

4 Ajuste de Modelos Mecânicos

4.1 Introdução

Neste Capítulo são apresentados os ajustes obtidos pelo Método L-M em alguns modelos usualmente empregados em simulações envolvendo problemas viscoplásticos. Ressalta-se que os dados experimentais obtidos para executar os ajustes são os já apresentados no Capítulo 3.

4.2 Modelos Selecionados

Os modelos selecionados para se executar o ajuste, conforme o procedimento matemático descrito no Capítulo 2 foram:

- Modelo de Johnson Cook (J-C): tradicionalmente empregado na literatura para simulações envolvendo deformação, taxa de deformação e gradiente de temperatura, tais como: processos com conformação a quente e impacto em geral. Este modelo, em sua forma original, possui 4 constantes (sem considerar o efeito da temperatura) a serem determinadas em função do tipo de material. Ressaltam-se mais uma vez que estas constantes são frequentemente sendo obtidas pela estratégia de controle por velocidade do pistão.
- Modelo de Johnson Cook Modificado (J-CM): foi introduzida uma variação do modelo J-C para melhor representar o comportamento mecânico de materiais que possuam patamar de escoamento definido. Do início do ensaio até o final do patamar foi modelado como elástico perfeitamente plástico, sendo necessário elaborar uma equação específica que relaciona taxa de deformação e tensão de escoamento. Após o patamar foram ajustadas as novas constantes de J-C para esta região da curva.
- Modelo de YU *et al* (2009): Este modelo foi desenvolvido com o objetivo de descrever de modo mais preciso o comportamento da curva σ - ϵ . Possui 6 constantes a serem obtidas para cada tipo de material. Com isto mostra-se um modelo matematicamente mais sofisticado que J-C e um pouco mais

complicado em se obter o ajuste de suas constantes. Contudo, o mesmo programa desenvolvido no Capítulo 2 foi capaz de executar o ajuste de forma global.

4.2.1

O Modelo de Johnson Cook

Foi empregada uma simplificação no modelo de J-C, visando diminuir o número de parâmetros a serem ajustados para 3, vide a expressão (59)

$$\sigma = 1 + B \cdot \varepsilon^n \cdot 1 + C \cdot \ln \dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_0 \quad (59)$$

na qual B , C , e n , são parâmetros experimentais e $\dot{\varepsilon}_0$ é uma taxa de deformação de referência. Neste modelo também não foi levado em consideração a parcela referente à temperatura, uma vez que a influencia desta não está presente nos ensaios realizados.

4.2.1.1

Ajuste dos dados obtidos por controle de taxa

Os resultados da curva verdadeira de σ - ε , conforme ilustrados na Fig.74, foram ajustadas para a taxa 1, sendo esta possuindo valores médios de 0,008917 %/s. Observa-se que o modelo J-C não descreve perfeitamente o comportamento do material, sendo somente eficaz a partir de 5% de deformação. Neste caso o patamar se estende até 2,3% de deformação.

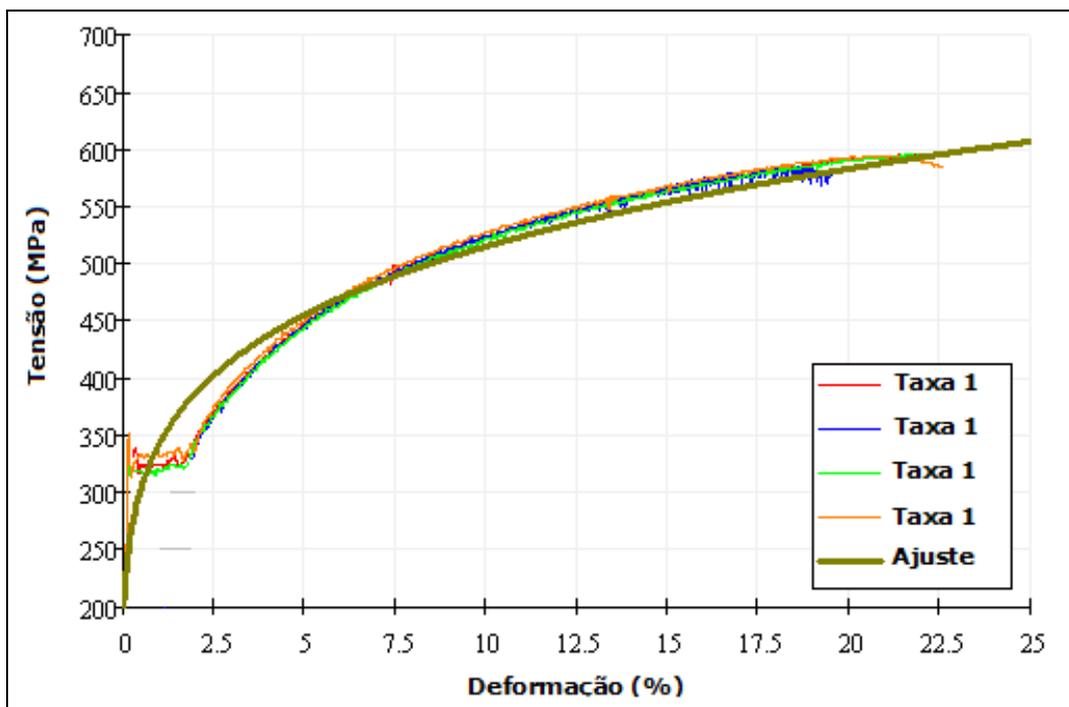


Figura 74 – Ajuste J-C para taxa 1

Os ensaios para a taxa 2 que em média apresentou o valor de 0,0900 %/s e patamar se estendendo até cerca de 2,4 % de deformação é mostrado na Fig. 75. Observa-se que o ajuste de J-C não se mostra eficiente para toda a extensão da curva também nesta condição, sendo somente adequado a partir de 5% de deformação.

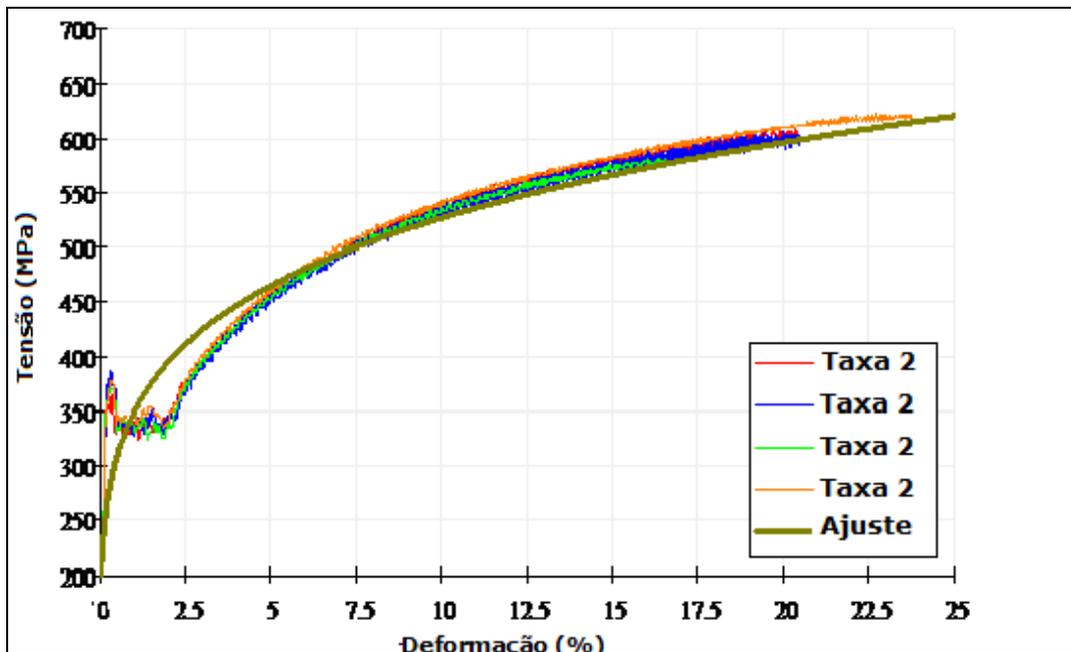


Figura 75 – Ajuste J-C para taxa 2

Na taxa 3, com valor médio de 0,896 %/s, o patamar se estende até 2,5% de deformação, sendo a expressão de J-C bem eficiente somente a partir de 5% de deformação. (Fig. 76)

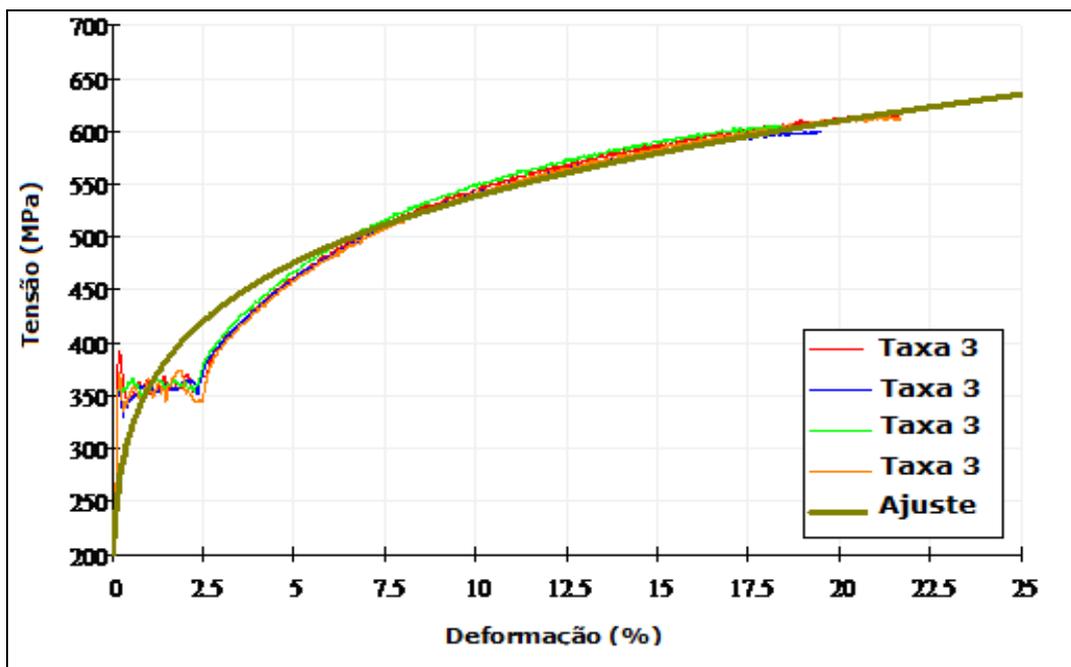


Figura 76 – Ajuste J-C para taxa 3

A Fig. 77 apresenta o patamar de escoamento até 2,6 % de deformação, para uma taxa 4 de valor médio de 9,06 %/s. Também neste ajuste a equação de J-C se mostra eficiente a partir de 5% de deformação.

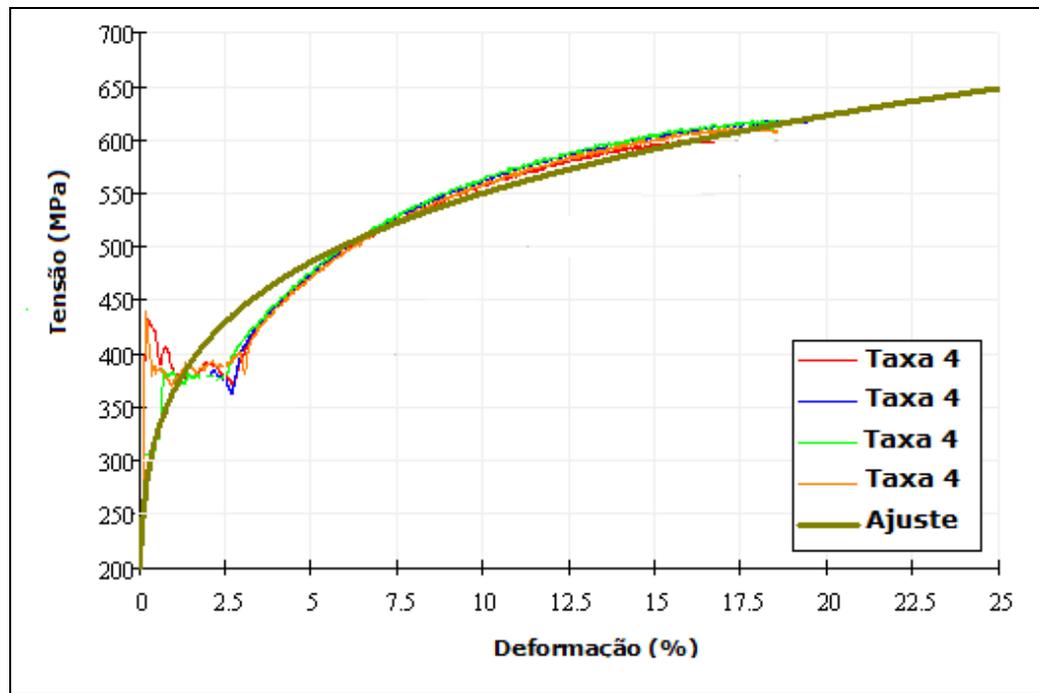


Figura 77 – Ajuste J-C para taxa 4

Na Fig. 78, que possui uma taxa 5 de valor médio de 93,14 %/s, o patamar evoluiu até aproximadamente 3,3% de deformação. Assim a equação de J-C mostra-se adequada para valores de deformação superiores a 5%.

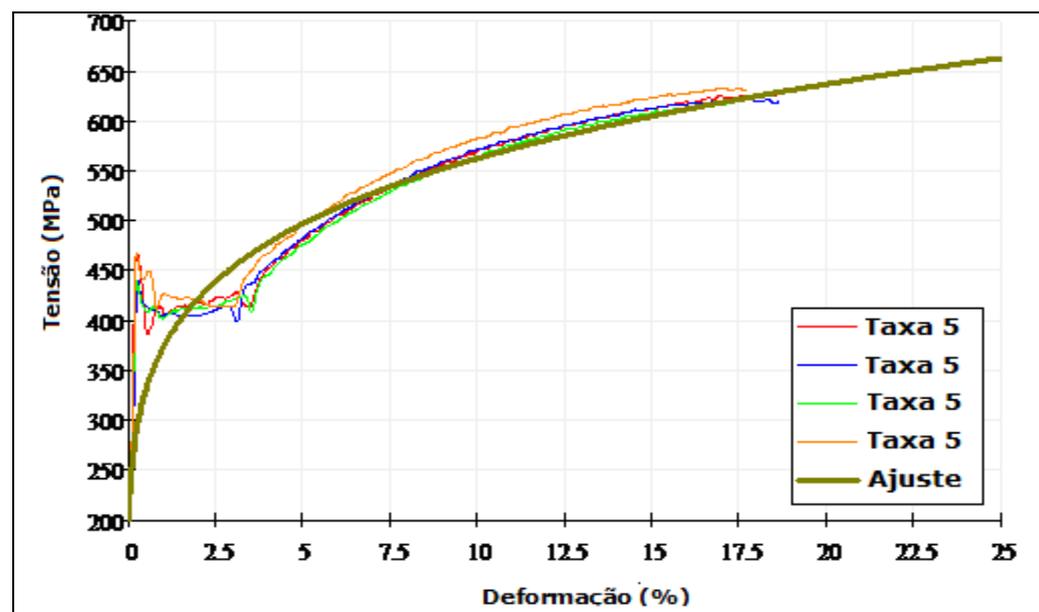


Figura 78 – Ajuste J-C para taxa 5

A Fig. 79, com a taxa 6 de valor médio de 514%/s, possui a maior extensão de patamar de escoamento indo até 4%, com a expressão de J-C sendo bem ajustada a partir de 5% de deformação. Ressalta-se que o ajuste não foi realizado localmente e sim de modo global como prescreve o algoritmo de L-M e por isto nota-se uma diferença, ainda pequena, entre os dados experimentais e a curva de J-C na região plástica.

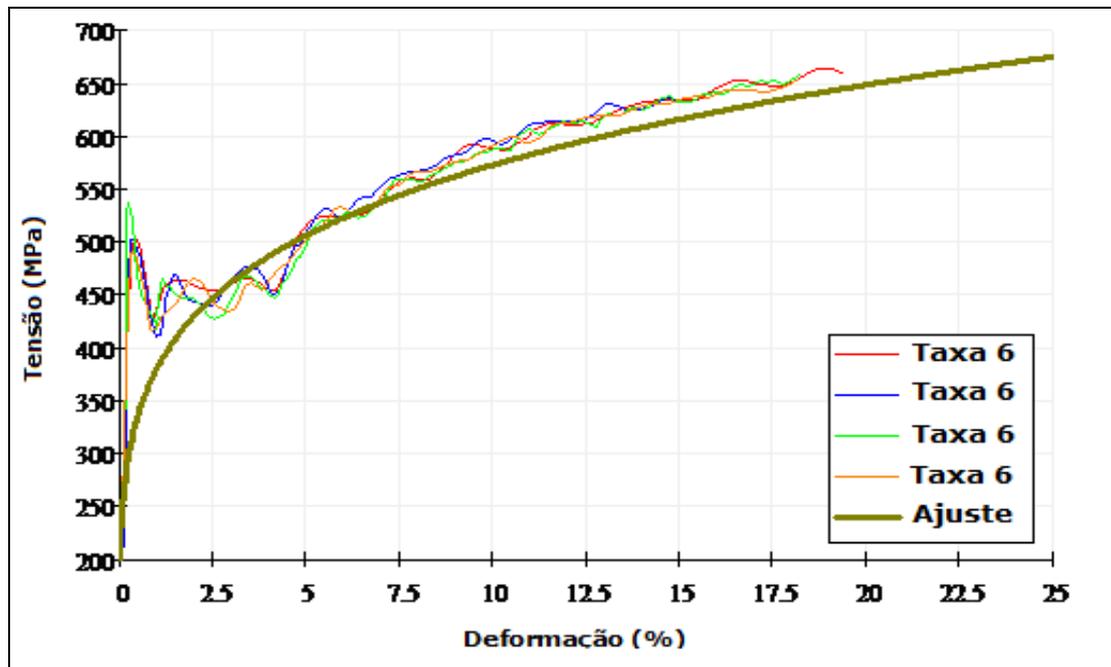


Figura 79 – Ajuste J-C para taxa 6

A Fig. 80 apresenta os dados experimentais da curva σ - ϵ verdadeira para todas as 6 taxas de deformações em estudo, bem como os ajustes globais obtidos no algoritmo de L-M. A equação global também é apresentada.

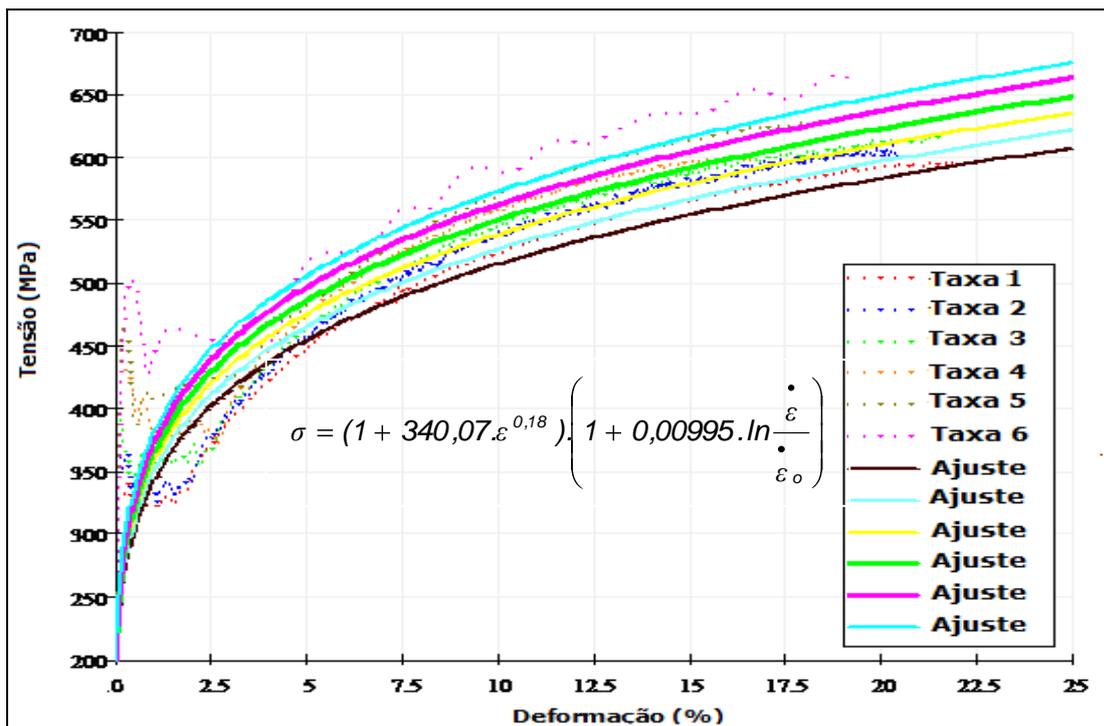


Figura 80 – Ajuste J-C para as 6 taxas

Conclui-se que o patamar de escoamento influencia na modelagem de J-C, e nota-se que as equações de predição sempre atravessam o patamar nas proximidades de seu ponto médio. Adicionalmente constatou-se que com o aumento da taxa de deformação existe também uma extensão do patamar, em termos de deformação, que foi sempre maior, podendo assim estabelecer uma relação entre elas, conforme será feito na próxima seção.

4.2.1.2

Ajuste dos dados obtidos por controle de velocidade

Seguindo a mesma sistemática do controle de taxa de deformação do item anterior, foram ajustas as constantes de J-C para a estratégia de controle por velocidade. Novamente foi empregado o algoritmo de L-M que possibilitou um ajuste global e não específico para uma dada taxa de deformação real.

A Fig. 81, ilustra a curva σ - ϵ verdadeira, para uma taxa 1 média real de 0,008298 %/s. O patamar de escoamento finaliza em torno de 2,3% de deformação. A qualidade da equação de J-C começa a se apresentar após 4% de deformação.

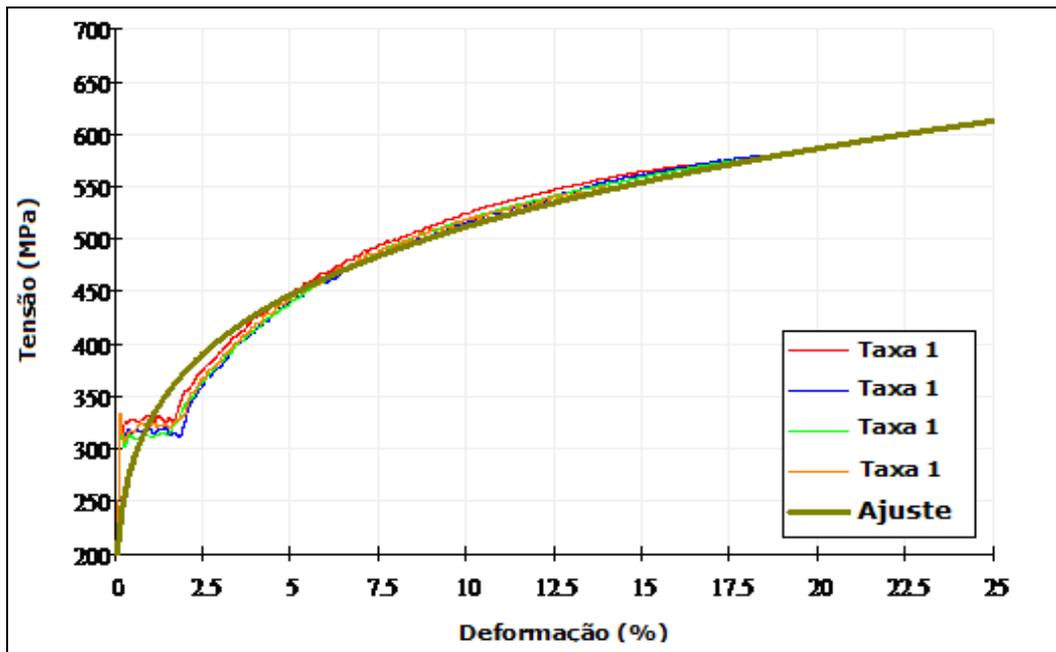


Figura 81 – Ajuste J-C para taxa 1 real

A Fig.82 apresenta o comportamento para a taxa 2 real de 0,0837 %/s, possuindo patamar de escoamento até 2,4% de deformação. Nota-se neste caso que o ajuste por J-C começa a ser eficiente a partir de 4%.

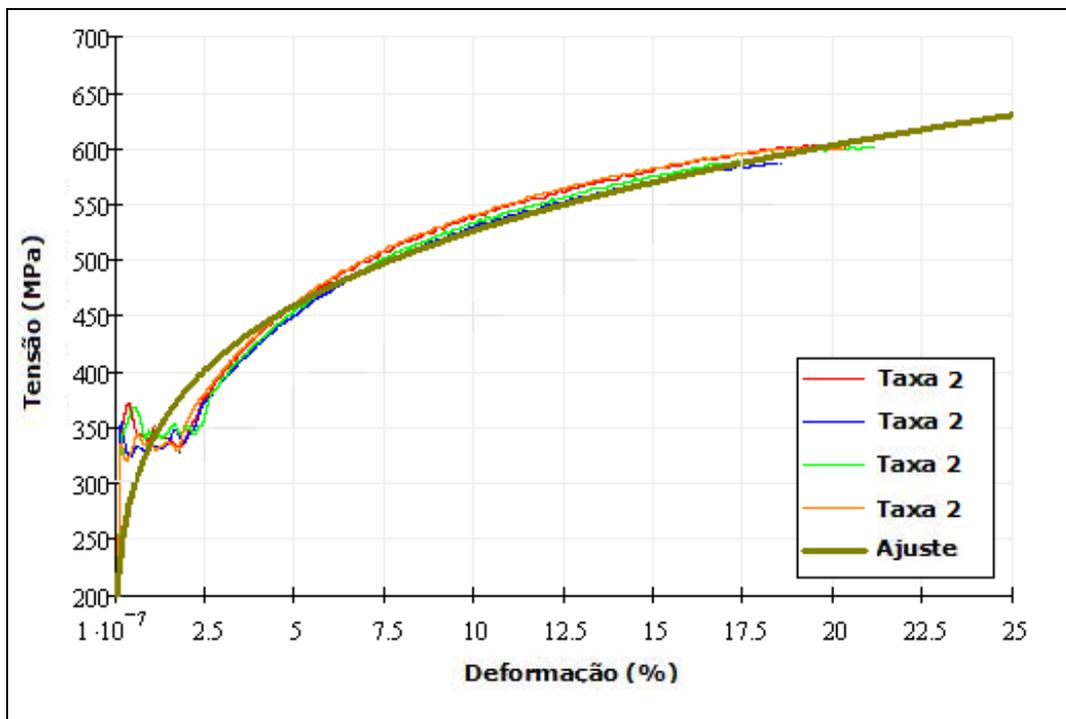


Figura 82 – Ajuste J-C para taxa 2 real

O ajuste referente à taxa 3 real de 0,833%/s está mostrado na Fig. 83. O patamar de escoamento se estende até 2,5% de deformação, com o modelo de J-C se ajustando bem aos dados experimentais a partir de 5% de deformação.

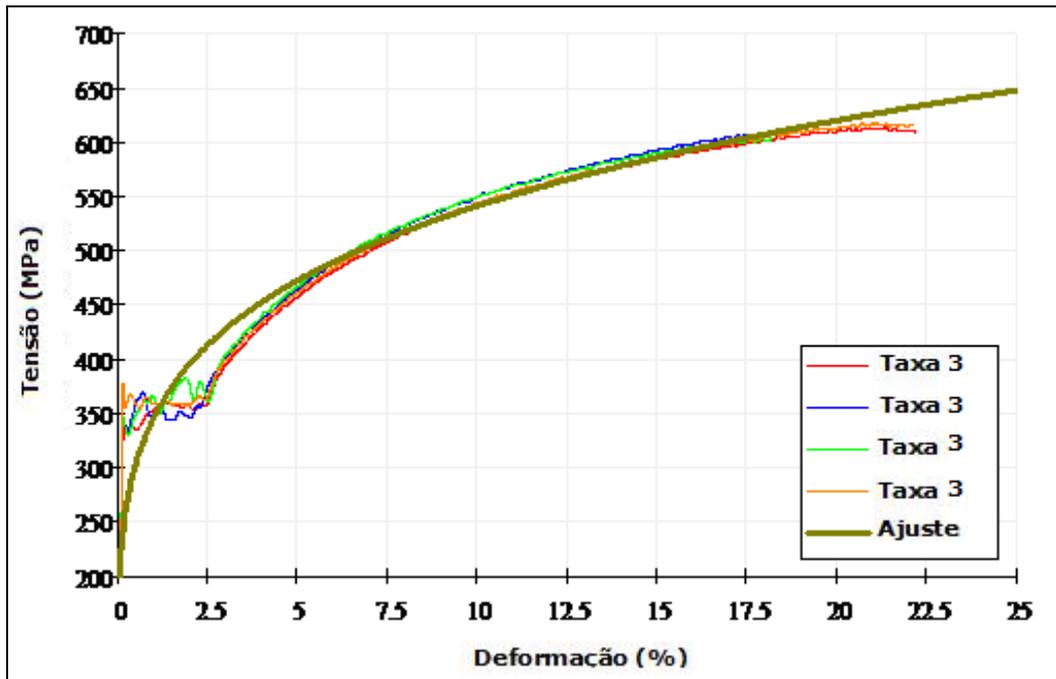


Figura 83 – Ajuste J-C para taxa 3 real

A Fig. 84 ilustra o comportamento da curva σ - ϵ para a taxa 4 real de 8,29%/s, possuindo patamar de escoamento até 3,5% de deformação. O ajuste dos dados por J-C torna-se eficiente também a partir de 5% de deformação.

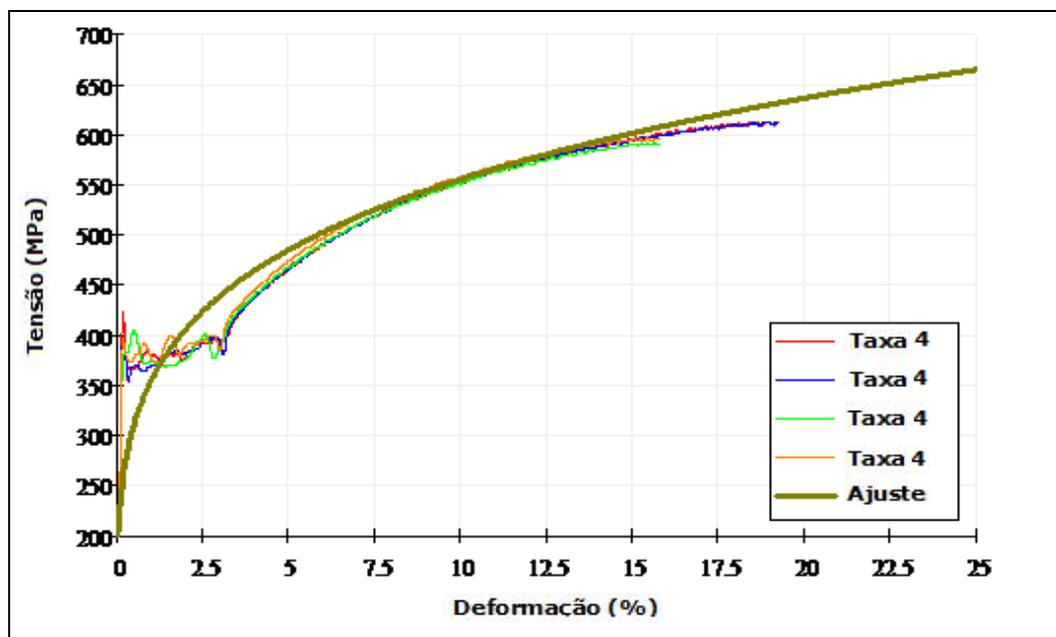


Figura 84 – Ajuste J-C para taxa 4 real

A Fig.85 mostra os resultados e a curva σ - ϵ verdadeira para a taxa 5 de 86,05%/s, com patamar de escoamento até aproximadamente 4% de deformação. Contudo o ajuste de J-C é eficiente a partir da deformação de 5%.

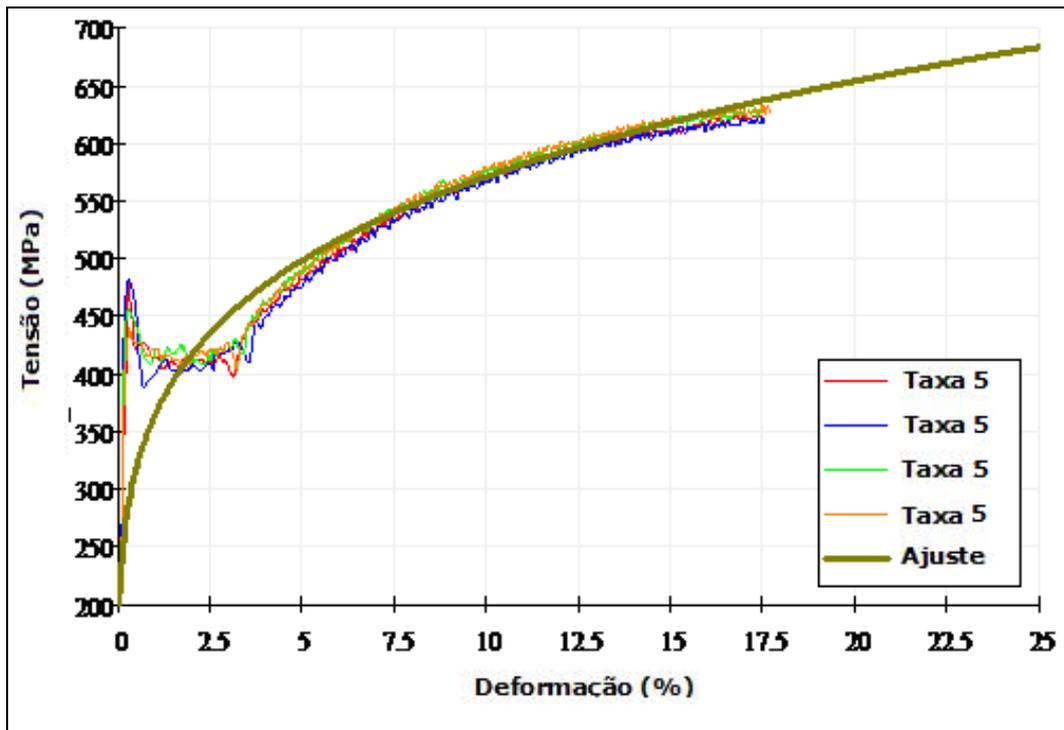


Figura 85 – Ajuste J-C para taxa 5 real

A Fig. 86 ilustra os dados da curva σ - ε real para a taxa 6 de 817%/s. O patamar de escoamento se estende até 4,5% de deformação e o ajuste dos dados por J-C mostra-se eficiente novamente a partir de 5% de deformação.

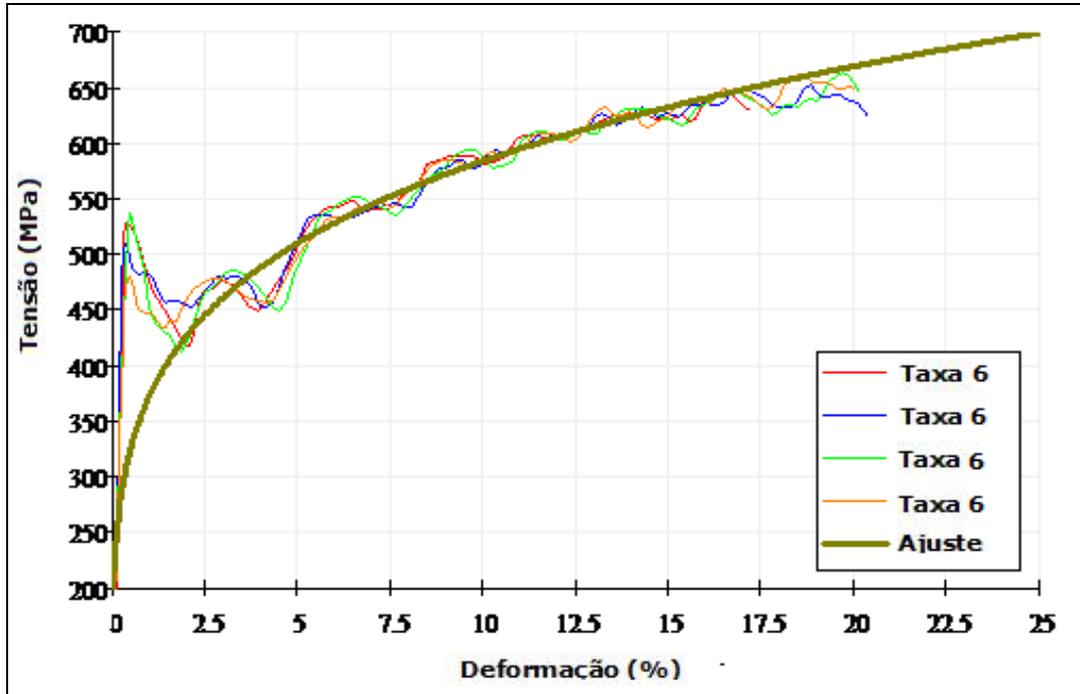


Figura 86 – Ajuste J-C para taxa 6 real

A Fig.87 apresenta as curvas σ - ε verdadeiras para as 6 taxas de deformação em estudo, além das curvas ajustadas para o modelo de J-C pelo algoritmo L-M, sendo mostrado a expressão empregada.

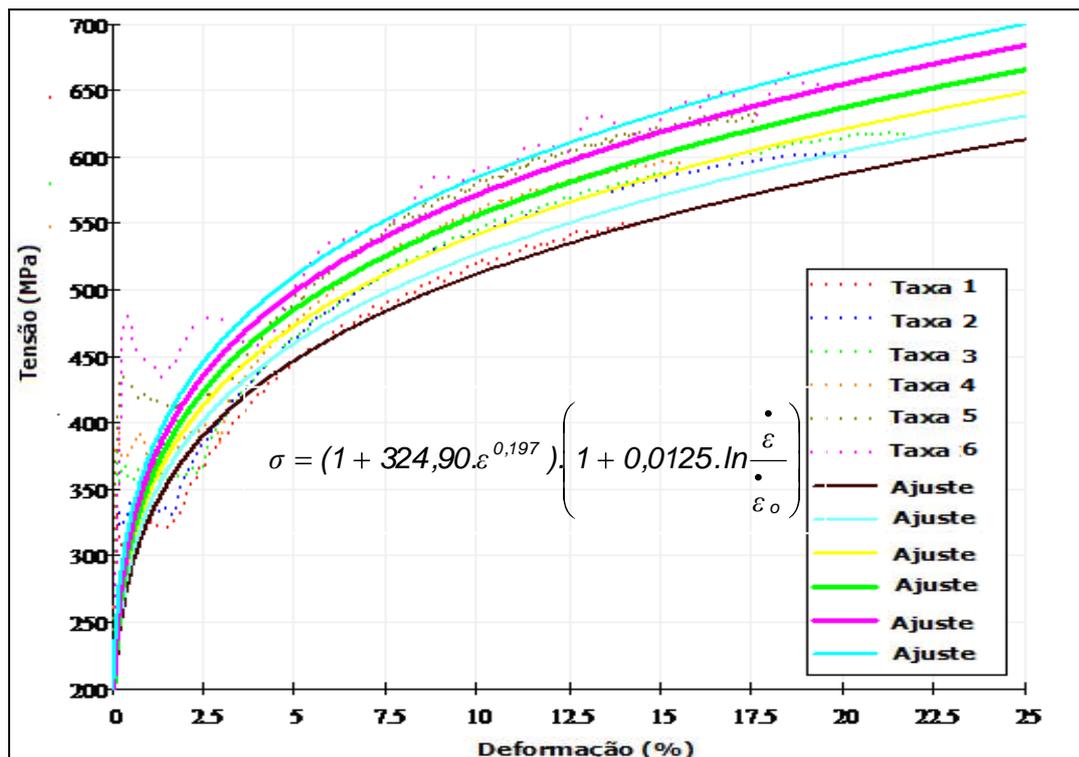


Figura 87 – Ajuste J-C para as 6 taxas reais

4.2.2

O Modelo de Johnson Cook Modificado.

No item anterior o modelo original de J-C não se mostrou adequado para descrever o comportamento mecânico do material que possui patamar de escoamento. Os ajustes se mostraram eficientes para deformações posteriores a extensão do patamar para o aço AISI 1020. Com isto, neste tópico foi elaborada uma pequena modificação da equação original, contendo assim um modelo elástico e perfeitamente plástico, válido até o fim do patamar. A equação de J-C foi usada para deformações posteriores a extensão do patamar, contudo com o ajuste global das 6 taxas em estudo. A equação (60) está apresentada a seguir.

$$\sigma = \begin{cases} E \cdot \epsilon, & \epsilon \leq \epsilon_0 \\ a \cdot \ln \dot{\epsilon} + b, & \epsilon_0 \leq \epsilon \leq \epsilon_p \\ 1 + B \cdot \epsilon^n \cdot 1 + C \cdot \ln \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0}, & \epsilon > \epsilon_p \end{cases} \quad (60)$$

Nesta equação E é o módulo de elasticidade (Pa), σ é a tensão (Pa), ϵ é a deformação (m/m), ϵ_0 é a deformação no início do patamar de escoamento (m/m), ϵ_p é a deformação no final do patamar de escoamento (m/m), $\dot{\epsilon}$ é a taxa de deformação (/s) e a , b , B , e C são constantes do material.

Foi obtida a expressão (61) que relaciona a resistência ao escoamento e taxa de deformação, com a estratégia de controle de taxa de deformação, vide-Fig. 88.

$$\sigma(\dot{\varepsilon}) = 11,52 \cdot \ln d\varepsilon/dt + 368 \quad (61)$$

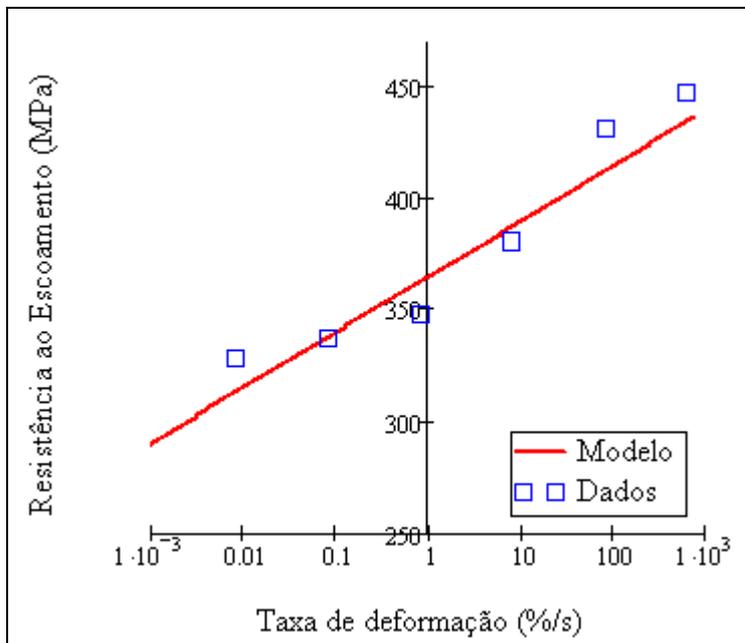


Figura 88 – Resistência ao escoamento e taxa de deformação (controle da taxa)

Um modelo interessante pode ser obtido relacionando o tamanho de grão e a taxa de deformação, através do uso da equação de Hall-Petch. A equação modificada teria forma expressa pela equação (62).

$$\sigma_i + k/\sqrt{D} = A \cdot \ln d\varepsilon/dt + B \quad (62)$$

onde σ , k , e D são as constantes do modelo de Hall-Petch e A, B são constantes do material. A dependência do tamanho de grão no comportamento da taxa de deformação é explicitada na expressão (63).

$$d\varepsilon/dt = \exp\left[\sigma_i + k/\sqrt{D} - B \cdot 1/A \right] \quad (63)$$

Neste trabalho não foram estudadas relações da forma da expressão (61), sendo interessante a abordagem envolvendo o tamanho do grão e taxa de deformação. No entanto o procedimento para a obtenção das constantes está definido no Capítulo 2 sendo de fácil implementação.

A expressão (64) relaciona a resistência ao escoamento à taxa de deformação, com a estratégia de controle de velocidade, conforme ilustrado na Fig. 89.

$$\sigma V/L_0 = 10,80 \cdot \ln V/L_0 + 364 \quad (64)$$

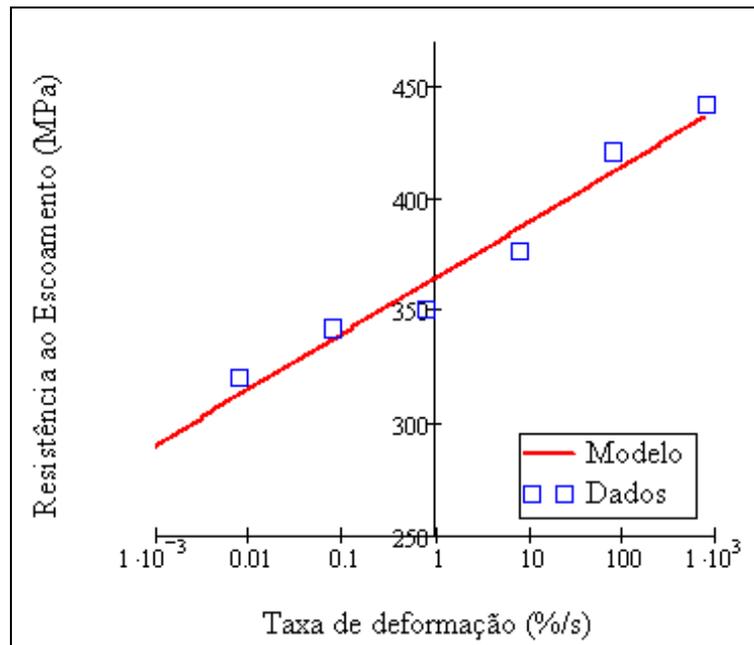


Figura 89 – Resistência ao escoamento e taxa de deformação (controle por velocidade)

4.2.2.1

Ajuste dos dados obtidos por controle de taxa

A Fig. 90 mostra a modificação de modelo J-C para o material que possua patamar de escoamento definido. As constantes de J-C são ajustadas especificamente para o período plástico, sendo esta global para todas as taxas e não local por taxa. O ajuste se mostrou eficiente em ambos os trechos da curva para a taxa 1, em comparação a Fig. 97.

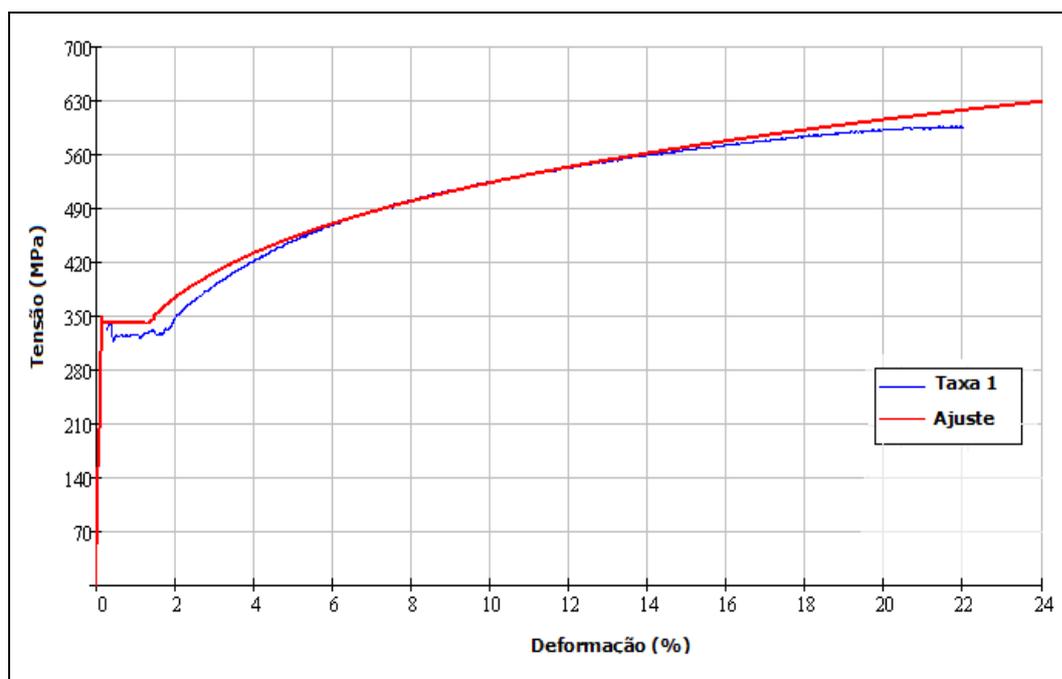


Figura 90 – Ajuste J-C modificado para a taxa 1

A Fig. 91 apresenta a taxa 2 com excelente qualidade do ajuste obtido em toda a extensão do diagrama.

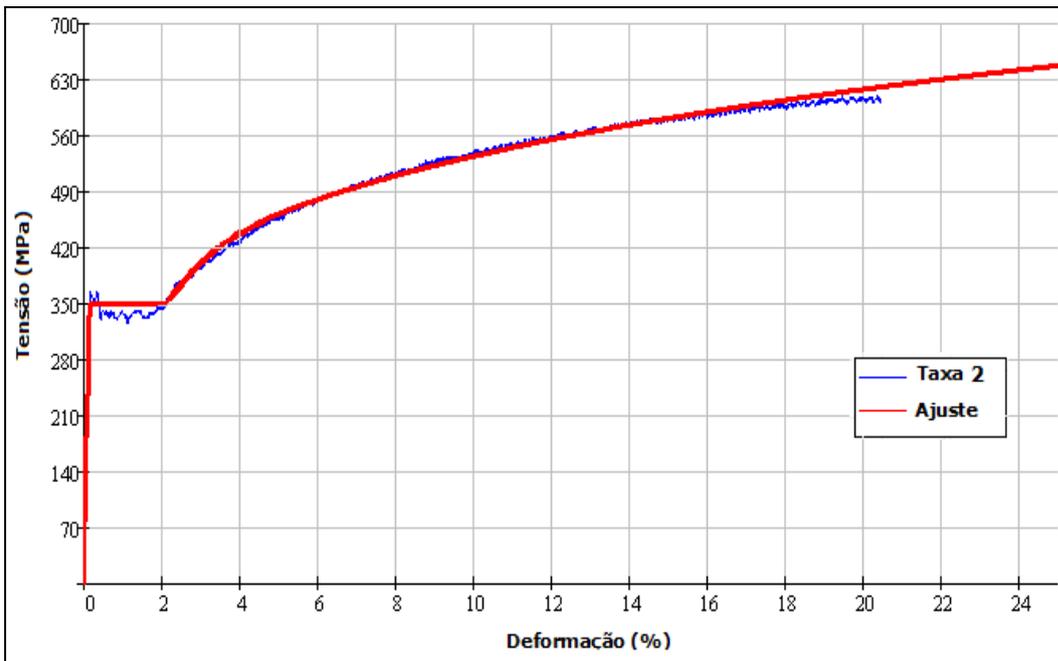


Figura 91 – Ajuste J-C modificado para a taxa 2

Na Fig. 92 foi obtido o ajuste do modelo modificado de J-C para a taxa 3, sendo novamente superior aquele obtido na Fig. 99.

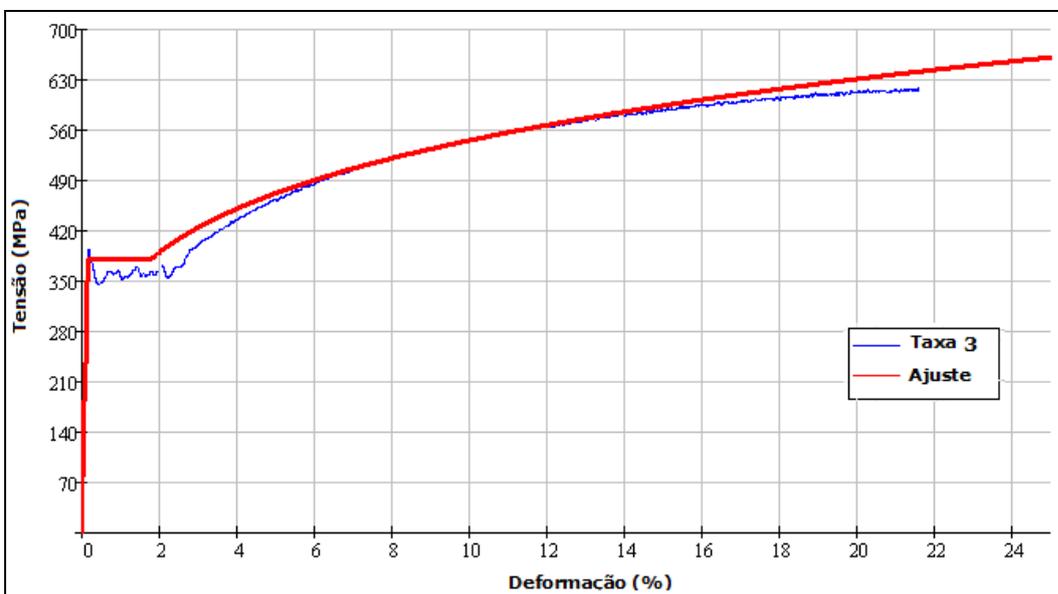


Figura 92 – Ajuste J-C modificado para a taxa 3

A Fig. 93 ilustra o comportamento da taxa 4 para o modelo modificado de J-C. Também se observa que tanto a parte elástica quanto a plástica se obteve uma melhor qualidade do ajuste.

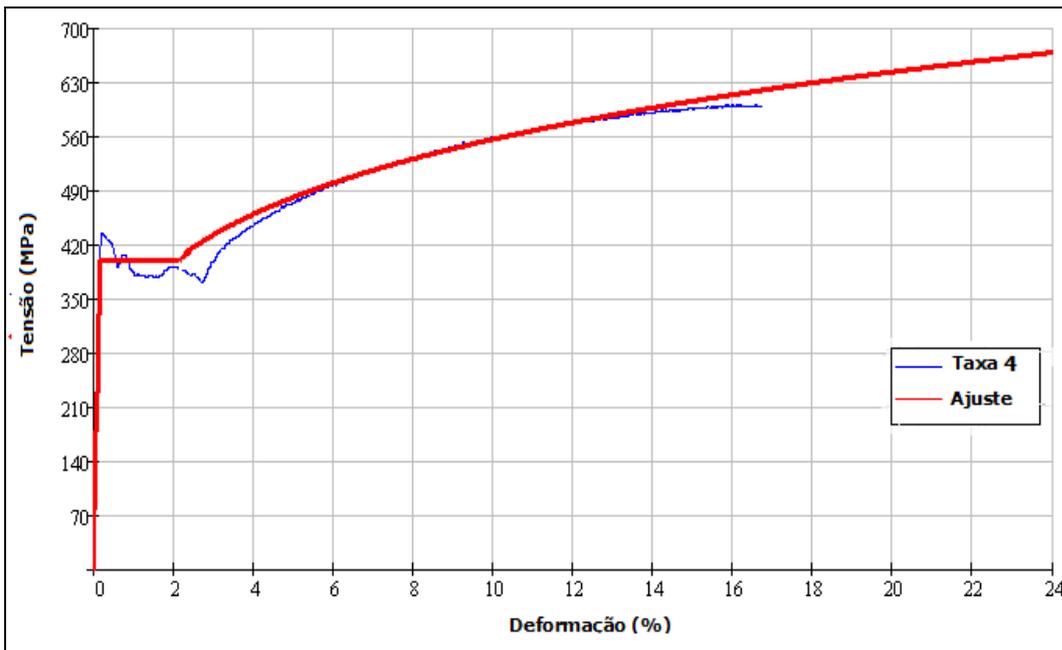


Figura 93 – Ajuste J-C modificado para a taxa 4

A Fig. 94 mostra o ajuste obtido para a taxa 5, se mostrando mais uma vez superior ao modelo original de J-C.

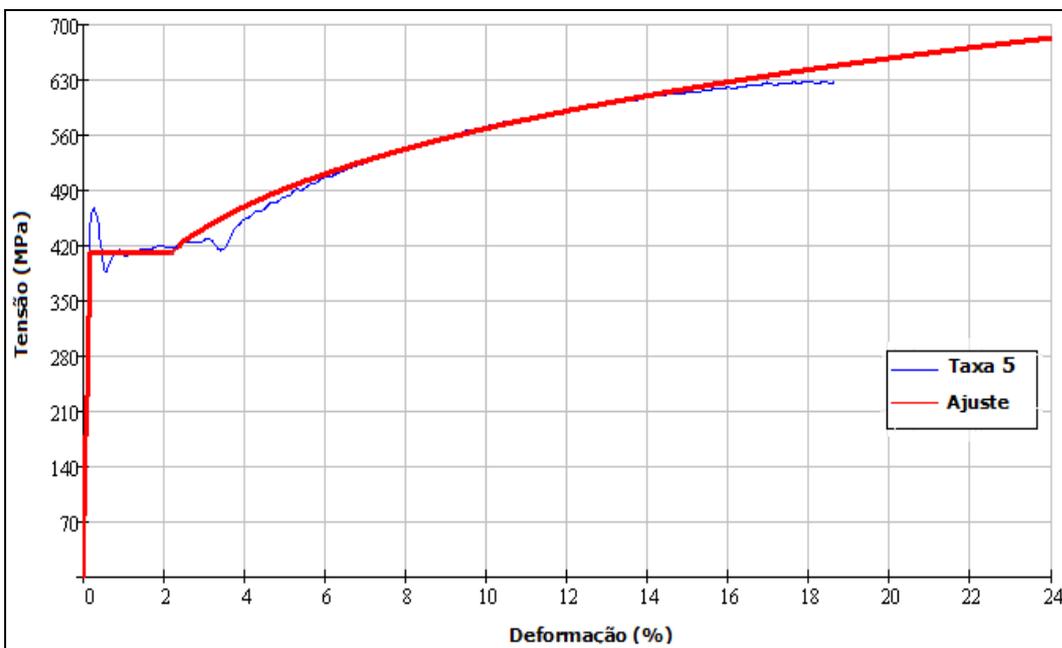


Figura 94 – Ajuste J-C modificado para a taxa 5

A Fig. 95 mostra o ajuste para a taxa 6, sendo o comportamento bem melhor descrito que a equação de J-C.

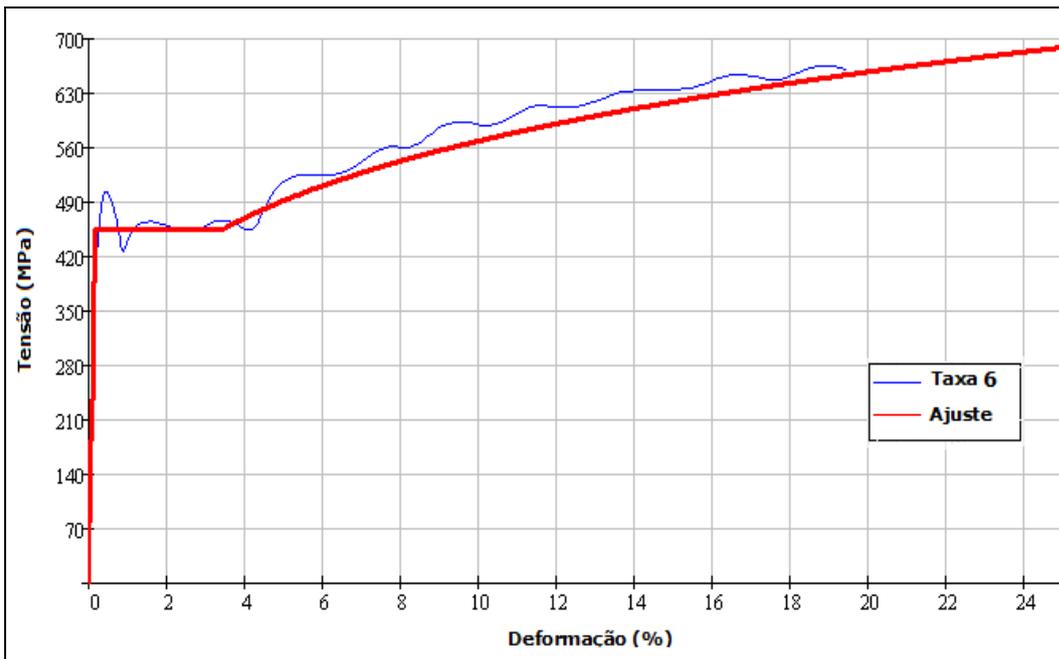


Figura 95 – Ajuste J-C modificado para a taxa 6

4.2.2.2

Ajuste dos dados obtidos por controle de velocidade.

A Fig.96 ilustra o ajuste da equação de J-C modificada para o caso de um material com patamar de escoamento. A estratégia de controle foi por deslocamento do pistão, gerando assim uma taxa 1 real. Os períodos plástico e elástico são melhores descritos com este modelo em relação ao modelo original de J-C, sem, contudo aumentar o número de constantes a determinar.

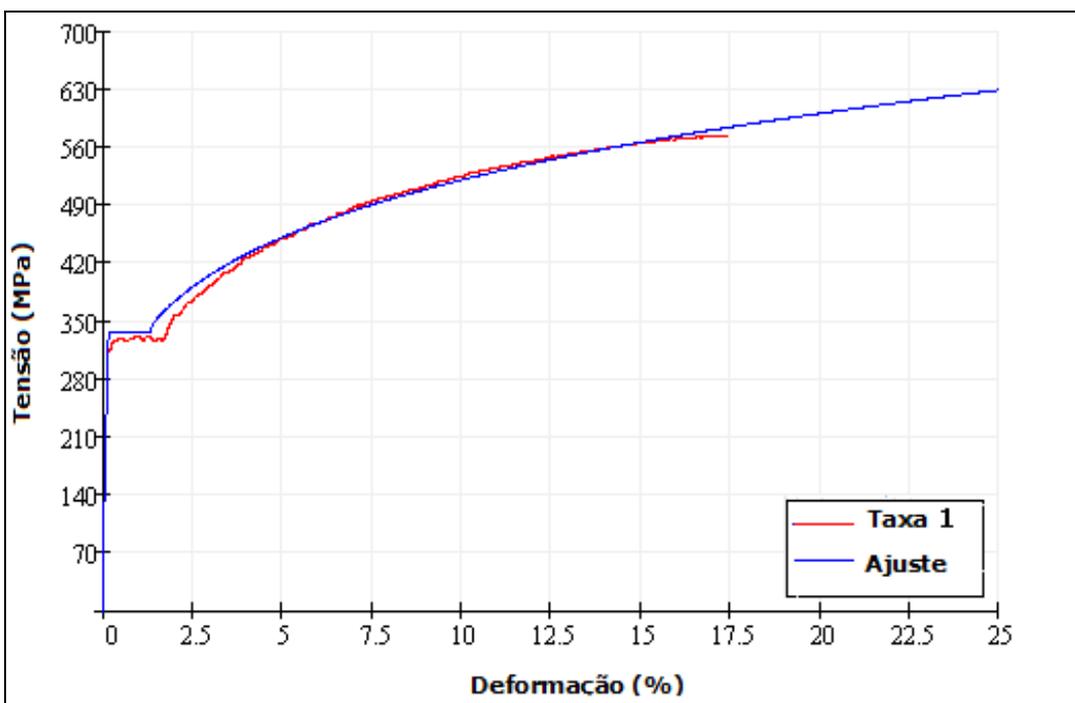


Figura 96 – Ajuste J-C modificado para a taxa 1 real

O resultado do ajuste foi obtido para a taxa 2 real está ilustrado na Fig. 97 no diagrama σ - ϵ verdadeiro, sendo obtido um bom resultado para todo a domínio do gráfico.

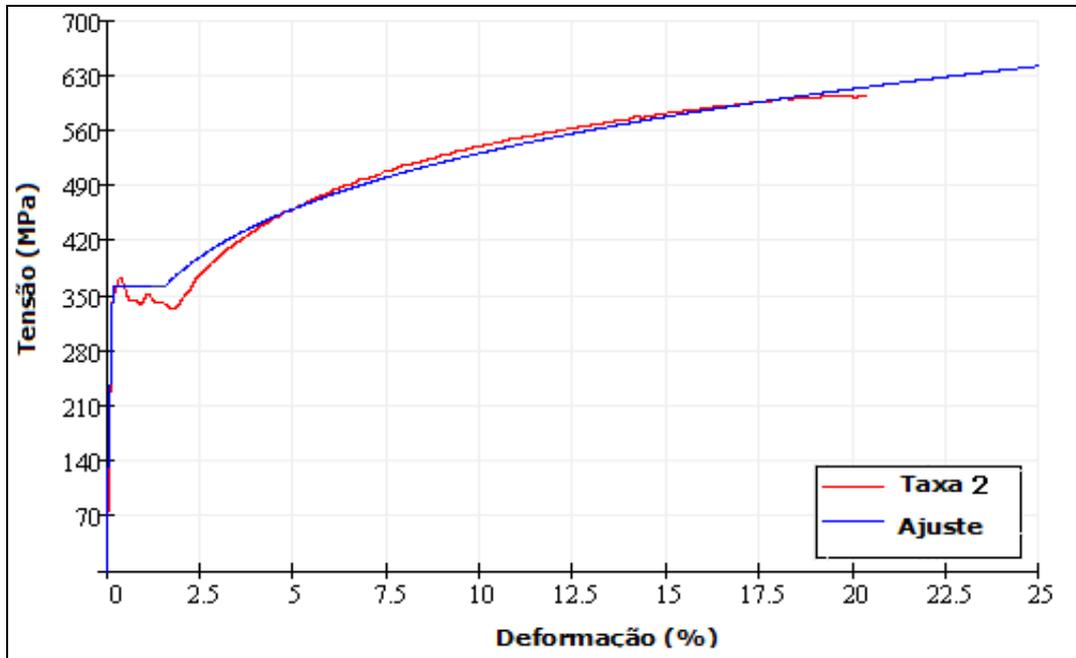


Figura 97 – Ajuste J-C modificado para a taxa 2 real

A Fig.98 apresenta o ajuste para a taxa 3 real, com a obtenção de um modelo modificado de J-C com qualidade superior aquele original de J-C

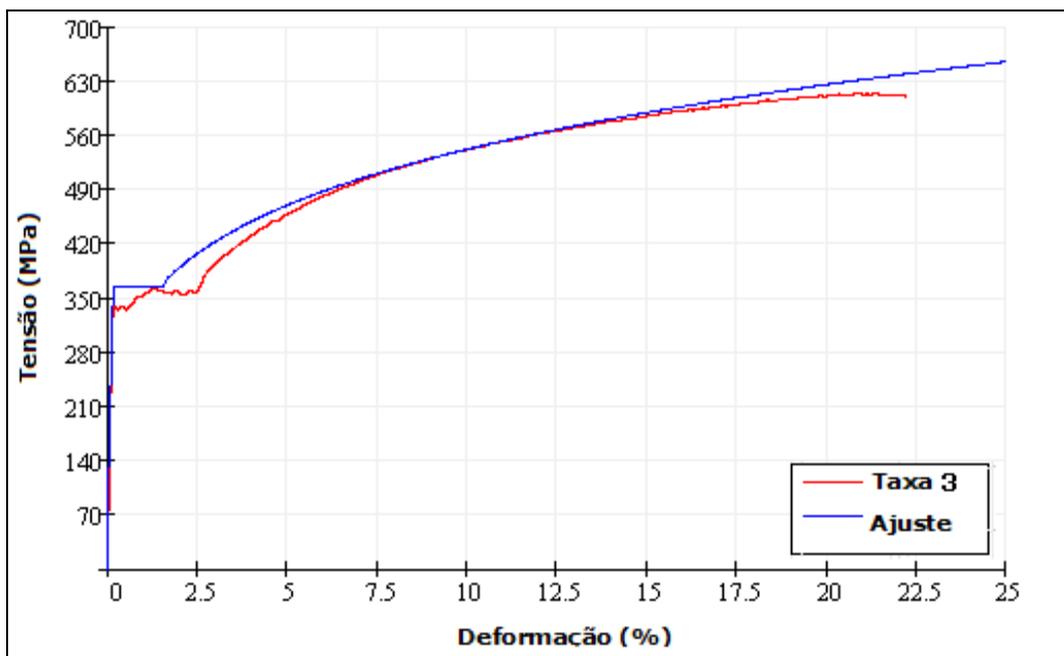


Figura 98 – Ajuste J-C modificado para a taxa 3 real

A Fig. 99 ilustra o ajuste para a taxa 4 real, também com um ajuste melhor, especialmente na região do patamar.

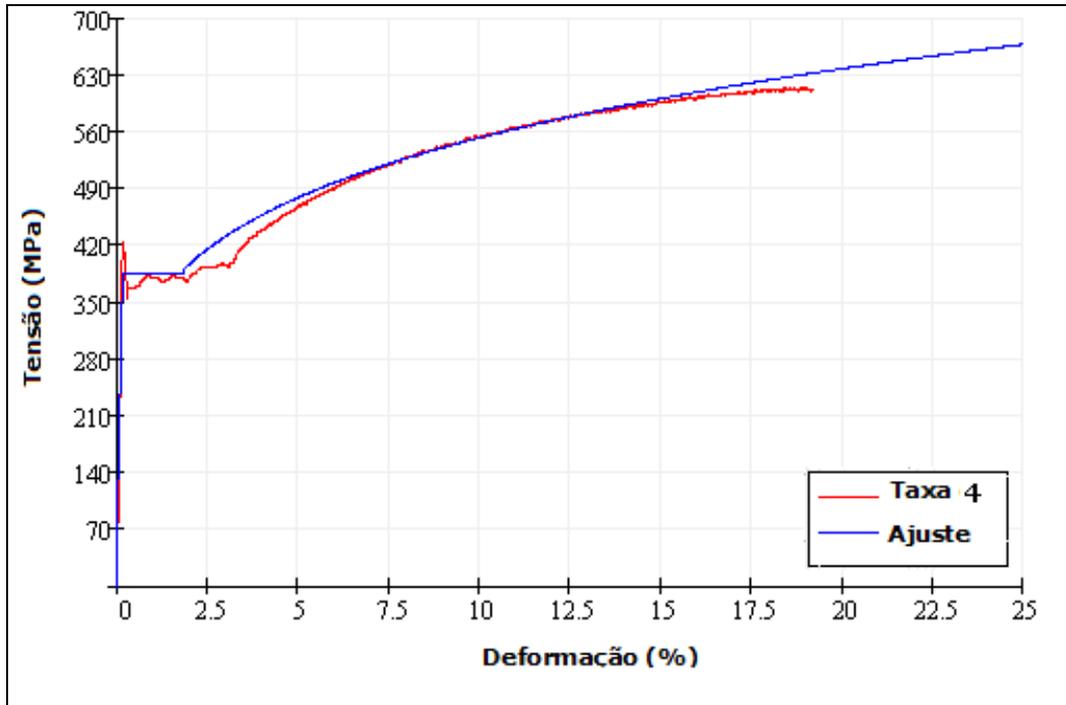


Figura 99 – Ajuste J-C modificado para a taxa 4 real

A Fig. 100 ilustra o ajuste para a taxa 5 real, mostrando um bom ajuste em toda a extensão do diagrama.

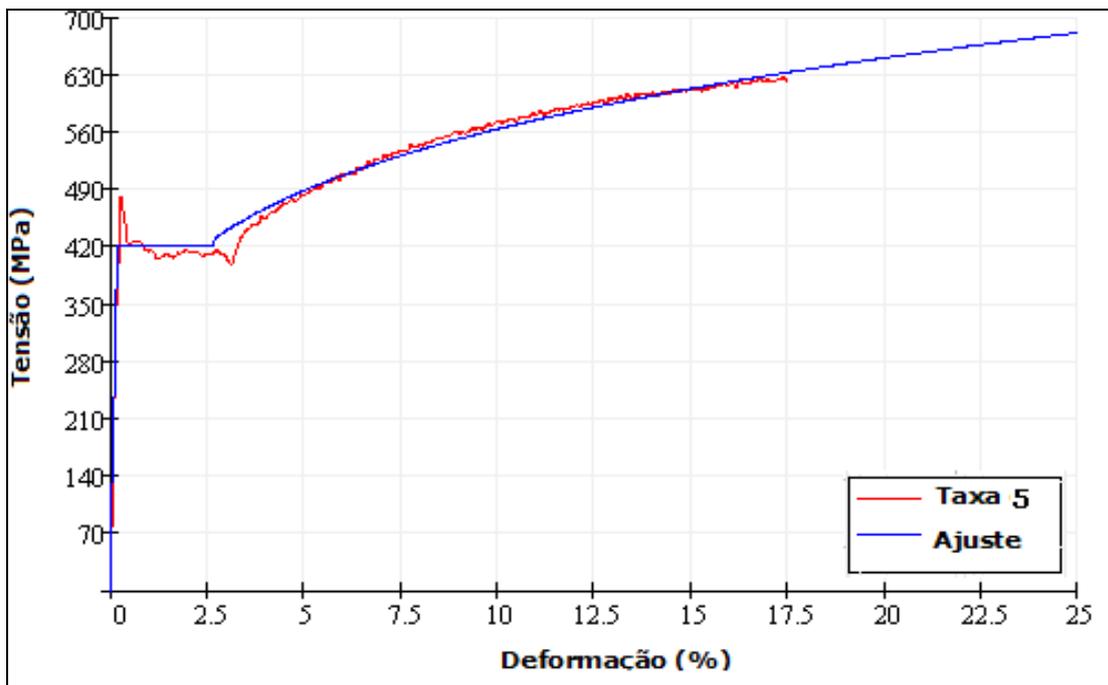


Figura 100 – Ajuste J-C modificado para a taxa 5 real

A Fig. 101 mostra o ajuste para a taxa 6 real, que apresenta um valor constante para a região do patamar não muito bem definido.

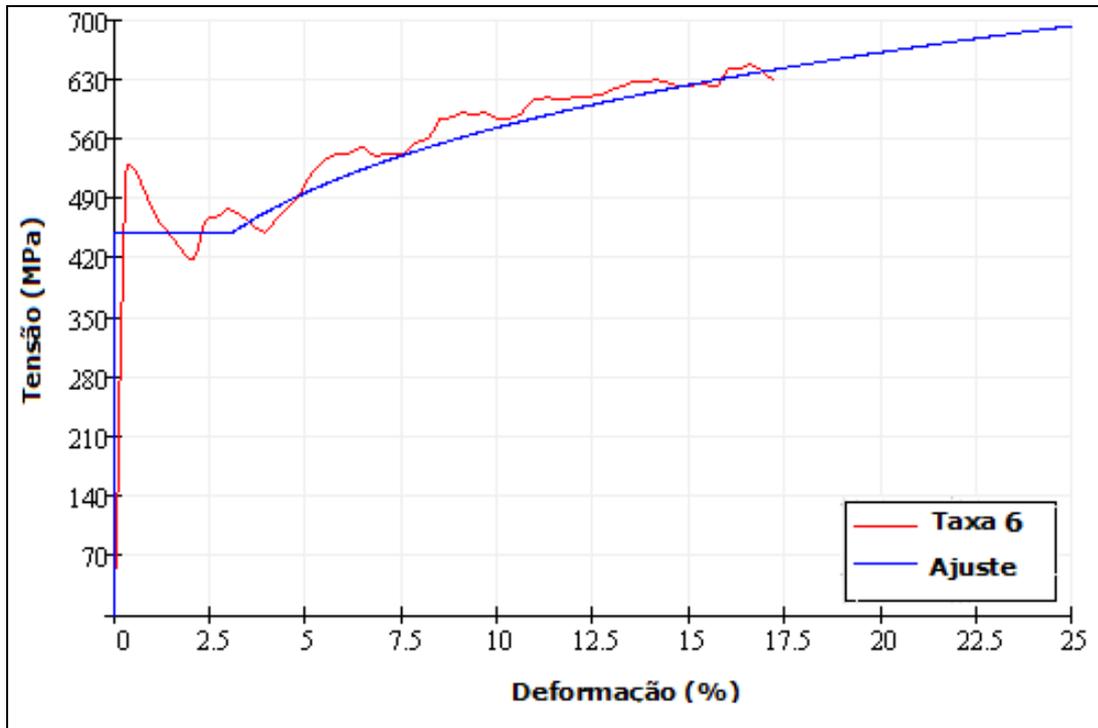


Figura 101 – Ajuste J-C modificado para a taxa 6 real

4.2.3

O Modelo de YU *et al*

O modelo proposto por Yu *et al* (2009) descreve o comportamento mecânico do material da curva σ - ε verdadeira. A descrição deste modelo envolve a determinação de 6 parâmetros do material, conforme equação (65).

$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = A \cdot \left[1 + B \cdot \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right]^m + C \cdot \varepsilon - D \cdot \exp -F \cdot \varepsilon \quad (65)$$

onde A , B , m , C , D , e F são constantes do material, ε é a deformação (m/m) e $\dot{\varepsilon}$ é a taxa de deformação (s^{-1}). Após pequenas modificações do procedimento proposto neste trabalho, foi possível realizar o ajuste para o modelo YU *et al* (2009). Ressalta-se a dificuldade em convergência dos resultados para este tipo de modelo com um grande número de constantes a determinar.

4.2.3.2

Ajuste dos dados obtidos por controle de taxa

Na Fig.102 mostra os resultados obtidos no ensaio de tração com controle por taxa de deformação, para a taxa 1. O ajuste dos dados pelo modelo de YU *et al* (2009) apresentou bons resultados para área plástica, especificamente a partir

de 2,3% de deformação, contudo este modelo não é capaz de descrever com eficiência a região até o patamar de escoamento.

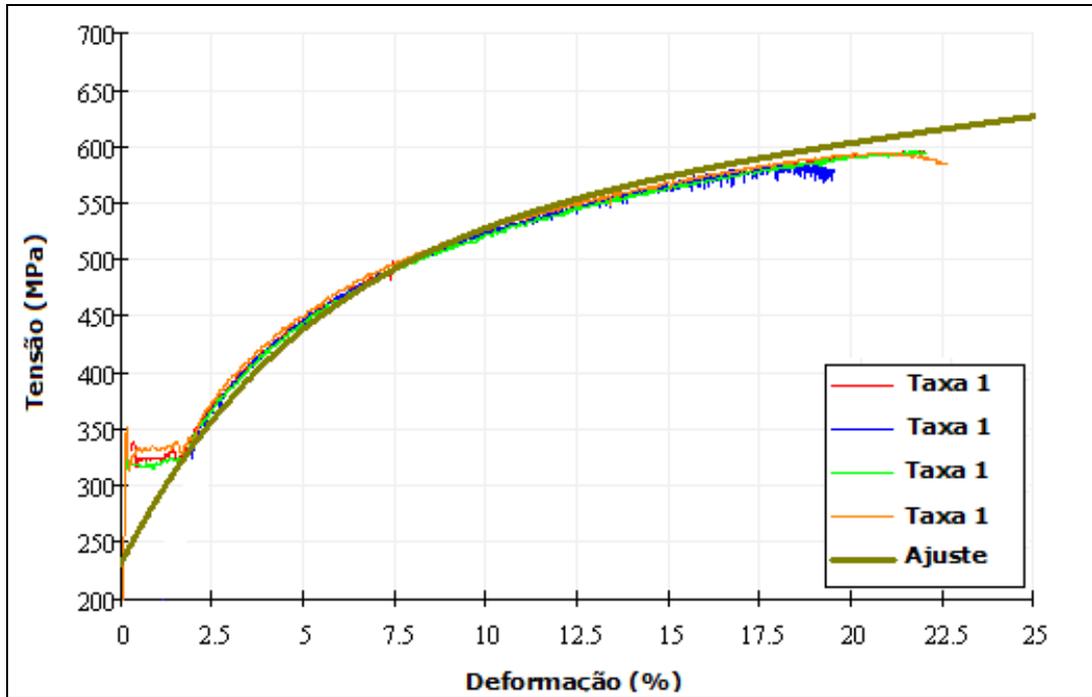


Figura 102 – Ajuste YU *et al* (2009) para a taxa 1

A Fig. 103 ilustra os resultados para a taxa 2, com boa qualidade no ajuste a partir de 2,4%, mostrando a fragilidade deste modelo na região elástica.

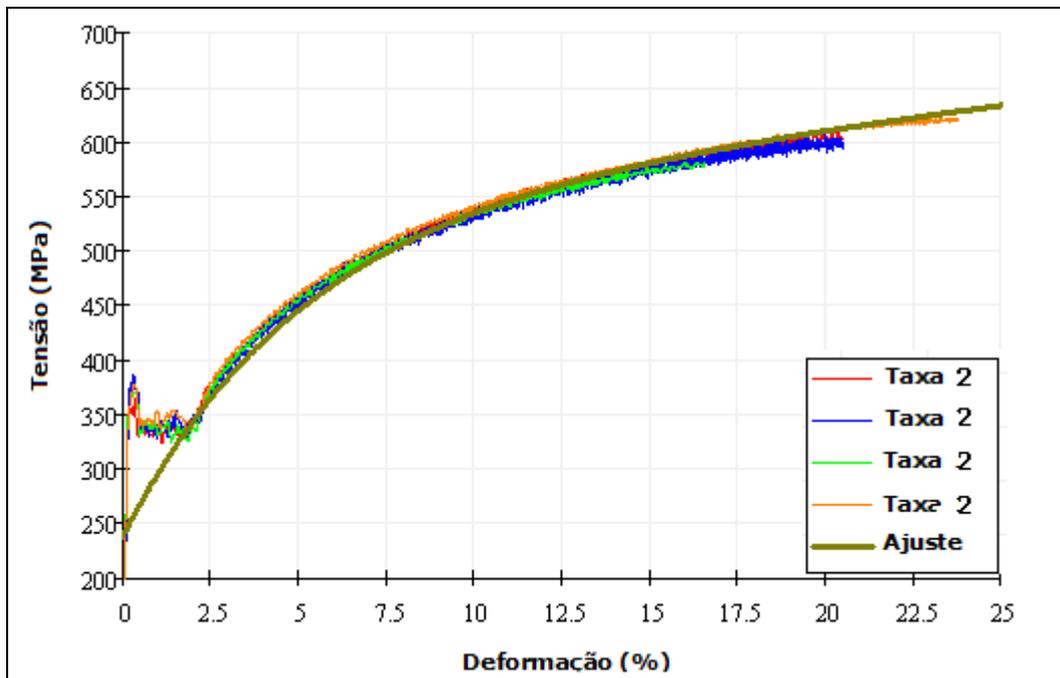


Figura 103 – Ajuste YU *et al* (2009) para a taxa 2

A Fig. 104 ilustra os resultados obtidos da curva σ - ϵ para a taxa 3. Neste caso o ajuste de mostrou eficiente a partir de 2,5% de deformação somente.

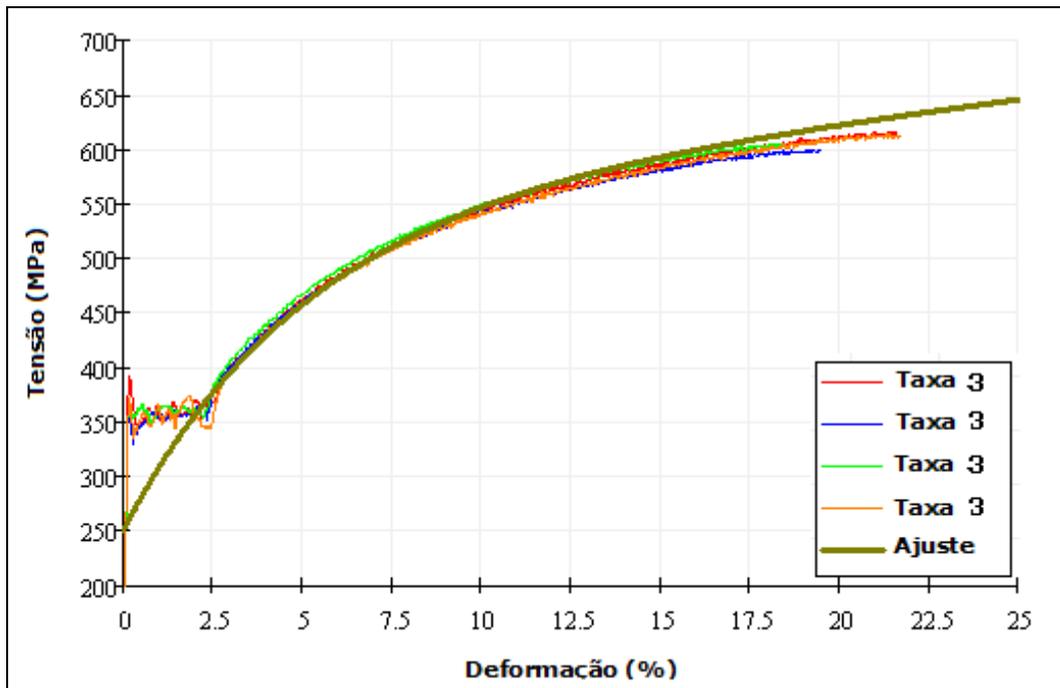


Figura 104 – Ajuste YU *et al* (2009) para a taxa 3

Os resultados obtidos na curva σ - ϵ para a taxa 4 são apresentados na Fig. 105, com aderência dos dados experimentais ao modelo a partir de 2,6%.

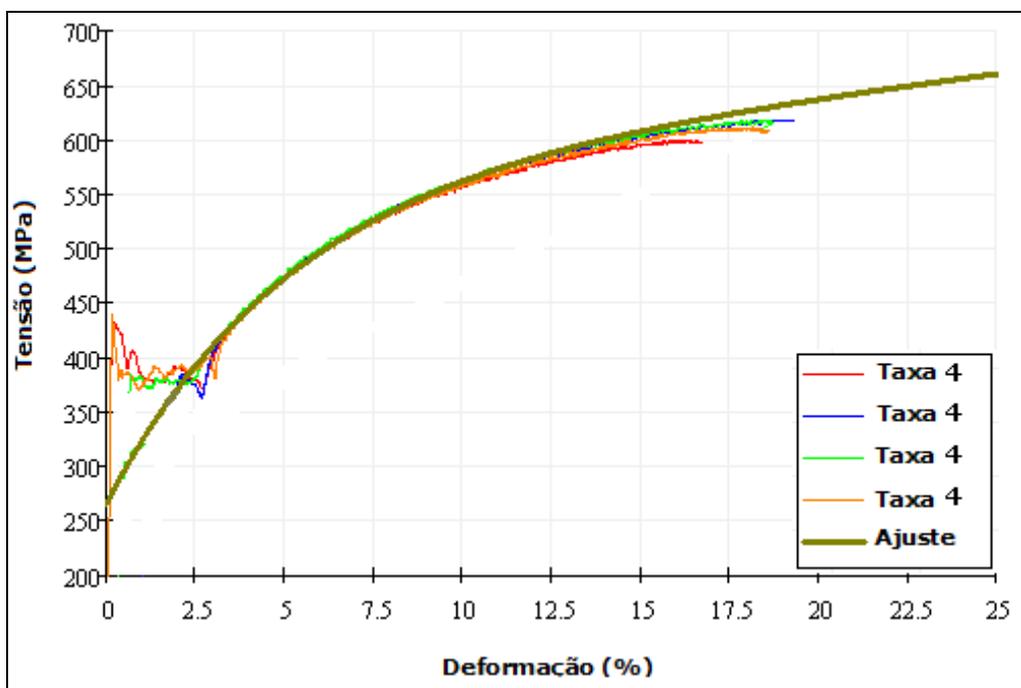


Figura 105 – Ajuste YU *et al* (2009) para a taxa 4

A curva σ - ϵ para a taxa 5 é mostrada a Fig. 106, com boa concordância dos resultados novamente na região plástica a partir de 2,7%

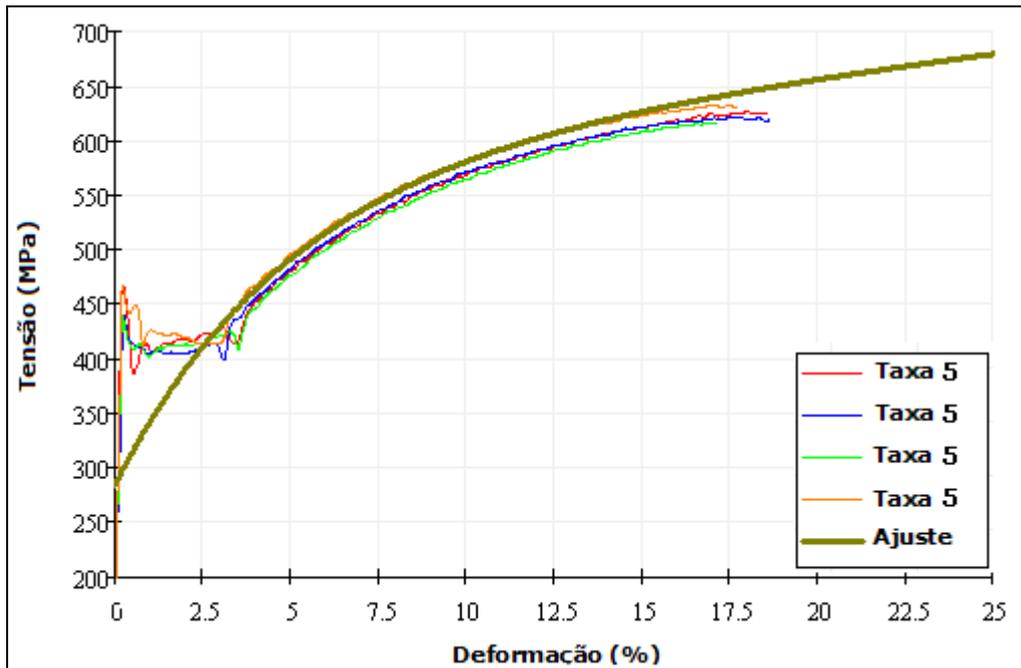


Figura 106 – Ajuste YU *et al* (2009) para a taxa 5

A curva σ - ϵ para a taxa 6 é ilustrada na Fig. 107, com ajuste ao modelo proposto de modo eficiente a partir de 3% de deformação.

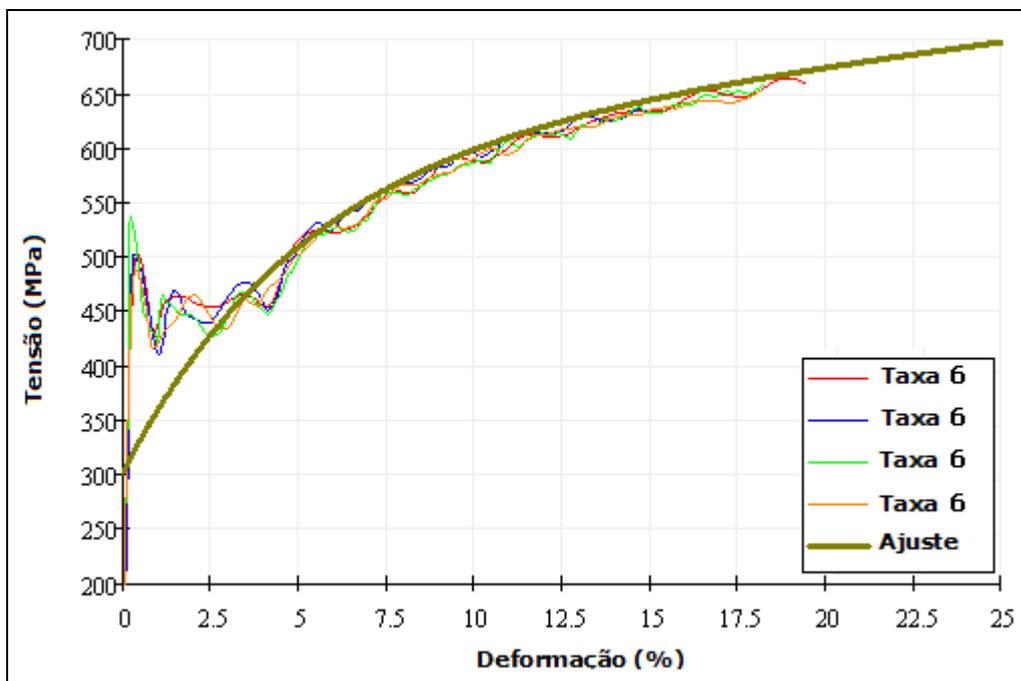


Figura 107 – Ajuste YU *et al* (2009) para a taxa 6

Analisando as Figs. 108 e 109 fica evidente que para as deformações plásticas este modelo possui um ajuste ligeiramente superior que o obtido por J-C ou por J-C modificado. Contudo, no regime elástico o modelo prevê deformações bem superiores que aquelas obtidas na previsão por J-C modificado, o que é i-

nadequado para a descrição detalhada de uma estrutura. Por exemplo, para uma tensão de 400 MPa que induziria uma deformação de 2%, conforme o modelo de YU *et al* (2009), na verdade para esta mesma tensão a deformação ocorrida é de cerca de 0,2%, assim gerando um erro na previsibilidade das deformações da ordem de 10 vezes.

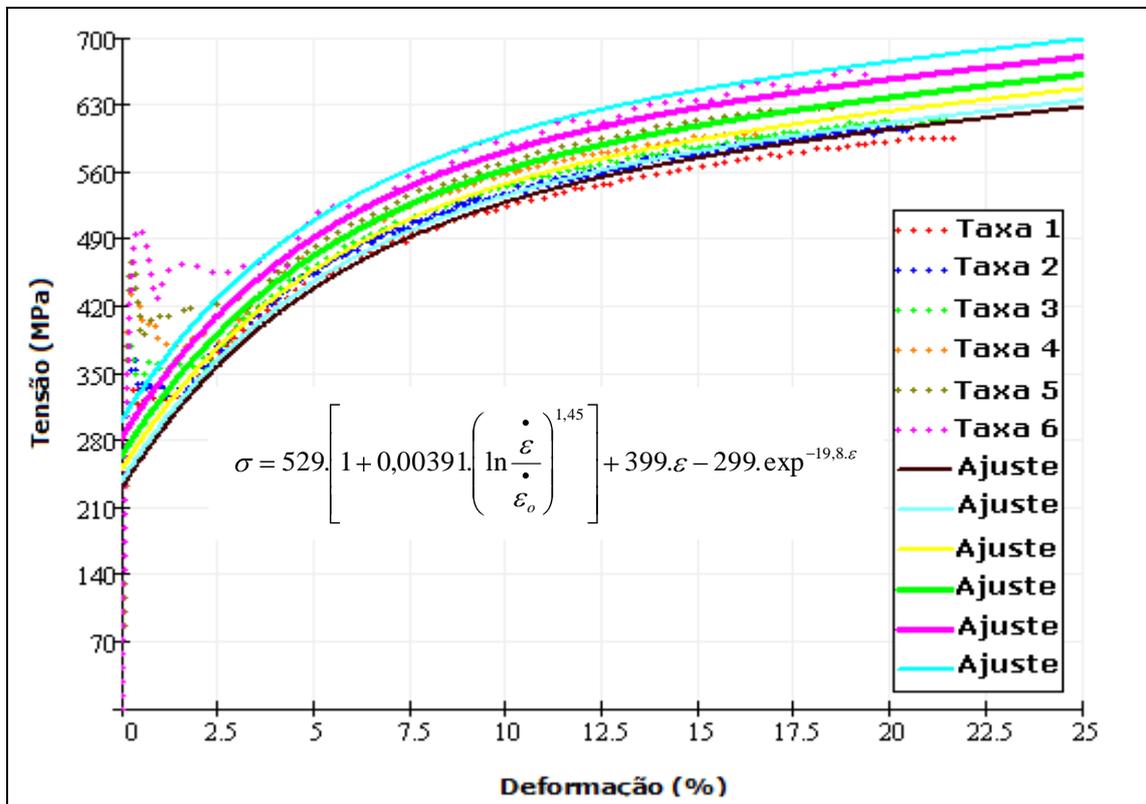


Figura 108 – Ajuste YU *et al* (2009) para as 6 taxas

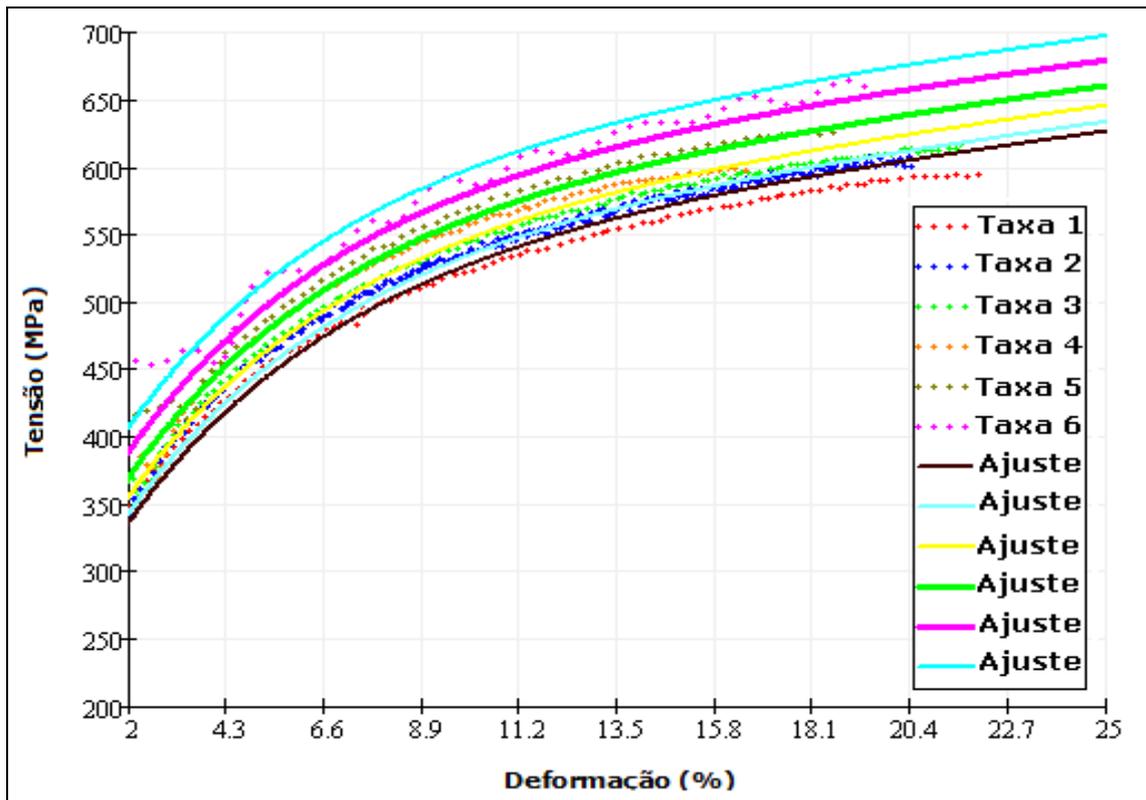


Figura 109 – Ajuste YU *et al* (2009) para as 6 taxas

4.2.3.2

Ajuste dos dados obtidos por controle de velocidade

Os ajustes dos dados experimentais da curva σ - ϵ obtidos pela estratégia de controle de velocidade do pistão estão ilustrados nas Figs. 110 a 115, sendo apresentados também os valores numéricos das constantes do modelo YU *et al* (2009).

A Fig.110 apresenta o ajuste dos dados experimentais a equação de YU *et al* (2009) para a taxa 1 real, mostrando-se com boa aderência aos dados a partir de 2,3% de deformação.

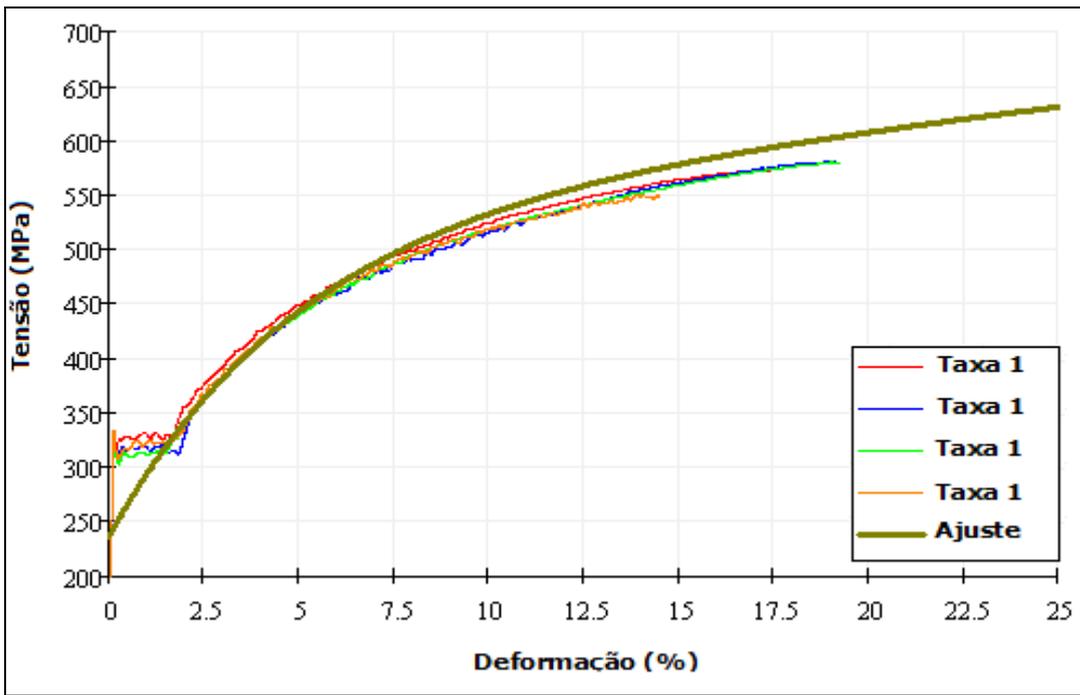


Figura 110 – Ajuste YU *et al* (2009) para a taxa 1 real

A curva σ - ϵ é apresentada na Fig. 111 para a taxa 2 real, mostrando a excelente capacidade de ajuste deste modelo somente na região plástica a partir de 2,4% de deformação.

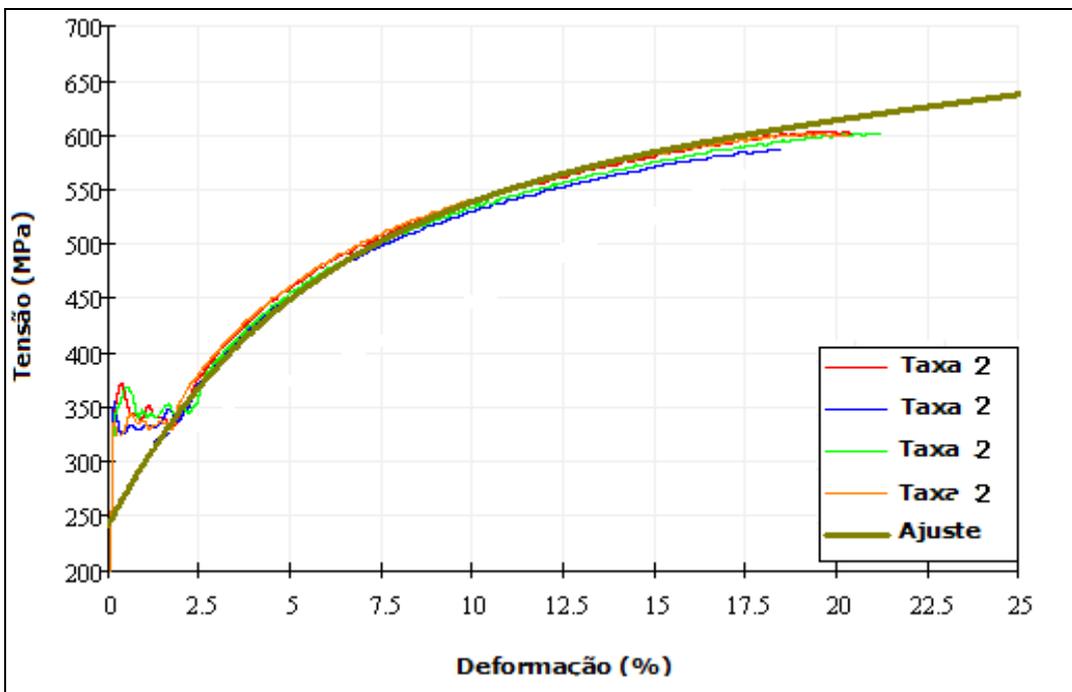


Figura 111 – Ajuste YU *et al* (2009) para a taxa 2 real

O ajuste dos dados experimentais ao modelo para a taxa 3 real está apresentado na Fig. 112, com boa qualidade de previsão de resposta do modelo a partir de 2,5% de deformação.

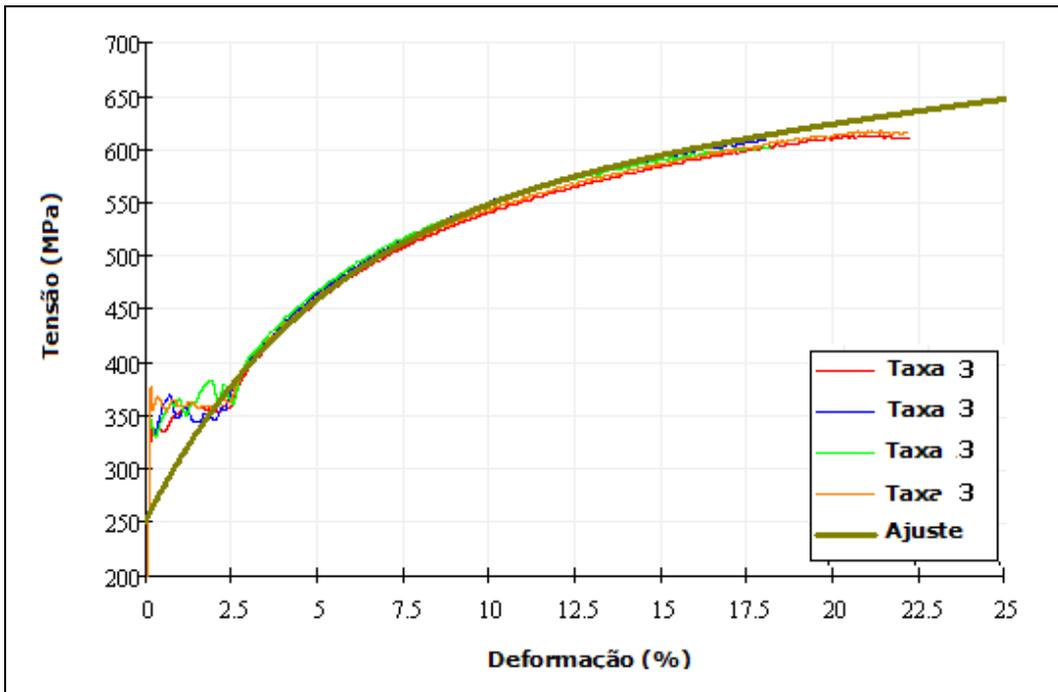


Figura 112 – Ajuste YU *et al* (2009) para a taxa 3 real

A curva σ - ϵ para a taxa 4 real está mostrada na Fig. 113, onde o modelo prescreve bem o comportamento a partir de 2,6% de deformação.

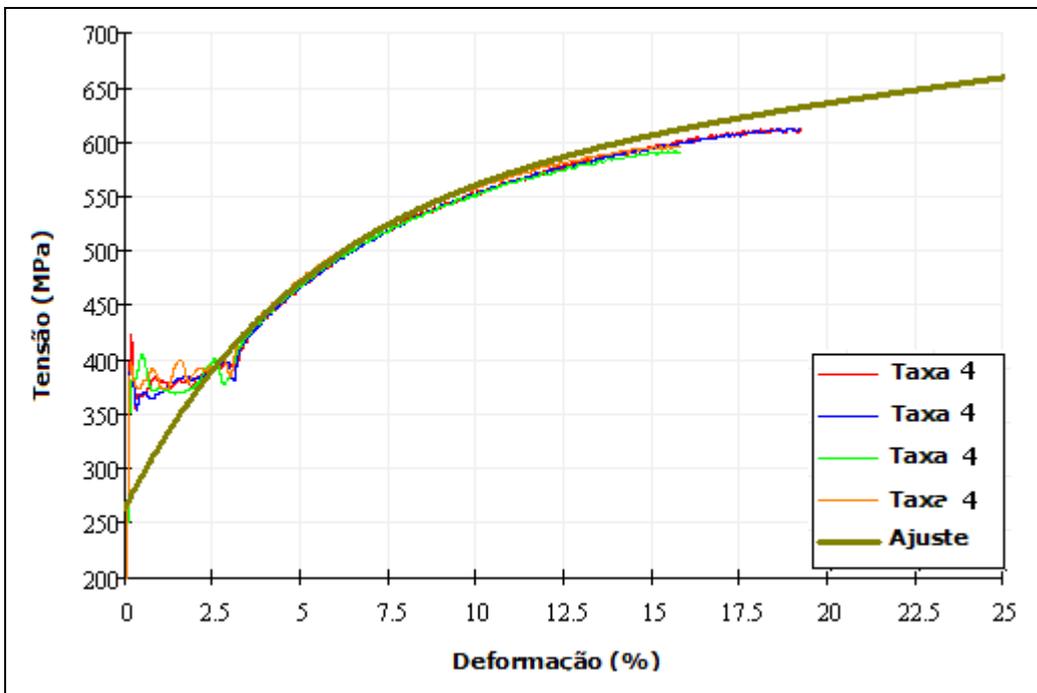


Figura 113 – Ajuste YU *et al* (2009) para a taxa 4 real

A Fig. 114 apresenta a curva σ - ϵ para a taxa 5 real, sendo observado que a partir de 2,7% de deformação o ajuste se mostrou de boa qualidade.

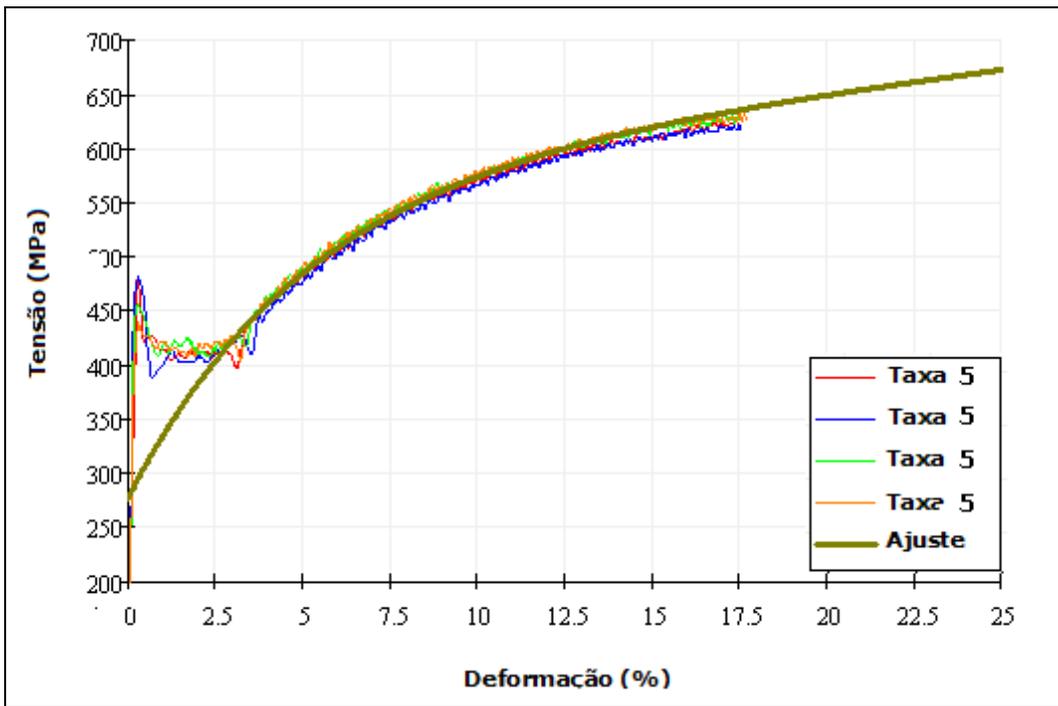


Figura 114 – Ajuste YU *et al* (2009) para a taxa 5 real

A Fig. 115 ilustra os resultados da curva de σ - ϵ para a taxa 6 real, com bom ajuste dos dados a partir da deformação de 3,5%. Verifica-se que descrição da região de escoamento torna-se difícil também por este modelo, apesar de possuir 6 parâmetros para caracterizar o comportamento mecânico.

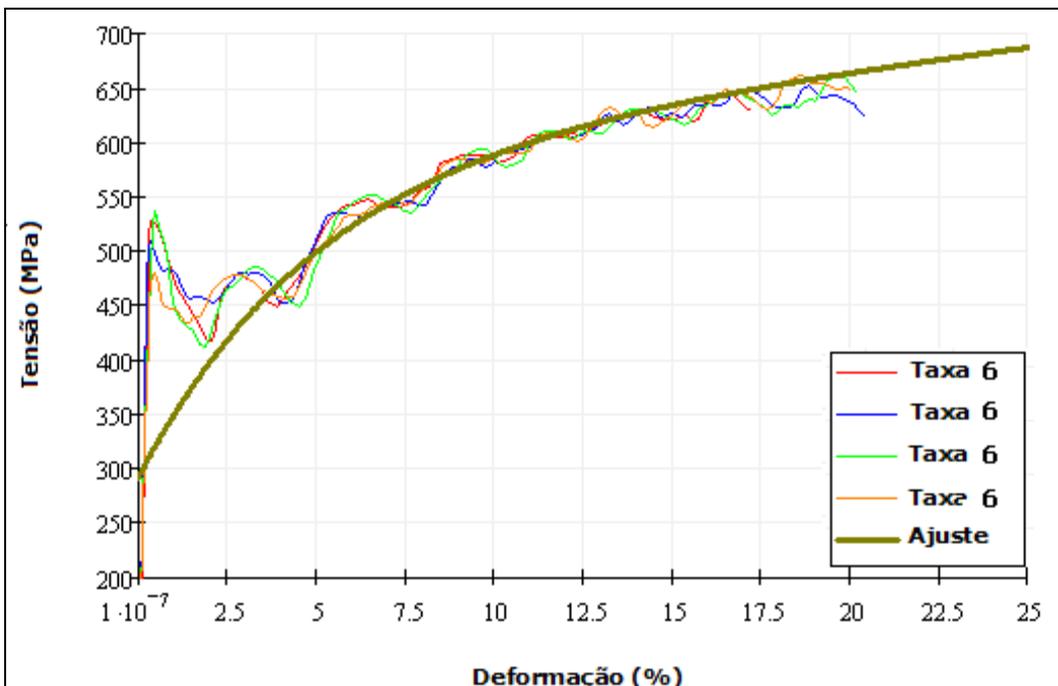


Figura 115 – Ajuste YU *et al* (2009) para a taxa 6 real

As Figs. 116 e 117 ilustram a curva σ - ϵ para toda a extensão do diagrama e também somente para região plástica, respectivamente.

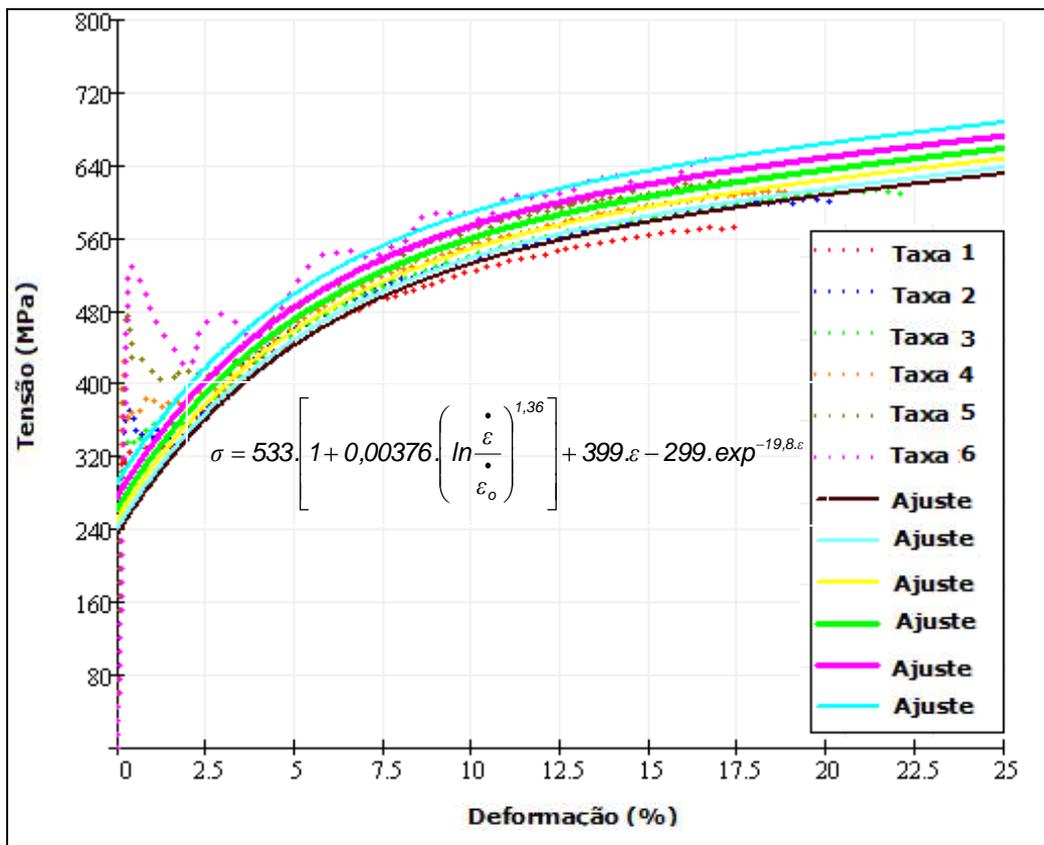


Figura 116 – Ajuste YU *et al* (2009) para as 6 taxas reais

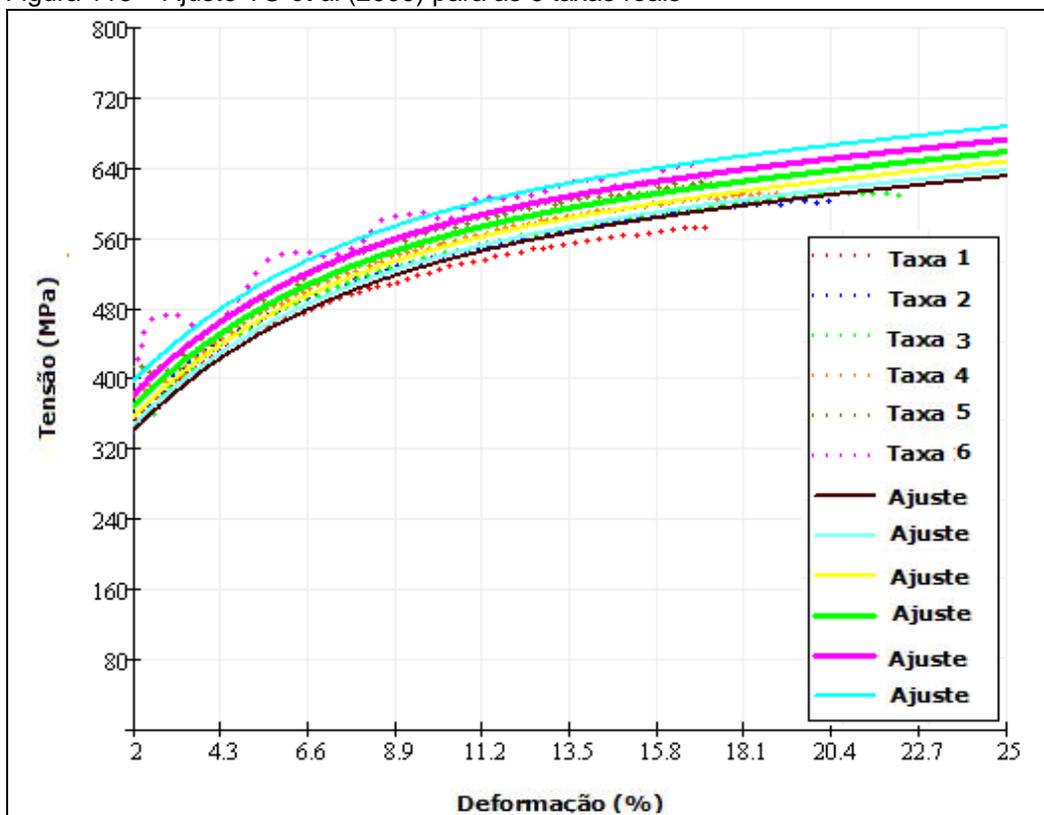


Figura 117 – Ajuste YU *et al* (2009) para as 6 taxas reais

4.3 Comparação dos Modelos.

O modelo J-C descreve bem o comportamento plástico com 3 constantes, após a região de escoamento, contudo a região do patamar o modelo intercepta em um ponto intermediário, mostrando assim sua limitação. O modelo de YU *et al* (2009) possui o dobro de constantes que o modelo de J-C, ou seja, 6 constantes, o que apresentou um melhor ajuste na área plástica, ao longo de todas as taxas de deformação, mas a área do patamar se mostrou de difícil ajuste, mesmo se dispondo do número elevado de parâmetros a serem determinados. Esta prática de aumentar o número de constantes para descrever melhor o comportamento mecânico não gera necessariamente um modelo mais eficiente, o que pôde ser observado graças a banco de dados dos ensaios obtido no Capítulo 3. Ressalta-se que o procedimento numérico desenvolvido foi o mesmo em ambos os casos, contudo a convergência no caso do modelo de YU *et al* (2009) se mostrou mais difícil. O modelo modificado de J-C traz as vantagens de ajustar melhor tanto a área do patamar, quanto a área plástica, se mostrando um modelo com menos constantes a determinar que YU *et al* (2009), sendo necessário ainda estabelecer uma relação entre a resistência ao escoamento e a taxa de deformação. Esta relação também se mostra útil para projetos em engenharia mecânica em que muitas das vezes são empregados os valores da resistência ao escoamento a revelia do conhecimento a priori do valor da taxa de deformação. A tabela 16 apresenta um resumo dos principais aspectos de vantagens e desvantagens dos modelos selecionados.

Tabela 16 – Resumo da avaliação dos modelos

Modelo	Complexidade	Ajuste à região		Aplicação
		Elástica	Plástica	
J-C	Média	Ruim, intercepta pontos intermediários do patamar	Boa, a partir de 4-5% de deformação	Limitada à região plástica
J-C modificado	Média	Boa	Excelente, partir de 2-3 % de deformação	Aplicação para simulações de impacto
YU <i>et al</i> (2009)	Alta	Ruim, podendo gerar erros de previsão de 10 vezes	Excelente, a partir do fim do patamar de escoamento	Limitado à região plástica. Difícil de ajustar