7
Referências bibliográficas

Blanchard, Olivier J. e Charles M. Kahn, *The Solution of Linear Difference Models Under Rational Expectations*, Econometrica, 48, pp. 1305-10, 1980.

Calvo, Guillermo, *Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework*, Journal of Monetary Economics, 12, pp. 383-98, 1983.

Clarida, Richard, Jordi Galí e Mark Gertler, *The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective*, Journal of Economic Literature, vol. 37, 1661-1707, dezembro, 1999.

Giambiagi, Fábio, *Do déficit de metas às metas de déficit:a política fiscal do governo Fernando Henrique Cardoso – 1995/2002*. Texto para Discussão BNDES nº 93, abril, 2002.

King, Robert G. e Mark W. Watson, *The Solution of Singular Linear Difference Systems Under Rational Expectations*, International Economic Review, vol. 39, nº 4, pp. 1015-26, novembro, 1998.

Rotemberg, Julio J. e Michael Woodford, *An Optimization-Based Economic Framework for the Evaluation of Monetary Policy*, in. NBER Macroeconomics Annual, ed. Ben Bernanke e Julio J. Rotemberg, Cambridge, MIT Press, 1997.

Rotemberg, Julio J. e Michael Woodford, *Interest Rate Rules in an Estimated Sticky Price Model*, in. Monetary Policy Rules, ed. John B. Taylor, University of Chicago Press, 1999.

Woodford, Michael, *Optimal Monetary Policy Inertia*, NBER Working Paper, nº 7261, julho, 1999.

Woodford, Michael, *A Neo-Wicksellian Framework*, não-publicado, Princeton University, março, 2002a. (http://www.princeton.edu/~woodford/chapter4.pdf)

Woodford, Michael, *Inflation Stabilization and Welfare*, não-publicado, Princeton University, março, 2002b. (http://www.princeton.edu/~woodford/chapter6.pdf)

Apêndice 1

Nesta seção é apresentada a solução para o problema dos produtores no modelo completo, tal como definido no Capítulo 3, que incorpora rigidez nominal de preços. Seguindo o padrão de modelagem neo-keynesiano, as equações estruturais do modelo serão obtidas a partir de condições de otimização, baseada em princípios microeconômicos. A solução do problema do produtor irá ser representada por uma curva de oferta agregada, também conhecida como curva de Phillips neo-keynesiana.

O problema do produtor é maximizar o fluxo (descontado) esperado de lucros. Como o produtor exerce poder de monopólio sobre os bens que produz, é capaz de estabelecer seu preço de venda. No entanto, o problema incorpora também a hipótese de rigidez nominal de preços. Assim, embora o produtor deseje trabalhar com um determinado preço, fatores *exógenos*, que impedem a perfeita flexibilidade dos preços, podem obrigá-lo a operar num preço diferente do desejado. O problema centra-se, então, na especificação do esquema de rigidez de preços adotado. Embora sejam possíveis diferentes tratamentos para a rigidez nominal de preços, neste trabalho é adotado o formato padrão proposto por Calvo (1983). A cada período, uma parcela $\alpha \in (0,1)$ dos bens é sorteada para manter os seus preços inalterados em relação aos cobrados no período anterior. Os demais preços, referentes a uma parcela $1-\alpha$ dos bens, podem ser reajustados livremente. A característica conveniente desse mecanismo de ajuste estilizado é tornar a probabilidade de uma determinada firma poder reajustar seu preço a cada período independente do número de períodos decorridos desde o seu último reajuste e também da defasagem entre o preço praticado e o desejado. Como já foi exposto na apresentação do modelo, o esquema de ajustes dos preços proposto por Calvo é apenas um artifício matemático que permite tratar de forma simples o problema. Ou seja, não tem qualquer pretensão de retratar a forma como a rigidez de preços se apresenta na realidade.

Para um produtor individual, o problema é simples. Caso não seja *sorteado* irá desejar escolher um preço ótimo para seu produto, baseado no critério de maximização dos lucros esperados e, caso contrário, o preço em vigor permanecerá inalterado. Entretanto, a existência do esquema de rigidez de preços altera o problema enfrentado pelo produtor. Para ficar mais claro, a equação (A1.01) representa a função objetivo para o agente no caso de inexistência de rigidez de preços (a variável $ct_t(z)$ representa o custo total de produção em termos reais). Ou seja, o produtor irá estabelecer o nível ótimo de preço para cada instante de tempo t com o objetivo de maximizar o fluxo futuro esperado de lucros. A equação (A1.02) representa o problema a ser resolvido por um produtor que enfrenta um esquema tal como proposto por Calvo.

Enquanto um produtor que não enfrenta qualquer restrição à flexibilidade de preços procura estabelecer uma trajetória ótima de preços, para cada período do tempo, o produtor que opera no outro mundo, com restrições à liberdade de fixação de preços, resolve um problema diferente, qual seja, deve determinar o preço de seu produto no período corrente tendo em mente que este preço pode permanecer inalterado por um período de tempo indeterminado. Ou seja, a questão relevante para um produtor individual é escolher o preço de seu produto em t na situação em que este mesmo preço esteja em vigor num período $t+j$. Como a probabilidade que seu produto seja *sucessivamente* sorteado entre t e $t+j$ – *i.e.*, a probabilidade que permaneça sem poder alterar o preço de seu produto por j períodos – é dada por α^j, o problema do produtor pode ser escrito de acordo com (A1.02).

$$\max_{P_t(z)} E_t \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j \left[P_{t+j}(z) y_{t+j}(z) - P_{t+j} ct_{t+j}(z)\right], \forall z \in [0,1]. \tag{A1.01}$$

$$\max_{P_t(z)} E_t \sum_{j=0}^{\infty} (\alpha\beta)^j \left[P_t(z) y_{t+j}(z) - P_{t+j} ct_{t+j}(z)\right], \forall z \in [0,1], \tag{A1.02}$$

Para resolver o problema do produtor é preciso determinar inicialmente a curva de demanda por seus produtos. As condições de demanda não se alteram com a introdução da hipótese de rigidez de preços e, portanto, a curva de demanda por cada bem é idêntica à curva derivada para o modelo simplificado, equação (2.03), reproduzida abaixo.

$$y_t(z) = y_t\left[\frac{P_t(z)}{P_t}\right]^{-\theta}, \forall z \in [0,1]. \qquad (2.03)$$

Se o produtor não tem a possibilidade de alterar seu preço de oferta, a equação (2.03) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$y_{t+j}(z) = y_{t+j}\left[\frac{P_t(z)}{P_{t+j}}\right]^{-\theta}, \ \forall z \in \Omega_t \ \text{e} \ \forall j \geq 0, \qquad \text{(A1.03)}$$

onde Ω_t representa o conjunto das firmas que podem alterar seus preços em *t*.

Assim, substituindo (A1.03) em (A1.02) e tomando a condição de primeira ordem para o problema obtem-se:

$$E_t \sum_{j=0}^{\infty} (\alpha\beta)^j \left[(1-\theta) y_{t+j}(z) + \theta \frac{P_{t+j} y_{t+j}(z)}{P_t^*(z)} cm_{t+j}(z)\right] = 0, \forall z \in \Omega_t,$$

onde $cm_t(z)$ representa o custo marginal de produção em termos reais.

$$P_t^*(z) = \mu . \frac{E_t \sum_{j=0}^{\infty} (\alpha\beta)^j \left[P_{t+j}^{1+\theta} y_{t+j} cm_{t+j}(z)\right]}{E_t \sum_{j=0}^{\infty} (\alpha\beta)^j P_{t+j}^{\theta} y_{t+j}}, \forall z \in \Omega_t, \qquad \text{(A1.04)}$$

A partir do custo total real de produção, da função de produção (2.04), da curva de oferta de trabalho (2.11) e da equação (A1.03) podem ser escritas as seguintes relações:

$$ct_t(z) \equiv (1-s_t) w_t h_t(z) = \frac{(1-s_t) v'(h_t)}{a_t u'(y_t)} y_t(z),$$

$$ct_{t+j}(z)=\frac{(1-s_{t+j})v'(h_t)}{a_{t+j}u'(y_{t+j})}y_{t+j}(z),$$

$$cm_{t+j}(z)\equiv\frac{\partial ct_{t+j}(z)}{\partial y_{t+j}(z)}=\frac{(1-s_{t+j})v'(h_{t+j})}{a_{t+j}u'(y_{t+j})},\forall z\in[0,1]\ ^{25}. \qquad \text{(A1.05)}$$

Pela equação (A1.05) percebe-se que o custo marginal real de produção é igual para todas as firmas. Assim, (A1.04) pode ser reescrita como:

$$P_t^* = \mu\frac{\sum_{j=0}^{\infty}(\alpha\beta)^j E_t\left[P_{t+j}^{1+\theta}y_{t+j}cm_{t+j}\right]}{\sum_{j=0}^{\infty}(\alpha\beta)^j E_t\left[P_{t+j}^{\theta}y_{t+j}\right]},\forall z\in\Omega_t, \qquad \text{(A1.06)}$$

ou seja, todos os produtores que podem estabelecer seus preços num determinado período fazem a mesma escolha ótima, *i.e.*, $P_t^*(z)=P_t^*,\forall z\in\Omega_t$.

Utilizando o fato que $\frac{P_{t+j}}{P_t}=\prod_{k=1}^{j}\pi_{t+k}$ e definindo $p_t^*\equiv\frac{P_t^*}{P_t}$ a equação (A1.06) pode ser reescrita nos seguintes termos:

$$p_t^* = \mu\frac{\sum_{j=0}^{\infty}(\alpha\beta)^j E_t\left[\left(\prod_{k=1}^{j}\pi_{t+k}\right)^{1+\theta}y_{t+j}cm_{t+j}\right]}{\sum_{j=0}^{\infty}(\alpha\beta)^j E_t\left[\left(\prod_{k=1}^{j}\pi_{t+k}\right)^{\theta}y_{t+j}\right]},\forall z\in\Omega_t. \qquad \text{(A1.07)}$$

A equação (A1.07) representa o preço (relativo) ótimo escolhido pelos produtores que têm liberdade para reajustar em *t*. O interesse do trabalho, no entanto, é apenas obter uma versão aproximada para (A1.07). O ponto de aproximação continua sendo aquele definido como produto igual ao eficiente na

---

[25] O custo marginal de cada produtor individual toma como dado o salário real. Ou seja, cada produtor não considera o efeito de sua decisão de produção sobre o agregado e, deste, sobre o valor do salário real.

ausência de choques, ou seja, $s_t = \bar{s} \equiv \dfrac{\mu - 1}{\mu}$ e $a_t = \bar{a}$, $\forall t \geq 0$. Procedendo com a linearização de (A1.07) obtem-se:

$$\hat{p}_t^* = (1-\alpha\beta)\left[\sum_{j=0}^{\infty}(\alpha\beta)^j E_t\left(\hat{c}m_{t+j}\right) + \sum_{j=0}^{\infty}(\alpha\beta)^j E_t\left(\sum_{k=1}^{j}\hat{\pi}_{t+k}\right)\right],$$

$$\hat{p}_t^* = \sum_{j=1}^{\infty}(\alpha\beta)^j E_t\left(\hat{\pi}_{t+j}\right) + (1-\alpha\beta)\sum_{j=0}^{\infty}(\alpha\beta)^j E_t\left(\hat{c}m_{t+j}\right). \qquad \text{(A1.07)'}$$

A versão linearizada de (A1.05) é dada por:

$$\hat{c}m_{t+j} = (\sigma + \upsilon)\hat{y}_{t+j} - (1+\upsilon)\hat{a}_{t+j} - \mu\hat{s}_{t+j} + \upsilon\hat{\Delta}_{t+j},$$

$$\hat{c}m_{t+j} = (\sigma + \upsilon)\hat{y}_{t+j} - (1+\upsilon)\hat{a}_{t+j} - \mu\hat{s}_{t+j}. \qquad \text{(A1.05)'}$$

Para obtenção de (A1.05)' foram utilizadas as seguintes relações:

$$p_t(z) \equiv \frac{P_t(z)}{P_t} \Rightarrow y_t(z) = y_t p_t^{-\theta}(z) \Rightarrow h_t(z) = \frac{y_t}{a_t} p_t^{-\theta}(z),$$

$$h_t \equiv \int_0^1 h_t(z)dz = \frac{y_t}{a_t}\int_0^1 p_t^{-\theta}(z)dz = \frac{y_t \Delta_t}{a_t},$$

$$\Delta_t \equiv \int_0^1 p_t^{-\theta}(z)dz \;\Rightarrow\; \Delta_t = \int_0^1 \left(p_t^{1-\theta}(z)\right)^{\frac{\theta}{\theta-1}} dz = \int_0^1 \left(p_t^{1-\theta}(z)\right)^{\mu} dz \;\Rightarrow$$

$$\Delta_t = 1 + \mu\int_0^1 \left(p_t^{1-\theta}(z) - 1\right)dz + \mathrm{O}^2 \;\Rightarrow\; \Delta_t - 1 \equiv \hat{\Delta}_t \in \mathrm{O}^2 \text{ [26]}. \qquad \text{(A1.08)}$$

A equação (A1.05)' pode ser melhor representada lançando mão da definição de produto natural, qual seja, o nível de produto que vigora sob hipótese de perfeita flexibilidade de preços e o *mark up* da economia constante em seu nível de longo prazo, não necessariamente igual ao ponto de aproximação do sistema, *i.e.*, o equilíbrio eficiente. Ou seja,

---

[26] Ou seja, a aproximação linear em torno do ponto de equilíbrio eficiente para a variável que representa a distorção provocada pela rigidez de preços – Δ_t – é igual a zero.

$$cm_t(z) \equiv \frac{(1-s_t)v'\left(\frac{y_t.\Delta_t}{a_t}\right)}{a_t u'(y_t)} = \mu \Rightarrow \frac{v'\left(\frac{y_t^n}{a_t}\right)}{a_t u'(y_t^n)} = \frac{\mu}{1-s}. \qquad \text{(A1.09)}$$

Assim, a partir de (A1.09) é possível obter implicitamente o nível de produto natural. Para a seqüência da derivação basta obter uma aproximação linear de (A1.09), representada por:

$$\hat{y}_t^n = \left(\frac{1+\upsilon}{\sigma+\upsilon}\right)\hat{a}_t. \qquad \text{(A1.09)'}$$

Substituindo (A1.09)' em (A1.05)' tem-se:

$$\hat{c}m_{t+j} = (\sigma+\upsilon)\hat{x}_{t+j} - \mu\hat{s}_{t+j}. \qquad \text{(A1.05)''}$$

Finalmente, substituindo (A1.05)'' em (A1.07)' obtem-se a aproximação linear de (A1.07) representada nas variáveis de interesse:

$$\hat{p}_t^* = \sum_{j=1}^{\infty}(\alpha\beta)^j E_t(\hat{\pi}_{t+j}) + (1-\alpha\beta)\sum_{j=0}^{\infty}(\alpha\beta)^j E_t\left[(\sigma+\upsilon)\hat{x}_{t+j} - \mu\hat{s}_{t+j}\right] \qquad \text{(A1.07)''}$$

A equação (A1.07)'' pode ser vista como a solução da equação em diferenças representada por (A1.10):

$$\hat{p}_t^* = (1-\alpha\beta)\left[(\sigma+\upsilon)\hat{x}_t - \mu\hat{s}_t\right] + \alpha\beta E_t(\hat{\pi}_{t+1}) + \alpha\beta E_t(\hat{p}_{t+1}^*). \qquad \text{(A1.10)}$$

O último passo é obter uma ligação entre o preço ótimo escolhido pelas firmas que podem reajustá-lo e a inflação. Pela hipótese de rigidez de preços à Calvo são válidas as relações apresentadas abaixo:

$$y_t(z) = \begin{cases} y_t\left[\dfrac{P_{t-1}(z)}{P_t}\right]^{-\theta}, \forall z \notin \Omega_t \\ y_t\left[\dfrac{P_t^*}{P_t}\right]^{-\theta}, \forall z \in \Omega_t \end{cases},$$

$$y_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} \equiv \int_0^1 \left(y_t(z)\right)^{\frac{\theta-1}{\theta}} dz = y_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} P_t^{\theta-1}\left[\alpha\int_0^1 \left(P_{t-1}(z)\right)^{1-\theta} dz + (1-\alpha)\int_0^1 \left(P_t^*\right)^{1-\theta} dz\right.$$

,

$$P_t^{1-\theta} = \alpha P_{t-1}^{1-\theta} + (1-\alpha)\left(P_t^*\right)^{1-\theta}, \qquad \text{(A1.11)}$$

$$1 = \alpha\pi_t^{\theta-1} + (1-\alpha)\left(p_t^*\right)^{1-\theta},$$

$$\alpha\hat{\pi}_t = (1-\alpha)\hat{p}_t^*. \qquad \text{(A1.11)'}$$

Assim, substituindo (A1.11)' em (A1.10) tem-se a curva de Phillips neo-keynesiana:

$$\boxed{\hat{\pi}_t = \kappa\hat{x}_t + \beta E_t\left(\hat{\pi}_{t+1}\right) - \left(\frac{\mu\kappa}{\sigma+\upsilon}\right)\hat{s}_t} \qquad \text{(3.01)}$$

$$\kappa \equiv \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)(1-\alpha\beta)(\sigma+\upsilon).$$

Apêndice 2

O objetivo desse apêndice é estabelecer a condição suficiente para equivalência entre a família de regras (5.01) e as diferentes subfamílias. Em outras palavras, o objetivo aqui é mostrar sob que condições o resultado obtido utilizando uma regra qualquer (implementável) da família (5.01) pode ser "replicado" empregando outra regra pertencente a alguma de suas subfamílias, em especial, regras pertencentes às subfamílias (5.02) e (5.03).

Partindo das equações estruturais (3.01)', (3.05)', (3.07)', (3.22) e da família de regras (5.01) o sistema linear de expectativas racionais que representa o modelo pode ser escrito da seguinte forma[27]:

$$E_t\begin{bmatrix}\pi_{t+1}\\ x_{t+1}\\ R_t\\ r_t^n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\beta^{-1}(1+\phi) & -\beta^{-1}\kappa & -\beta^{-1}\phi & 0\\ \sigma^{-1}\left[\phi_\pi-\beta^{-1}(1+\phi)\right] & \sigma^{-1}\left(\beta^{-1}\kappa+\sigma+\phi_x\right) & \sigma^{-1}\left(\beta^{-1}\phi+\phi_R\right) & -\sigma^{-1}\rho\\ \phi_\pi & \phi_x & \phi_R & 0\\ 0 & 0 & 0 & \rho\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\pi_t\\ x_t\\ R_{t-1}\\ r_{t-1}^n\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ -\sigma^{-1}\\ 0\\ 1\end{bmatrix}\xi_t$$

Se os parâmetros da função de reação implicam a existência de um equilíbrio local único para o sistema acima, tal solução, seguindo Blanchard e Kahn (1980), pode ser representada pelos seguintes sistemas:

$$\begin{bmatrix}\pi_t\\ x_t\end{bmatrix}=D\begin{bmatrix}R_{t-1}\\ r_{t-1}^n\end{bmatrix}+F\xi_t$$

$$\begin{bmatrix}R_t\\ r_t^n\end{bmatrix}=G\begin{bmatrix}R_{t-1}\\ r_{t-1}^n\end{bmatrix}+H\xi$$

Substituindo a solução acima na família de regras de reação (5.01) obtem-se:

[27] A exemplo do que foi feito no Capítulo 04, as equações que determinam a quantidade de horas trabalhadas e o salário real não foram introduzidas no modelo, pois tais variáveis não afetam a dinâmica das três variáveis de interesse.

$$R_t = \phi_\pi \pi_t + \phi_x x_t + \phi_R R_{t-1} = (\phi_\pi D_{11} + \phi_x D_{21} + \phi_R)R_{t-1} + (\phi_\pi D_{12} + \phi_x D_{22})r_{t-1}^n + (\phi_\pi F_1 + \phi_x F_2)\xi_t$$

O interesse aqui é, então, mostrar sob que condições a trajetória da taxa de juros apresentada acima permanece inalterada mesmo quando se impõe alguma restrição sobre os parâmetros que faça, na verdade, (5.01) se reduzir às subfamílias (5.02) ou (5.03). Ou seja, a questão é determinar se existem combinações $(\widetilde{\phi}_\pi, \widetilde{\phi}_x)$ e $(\overline{\phi}_\pi, \overline{\phi}_R)$ tais que:

$$R_t(\phi_\pi, \phi_x, \phi_R) = R_t(\widetilde{\phi}_\pi, \widetilde{\phi}_x, 0), \tag{A2.01}$$

$$R_t(\phi_\pi, \phi_x, \phi_R) = R_t(\overline{\phi}_\pi, 0, \overline{\phi}_R). \tag{A2.02}$$

A equivalência entre a família (5.01) e a subfamília (5.02) é representada por (A2.01); (A2.02) implica equivalência entre (5.01) e (5.03). Portanto, para que se garanta a equivalência entre as regras é preciso que os sistemas abaixo, construídos a partir de (A2.01) e (A2.02), sejam determinados.

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{21} \\ D_{12} & D_{22} \\ F_1 & F_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widetilde{\phi}_\pi \\ \widetilde{\phi}_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_\pi D_{11} + \phi_x D_{21} + \phi_R \\ \phi_\pi D_{21} + \phi_x D_{22} \\ \phi_\pi F_1 + \phi_x F_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} D_{11} & 1 \\ D_{12} & D_{22} \\ F_1 & F_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\phi}_\pi \\ \overline{\phi}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_\pi D_{11} + \phi_x D_{21} + \phi_R \\ \phi_\pi D_{12} + \phi_x D_{22} \\ \phi_\pi F_1 + \phi_x F_2 \end{bmatrix}$$

Ambos os sistemas são compostos por três equações, que devem ser satisfeitas pela escolha de apenas duas variáveis. Assim, para se garantir a existência de uma única solução é preciso encontrar alguma dependência linear entre as equações de cada sistema. A condição de posto para ambos os sistemas é garantida através da seguinte relação:

$$\frac{D_{12}}{D_{22}} = \frac{F_1}{F_2}. \tag{A2.03}$$

Não foi feita a demonstração formal que o modelo utilizado no trabalho respeita (A2.03). Ao invés disso, foram feitas simulações com o modelo para diferentes combinações dos parâmetros da família de regras (5.01) e, para cada uma dessas combinações, verificou-se se (A2.03) foi ou não atendida. Para todas as combinações simuladas a condição foi respeitada, em particular para os coeficientes das regras ótimas das subfamílias (5.02) e (5.03).