultados importantes para este trabalho e portanto será apresentada a seguir. Novamente, pode-se dividir a equação 3.1 em duas partes, as quais são apresentadas agora com a simbologia relativa ao problema de Kirsch:

$$\sigma_r = \sigma_r^L + \sigma_r^\theta \quad (3.17.a)$$

$$\tau_{r\theta} = \tau_{r\theta}^L + \tau_{r\theta}^\theta \quad (3.17.b)$$

onde os sobre-escritos L e θ têm o mesmo significado anterior.

A partir daí o procedimento é o mesmo do “problema de alívio de tensões” até chegar às equações (3.11), pois a partir de então as condições de contorno são diferentes. No “problema de Kirsch”, as tensões cisalhantes e radiais valem zero na borda do furo:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_r^\theta = 0 \\ \tau_{r\theta}^\theta = 0 \end{array} \right\} \text{em } R = r$$

e as tensões longe do furo têm o mesmo valor que numa placa sem furo.

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_r^\theta = \frac{1}{2} \sigma_x (1 + \cos 2\theta) \\ \tau_{r\theta}^\theta = -\frac{1}{2} \sigma_x \sin 2\theta \end{array} \right\} \text{em } R = r_e$$

Então, essas condições de contorno são aplicadas nas equações (3.11.a) e (3.11.c), obtendo-se:

$$2A + \frac{6C}{r_e^4} + \frac{4D}{r_e^2} = -\frac{1}{2}\sigma_x \quad (3.18.a)$$

$$2A + \frac{6C}{r^4} + \frac{4D}{r^2} = 0 \quad (3.18.b)$$

$$2A + 6Br_e^2 - \frac{6C}{r_e^4} - \frac{2D}{r_e^2} = -\frac{1}{2}\sigma_x \quad (3.18.c)$$

$$2A + 6Br^2 - \frac{6C}{r^4} - \frac{2D}{r^2} = 0 \quad (3.18.d)$$

Resolvendo as equações acima e aproximando para o caso de placa infinita onde $\frac{r}{r_e} \approx 0$, chega-se ao valor das constantes de integração:

$$A = -\frac{\sigma_x}{4} \quad (3.19.a)$$

$$B = 0 \quad (3.19.b)$$

$$C = -\frac{r^4}{4}\sigma_x \quad (3.19.c)$$

$$D = \frac{r^2}{2}\sigma_x \quad (3.19.d)$$

Substituindo-se estes valores nas equações (3.11), finalmente tem-se:

$$\sigma_{r\theta} = \frac{\sigma_x}{2} \left(1 - 4\frac{r^2}{R^2} + 3\frac{r^4}{R^4} \right) \cos 2\theta \quad (3.20.a)$$

$$\sigma_{\theta}^{\theta} = \frac{\sigma_x}{2} \left(-1 - 3\frac{r^4}{R^4} \right) \cos 2\theta \quad (3.20.b)$$

$$\tau_{r\theta}^{\theta} = \frac{\sigma_x}{2} \left(-1 - 2\frac{r^2}{R^2} + 3\frac{r^4}{R^4} \right) \sin 2\theta \quad (3.20.c)$$

Finalmente, Kirsch acrescentou às tensões acima a solução de Lamé para cilindro de paredes grossas, com as seguintes condições de contorno: a pressão na

parede do furo é zero e na parede externa do cilindro é $\sigma'_r = \frac{\sigma_x}{2}$. Para este caso, a solução é:

$$\sigma_r^L = \frac{\sigma_x}{2} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (3.21.a)$$

$$\sigma_\theta^L = \frac{\sigma_x}{2} \left(1 + \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (3.21.b)$$

$$\tau_{r\theta}^L = 0 \quad (3.21.c)$$

Somando-se as equações (3.20) às equações (3.21), tem-se:

$$\sigma_r = \frac{\sigma_x}{2} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) + \frac{\sigma_x}{2} \left(1 - 4 \frac{r^2}{R^2} + 3 \frac{r^4}{R^4} \right) \cos 2\theta \quad (3.22.a)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_x}{2} \left(1 + \frac{r^2}{R^2} \right) + \frac{\sigma_x}{2} \left(-1 - 3 \frac{r^4}{R^4} \right) \cos 2\theta \quad (3.22.b)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{\sigma_x}{2} \left(-1 - 2 \frac{r^2}{R^2} + 3 \frac{r^4}{R^4} \right) \sin 2\theta \quad (3.22.c)$$

Esta é a expressão final obtida por Kirsch como solução do problema de uma placa plana tendo um furo circular submetida a um estado de tensões uniaxial.

Há um comentário importante referente à solução acima: desta solução deriva o cálculo do fator de concentração de tensões teórico para furos em placas planas. Pelas equações (3.22) percebe-se que na borda do furo as tensões radial e cisalhante são zero para qualquer valor de θ (conforme havia sido imposto pelas condições de contorno). As tensões tangenciais variam com o ângulo θ , de forma que em $\theta = 90^\circ$ e $\theta = 270^\circ$, tem-se $\sigma_\theta = 3\sigma_x$. Esta situação está apresentada esquematicamente, na figura 3.5.

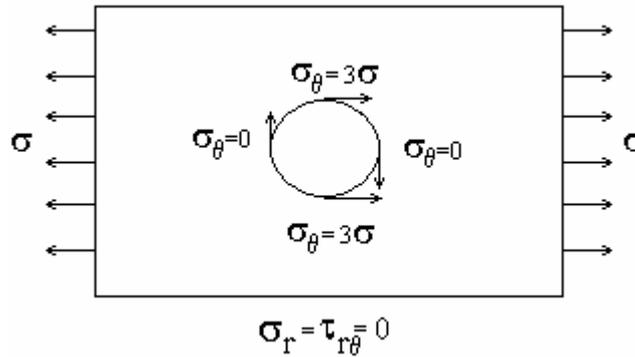


Figura 3.5 – Representação esquemática da posição das tensões máximas e mínimas ao longo da borda do furo, de acordo com a solução de Kirsch para placa contendo um furo submetida a um estado de tensões σ_x .

Assim, o fator de concentração de tensões, K_t , é igual a três. Esta condição impõe uma séria restrição à técnica do furo-cego (independente do tipo de roseta, precisão de furação, etc.). A tensão residual, não deve ser maior que $\frac{1}{3}S_y$, a resistência ao escoamento do material, pois neste caso devido ao K_t , haverá escoamento na borda do furo e as premissas básicas usadas para determinar as equações acima estarão invalidadas. Essas premissas são de que o material é linear elástico além de homogêneo e isotrópico. Estudar profundamente esta restrição da técnica do furo-cego é o objetivo deste trabalho, e este tópico será discutido posteriormente no capítulo 5.

III.2.1 – Relações entre tensão e deformação na técnica do furo-cego.

No caso de materiais homogêneos e isotrópicos, submetidos a um estado plano de tensões e para relações tensão-deformação lineares pode-se empregar a Lei de Hooke, como se segue:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E}[\sigma_r - \nu\sigma_\theta] \quad (3.24)$$

onde:

E – módulo de elasticidade do material;

ν - coeficiente de Poisson.

Substituindo os valores de σ_r^A e σ_θ^A , tem-se:

$$\varepsilon_r = \frac{-\sigma_x}{2E}(1+\nu)\left[\frac{r^2}{R^2} - \frac{3r^4}{R^4}\cos 2\theta - \frac{4r^2}{R^2(1+\nu)}\cos 2\theta\right] \quad (3.25.1)$$

Repetindo esse procedimento para ε_θ , tem-se:

$$\varepsilon_\theta = -\frac{\sigma_x}{2E}(1+\nu)\left[-\frac{r^2}{R^2} + \frac{3r^4}{R^4}\cos 2\theta - \frac{4\nu r^2}{R^2(1+\nu)}\cos 2\theta\right] \quad (3.25.2)$$

As equações acima podem ser rearrumadas da seguinte forma:

$$\varepsilon_r = \sigma_x (A + B \cos 2\theta) \quad (3.26.1)$$

$$\varepsilon_\theta = \sigma_x (-A + C \cos 2\theta) \quad (3.26.2)$$

o que demonstra que ao longo de um círculo de raio R ($R \geq r$) as mudanças nas deformações tangenciais e radiais variam de forma co-senoidal. Comparando-se as equações (3.25.1), (3.25.2) com (3.26.1) e (3.26.2) tem-se ainda:

$$A = -\frac{1+\nu}{2E}\left(\frac{r}{R}\right)^2 \quad (3.27.1)$$

$$B = -\frac{1+\nu}{2E}\left[\left(\frac{4}{1+\nu}\right)\left(\frac{r}{R}\right)^2 - 3\left(\frac{r}{R}\right)^4\right] \quad (3.27.2)$$

As constantes introduzidas nas equações (3.26) são chamadas de coeficientes de alívio. Pode-se observar pelas equações (3.27) que estas constantes, e é claro, mudança nas deformações variam fortemente com a distância do centro do furo ao ponto de interesse, especialmente quanto mais próximo ao furo.

O tratamento até agora apresentado considerou apenas o caso mais simples, ou seja, tensões residuais uniaxiais. Na prática, no entanto, é mais comum encontrar-se estados biaxiais. O caso biaxial pode ser diretamente desenvolvido a partir da análise uniaxial, pela aplicação do princípio da superposição, o qual pode ser usado para materiais no regime linear-elástico. Referindo-se novamente à figura 3.2, percebe-se que sendo a tensão uniaxial aplicada no eixo Y , ao invés de aplicá-la no eixo X , as equações (3.1) e (3.16), ainda serão válidas, com a substituição do $(\cos 2\theta)$ por $(\cos 2(\theta + 90))$ ou $(-\cos 2\theta)$. Assim a equação (3.26.1) torna-se:

$$\epsilon_r^y = \sigma_y (A - B \cos 2\theta) \quad (3.28)$$

e rescrevendo a equação (3.26.1) apenas usando a mesma notação, tem-se:

$$\epsilon_r^x = \sigma_x (A + B \cos 2\theta) \quad (3.29)$$

Os índices “x” e “y” são usados em ϵ_r^x e ϵ_r^y apenas para enfatizar que ϵ_r^x é a deformação radial causada por uma tensão normal agindo no eixo x e ϵ_r^y é a deformação radial causada por uma tensão normal agindo no eixo y. Nas análises subseqüentes esta diferenciação torna-se desnecessária e será abandonada.

No caso de estados biaxiais, quando σ_x e σ_y estiverem presentes, o princípio da superposição permite a soma algébrica:

$$\epsilon_r = \sigma_x (A + B \cos 2\theta) + \sigma_y (A - B \cos 2\theta) \quad (3.30)$$

ou de uma forma equivalente:

$$\epsilon_r = A(\sigma_x + \sigma_y) + B(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta \quad (3.31)$$

A equação acima deve ser invertida para obter as duas tensões principais e o ângulo θ . Como há três incógnitas, três medições independentes devem ser realizadas para se obter três valores independentes de deformação radial. Rendler [13] propôs um arranjo, mostrado na figura 3.6, com o intuito de simplificar a equação (3.31). Realizando as três medições e de acordo com a figura 3.6, tem-se:

$$\epsilon^1 = A(\sigma_x + \sigma_y) + B(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta \quad (3.32.a)$$

$$\epsilon^2 = A(\sigma_x + \sigma_y) + B(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2(\theta + 45) \quad (3.32.b)$$

$$\epsilon^3 = A(\sigma_x + \sigma_y) + B(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2(\theta + 90) \quad (3.32.c)$$

onde ϵ^1 , ϵ^2 e ϵ^3 – são as deformações geradas pelo alívio de tensão, medidas pelos extensômetros posicionados nas direções 1, 2 e 3 da figura 3.6. Resolvendo simultaneamente as equações acima, tem-se [1-3]:

$$\sigma_{\max}^{\text{res}} = \frac{\varepsilon^1 + \varepsilon^3}{4A} - \frac{1}{4B} \sqrt{(\varepsilon^3 - \varepsilon^1)^2 + (\varepsilon^3 + \varepsilon^1 - 2\varepsilon^2)^2} \quad (3.33.a)$$

$$\sigma_{\min}^{\text{res}} = \frac{\varepsilon^1 + \varepsilon^3}{4A} + \frac{1}{4B} \sqrt{(\varepsilon^3 - \varepsilon^1)^2 + (\varepsilon^3 + \varepsilon^1 - 2\varepsilon^2)^2} \quad (3.33.b)$$

onde

$\sigma_{\max}^{\text{res}}$ e $\sigma_{\min}^{\text{res}}$ são respectivamente as tensões residuais máxima e mínima presentes no componente e

$$\tan 2\theta = \frac{\varepsilon_1 - 2\varepsilon_2 + \varepsilon_3}{\varepsilon_1 - \varepsilon_3} \quad (3.33.c)$$

Estas são as equações fundamentais da técnica do furo e, como será visto a seguir, podem ser aplicadas a furos passantes e cegos.

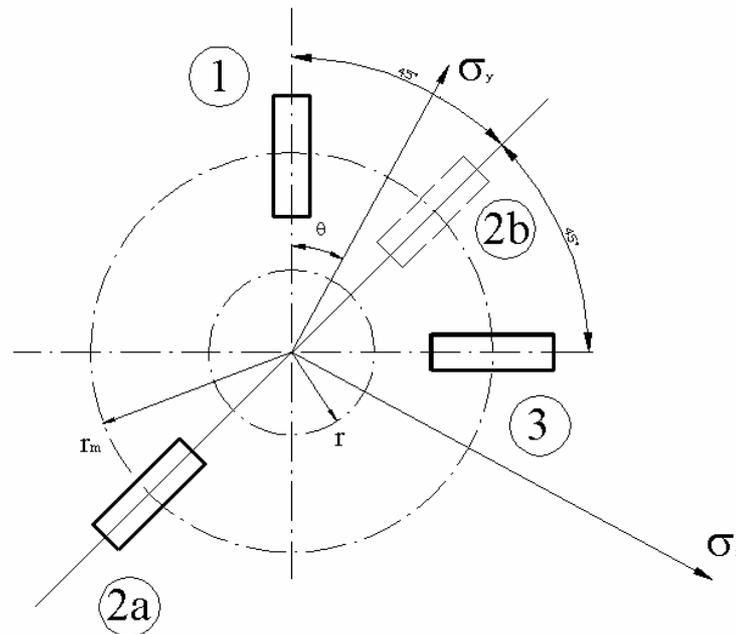


Figura 3.6 – Disposição dos extensômetros numa roseta.

III.3 – Cálculo dos coeficiente de alívio \bar{A} e \bar{B}

Os coeficientes de alívio A e B, calculados pela equação (3.27), estão relacionados às propriedades elásticas do material bem como à geometria do furo e em sua determinação, considerou-se que as deformações são medidas em

pontos. Entretanto, um extensômetro mede deformações sob uma área pequena, porém finita. Assim, aquelas equações devem ser integradas para levar em consideração o tamanho do extensômetro [16]. Seguindo a denominação apresentada na figura 3.7, tem-se:

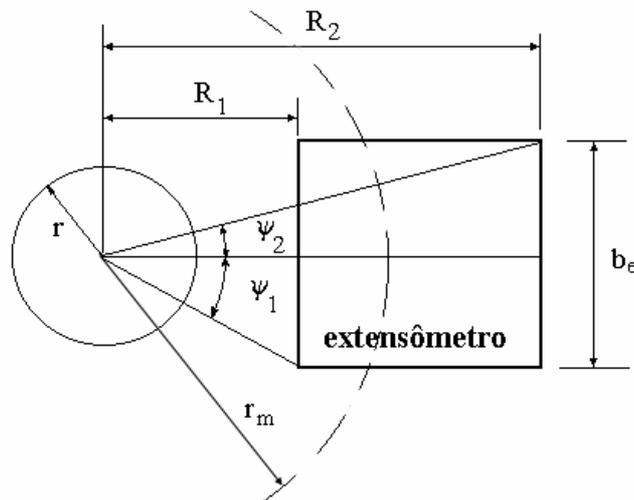


Figura 3.7 – Representação esquemática da geometria finita do extensômetro.

$$\bar{A} = -\frac{(1+\nu)r^2}{E(R_2 - R_1)b_e}(\psi_1 - \psi_2) \quad (3.34.a)$$

$$\bar{B} = -\frac{(1+\nu)r^2}{E(R_2 - R_1)b_e} \left[\frac{2(1-\nu)}{1+\nu}(\psi_1 - \psi_2) + \sin 2\psi_1 - \sin 2\psi_2 \right] - \frac{1}{8} \left(\frac{r}{R_1} \right)^2 (2\sin 2\psi_1 + \sin 4\psi_1) + \frac{1}{8} \left(\frac{r}{R_2} \right)^2 (2\sin 2\psi_2 + \sin 4\psi_2) \quad (3.34.b)$$

São usados \bar{A} e \bar{B} para diferenciar de A e B e assim enfatizar que são deformações medidas sobre uma área.

Nas figuras 3.6 e 3.7, o raio do extensômetro está representado por r_m , que é uma grandeza característica da roseta, de forma que todos os parâmetros geométricos desta são adimensionalizados em relação à r_m . Para as rosetas mais comumente utilizadas, os valores de r_m são:

Roseta MM 062-RE – $r_m = 2.57 \text{ mm}$

Roseta MM 125-RE – $r_m = 3.15 \text{ mm}$

III.3.1 – Obtenção experimental dos coeficientes de alívio \bar{a} e \bar{b}

Em seu trabalho de 1966, Rendler fez diversos experimentos e demonstrou que usando medidas adimensionais e mantendo a similitude, os coeficientes de alívio podem ser aplicados a qualquer tamanho de furo. Ele usou o diâmetro do furo para adimensionalizar os resultados de suas medições e calculou coeficientes \bar{A} e \bar{B} os quais são apresentadas em seu trabalho. Com a manufatura de rosetas extensométricas normalizadas, parece mais interessante adimensionalizar as constantes em relação a alguma medida da própria roseta. Assim, Schajer [11] propôs a utilização do raio médio do extensômetro, r_m , após ter demonstrado que a resposta (a forma da curva mudança na deformação *versus* profundidade) depende fortemente da geometria da roseta, enquanto a sensibilidade (a magnitude da mudança na deformação) depende principalmente do raio do furo sendo usinado. Conforme será demonstrado posteriormente, ocorre um forte decaimento no valor da mudança de deformação à medida que se afasta da borda do furo. Assim, seria interessante posicionar aos extensômetros o mais perto possível da borda do furo, ou seja, construir rosetas com valores mínimos de R_1 de forma a obter maiores valores de deformações. Desta forma, entretanto, qualquer pequena excentricidade durante o processo de furação, geraria valores de R_1 e R_2 diferentes dos especificados pelo fabricante da roseta. Pelas equações (3.34) observa-se que os coeficientes \bar{A} e \bar{B} estão relacionados ao quadrado de R_1 e R_2 . Assim, pequenas variações de R_1 e R_2 acopladas a altos valores de mudança de deformação poderiam gerar variações consideráveis nos valores das tensões calculadas. Levando isto em consideração, Schajer escolheu valores ótimos de R_1 e R_2 , para os quais a leitura da mudança na deformação fosse representativa sem incorrer em erros devido a variações de R_1 e R_2 .

Desta forma os coeficientes de alívio calculados experimental ou numericamente serão independentes do furo sendo usinado, dependendo apenas da geometria da roseta e das propriedades do material. Muitos pesquisadores se empenharam em determinar coeficientes que fossem independentes do material também. Naquele mesmo trabalho, Schajer propôs dois novos coeficientes definidos a seguir:

$$\bar{a} = -\frac{2E\bar{A}}{1+\nu} \quad (3.35.a)$$

$$\bar{b} = -2E\bar{B} \quad (3.35.b)$$

Os coeficientes \bar{a} e \bar{b} também são chamados de coeficientes de alívio, ou mais precisamente, coeficientes de alívio adimensionais³. Sua determinação é fundamental para a solução das equações (3.33) e, portanto, para a obtenção das tensões residuais a partir das deformações medidas pelos extensômetros.

Conforme dito anteriormente, não há solução disponível na teoria da elasticidade para descrever o estado de tensões ao redor de um furo-cego numa placa plana submetida a um dado carregamento. Entretanto foi demonstrado por Rendler e Vigness [15], que este estado assemelha-se àquele do furo passante numa placa plana. As equações (3.33) continuam a descrever o perfil das tensões, desde que se usem os coeficientes \bar{a} e \bar{b} (ou \bar{A} e \bar{B}) apropriados. Como esses coeficientes não podem ser determinados analiticamente, é necessário um procedimento experimental ou numérico para obtê-los.

O método experimental proposto por Rendler e Vigness e que é apresentado na literatura [2 – 3, 15], consiste em medir as deformações sob a mesma tensão de calibração, σ_c , antes e depois da usinagem de um furo. Com este procedimento a diferença de deformação observada é causada pela tensão de calibração e está relacionada apenas a esta tensão⁴. É interessante citar que embora este método tenha sido desenvolvido primeiramente para determinar os coeficientes de alívio para furo passante, ele se ajusta perfeitamente para o caso de furo-cego.

A seguir, está descrito o procedimento para obter os coeficientes de alívio:

- colar a roseta no espécime;
- Balancear o circuito da roseta;

³ Por questão de simplificação os coeficientes \bar{a} e \bar{b} serão chamados apenas de coeficientes de alívio.

⁴ Em seu experimento, Rendler propõe um procedimento para eliminar o efeito de possíveis tensões residuais presentes no material do corpo de prova.

- Aplicar uma carga P ao espécime de modo a obter uma tensão de calibração σ_c ;
- Medir as deformações ϵ_a^1 e ϵ_a^3 (antes da usinagem);
- Descarregar o espécime e removê-lo da máquina de teste;
- Usinar um furo;
- Levar o espécime para a máquina, balancear novamente o circuito e então reaplicar exatamente a mesma carga P ;
- Medir as deformações ϵ_d^3 e ϵ_d^1 (depois da usinagem).

A mudança na deformação é a diferença entre as deformações antes e depois da usinagem do furo:

$$\epsilon^1 = \epsilon_d^1 - \epsilon_a^1 \quad (3.36.a)$$

$$\epsilon^3 = \epsilon_d^3 - \epsilon_a^3 \quad (3.36.b)$$

Neste ensaio, tem-se um estado uniaxial e, portanto a equação (3.26.a) pode ser usada. Substituindo-se os valores de $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 90^\circ$ naquela equação e resolvendo para \bar{A} e \bar{B} , tem-se:

$$\bar{A} = \frac{\epsilon^1 + \epsilon^3}{2\sigma_c} \quad (3.37.a)$$

$$\bar{B} = \frac{\epsilon^1 - \epsilon^3}{2\sigma_c} \quad (3.37.b)$$

Uma vez que se determine os coeficientes \bar{A} e \bar{B} , basta usar as equações (3.35) para obter os valores dos coeficientes \bar{a} e \bar{b} adimensionais. Na figura 3.8, apresentam-se os valores dos coeficientes de alívio para as rosetas RE e RK⁵.

⁵ A geometria destas rosetas está apresentada na referência 2

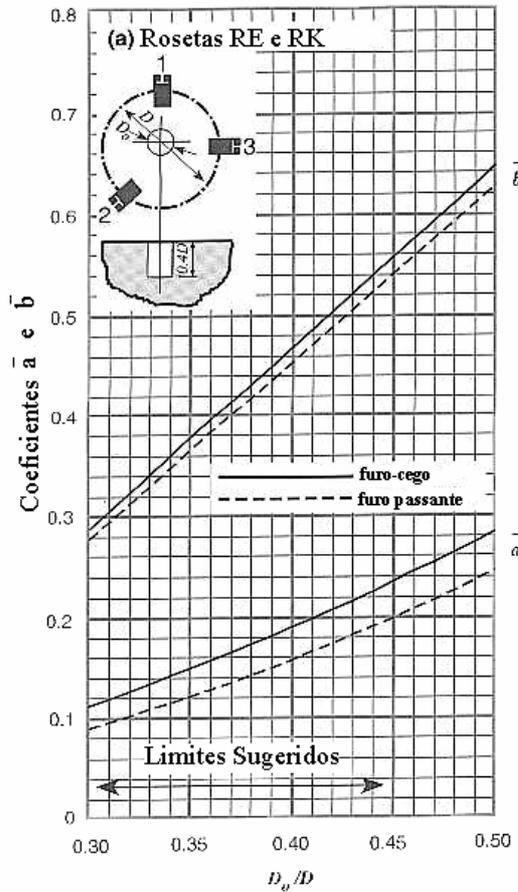


Figura 3.8 – Coeficientes de alívio \bar{a} e \bar{b} para furo-cego usinado de uma única vez.

É interessante destacar que o princípio da superposição foi utilizado implicitamente nas equações (3.36), ao se dizer que a mudanças nas deformações tem o mesmo valor que a diferença entre as deformações medidas antes e depois da usinagem do furo. Este princípio é largamente empregado para calcular numérica ou experimentalmente os coeficientes de alívio. Em decorrência disto será chamada de “metodologia Tradicional” à obtenção da mudança nas deformações através do princípio da superposição.

III.3.2 – Obtenção numérica dos coeficientes de alívio \bar{a} e \bar{b}

O método experimental proposto por Vigness, foi repetido numericamente utilizando-se o programa Ansys versão 6.0 University High Option [17]. O procedimento utilizado foi o seguinte:

- Construiu-se um modelo sem furo, chamado de “modelo-antes”;
- Carregou-se o “modelo-antes”;
- Executou-se o programa,
- Obtiveram-se os valores de deformação do “modelo-antes”, ϵ_a ;
- Construiu-se outro modelo similar ao primeiro, mas desta vez contendo um furo passante, chamado de “modelo-depois”;
- Carregou-se o “modelo-depois” com um carregamento idêntico ao do “modelo-antes”,
- Executou-se o programa;
- Obtiveram-se os valores de deformação do “modelo-depois”, ϵ_d ;

Foram extraídos os dados de deformação equivalentes a ϵ^1 e ϵ^3 , para o “modelo-antes” e “modelo-depois”. As equações (3.36) foram então utilizadas para calcular as mudanças nas deformações. De posse deste valores e, utilizando-se as equações próprias de cada modelo, foram extraídos os valores de \bar{A} e \bar{B} , através das equações (3.37). Finalmente, a partir das constantes do material utilizado no modelo de elementos finitos, obtiveram-se os valores de \bar{a} e \bar{b} , usando-se as equações (3.35).

Foi demonstrado por Schajer [14] que as deformações obtidas no modelo de elementos finitos podem ser integradas sob a área que corresponde ao extensômetro no modelo real, de forma a obter a deformação virtual média, ϵ^* , que corresponde àquela medida pelo extensômetro real. Para proceder esta integração, usam-se os valores dos deslocamentos nodais correspondentes ao início (ponto X_1) e ao fim (ponto X_2) do extensômetro, conforme a figura 3.9.

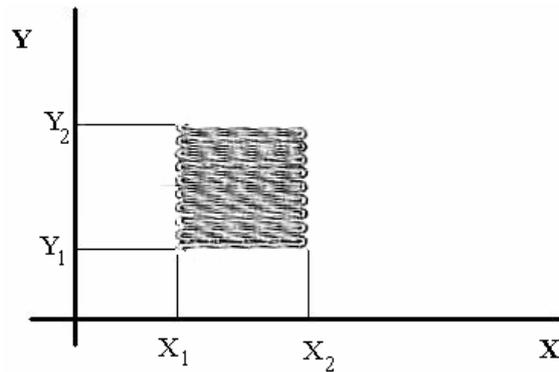


Figura 3.9 – Grade do extensômetro.

Segundo Schajer [13], o valor da deformação média ϵ^* sob a área do extensômetro é⁶:

$$\epsilon^* \approx \frac{\sum_{j=1}^n (U(X_2, Y_{(j)}) - U(X_1, Y_{(j)}))}{n(X_2 - X_1)} \quad (3.39)$$

onde os deslocamentos nodais são medidos em cada uma das n linhas da grade e j são as coordenadas de cada uma destas linhas.

Os valores de X_1 , X_2 e Y_1 , Y_2 seguem as dimensões apresentadas na figura 3.1. Assim, tem-se:

$$X_1 = Y_1 = 1.63 + 0.15 = 1.78 \text{ mm.}$$

$$X_2 = Y_2 = 1.78 + 1.59 = 3.37 \text{ mm.}$$

O diâmetro e a profundidade dos furos (no caso de furo-cego) foram normalizados com relação à r_m , de modo que se pudessem comparar os resultados deste trabalho com os da literatura.

É importante ressaltar que tanto os coeficientes para furo passante quanto para furo-cego já haviam sido alcançados num trabalho anterior, cujos resultados encontram-se no apêndice “A”, empregando-se elementos axissimétricos, tetraédricos e sólidos. Os resultados foram então comparados com os da Norma ASTM E 837 e os resultados obtidos por Schajer. À época deste primeiro

⁶ Refere-se ao deslocamento nodal $U(x)$, pois nesta posição o extensômetro mede a deformação $\epsilon(x)$.

trabalho, o elemento sólido gerou resultados inferiores aos outros dois para o caso de furo passante e não pôde ser aplicado para furo-cego devido a problemas construtivos. Entretanto, na execução do presente trabalho percebeu-se que, no caso do furo passante, o modelo sólido havia sido criado com uma espessura muito grande, $t \gg r$. Quando foi construído um modelo mais fino, os resultados foram excelentes, ou seja, os erros em relação ao K_t segundo Peterson foram de no máximo de 1%. No caso do furo-cego, com a utilização de uma nova versão do programa *Ansys*, além de um novo tipo de construção do modelo, os problemas acima citados foram superados e obtiveram-se resultados muito bons, ou seja, a diferença entre os coeficientes de alívio calculados e os da literatura foi da ordem de 2%. Assim, este elemento está qualificado para ser aplicado à simulação pelo método dos elementos finitos da técnica do furo-cego, conforme já havia sido demonstrado para os elementos axissimétrico e tetraédrico. Como o objetivo deste trabalho é avaliar a influência da plastificação na medição de tensões residuais pelo método do furo-cego, necessita-se de um elemento que suporte plastificação. Conforme está mostrado no apêndice “A”, o elemento axissimétrico gera resultados muito bons e é bastante econômico, entretanto não aceita plastificação sendo assim descartado. Desta forma, todos os resultados apresentados referem-se a modelos construídos com elementos sólidos.

Outra consideração importante é que os métodos apresentados neste trabalho, experimentais ou numéricos, consideram que o campo de tensões não varia com a profundidade. Em algumas situações práticas esta restrição não chega a ser problemática, pois se tem pequena variação da tensão com a profundidade. Entretanto, conforme visto no capítulo II, certos tratamentos termomecânicos induzem perfis de tensões residuais altamente não-uniformes. A técnica do furo-cego é aplicável nestes casos, porém os coeficientes de alívio têm valor e significado diferentes dos apresentados pela Norma ASTM E837. O apêndice “A” discorre brevemente sobre os métodos para se calcular tensões residuais cujo campo é consideravelmente não-uniforme na espessura.

III.4 – Aplicação do Método dos Elementos Finitos à Técnica do Furo-Cego.

A Norma ASTM E837 é basicamente relacionada à técnica do furo-cego para medir tensões residuais. Apenas nos casos em que a espessura do componente é pequena, $t \leq 2.4r_m$, a Norma recomenda a execução de um furo passante. Mesmo sendo um caso menos comum, é recomendável que o furo passante seja o primeiro caso a ser estudado, pois a distribuição de tensões em torno deste furo é muito mais simples que aquela em torno de um furo-cego. A partir dos resultados obtidos através da técnica de elementos finitos para furo passante será possível ajustar o grau de refino da malha, assim como ter uma idéia do que esperar para os modelos com furo-cego. Assim, o problema do furo passante será extensamente estudado nesta seção.

III.4.1 – Furo passante.

A seguinte análise foi realizada: com o objetivo de ajustar o modelo tridimensional, inicialmente constroeu-se um modelo bidimensional, sem furo e finalmente aplica-se a malha neste modelo. Inicialmente o elemento *Plane42* foi utilizado, mas seus resultados para modelos com furo tinham se mostrado ruins, assim optou-se pelo elemento *Plane 82*. Na figura 3.10 estão apresentados os elementos utilizados neste trabalho.

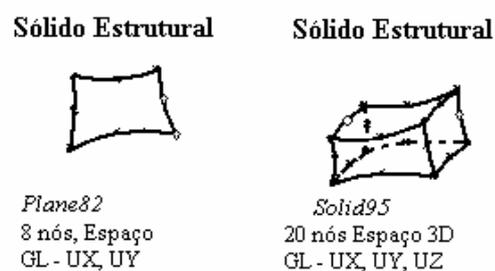


Figura 3.10 – Elementos utilizados nas análises subseqüentes.

Foi construída no programa *Ansys* uma placa contendo um furo tendo as seguintes dimensões:

$$r = 0.4 r_m = 1.028 \text{ mm}$$

$$\text{Largura} = 100 \text{ mm}$$

Esta geometria se aproxima da condição de placa infinita e nesse caso o fator de concentração de tensões para carregamento uniaxial, K_t^7 , vale 3,01, segundo Peterson. A tensão nominal aplicada foi $\sigma_y = 20.7\text{MPa}$.

Neste trabalho, optou-se por um tipo de malha chamado de “malha mapeada”, a qual se aplica às regiões de geometria uniforme, tais como retângulos, triângulos e semicírculos. A malha mapeada é mais econômica e mais controlável que malha comum. Na figura 3.11 mostra-se o modelo sem malha, para facilitar a visualização. Nesta figura os três retângulos mostrados correspondem aos extensômetros no modelo real. Como foi desenhado apenas $\frac{1}{8}$ do modelo, o extensômetro 2 foi rebatido, da posição 135° para a posição 45° .

Devido ao rebatimento, o extensômetro 2 foi desenhado um pouco menor que o real, pois do contrário ele se sobreporia aos outros dois, conforme demonstrado na figura 3.12. A região em cinza é claramente não uniforme e, portanto não pode ser preenchida com a malha mapeada enquanto as regiões em azul serão preenchidas com este tipo de malha. Na figura 3.13 é mostrado o modelo após a aplicação da malha.

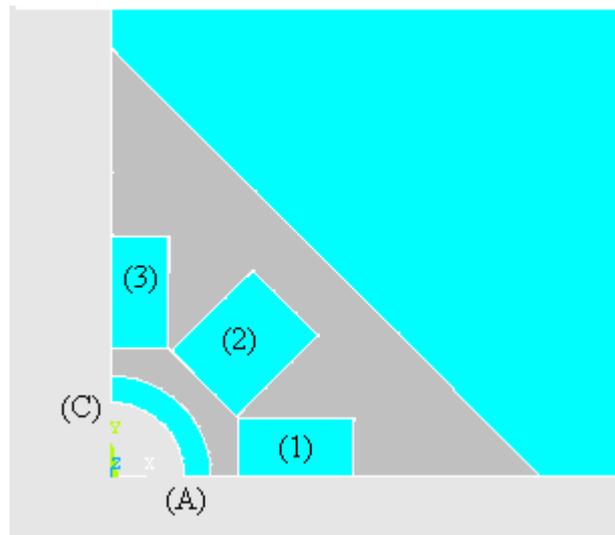


Figura 3.11 – Detalhe do modelo bidimensional que será preenchido com malha mapeada. O ponto (A) é o de máxima tensão e no ponto (C) a tensão é igual em módulo à tensão nominal.⁸

⁷ Refere-se a definição segundo a área bruta.

⁸ Para placa infinita.

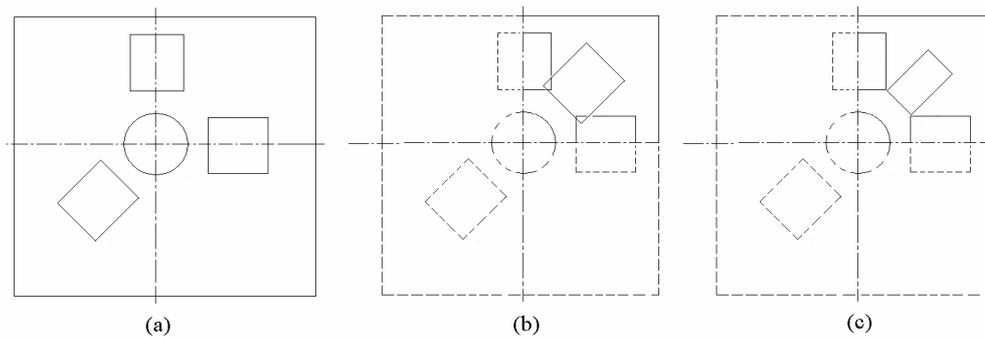


Figura 3.12 – Representação esquemática do rebatimento do extensômetro 2 e posterior redução do mesmo: (a) porção de material com a roseta colada, (b) devido à simetria, apenas $\frac{1}{4}$ do componente precisa ser modelado. Assim, o extensômetro 2 é rebatido, ficando no entanto, superposto aos outros dois, (c) redução do extensômetro 2.

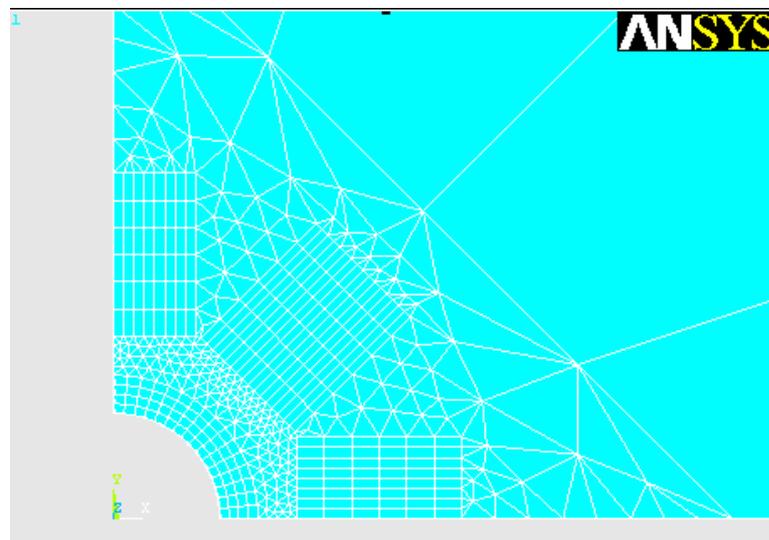


Figura 3.13 – Detalhe do modelo bidimensional depois de aplicada a malha mapeada.

Para avaliar se o modelo gerava bons resultados, foi aplicada tensão uniaxial no eixo y e foram analisados primeiro os resultados dos pontos (A) e (C). Assim, comparava-se o coeficiente de concentração de tensões obtido numericamente com os resultados obtidos por Kirsch [12-14] e Peterson [7]. Obtiveram-se então resultados de K_t excelentes, além de um perfil de tensão cisalhante próximo a zero, conforme esperado. O próximo passo foi averiguar se este modelo era bom para empregar em simulações da técnica do furo. Assim, foram obtidas as deformações nos extensômetros 1, 2 e 3 e de posse destes dados foram utilizados os coeficientes de alívio e as equações (3.33) de forma a calcular a tensão σ_y aplicada.

Um comentário é importante neste ponto: foi utilizada neste trabalho uma metodologia mais simples que a proposta por Schajer para obter as deformações sob o extensômetro, a qual é apresentada na equação (3.39). No programa *Ansys* é possível selecionar uma determinada área e em seguida, selecionar os nós conectados àquela área. Assim, foram selecionadas as áreas e os nós referentes aos extensômetros 1 e 3, sendo então listadas suas deformações ϵ_x e ϵ_y respectivamente. Fazendo-se a média destas deformações, obtiveram-se as deformações, ϵ_1 e ϵ_3 . Verificou-se que os valores de deformações encontrados desta forma são iguais aos obtidos a partir dos deslocamentos nodais. No caso do extensômetro 2, o procedimento foi um pouco diferente. Como pode ser observado na figura 3.14, as deformações ϵ_x e ϵ_y dos nós daquele extensômetro não representam a deformação medida por um extensômetro real. À primeira vista, pode parecer que basta utilizar os valores de deformação radial. Entretanto, uma observação mais atenta indica que esta deformação só é válida para os nós da linha de centro do extensômetro. Assim, a deformação do extensômetro 2 foi obtida a partir da média dos valores de deformação dos nós da sua linha de centro.

Finalmente, para avaliar o modelo, as tensões calculadas foram comparadas a tensão aplicada e então foi calculado o erro do modelo numérico, de agora em diante chamado de “erro-numérico”, como mostrado abaixo:

$$e_{\text{num}} = \frac{\sigma_{\text{obtida}}}{\sigma_{\text{aplicada}}} \times 100 \quad (3.40)$$

Para o modelo bidimensional, mesmo com as simplificações adotadas, foi constatado que o erro-numérico é em média 1 %.

Estando o modelo bidimensional ajustado, passou-se ao modelo tridimensional. A espessura é um fator preponderante neste modelo, pois se a relação t/r entre a espessura do modelo e o raio sendo usinado for alta, podem ocorrer variações significativas no valor da tensão máxima, alterando assim, as deformações lidas pelo extensômetro. Peterson [7] estudando concentração de tensões em placas com furo, indica a relação $t/r = 0.75$ como satisfatória para

garantir uniformidade no valor das tensões máximas na espessura da placa. No apêndice “B” apresenta-se um estudo detalhado da influência da espessura nos fatores de concentração de tensão e o valor indicado por Peterson é verificado. Assim, foi construída uma placa fina tendo $t/r \leq 0.75$, mantendo-se as outras dimensões iguais às da placa bidimensional e substituindo-se o elemento *Plane82* pelo *Solid95*.

Devido à simetria, foi modelada apenas $1/8$ do modelo e impostas as devidas condições de contorno. Na figura 3.14 está apresentado esquematicamente o modelo sólido, assim como as condições de contorno e carregamento aplicados.

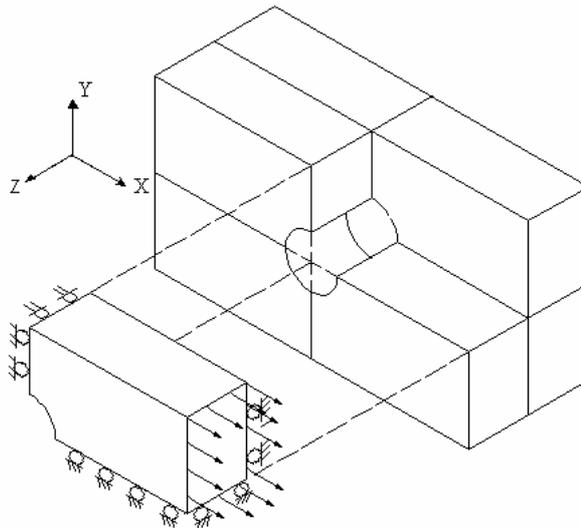


Figura 3.14 – Representação esquemática do quadrante analisado⁹, do modelo tridimensional, condições de contorno e carregamento.

Seguindo a análise realizada para modelos bidimensionais, primeiro verificou-se os valores da tensão nos pontos (A) e (C) da figura 3.12. Observou-se também se havia variação de σ_{\max} ao longo da espessura e foi constatado que tal variação era sempre desprezível. Novamente foi analisada a aplicabilidade deste modelo à técnica dos furo, calculando-se a tensão aplicada σ_y a partir das resposta de deformação dos extensômetros, obtendo-se um erro-numérico da ordem de 1%, da mesma forma que ocorreu para o modelo bidimensional

É interessante entender como a tensão e a deformação variam ao longo dos eixos transversal e longitudinal do modelo. Na figura 3.15 apresentam-se os valores de tensão na direção y de uma placa carregada uniaxialmente com $\sigma_y = 20.7 \text{ MPa}$. Observa-se que a tensão atuante sob a área do extensômetro 1 é praticamente a tensão nominal aplicada e nos outros extensômetros a tensão é menor que a aplicada. Assim, pode-se concluir que ocorre um rápido decaimento no valor das tensões máximas ao longo do eixo longitudinal do modelo e, portanto, as tensões as quais o extensômetro está submetido são bem menores que aquelas previstas pelo K_t .

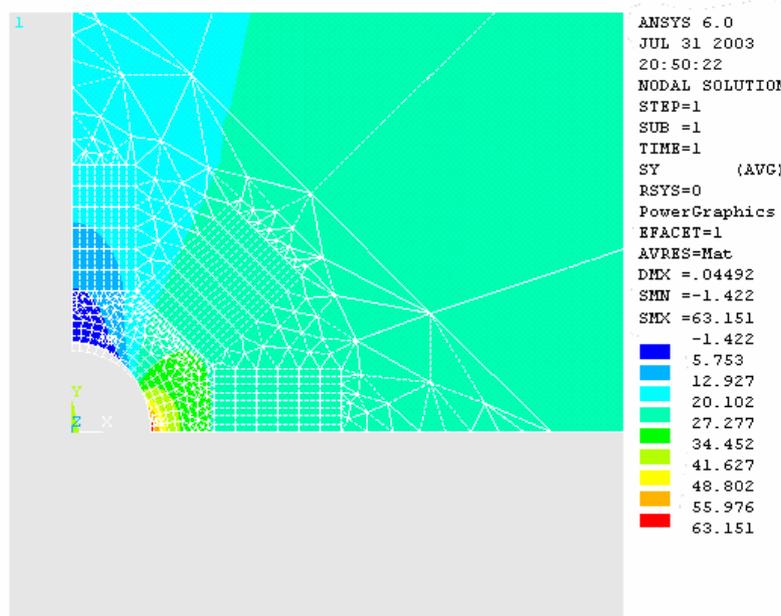


Figura 3.15 – Tensões na direção y em uma placa submetida a um estado uniaxial de tensões, sendo $\sigma_y = 20.7 \text{ MPa}$

Na figura 3.16 mostra-se uma vista da porção de material abaixo dos extensômetros e na figura 3.17, mostra-se a distribuição da tensão nesta região. Estas figuras demonstram que não há variação significativa das tensões ao longo da espessura do material. Isto já era de se esperar, uma vez que a espessura foi cuidadosamente escolhida para evitar tais variações.

⁹ A espessura foi exagerada para facilitar a visualização.

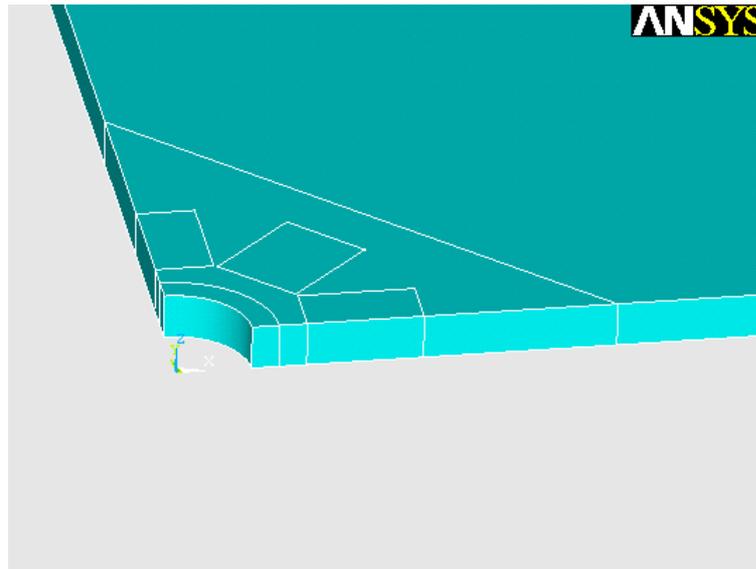


Figura 3.16 – Vista inferior da região dos extensômetros.

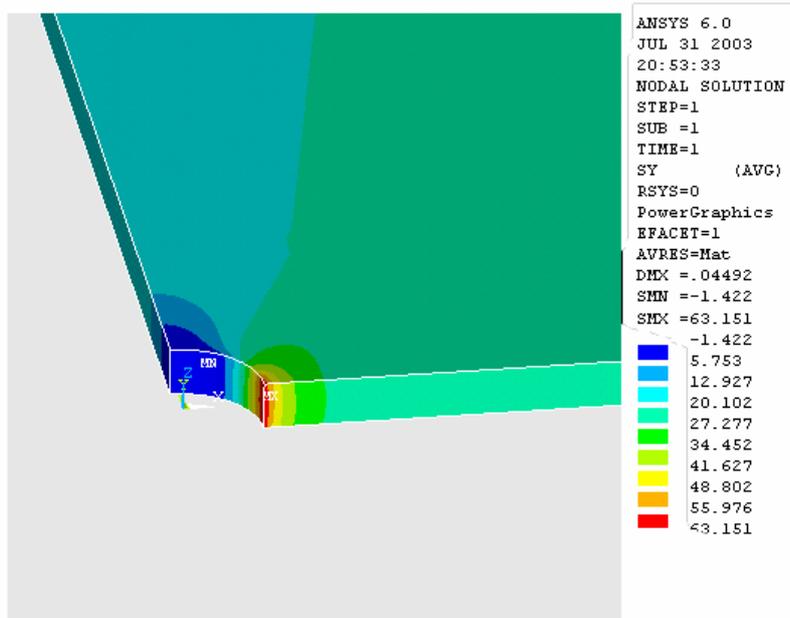


Figura 3.17 – Tensões σ_y em uma placa submetida a um estado uniaxial de tensões, sendo $\sigma_y = 20.7\text{MPa}$, vistas pela parte inferior dos extensômetros.

É importante também analisar a susceptibilidade do modelo a carregamentos diferentes do uniaxial. Como será visto um pouco adiante, em casos elásticos o modelo não responde exatamente da mesma forma a carregamentos diferentes. Portanto, nos casos plásticos podem ocorrer diferenças mais (ou menos) significativas. Assim, é conveniente introduzir agora a nomenclatura que será

usada em todo o trabalho. Chama-se razão de biaxilidade, a relação entre as tensões principais:

$$\Omega = \frac{\sigma^1}{\sigma^3} \quad (3.41)$$

onde:

σ^1 – é a tensão na direção do extensômetro 1,

σ^3 – é a tensão na direção do extensômetro 3.

A figura 3.18 mostra esquematicamente a tensões σ^1 e σ^3 , aplicadas nas direções 1 e 3.

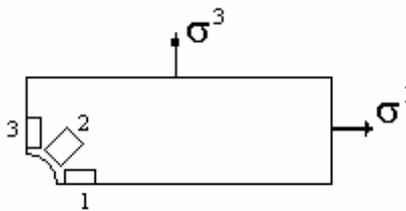


Figura 3.18 – Tensões σ^1 e σ^3 em uma placa contendo um furo.

Foram usados os seguintes valores de Ω :

$\Omega = 1$ representando o caso biaxial

$\Omega = 0$ representando o caso uniaxial e

$0 > \Omega > 1$ representando um caso geral. Neste trabalho foi usado $\Omega = 0.5$.

Outro fator importante a ser analisado é o ângulo que essas direções fazem com os extensômetros. No entanto, para restringir o escopo deste trabalho este fator não foi variado e as tensões foram sempre aplicadas nas direções dos extensômetros 1 e 3.

Os resultados obtidos para os erros encontrados variando-se Ω serão apresentados a seguir juntamente com os resultados encontrados para placas com furo-cego.

III.4.2 – Furo-cego

A metodologia apresentada para furo passante para medição de tensões residuais será aplicada ao caso de furo-cego com as devidas adaptações. Como se trata de furo-cego, não há mais a simetria no eixo z, mostrada na figura 3.15 e, além disso, o modelo deve ter espessura suficiente para evitar efeitos de borda. Segundo Vigness a espessura mínima desejável é $t \geq 2.5r_m$ e esta espessura foi a empregada. Novamente, o raio tem valor de $0.4 r_m$ e serão analisados furos com profundidades de 0.2, 0.4, 0.6., 0.8 e 1.0 r_m . Para cada uma destas profundidades, será verificada a relação entre a tensão aplicada e a tensão calculada através das deformações obtidas e dos coeficientes apropriados. A Norma ASTM E837 recomenda que o furo-cego não seja executado de uma única vez e sim em vários passes. O objetivo deste procedimento é avaliar se o campo de tensão residual é uniformemente distribuído na espessura do componente. A partir da normalização das deformações medidas em cada passe e seguindo a Norma é possível avaliar se o campo é uniforme ou não e, por conseguinte se é possível ou não aplicar o procedimento da Norma. Em caso negativo, há na literatura procedimentos que podem ser aplicados em substituição à Norma. Neste capítulo, avaliaram-se furos-cegos com as profundidades citadas acima sendo “usinados” numericamente num só passe, pois os carregamentos aplicados eram homogêneos e, portanto não há razão para averiguar este item.

Nas figuras 3.19, 3.20 e 3.21, mostram-se o modelo inteiro sem a malha e posteriormente o detalhe da região do furo-cego sem malha e com malha.

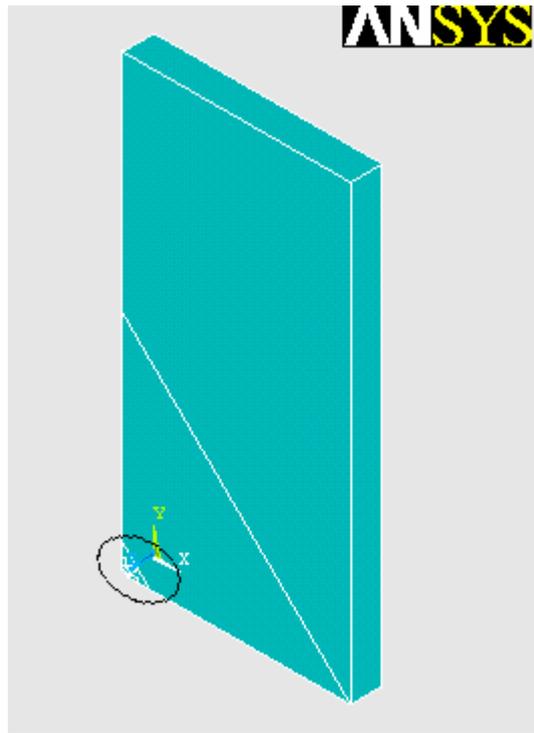


Figura 3.19 – Modelo tridimensional a ser usado para furo-cego.

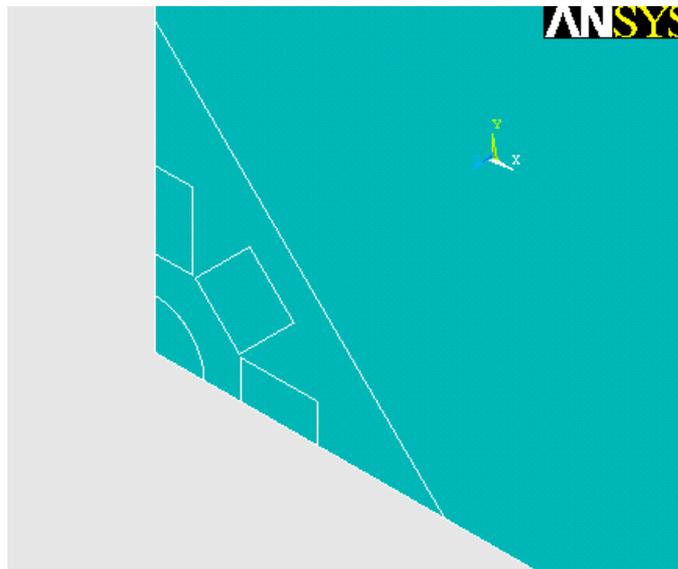


Figura 3.20 – Detalhe do modelo tridimensional, antes da “usinagem” do furo e da aplicação da malha.

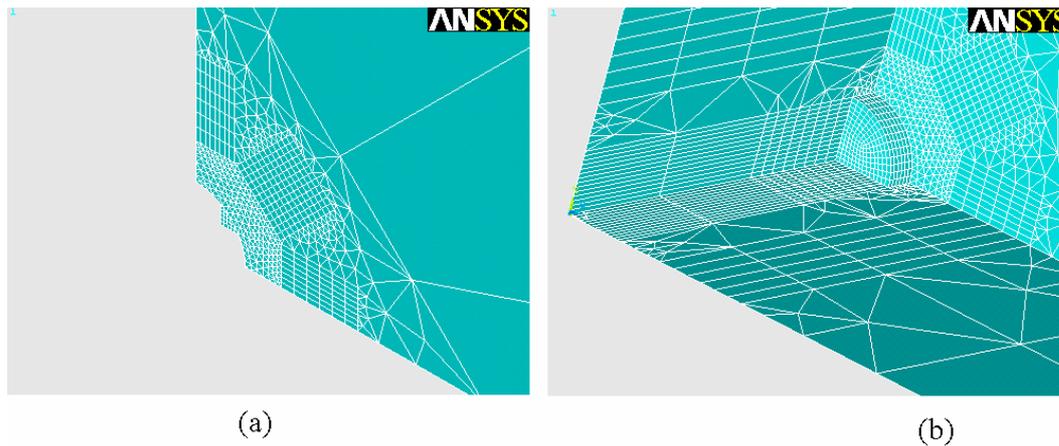


Figura 3.21 – Detalhes do modelo tridimensional, (a) antes e (b) depois da “usinagem” de um furo com $p = 0.2 r_m$.

Similarmente ao que se fez para furo passante, o modelo com furo-cego foi testado aplicando-se os três diferentes Ω s e calculando as tensões aplicadas. A seguir foi calculado o erro do modelo numérico, ou seja, a diferença entre a tensão aplicada e a calculada conforme equação (3.40). Na tabela 3.1 mostram-se os erros obtidos para furo passante e furo-cego.

Tabela 3.1 – Erros-numéricos (%), e_{num} , encontrados no cálculo da tensão aplicada para furo passante e furo-cego.

	erro-numérico				
	$\Omega = 0$	$\Omega = 0.5$		$\Omega = 1$	
profundidade	σ^3	σ^1	σ^3	σ^1	σ^3
$p=0.2 r_m$	-2.0	-1.0	2.1	-0.1	6.1
$p=0.4 r_m$	0.1	-0.5	0.8	3.2	-3.9
$p=0.6 r_m$	0.6	-0.2	0.1	2.5	-2.1
$p=0.8 r_m$	-0.1	-0.1	0.1	-1.5	1.6
$p=1.0 r_m$	0.0	-0.1	0.4	-0.9	1.3
Passante	0.0	0.1	-0.1	-2.0	0.4

Pode-se perceber que os erros-numéricos são bastante baixos, sendo que para $\Omega=1$ os valores foram um pouco maiores, mesmo assim o modelo está qualificado para ser utilizado em análises futuras. Percebe-se também que os resultados para a profundidade $p = 0.2 r_m$, são um pouco piores que os demais. A provável razão é que o fundo dos furos-cegos foi construído como canto vivo,

conforme pode ser observado na figura 3.21 (b). Desta forma, próximo à quina ocorre uma perturbação nos valores da tensão máxima. No caso de $p = 0.2 r_m$, esta perturbação afeta mais as medições dos extensômetros, por estar mais próxima a estes, portanto os resultados são um pouco piores. Para averiguar esta afirmação foram realizadas duas simulações, uma delas tendo o fundo do furo adoçado e a outra apenas refinando a região do furo. Estas simulações foram aplicadas aos furos com $p = 0.2$ e $1.0 r_m$.

No caso dos furos com adoçamento, para $p = 1.0 r_m$ foram encontrados praticamente os mesmos resultados nos modelos com e sem adoçamento. Por outro lado, para $p = 0.2 r_m$, houve uma diminuição nos erros-numéricos de 6.1 e 0.7% para 2.6 e -2.3 %. Estes números indicam que o modelo adoçado é melhor que o não adoçado, mesmo assim, a diferença só é significativa para $p = 0.2 r_m$. No caso do modelo mais refinado, para $p = 0.2 r_m$, os erros-numéricos foram de 0.9 e -3.9 % e para $p = 1.0 r_m$, não foi possível refinar mais o modelo, devido à capacidade do programa *Ansys*. Assim, observa-se que tanto o adoçamento quanto o refino da malha melhoram os resultados para $p = 0.2 r_m$. No entanto, como estes modelos consomem mais elementos e, por conseguinte mais tempo computacional que o modelo que já vinha sendo usado, estes não serão utilizados nas análises relativas à plasticidade. Entretanto, no momento de realizar tais análises, é preciso ter em mente que o modelo não adoçado, pode carregar erros-numéricos de até 6 % no caso de $p = 0.2 r_m$.

Conforme foi apresentado para furo passante, nas figuras subsequentes será mostrada a variação da tensão σ_y , transversal e longitudinalmente. Na figura 3.22 apresentam-se as tensões σ_y numa placa com um furo-cego tendo $p = 0.2 r_m$. É importante notar que o valor da tensão máxima no caso do furo-cego, $\sigma_y = 48.43$ MPa, é menor que para furo passante, $\sigma_y = 63.14$ MPa, para a mesma tensão nominal. No entanto, observando a vista inclinada da figura 3.24 percebe-se uma pequena variação do valor da tensão ao longo da profundidade do furo. As figuras 3.24 e 3.25 mostram a vista inclinada e a distribuição das tensões respectivamente.

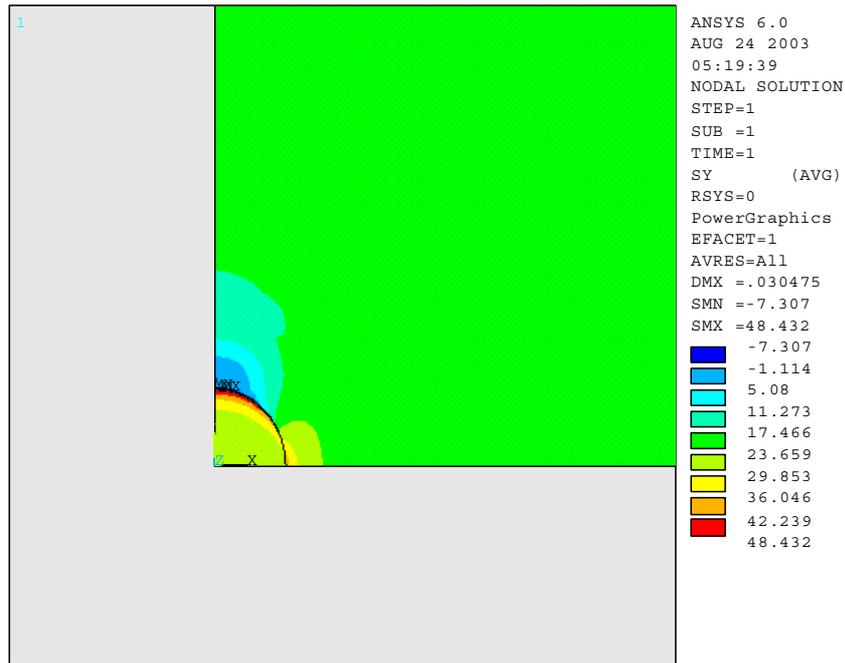


Figura 3.22 – Tensões na direção y numa placa contendo um furo não passante, $p=0.2r_m$, submetida a $\sigma_y = 20.7\text{MPa}$. Vista frontal.

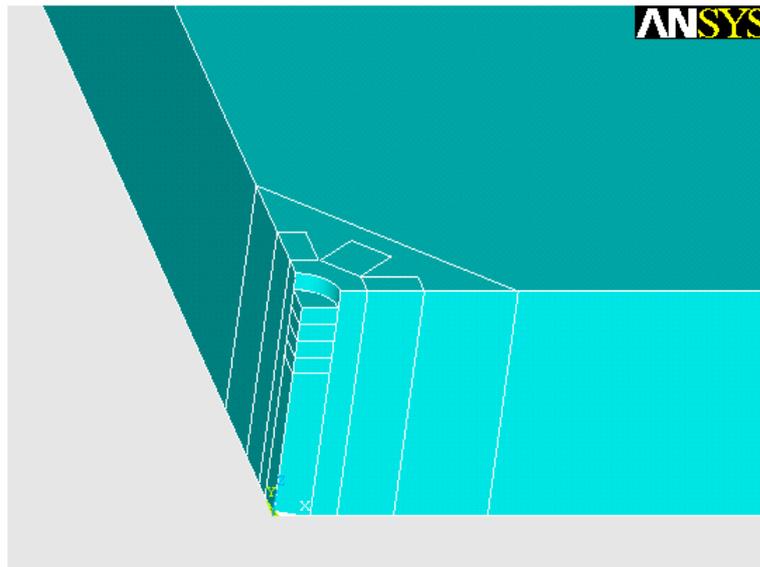


Figura 3.23 – Vista da região inferior dos extensômetros.

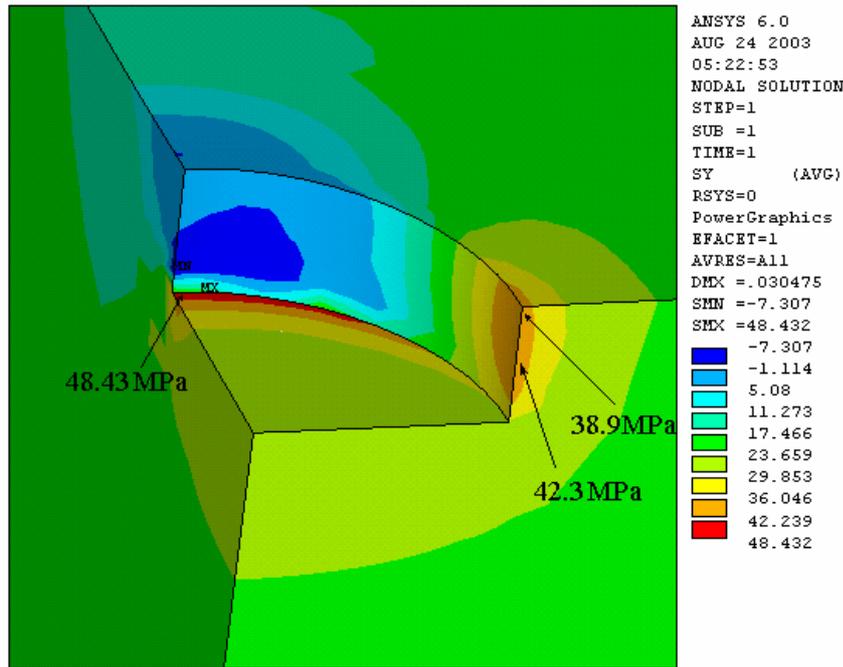


Figura 3.24 – Tensões σ_y , numa placa com furo-cego, $p = 0.2 r_m$, vista abaixo dos extensômetros, tendo $\sigma_y = 20.7$ MPa.

Pela figura 3.24, tem-se que o valor da tensão na borda do furo é 38.9 MPa enquanto um pouco abaixo da superfície este valor chega à 42,30 MPa¹⁰. Desta forma, parece interessante apresentar um fator de concentração de tensão também para furo-cego, assim com se fez para furo passante. Para profundidade $p = 0.2 r_m$, pode-se dizer que o é “ K_t ”:

$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{nom}}} = \frac{42.30}{20.71} = 2.04$$

ou seja, menor que o valor de furo passante, $K_t = 3.01$.

Assim, espera-se que um furo-cego não cause a mesma perturbação para os extensômetros que um furo passante, o que é confirmado pelas figuras 3.15 e 3.17, 3.22 e 3.24 nas quais fica claro que a região perturbada pelo furo é maior no caso passante. Entretanto, devido à espessura da placa e a profundidade do furo-

¹⁰ A figura mostra uma tensão de 48.32MPa, valor causado pela presença do canto vivo. Quando se refina a malha, ou mesmo se faz o adoçamento, este valor aumenta ainda mais. Entretanto, como estes valores são muito localizados, os valores de deformações medidos pelos extensômetros são pouco influenciados. Além disso, estes valores vão de encontro ao esperado, pois nesta região a tensão deveria tender a zero. Assim, estes valores altos de tensão serão desprezados.

cego, ou melhor, a relação entre estas grandezas, pode haver variações consideráveis no valor da tensão ao longo da profundidade do furo. É provável que a variação da tensão com a profundidade, observada na figura 3.24, seja ainda maior para as demais profundidades. Para que se possa avaliar em que casos a tensão varia consideravelmente, é preciso calcular a relação raio/profundidade para cada uma das profundidades modeladas. O raio do furo vale $0.4r_m$ e as profundidades modeladas foram $p = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ e $1.0 r_m$. Assim, a relação entre a profundidade do furo e o seu raio para cada profundidade é:

$$\frac{p}{r} = \frac{0.2r_m}{0.4r_m} = 0.5$$

$$\frac{p}{r} = \frac{0.4r_m}{0.4r_m} = 1.0$$

$$\frac{p}{r} = \frac{0.6r_m}{0.4r_m} = 1.5$$

$$\frac{p}{r} = \frac{0.8r_m}{0.4r_m} = 2.0$$

$$\frac{p}{r} = \frac{1.0r_m}{0.4r_m} = 2.5$$

Somente para $p = 0.2 r_m$, a relação $\frac{t}{r}$ é menor que a relação aconselhada por Peterson [7], $\frac{t}{r} = 0.75$, para garantir que não haja variações consideráveis no valor da tensão máxima em placas com furo, submetidas a carregamento uniaxial. Isto está de acordo com a pequena variação observada para esta profundidade, conforme mostrado na figura 3.24. Para as outras profundidades tem-se a relação $\frac{t}{r}$ é maior que a recomendada, 0.75. Assim, é provável, que se encontrem no interior do furo, tensões maiores que as encontradas na superfície deste. Na tabela 3.2, estão apresentados os valores de σ_y na borda do furo, juntamente σ_{max} no interior do furo para $\Omega = 0$ e $\Omega = 1$. No Apêndice “B” discorre-se mais extensamente sobre a variação das tensões com a profundidade para o caso de furo passante.

Tabela 3.2 – Valores de σ_{max} na borda e no interior do furo.

	$\Omega = 0$		$\Omega = 1$	
	Borda	Interior	Borda	Interior
$p = 0.2 r_m$	38.9	40.7	32.2	32.2
$p = 0.4 r_m$	44.7	49.7	38.4	38.4
$p = 0.6 r_m$	47.76	54.35	41.1	41.1
$p = 0.8 r_m$	49.3	57.5	42.3	42.3
$p = 1.0 r_m$	59.6	50.1	42.8	42.8

Pode-se observar da tabela que à medida que a profundidade do furo aumenta, ocorre uma maior variação de σ_y . Além disso, fica claro que para $\Omega = 1$, não ocorre variação independente da profundidade do furo. Nas figuras 3.25 e 3.26 se apresentam as tensões σ_y no caso de $p = 1.0 r_m$. Percebe-se que as tensões são maiores que para profundidade $p = 0.2 r_m$, o que já era de se esperar, pois à medida que se aumenta a profundidade tende-se para os resultados obtidos em furo passante. Pode-se notar ainda como o valor da tensão máxima varia com a profundidade, pois na borda do furo a tensão máxima vale 50.1MPa enquanto um pouco abaixo deste ponto, mas não no fundo do furo, este valor chega a 59.9 MPa, conforme foi mostrado na tabela 3.2.

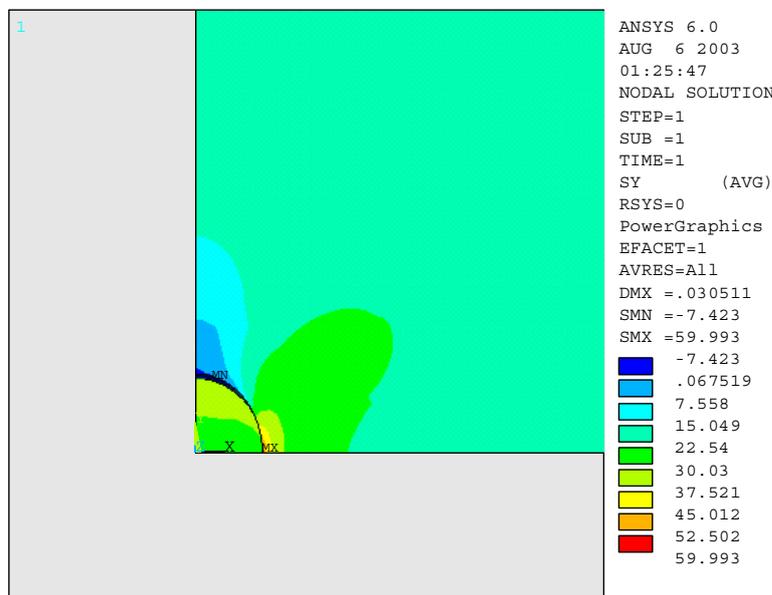


Figura 3.25 - Tensões σ_y , numa placa com furo-cego, $p = 1.0 r_m$, submetida a estado de tensões uniaxial, $\sigma_y = 20.7\text{MPa}$

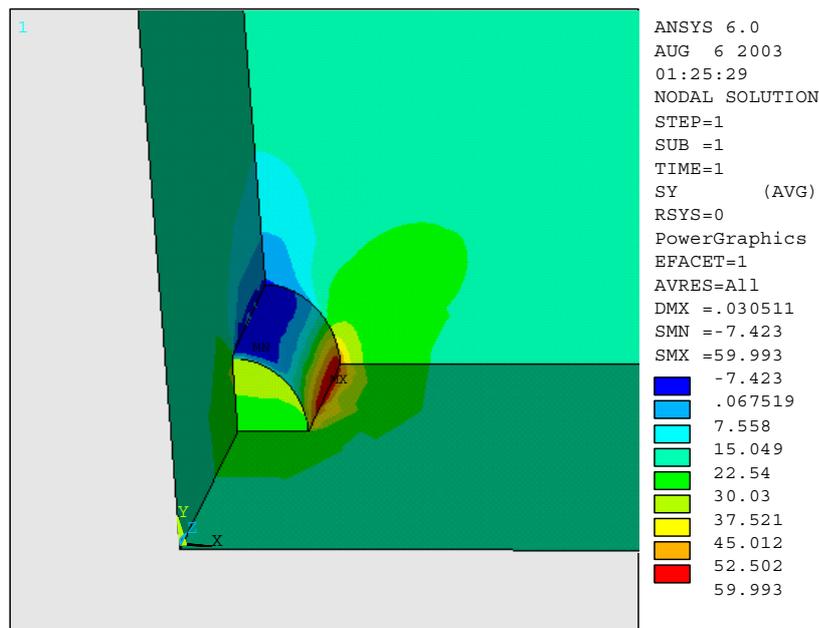


Figura 3.26 – Tensões σ_y , numa placa com furo-cego, $p=1.0r_m$, submetida a estado de tensões uniaxial, $\sigma_y = 20.7\text{MPa}$. Vista da região inferior aos extensômetros.

Até o momento só foram apresentados resultados referentes às tensões e nada foi mostrado com relação às deformações, pois estes resultados são mais difíceis de representar. As figuras até agora apresentadas são geradas pelo próprio programa *Ansys*, que disponibiliza a opção de escolher qual resultado vai ser mostrado. Assim no caso das tensões o que se queria demonstrar era a variação da tensão σ_y e portanto esta foi a tensão escolhida. No caso das deformações, o interessante é mostrar o que cada extensômetro mede, e para tanto deveriam ser escolhidas as deformações radiais. No entanto, conforme explicado na seção IV.3.2.1, estas deformações só representam o que o extensômetros real mede, na linha de centro do extensômetro virtual. Portanto, serão apresentadas as deformações radiais ao longo das linhas de centro dos extensômetros 1 e 3, para furo passante e cego com $p = 0.2$ e $1.0 r_m$. Convém lembrar que o raio do furo é 1.028 mm . A linha referente aos extensômetros vai de 1.78 a 3.37mm e está destacada nos gráficos bem como a linha referente ao furo.

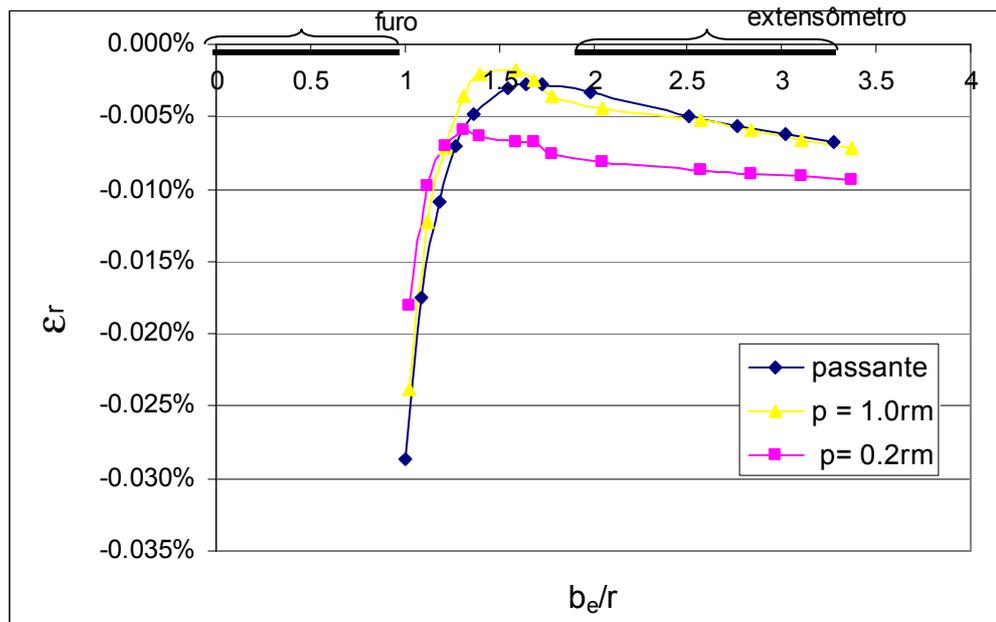


Figura 3.27 – Deformações radiais ao longo da largura, extensômetro 1, em placas contendo furos passantes e cegos, submetida a estado de tensões uniaxial, $\sigma_y = 20.7$.

Nas duas figuras, percebem-se diferenças consideráveis nos valores das deformações. Na borda do furo, os valores mais representativos são aqueles da placa com furo passante, o que era esperado pelos valores maiores das tensões. No caso, do extensômetro 1, o valor mínimo alcançado na borda tende rapidamente para um valor constante, independente do tipo de furo. Já no extensômetro 3, observa-se uma inversão nos valores de maior deformação; na borda do furo o caso passante tem os maiores valores enquanto o sob o extensômetro os valores maiores são para o furo com $p = 0.2 r_m$.

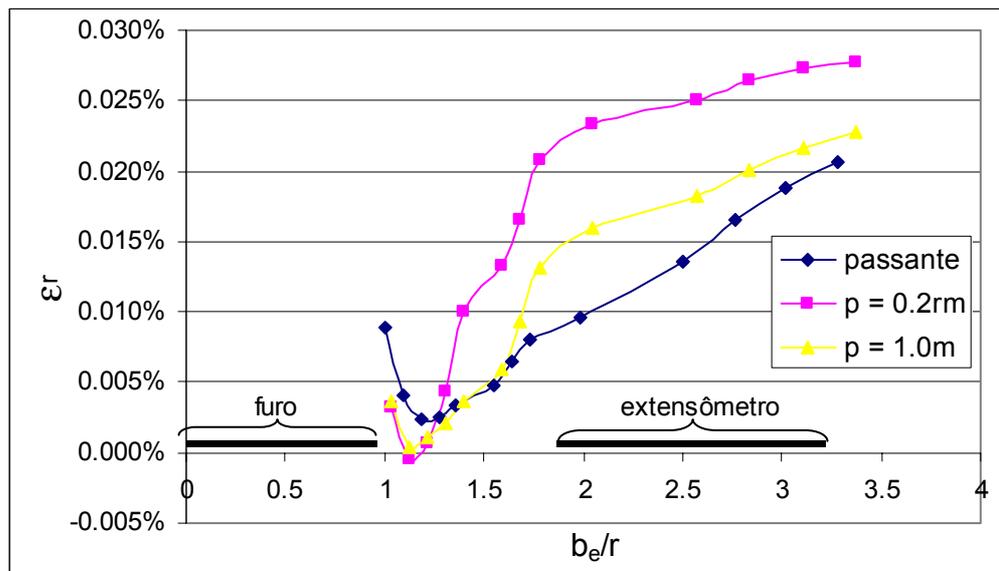


Figura 3.28 – Deformações radiais ao longo do comprimento, extensômetro 3, em placas contendo furos passantes e cegos, submetida a estado de tensões uniaxial, $\sigma_y = 20.7\text{MPa}$.

Apesar de interessante, no momento essa comparação entre as deformações dos três casos, não é fundamental. É mais importante perceber que há diferenças no comportamento dos três furos e ter em mente este comportamento no momento em que ocorra plastificação na borda do furo.

No capítulo 5, será apresentado o problema da influência da plasticidade na medição de tensões residuais pela técnica do furo-cego. As figuras que apresentam a variação longitudinal e transversal das tensões σ_y serão repetidas para o caso plástico assim como os gráficos que mostram a variação da deformação radial.