

## 2 Propagação de fraturas em rochas por energia de ondas de tensão

### 2.1 Equações da elastodinâmica

Problemas de elastodinâmica em materiais isotrópicos e linearmente elásticos são governados pelas seguintes equações diferenciais de campo [(2.1), (2.2), (2.3)].

$$\sigma_{ij,j} + f_i = \rho \ddot{u}_i \quad i = 1,2,3 \quad (2.1)$$

As equações (2.1) são denominadas equações do movimento, onde  $\sigma_{ij}$  representa o tensor das tensões,  $f_i$  as forças de massa,  $\rho$  a massa específica do material e  $\ddot{u}_i$  as componentes de aceleração da partícula.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad i,j = 1,2,3 \quad (2.2)$$

que geometricamente relacionam o tensor das deformações  $\varepsilon_{ij}$  com gradientes de deslocamento  $u_{i,j}$ , estes considerados infinitesimais na teoria da elasticidade linear.

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad i,j = 1,2,3 \quad (2.3)$$

conhecida como lei de Hooke generalizada, que relaciona, em materiais linearmente elásticos e isotrópicos, os tensores de tensão e de deformação por meio das constantes de Lamé  $\lambda$  e  $\mu$ .

A formulação do problema em termos de deslocamentos pode ser obtida substituindo-se as equações (2.2) em (2.3) e, em seguida, as equações resultantes em (2.1), o que permite escrever as equações de movimento em termos de deslocamentos, as chamadas equações de Navier no contexto da elastodinâmica:

$$\mu \cdot u_{i,jj} + (\lambda + \mu)_{,j} u_{j,i} = \rho \cdot \ddot{u}_i \quad i = 1,2,3 \quad (2.4)$$

ou na notação vetorial:

$$\mu \nabla^2 \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mathbf{f} = \rho \cdot \ddot{\mathbf{u}} \quad (2.5)$$

onde  $\nabla \cdot \mathbf{u}$  representa o divergente do campo vetorial dos deslocamentos  $\mathbf{u}$ ,  $\nabla$  o operador vetorial  $\nabla = \mathbf{e}_i \frac{\partial}{\partial x_i}$  que, aplicado a um campo escalar produz a função vetorial gradiente,  $\nabla^2$  o operador Laplaciano ( $\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla$ ) que, aplicado a um campo vetorial, resulta  $\nabla^2 \mathbf{u} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \nabla \times \nabla \times \mathbf{u}$  onde  $\nabla \times \mathbf{u}$  indica o rotacional (*curl*) do campo vetorial dos deslocamentos  $\mathbf{u}$ .

Pela decomposição de Stokes-Helmholtz, o campo de deslocamentos  $\mathbf{u}$  pode ser escrito como a soma de um campo vetorial irrotacional  $\mathbf{u}'$ , gradiente de um potencial escalar  $\varphi$ , e de um campo vetorial distorcivo  $\mathbf{u}''$ , divergente de um campo vetorial  $\boldsymbol{\psi}$ :

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}' + \mathbf{u}'' = \nabla \varphi + \nabla \times \boldsymbol{\psi} \quad \text{com} \quad \nabla \cdot \boldsymbol{\psi} = 0 \quad (2.6)$$

A decomposição acima, introduzida na equação do movimento (2.5), resulta nas seguintes equações que governam a propagação tridimensional de ondas elásticas, admitindo-se as forças de massa  $\mathbf{f} = 0$ :

$$\nabla^2 \varphi = \frac{1}{c_L^2} \ddot{\varphi} \quad (2.7)$$

$$\nabla^2 \boldsymbol{\psi} = \frac{1}{c_T^2} \ddot{\boldsymbol{\psi}} \quad (2.8)$$

onde  $c_L$  e  $c_T$  representam as velocidades de propagação das ondas longitudinais e transversais (ou cisalhantes), respectivamente, e são expressas por:

$$c_L^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \quad \text{e} \quad c_T^2 = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.9)$$

A Equação (2.7) governa a propagação de uma onda irrotacional ( $\nabla \times \mathbf{u}' = 0$ ), com velocidade  $c_L$ , conhecida como onda *P*, enquanto que a Equação (2.8) representa a propagação de uma onda que causa distorções, mas não variações de volume ( $\nabla \cdot \mathbf{u}'' = 0$ ), com velocidade  $c_T$ , conhecida como onda *S*. Geralmente, um distúrbio produz ambos tipos de ondas, que se separam em vista de suas diferentes

velocidades de propagação ( $c_L > c_T$ ), mas também acoplam-se devido ao fenômeno da conversão modal nos contornos do problema ou na passagem entre meios de diferentes densidades.

Considerando-se uma dependência harmônica no tempo com  $\varphi = \phi e^{-i\omega t}$  e  $\Psi = \mathfrak{G} e^{-i\omega t}$ , as equações da onda podem ser escritas no domínio da frequência como:

$$\nabla^2 \phi + k_1^2 \phi = 0 \quad (2.10a)$$

$$\nabla^2 \mathfrak{G} + k_2^2 \mathfrak{G} = 0 \quad (2.10b)$$

onde  $k_1 = \omega/c_L$  é o número de onda  $P$ ,  $k_2 = \omega/c_T$  é o número de onda  $S$  e  $\omega$  é a frequência circular do movimento.

No caso do estado plano de deformação ( $u_3 = 0$ ), o campo vetorial distorcivo pode ser expresso por  $\mathfrak{G} = \mathfrak{G}_3$ , obtendo-se as seguintes equações que governam a propagação de ondas planas no domínio da frequência:

$$\nabla^2 \phi + k_1^2 \phi = 0 \quad (2.11a)$$

$$\nabla^2 \mathfrak{G} + k_2^2 \mathfrak{G} = 0 \quad (2.11b)$$

cuja solução pode ser genericamente expressa por:

$$\phi = A_1 \cdot \exp[ik_1(\mathbf{p}^{(1)} \cdot \mathbf{x})] \quad \text{para ondas } P \quad (2.12a)$$

$$\mathfrak{G} = A_2 \cdot \exp[ik_2(\mathbf{p}^{(2)} \cdot \mathbf{x})] \quad \text{para ondas } SV \quad (2.12b)$$

onde  $A_1$  e  $A_2$  são amplitudes de onda,  $x$  denota o vetor-posição,  $\mathbf{p}^{(1)}$  representa o vetor unitário que define a direção de propagação da onda  $P$  e  $\mathbf{p}^{(2)}$  a direção de propagação da onda cisalhante. A designação  $SV$  é utilizada para indicar que a onda cisalhante se propaga no plano do problema e causa movimentos de partícula (polarização) contidos neste mesmo plano.

Substituindo-se as expressões (2.12a) e (2.12b) na Equação (2.6), o campo de deslocamentos gerado pela propagação de ambos os tipos de onda pode ser genericamente expresso como:

$$\mathbf{u}^{(n)} = A_n \mathbf{d}^{(n)} \exp[ik_n (\mathbf{p}^{(n)} \cdot \mathbf{x})] \quad (2.13)$$

onde o valor do índice  $n$  está associado com o tipo de onda ( $P$  ou  $SV$ ) e  $\mathbf{d}$  representa o vetor unitário que descreve a direção do movimento das partículas.

A obtenção dos campos de deformação e de tensão pode então ser feita finalmente a partir das equações (2.2) e (2.3), respectivamente.

## 2.2 Reflexão de onda $P$

A reflexão de uma onda  $P$ , ou onda primária ou onda longitudinal, que se propaga no plano  $x_1x_2$  está esquematicamente representada na Figura 2.1. O sistema de ondas incidentes e refletidas deve satisfazer às condições de contorno em  $x_2 = 0$ , sendo esperadas duas ondas refletidas para cada onda  $P$  incidente.

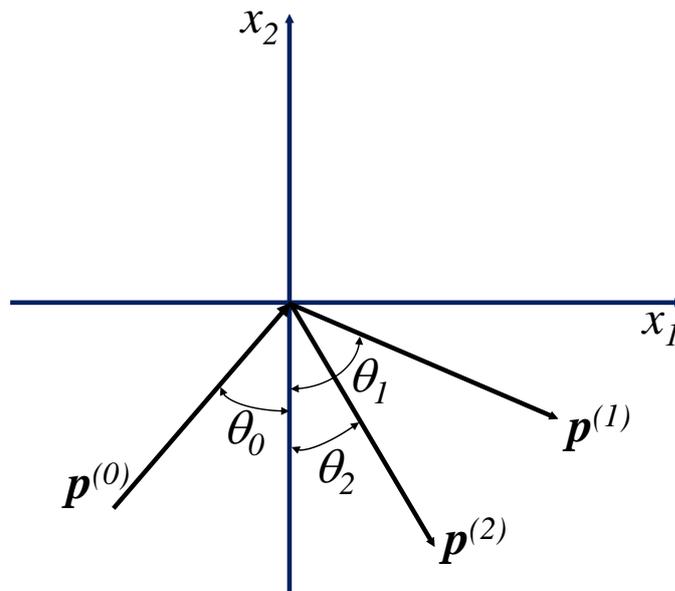


Figura 2.1 - Reflexão de uma onda  $P$  (adaptado de Achenbach, 1975).

O campo de deslocamentos para cada onda é determinado pela Equação (2.13), considerando-se os seguintes valores para o índice  $n$ :

a) onda  $P$  incidente:  $n = 0$

$$\mathbf{p}^{(0)} = \sin \theta_0 \mathbf{e}_1 + \cos \theta_0 \mathbf{e}_2 \quad (2.14a)$$

$$\mathbf{d}^{(0)} = \sin \theta_0 \mathbf{e}_1 + \cos \theta_0 \mathbf{e}_2 \quad (2.14b)$$

$$\mathbf{d}^{(0)} = \mathbf{p}^{(0)} \quad (2.14c)$$

$$c_0 = c_L \quad (2.14d)$$

b) onda  $P$  refletida:  $n = 1$

$$\mathbf{p}^{(1)} = \text{sen}\theta_1 \mathbf{e}_1 - \text{cos}\theta_1 \mathbf{e}_2 \quad (2.15a)$$

$$\mathbf{d}^{(1)} = \text{sen}\theta_1 \mathbf{e}_1 - \text{cos}\theta_1 \mathbf{e}_2 \quad (2.15b)$$

$$\mathbf{d}^{(1)} = \mathbf{p}^{(1)} \quad (2.15c)$$

$$c_1 = c_L \quad (2.15d)$$

c) onda  $SV$  refletida (conversão modal):  $n = 2$

$$\mathbf{p}^{(2)} = \text{sen}\theta_2 \mathbf{e}_1 - \text{cos}\theta_2 \mathbf{e}_2 \quad (2.16a)$$

$$\mathbf{d}^{(2)} = \text{cos}\theta_2 \mathbf{e}_1 + \text{sen}\theta_2 \mathbf{e}_2 \quad (2.16b)$$

$$\mathbf{d}^{(2)} \cdot \mathbf{p}^{(2)} = 0 \quad (2.16c)$$

$$c_2 = c_T \quad (2.16d)$$

No contorno  $x_2 = 0$ , as componentes de tensão são calculadas com base nas equações (2.13), (2.2) e (2.3), obtendo-se:

$$\sigma_{22}^{(n)} = ik_n \left[ (\lambda + 2\mu) d_2^{(n)} p_2^{(n)} + \lambda d_1^{(n)} p_1^{(n)} \right] A_n \exp(ik_n p_1^{(n)} x_1) \quad (2.17a)$$

$$\sigma_{21}^{(n)} = ik_n \mu (d_2^{(n)} p_1^{(n)} + d_1^{(n)} p_2^{(n)}) A_n \exp(ik_n p_1^{(n)} x_1) \quad (2.17b)$$

que, devido às condições de contorno:

$$\sigma_{22} = \sigma_{22}^{(0)} + \sigma_{22}^{(1)} + \sigma_{22}^{(2)} = 0 \quad (2.18a)$$

$$\sigma_{21} = \sigma_{21}^{(0)} + \sigma_{21}^{(1)} + \sigma_{21}^{(2)} = 0 \quad (2.18b)$$

resultam em:

$$ik_0 (\lambda + 2\mu \cos^2 \theta_0) A_0 \exp(ik_0 p_1^{(0)} x_1) + ik_1 (\lambda + 2\mu \cos^2 \theta_1) A_1 \exp(ik_1 p_1^{(1)} x_1) - 2ik_2 \mu \text{sen} \theta_2 \cos \theta_2 A_2 \exp(ik_2 p_1^{(2)} x_1) = 0 \quad (2.19a)$$

$$2ik_0 \mu \text{sen} \theta_0 \cos \theta_0 A_0 \exp(ik_0 p_1^{(0)} x_1) - 2ik_1 \mu \text{sen} \theta_1 \cos \theta_1 A_1 \exp(ik_1 p_1^{(1)} x_1) + ik_2 (\text{sen}^2 \theta_2 - \text{cos}^2 \theta_2) A_2 \exp(ik_2 p_1^{(2)} x_1) = 0 \quad (2.19b)$$

Como a Equação (2.19a) e (2.19b) devem ser válidas no contorno para qualquer valor de  $x_1$ , então as funções exponenciais devem aparecer como fatores comuns em ambas as equações, ou seja:

$$\exp(ik_0 p_1^{(0)} x_1) = \exp(ik_1 p_1^{(1)} x_1) = \exp(ik_2 p_1^{(2)} x_1) \quad (2.20)$$

O que permite concluir, tendo em vista a Equação (2.14), (2.15) e (2.16), que:

$$k_0 \operatorname{sen} \theta_0 = k_1 \operatorname{sen} \theta_1 = k_2 \operatorname{sen} \theta_2 = k = \text{número de onda aparente} \quad (2.21a)$$

$$k_0 c_L = k_1 c_L = k_2 c_T = \omega = \text{frequência angular} \quad (2.21b)$$

as quais conduzem às relações:

$$k_1 = k_0 \quad (2.22a)$$

$$k_2/k_0 = c_L/c_T = \kappa \quad (2.22b)$$

$$\theta_1 = \theta_0 \quad (2.22c)$$

$$\operatorname{sen} \theta_2 = \kappa^{-1} \operatorname{sen} \theta_0 \quad (2.22d)$$

com a constante do material  $\kappa$  definida por:

$$\kappa = \left( \frac{\lambda + 2\mu}{\mu} \right)^{\frac{1}{2}} = \left[ \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.22e)$$

Desde que  $\kappa > 1$  e  $\theta_2 \leq \pi/2$ , é aparente da Equação (2.22d) que  $\theta_2 < \theta_1$ . O número de onda aparente  $k = k_0 \operatorname{sen} \theta_0$  refere-se, portanto, à onda propagando-se ao longo do plano  $x_2 = 0$ , com velocidade  $c$  dada por:

$$c = \omega/k = c_L / \operatorname{sen} \theta_0 \quad (2.23)$$

Com auxílio das equações (2.22), as equações (2.19a) e (2.19b) podem ser reescritas como:

$$(\lambda + 2\mu \cos^2 \theta_0) (A_1/A_0) - \kappa \mu \operatorname{sen} 2\theta_2 (A_2/A_0) = -(\lambda + 2\mu \cos^2 \theta_0) \quad (2.24a)$$

$$-\mu \operatorname{sen} 2\theta_0 (A_1/A_0) - \kappa \mu \cos 2\theta_2 (A_2/A_0) = -\mu \operatorname{sen} 2\theta_0 \quad (2.24b)$$

as quais finalmente fornecem as seguintes razões entre as amplitudes de ondas refletidas e incidente (Figura 2.2):

$$\frac{A_1}{A_0} = \frac{\operatorname{sen} 2\theta_0 \operatorname{sen} 2\theta_2 - \kappa^2 \cos^2 2\theta_2}{\operatorname{sen} 2\theta_0 \operatorname{sen} 2\theta_2 + \kappa^2 \cos^2 2\theta_2} \quad (2.25a)$$

$$\frac{A_2}{A_0} = \frac{2\kappa \operatorname{sen} 2\theta_0 \cos 2\theta_2}{\operatorname{sen} 2\theta_0 \operatorname{sen} 2\theta_2 + \kappa^2 \cos^2 2\theta_2} \quad (2.25b)$$

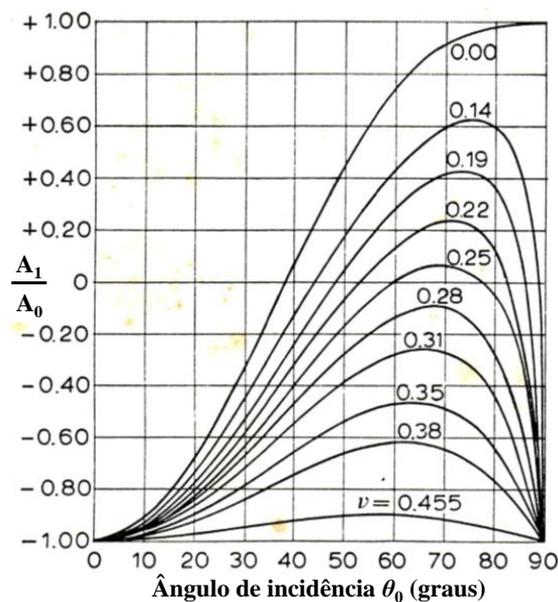


Figura 2.2 - Amplitude relativa da onda  $P$  para vários valores do coeficiente de Poisson  $\nu$  (adaptado de Achenbach, 1975).

Da análise destas equações, as seguintes observações podem ser feitas:

- As razões de amplitude são independentes do comprimento da onda incidente, dependendo unicamente do ângulo de incidência  $\theta_0$  e da constante do material  $\kappa$ ;
- Para incidência normal ( $\theta_0 = 0$ ) tem-se  $\theta_1 = 0$ ,  $A_2/A_0 = 0$  e  $A_1/A_0 = -1$ , com uma onda  $P$  incidente sendo refletida apenas como uma onda  $P$ . Para incidência rasante ( $\theta_0 = 90^\circ$ ), a onda  $P$  incidente é novamente refletida apenas como uma onda  $P$ ,  $180^\circ$  fora de fase com a onda incidente;
- Quando  $\operatorname{sen} 2\theta_0 \cdot \operatorname{sen} 2\theta_2 = \kappa^2 \cdot \cos^2 2\theta_2$ , a onda  $P$  incidente é refletida unicamente como uma onda  $SV$ , fenômeno conhecido como conversão modal total (curva  $P$ - $SV$  da Figura 2.4). A amplitude da onda  $SV$  refletida neste caso é igual a:

$$A_2 = \kappa \cot 2\theta_2 A_0 \quad (2.26)$$

### 2.3

#### Reflexão de onda SV

O campo de deslocamentos para a onda cisalhante SV incidente e as duas esperadas ondas refletidas é novamente determinado pela Equação (2.13), considerando-se:

a) onda SV incidente:  $n = 0$

$$\mathbf{p}^{(0)} = \text{sen}\theta_0 \mathbf{e}_1 + \text{cos}\theta_0 \mathbf{e}_2 \quad (2.27a)$$

$$\mathbf{d}^{(0)} = -\text{cos}\theta_0 \mathbf{e}_1 + \text{sen}\theta_0 \mathbf{e}_2 \quad (2.27b)$$

$$\mathbf{d}^{(0)} \cdot \mathbf{p}^{(0)} = 0 \quad (2.27c)$$

$$c_0 = c_T \quad (2.27d)$$

b) onda P refletida (conversão modal):  $n = 1$

$$\mathbf{p}^{(1)} = \text{sen}\theta_1 \mathbf{e}_1 - \text{cos}\theta_1 \mathbf{e}_2 \quad (2.28a)$$

$$\mathbf{d}^{(1)} = \text{sen}\theta_1 \mathbf{e}_1 - \text{cos}\theta_1 \mathbf{e}_2 \quad (2.28b)$$

$$\mathbf{d}^{(1)} = \mathbf{p}^{(1)} \quad (2.26c)$$

$$c_1 = c_L \quad (2.26d)$$

c) onda SV refletida:  $n = 2$

$$\mathbf{p}^{(2)} = \text{sen}\theta_2 \mathbf{e}_1 - \text{cos}\theta_2 \mathbf{e}_2 \quad (2.29a)$$

$$\mathbf{d}^{(2)} = \text{cos}\theta_2 \mathbf{e}_1 + \text{sen}\theta_2 \mathbf{e}_2 \quad (2.29b)$$

$$\mathbf{d}^{(2)} \cdot \mathbf{p}^{(2)} = 0 \quad (2.29c)$$

$$c_2 = c_T \quad (2.29d)$$

Em  $x_2 = 0$ , as condições de contorno (2.18a) e (2.18b) permitem novamente escrever que:

$$2ik_0\mu \sin\theta_0 \cos\theta_0 A_0 \exp(ik_0 p_1^{(0)} x_1) + ik_1(\lambda + 2\mu \cos^2\theta_1) A_1 \exp(ik_1 p_1^{(1)} x_1) - 2ik_2\mu \sin\theta_2 \cos\theta_2 A_2 \exp(ik_2 p_1^{(2)} x_1) = 0 \quad (2.30a)$$

$$ik_0\mu(\sin^2\theta_0 - \cos^2\theta_0) A_0 \exp(ik_0 p_1^{(0)} x_1) - 2ik_1\mu \sin\theta_1 \cos\theta_1 A_1 \exp(ik_1 p_1^{(1)} x_1) + ik_2\mu(\sin^2\theta_2 - \cos^2\theta_2) A_2 \exp(ik_2 p_1^{(2)} x_1) = 0 \quad (2.30b)$$

que devem ser satisfeitas para todos os pontos do contorno (para qualquer valor de  $x_1$ ), resultando que:

$$k_0 \sin\theta_0 = k_1 \sin\theta_1 = k_2 \sin\theta_2 = k \quad (2.31a)$$

$$k_0 c_T = k_1 c_L = k_2 c_T = \omega \quad (2.31b)$$

ou seja:

$$k_2 = k_0 \quad (2.32a)$$

$$k_1/k_0 = c_T/c_L = \kappa^{-1} \quad (2.32b)$$

$$\theta_2 = \theta_0 \quad (2.32c)$$

$$\sin\theta_1 = \kappa \sin\theta_0 \quad (2.32d)$$

As expressões (2.32) substituídas nas equações (2.30a) e (2.30b) permitem a obtenção das razões entre as amplitudes das ondas refletidas e incidente, descritas finalmente por:

$$\frac{A_1}{A_0} = -\frac{\kappa \sin 4\theta_0}{\sin 2\theta_0 \sin 2\theta_1 + \kappa^2 \cos^2 2\theta_0} \quad (2.33a)$$

$$\frac{A_2}{A_0} = \frac{\sin 2\theta_0 \sin 2\theta_1 - \kappa^2 \cos^2 2\theta_0}{\sin 2\theta_0 \sin 2\theta_1 + \kappa^2 \cos^2 2\theta_0} \quad (2.33b)$$

de onde se observa que a onda  $P$  refletida desaparece para os valores particulares do ângulo de incidência da onda  $SV$   $\theta_0 = 0$ ,  $\theta_0 = \pi/4$  e  $\theta_0 = \pi/2$ .

A onda  $SV$  incidente é refletida apenas como onda  $P$  (conversão modal total) quando o numerador da Equação (2.33b) tornar-se nulo. Verifica-se também da

expressão (2.32d) que o valor do ângulo de reflexão  $\theta_l$  é um valor real somente se  $\theta_0$  for menor do que um ângulo crítico  $\theta_{cr}$ , definido por:

$$\theta_{cr} = \text{sen}^{-1}(1/\kappa) \quad (2.34)$$

Para ângulos de incidência maiores do que  $\theta_{cr}$ , a onda refletida  $P$  se propaga na direção  $x_1$  com velocidade  $c = c_L \text{sen} \theta_0 / \kappa$  e amplitude decrescentes com a profundidade. Este tipo de onda é chamado de onda de superfície.

A Figura 2.3 ilustra a razão entre a amplitude  $A_2$  da onda  $SV$  refletida e a amplitude  $A_0$  da onda  $SV$  incidente, para vários valores do coeficiente de Poisson, com a correspondente indicação dos ângulos de incidência críticos ( $\theta_{cr}$ ), enquanto que a Figura 2.4 mostra a variação do coeficiente de Poisson do semi-espaco com ângulo de incidência  $\theta_0$  para os quais ocorre a conversão modal total  $SV-P$ .

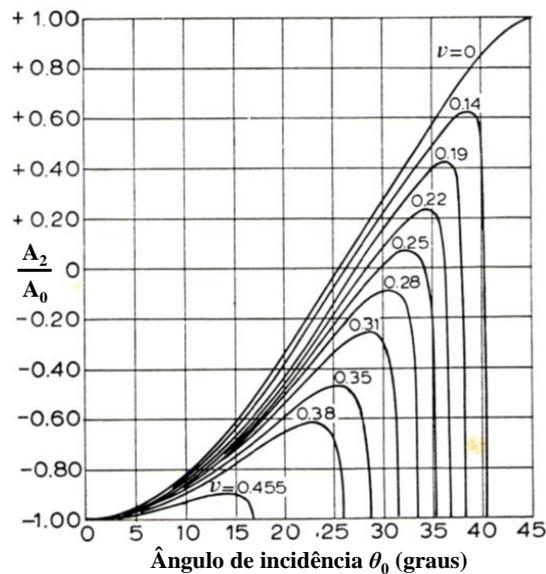


Figura 2.3 - Amplitude relativa da onda  $SV$  para vários valores do coeficiente de Poisson  $\nu$  (adaptado de Achenbach, 1975).

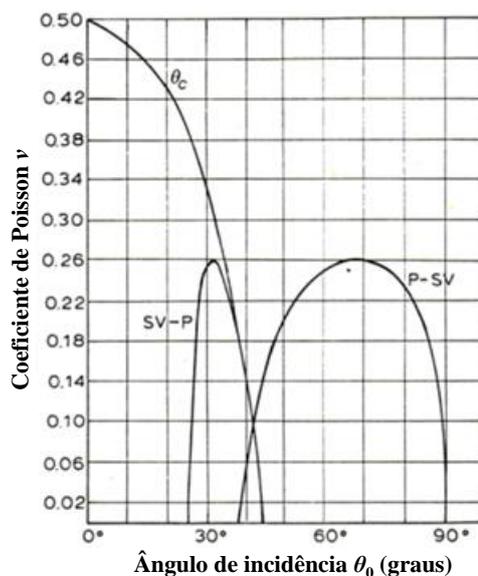


Figura 2.4 - Ângulos de incidência para vários valores do coeficiente de Poisson  $\nu$ . Reflexão total de uma onda SV:  $\theta_c$ . Reflexão de uma onda SV como uma P: SV-P. Reflexão de uma onda P como uma onda SV: P-SV (adaptado de Achenbach 1975).

## 2.4 A rocha vizinha ao furo

A Figura 2.5 apresenta um resumo dos principais mecanismos de ruptura da rocha desenvolvidos em um tempo extremamente curto durante o qual ocorre a completa detonação do explosivo. Esta é iniciada por reações químicas exotérmicas do explosivo, com a velocidade de detonação (VOD) atingindo de 2000 a 7000 m/s e temperatura de 3000 a 4000 K, que convertem a massa do explosivo em gases que preenchem o furo (Bhandari, 1997). A pressão atua rapidamente sobre as paredes, atinge valores de até 50 GPa, superando a resistência à compressão da rocha e provocando a destruição de sua estrutura intercrystalina e intergranular. Desta forma, é gerada ao redor do furo uma zona de pequena espessura onde a rocha é intensivamente esmagada (Figura 2.6). Esta espessura aumenta com a pressão de detonação do explosivo e com a diminuição da distância entre a parede do furo e a carga explosiva colocada no seu interior.

A intensa compressão radial induz tensões de tração nos planos tangenciais à propagação da frente de onda. Quando estas tensões superam a resistência dinâmica à tração da rocha, inicia-se então a formação de uma zona de intenso fraturamento (Figura 2.7) delimitada pelo raio efetivo  $a_e$ , cujo valor depende das amplitudes das ondas de tração, modificadas por influência da região prévia de esmagamento, das propriedades da rocha e da carga explosiva (densidade, velocidade de detonação,

tipo de contato com a parede do furo). Com explosivos de alta energia, a zona de intenso dano pode alcançar uma distância equivalente a 16 raios do furo de detonação, embora geralmente esta situe-se entre 4 a 8 raios (Jimeno et al., 1995). Para furos de detonação com 165 mm de diâmetro, em granito carregado com explosivo ANFO, Siskind e Fumanti (1974) reportaram uma zona de intenso fraturamento de raio igual a 8 vezes o raio do furo de detonação, mesmo valor determinado por Aimone (1982) na investigação da fragmentação de granitos e arenitos com explosivo ANFO em furos com diâmetro de 76 mm.

Não há muito interesse prático em se utilizar explosivos de alta intensidade que gerem pressões muito elevadas na parede do furo de detonação, pois o esmagamento do material e o intenso fraturamento da rocha vizinha ao furo consomem energia mas contribuem com um volume de desmonte muito pequeno, além de produzir danos desnecessários às superfícies da escavação, afetando a resistência e estabilidade do material remanescente.

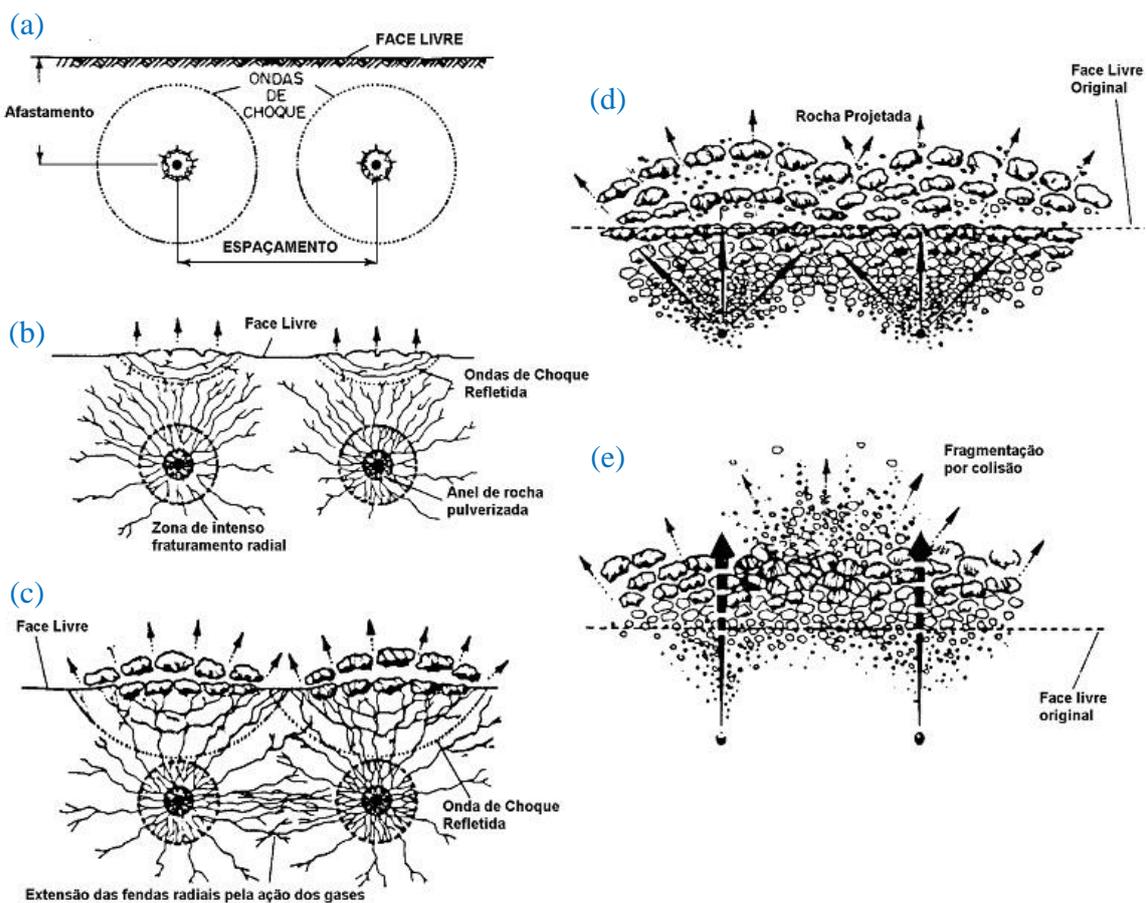


Figura 2.5 - Principais mecanismos de ruptura da rocha por explosão (Silva, 2013).

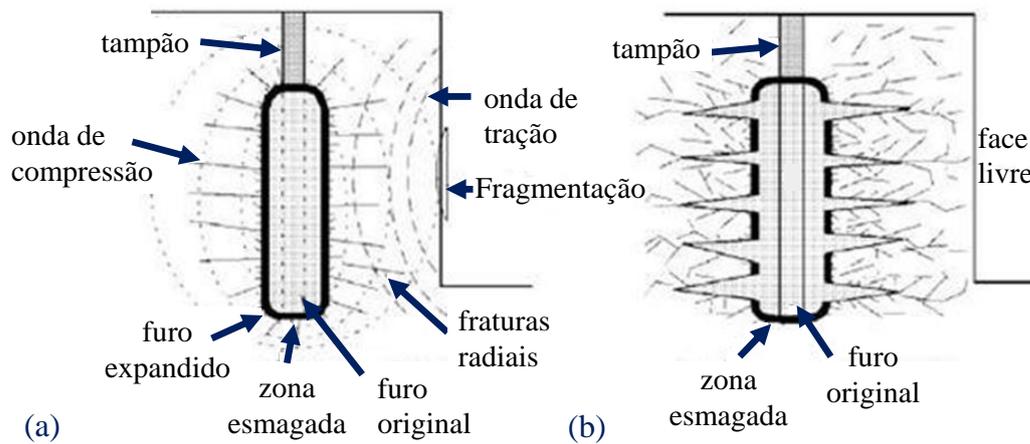


Figura 2.6 - (a) propagação de ondas de choque. (b) expansão de gases (adaptado de Bhandari, 1997).

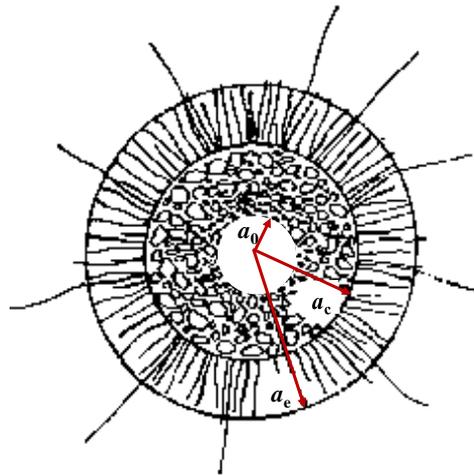


Figura 2.7 - Zonas de esmagamento (raio  $a_c$ ) e de intenso fraturamento (raio  $a_e$ ) ao redor do furo de detonação (raio  $a_0$ ) – Aimone (1982).

As partições da energia gerada pela detonação da carga explosiva no interior do furo estão ilustradas na Figura 2.8. No tempo  $A$  ( $t = 0$ ), a explosão é iniciada e o volume expandido de gás é nulo. No tempo  $B$ , a reação explosiva percorreu toda a carga com as paredes do furo sendo rapidamente submetidas a uma pressão de pico  $p_1$ . Até este tempo, a energia é consumida na propagação da onda de choque através da própria carga explosiva.

A partir do instante  $B$ , a energia da onda de choque é parte utilizada para propagação de ondas de tensão através do maciço rochoso, com a ocorrência de esmagamento, propagação de fraturas e fragmentação da rocha, e parte é convertida em energia de deformação, armazenada pela rocha que circunda o furo.

No tempo  $C$ , após a passagem da onda de choque, inicia-se a fase de liberação de energia para a propagação de fraturas devido à expansão dos gases no interior das mesmas. O furo de detonação efetivo, delimitado pela zona de rocha esmagada nos instantes anteriores, é submetido a uma pressão de gases quase-estática que progressivamente diminui com o desenvolvimento e abertura das fraturas. O fluxo de gás nas fraturas está associado com a diminuição de pressão e calor, não sendo, inicialmente, muito maior do que a velocidade de propagação da fratura (Persson et al., 1994). A expansão dos gases também é ventilada na atmosfera através das fraturas, escapando do furo de detonação e consumindo uma considerável quantidade de energia, estimada em 40%-60% da energia explosiva total. A energia neste estágio (região 4 na Figura 2.8) pode também ser desperdiçada em lançamentos de fragmentos de rocha, na produção de pó fino, de barulho, calor e fumaça.

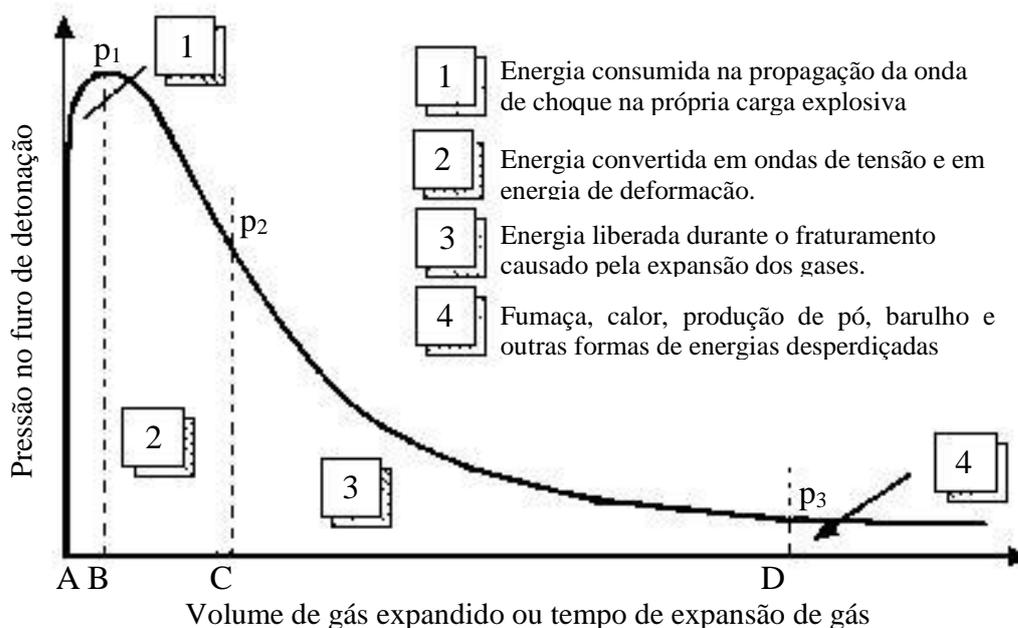


Figura 2.8 - Energia explosiva liberada durante a detonação da rocha (adaptado de Whittaker et al., 1992).

Para alguns pesquisadores como Haghghi et al. (1985), apenas a pressão dos gases no interior do furo e das fraturas é de grande importância no mecanismo de fragmentação da rocha, mas é impossível quantificar precisamente as parcelas da energia de detonação que são convertidas em ondas de tensão e de pressão de gás. A partição entre ambos os tipos de energia depende do tipo de explosivo: explosivos TNT (trinitrotolueno) e similares são classificados como produtores de grande energia de onda de tensão e baixa produção de gás; ANFO (nitrato de amônia mais

óleo diesel) e similares são considerados como bons produtores de gás e de baixa energia de onda de tensão (Fourney, 1993).

Outros mecanismos, além da ação conjunta das ondas de tensão e da pressurização de gases, estão presentes no problema, como fenômenos de natureza química e termodinâmica no explosivo, mecanismos da física de alta pressão e efeitos de temperatura, entre outros. Nesta pesquisa, o fraturamento dinâmico da rocha é investigado levando-se em conta apenas a propagação de ondas de tensão através do maciço rochoso, desconsiderando a interação com a pressurização dos gases no interior das fraturas.

## 2.5 Fraturamento dinâmico

Além da zona de intenso fraturamento, algumas fraturas principais crescem muito, em geral simetricamente distribuídas em torno do furo de detonação. A velocidade de propagação destas fraturas é de 0,15 a 0,40 vezes a velocidade de propagação da onda  $P$ , embora as primeiras fraturas ocorram em um tempo muito curto, da ordem de poucos milissegundos. Não há indicações claras na literatura sobre o número de fraturas radiais principais que se desenvolvem em torno do furo de detonação. Experimentos com explosivos de alta energia de choque sugerem de 8 a 12 fraturas radiais principais (Ghosh e Daemen, 1995), enquanto que estudos numéricos (Song e Kim, 1995) mostram a ocorrência de 10 a 12 fraturas dominantes.

Com a propagação e abertura das fraturas dominantes, a região de rocha sã entre fraturas vizinhas é comprimida, inibindo os deslocamentos das partículas na direção circunferencial. Há ainda que ser observado que os níveis de tensão associados ao fraturamento dinâmico de rochas são geralmente bastante superiores aos valores das tensões iniciais atuantes nas vizinhanças do furo, fazendo com que a influência destas no processo de fraturamento dinâmico seja pouco significativa.

As ondas longitudinais  $P$  interagem com a face livre, em um processo de reflexão de ondas, gerando ondas de tração  $PP$ , principal responsável pela fragmentação e fraturamento da rocha, e ondas de cisalhamento  $SP$  (conversão modal). Quando a onda de choque compressiva possui energia suficiente para

alcançar a face livre e retornar refletida com amplitude superior à resistência à tração do maciço rochoso, alcança-se uma fragmentação adequada (Silva, 2013). Por sua vez, as ondas cisalhantes *SP* dão origem em novas reflexões a ondas cisalhantes *SS* e a ondas longitudinais *SP*, conforme descrito na Seção 2.3.

O problema da análise de tensões torna-se bastante complexo à medida que são consideradas as inúmeras reflexões que acontecem nas discontinuidades formadas no interior do maciço pelo desenvolvimento gradual das fraturas, com ocorrência de conversões modais e de mudanças de fase (de compressão para tração e vice-versa). As tensões nas proximidades do furo tendem, portanto, a variar fortemente à medida que a energia das ondas de tensão é consumida nos processos de reflexão, de fraturamento dinâmico do maciço e de deformação da rocha são.

Já a fase correspondente à ação da pressão dos gases de detonação, trata do trabalho mecânico realizado durante o processo de expansão ou decompressão dos gases da detonação. A pressão do gás nas paredes do furo gera ondas de tensão que causam elevados acréscimos de tensão normal de compressão na direção radial e de tensão normal de tração na direção circunferencial. Ao percorrer pelas fraturas e microfissuras resultantes do carregamento dinâmico, os gases gerados pela detonação também provocam a propagação das mesmas (Figura 2.6b), separando partes do maciço em fragmentos de rochas. À medida em que os gases são liberados, ocorre o lançamento dos blocos, consumando-se o desmonte de rocha propriamente dito (Silva, 2013).

Em escavações a céu aberto, a pressão exercida pelos gases da explosão faz com que a rocha vizinha se comporte mecanicamente como uma viga, produzindo deformação e fraturamento devido a esforços de flexão (Figura 2.9a). A fase final é a formação de uma pilha de material depositado por gravidade, pois os gases que projetam material fragmentado, ao entrarem em contato com a atmosfera, perdem o confinamento e dissipam-se. O material que fica depositado no piso da bancada deixa para trás uma nova frente livre (Figura 2.9b).

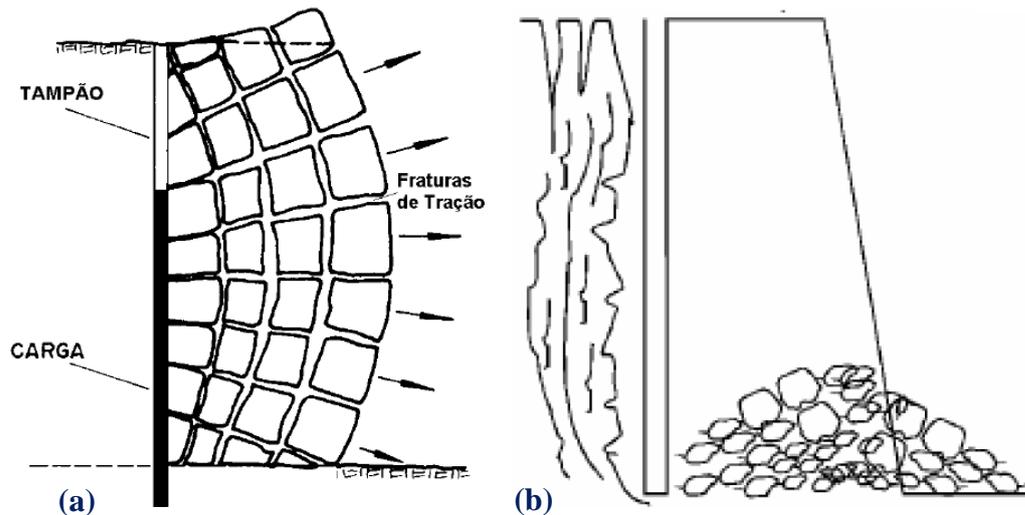


Figura 2.9 - (a) Mecanismo de ruptura por flexão; (b) Pilha do material (Silva, 2013).

Esforços consideráveis foram feitos nas últimas décadas em pesquisa experimental para entender os mecanismos de fraturamento de rochas por energia de explosão. A Tabela 2.1 resume os diferentes mecanismos de fraturamento proposto por vários autores, apresentada no trabalho de Saharan e Mitri, 2008. As diferenças dos modelos resultam das dificuldades de execução dos experimentos; ensaios de laboratório sofrem o efeito de escala, com o carregamento dinâmico aplicado a níveis muito reduzidos, enquanto a maioria dos ensaios de campo envolvem altos custos para a sua execução.

Tabela 2.1: Mecanismos de fragmentação por explosão (Saharan e Mitri, 2008).

Referência	Mecanismo de fragmentação			
	Ondas refletidas de tração	Ondas compressivas de tensão	Pressão de gás	Ruptura por flexão
Obert e Duval (1949)	X			
Hino (1956)	X			
Duval e Atchison (1957)	X			
Rinehart et al. (1961)	X			
Langefors e Kihlstrom (1963)		X	X	
Starfield (1966)	X			
Porter e Fairhurst (1970)		X	X	
Persson et al. (1970)		X		
Kutter e Fairhurst (1971)		X	X	
Field e Ladegarrd-Pederson (1972)		X	X	
Johansson e Persson (1974)	X		X	
Lang e Favreau (1972)	X	X	X	
Ash (1973)			X	X
Bhandari and Vutukuri (1977)	X	X	X	
Hagen e Just (1974)		X		
Brinkmann (1987)		X		
Daehnke et al. (1996)			X	
Nie e Olsson (2000)		X		

## 2.6

### Pulso de pressão na parede do furo

Uma maneira de avaliar o desempenho de um explosivo é pela análise da pressão produzida na parede do furo durante a detonação. Caso a pressão produzida no furo durante a detonação não gere tensões de tração tangenciais que superem a resistência dinâmica à tração da rocha vizinha ao furo, a energia gerada se propagará na forma de vibrações.

A conversão muito rápida da energia química do explosivo desenvolve uma pressão de detonação ( $P_D$ ) que varia entre 0,1 a 50 GPa. A pressão de detonação, por sua vez, gera uma pressão de explosão ( $P_e$ ) na coluna explosiva e uma pressão sobre as paredes do furo ( $P_b$ ), cujo valor depende das propriedades mecânicas da rocha, da quantidade de gás produzido, da temperatura, da velocidade de detonação e do contato entre o explosivo e as paredes do furo, entre outros fatores. As

seguintes equações simplificadas são geralmente usadas para estimativas de  $P_D$ ,  $P_e$  e  $P_b$  (Nie e Olsson, 2000; Bhandari, 1997):

$$\text{Pressão de detonação} \quad P_D = \rho_0 \frac{\text{VOD}^2}{4} \quad (Pa) \quad (2.35)$$

$$\text{Pressão de explosão} \quad P_e = \frac{P_D}{2} = \rho_0 \frac{\text{VOD}^2}{8} \quad (Pa) \quad (2.36)$$

$$\text{Pressão no furo} \quad P_b = P_e \cdot (r_c^{2\gamma}) \quad (Pa) \quad (2.37)$$

onde  $\rho_0$  é a massa específica do explosivo ( $\text{kg/m}^3$ ), VOD é a velocidade de detonação (m/s),  $r_c$  é a razão diâmetro do explosivo / diâmetro do furo,  $\gamma = 1,5$  o expoente adiabático (Saharan e Mitri, 2008) ou  $\gamma = \sqrt{(1 + \text{VOD}/Q)}$  (Fickett e Davis, 1979) com Q o calor gerado na explosão (kJ/kg).

A pressão no furo de detonação, ou pulso de pressão, tem duas características distintas chamadas de detonação de alta ordem (também nomeado ideal) e detonação de baixa ordem (também nomeado não ideal). A detonação ideal tem um pico de pressão bem definido com um tempo de ascensão rápido, seguido de uma queda acentuada do pulso. Enquanto que a detonação não ideal tem um pico de pressão de menor intensidade e uma atenuação mais longa, conforme ilustra a Figura 2.10 (Aimone, 1992; Olsson et al., 2001). O tempo necessário para atingir o pico de pressão é diferente em ambos os tipos de detonação. O pulso da detonação ideal corresponde a uma emulsão explosiva enquanto que o pulso da detonação não ideal corresponde a um explosivo ANFO.

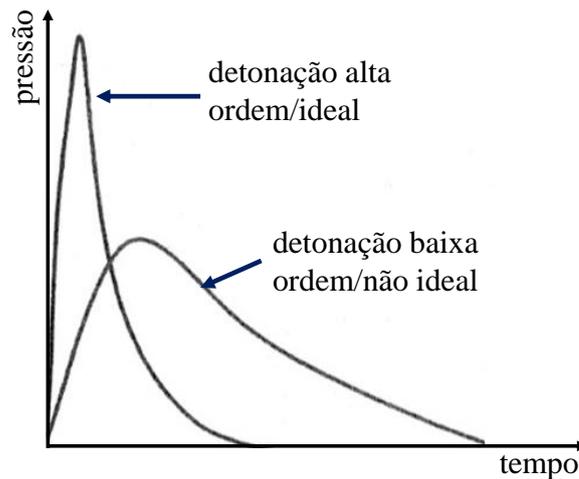


Figura 2.10 - Formas do pulso de pressão para duas categorias de detonação (Aimone, 1992; Olsson et al., 2001).

Numericamente, o pulso de pressão pode ser representado por um dos seguintes métodos: a) por uma equação de estado; b) por uma função de decaimento da pressão; ou c) pela especificação direta da pressão como uma função do tempo. Tais métodos encontram-se resumidos na Tabela 2.2.

Tabela 2.2: Representação da pressão de pulso aplicada nas paredes do furo de detonação.

Método	Equação	Exemplo de Referência
Equação de estado: JWL	$p = A \left( 1 - \frac{\omega \rho}{R_1 \rho_0} \right) e^{\left( -\frac{R_1 \rho}{\rho_0} \right)} + B \left( 1 - \frac{\omega \rho}{R_2 \rho_0} \right) e^{\left( -\frac{R_2 \rho}{\rho_0} \right)} + \frac{\omega \rho^2}{\rho_0} E_{m0}$	Ma e An (2008)
Função de decaimento da pressão	$p = P_D \cdot (e^{-at} - e^{-bt})$ $p = P_D \cdot \zeta \cdot (e^{-at} - e^{-bt})$ $p = P_D e^{-at}$	Lima (2001) Cho e Kaneko (2004a) Kutter (1971)
Entrada direta da pressão versus tempo	Função Gaussiana Função triangular Pulso de pressão otimizado	Donze et al. (1997) Valliapan et al. (1983) Saharan e Mitri (2008)

Uma equação de estado descreve o comportamento do material em ambiente de alto gradiente de pressão, consistindo em formulação semi-empírica com diversos parâmetros obtidos experimentalmente. A equação de estado Jones-Wilkins-Lee - JWL (Lee et al., 1968) é a mais utilizada em códigos de simulação computacional (Ma e An, 2008), contendo parâmetros que descrevem as relações entre volume, energia e pressão de detonação bem como a interação rocha/explosivo (Equação 2.38):

$$p = A \left( 1 - \frac{\omega \rho}{R_1 \rho_0} \right) e^{\left( -R_1 \frac{\rho}{\rho_0} \right)} + B \left( 1 - \frac{\omega \rho}{R_2 \rho_0} \right) e^{\left( -R_2 \frac{\rho}{\rho_0} \right)} + \frac{\omega \rho^2}{\rho_0} E_{m0} \quad (2.38)$$

onde  $A$ ,  $B$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  e  $\omega$  são constantes características do explosivo,  $\rho_0$  sua massa específica e  $E_{m0}$  é a capacidade térmica média. A equação JWL pode ser usada tanto para o explosivo na fase sólida quanto na fase gasosa, com diferentes constantes.

A função Gaussiana e a função de forma triangular também são utilizadas para aproximar o pulso de pressão real, mas esta alternativa não está diretamente relacionada com as características físicas do explosivo ou da rocha. A função Gaussiana é introduzida principalmente para evitar erros numéricos associados à aplicação de uma pressão muito elevada, da ordem de GPa, em um curto intervalo de tempo da ordem de microssegundos.

Saharan e Mitri (2008) propuseram um pulso de pressão, denominado de pulso otimizado, cuja descrição depende de valores de pressão normalizados em diferentes instantes de tempo para os casos de detonação ideal e não ideal. A pressão de explosão no furo decai da pressão de pico para uma pressão constante (*stand-off*), inferior à resistência à tração da rocha, de acordo com as configurações apresentadas na Figura 2.11, onde se observa que a forma do pulso difere mas o tempo de duração é o mesmo. Segundo aqueles autores, a forma do pulso de pressão construído desta maneira tem boa concordância com os pulsos observados por Frantzos (1989), Fourney et al. (1993) e Jung et al. (2001), como pode ser observado na Figura 2.12, onde o pulso otimizado também é comparado com os pulsos simulados por uma função Gaussiana e triangular.

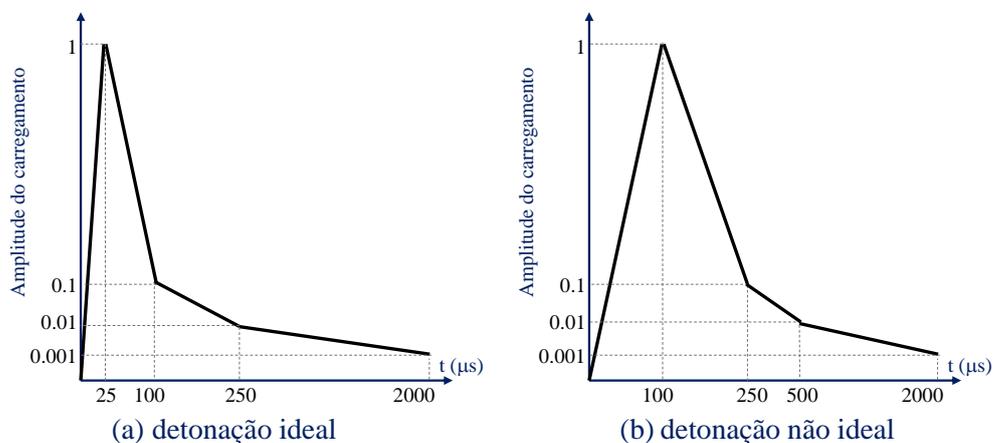


Figura 2.11 - Pulso de pressão otimizado de diferentes tipos de explosivos para um furo de detonação de 38 mm de diâmetro (Saharan e Mitri, 2008).

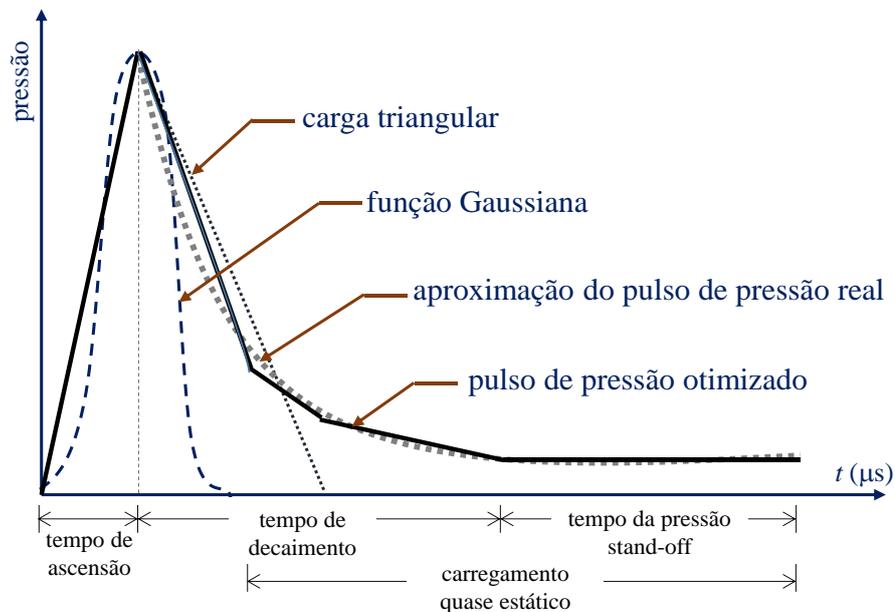


Figura 2.12 - Comparação de diferentes métodos para a aproximação do pulso de pressão (Saharan e Mitri, 2008).

Metodologias empregando uma função de decaimento para representação do pulso de pressão são baseadas na solução teórica obtida por Sharpe (1942) e Duvall (1953) no estudo da propagação de ondas geradas no interior de uma cavidade esférica em um espaço linearmente elástico, isotrópico e homogêneo, submetida ao seguinte carregamento transiente:

$$p(t) = p_D \cdot (e^{-\alpha \cdot t} - e^{-\beta \cdot t}), \text{ para } t \geq 0 \quad (2.39)$$

onde  $p_D$  representa a pressão de detonação na cavidade,  $t$  é o tempo,  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes positivas de decaimento relacionadas com a forma dos pulsos de pressão e de deformação radiais à medida que a onda de tensão se propaga no tempo e no espaço. Estas constantes influenciam tanto a atenuação da amplitude quanto a dispersão da forma de onda, sendo relacionadas com a frequência angular ( $\omega$ ) através de:

$$\alpha = n \cdot \frac{\omega}{\sqrt{2}} \quad (2.41a)$$

$$\beta = m \cdot \frac{\omega}{\sqrt{2}} \quad (2.41b)$$

onde  $n$  e  $m$  são valores determinados experimentalmente para cada tipo de rocha e

$$\omega = \frac{2c_L \sqrt{2}}{3a_e} \quad (2.42)$$

com  $c_L$  representando a velocidade de propagação da onda  $P$  e  $a_e$  indicando o raio efetivo, normalmente considerado como equivalente a oito vezes o raio  $a_o$  do furo de detonação.

Estimativas das constantes de decaimento para vários tipos de rocha foram feitas por diversos pesquisadores (Starfield, 1966; Atchison, 1968; Starfield e Pugliese, 1968, dentre outros), ajustando-se os valores previstos de deformação elástica no modelo de Duvall (1953) aos medidos em detonações de campo. Aimone (1982) e Dowding e Aimone (1985) apresentaram os valores da Tabela 2.3 para as constantes  $n$  e  $m$  para dois tipos de rochas. As expressões das constantes foram determinadas primeiramente para cargas explosivas concentradas, pois a formulação analítica das deformações radiais foi desenvolvida com base na explosão de uma cavidade esférica. E em seguida são novamente verificadas comparando-se os valores experimentais de deformação, medidos em explosões de cargas cilíndricas usando ANFO, com os valores teóricos obtidos pela superposição de ondas geradas em um número finito de cavidades esféricas (Figura 2.13). Aimone (1982) concluiu que os parâmetros de decaimento determinados em explosões de cargas curtas (concentradas) também se aplicam ao caso de cargas longas (cilíndricas).

Tabela 2.3: Constantes de decaimento para granito Lithonia e arenito Homewood (Dowding e Aimone, 1985).

	<b>Granito</b>	<b>Arenito</b>
$n$	$0,038 \cdot e^{1,53/a_o}$	$0,8 \cdot a_o^{-0,97}$
$m$	$0,165 \cdot e^{0,67/a_o}$	$1,6 \cdot a_o^{-0,43}$

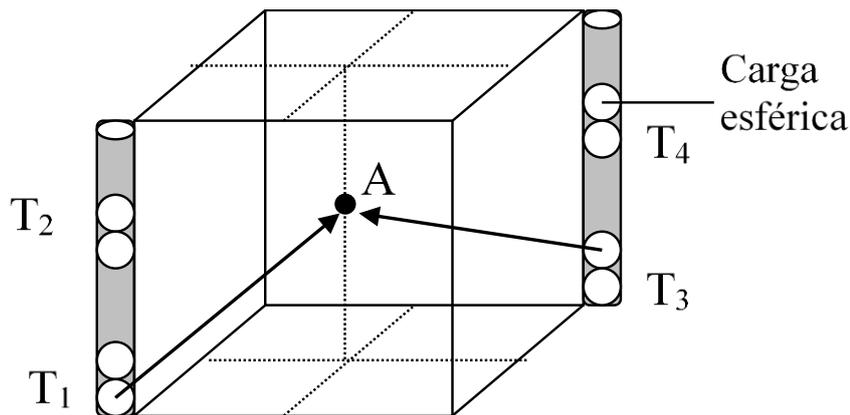


Figura 2.13 - Superposição de ondas  $P$  no ponto receptor  $A$  geradas pela explosão de cargas esféricas  $T_n$  (Dowding e Aimone, 1985)

Cho e Kaneko (2004a) modificou a equação de Shape (1942) e Duvall (1953) para estudar a influência do pulso nas fases de ascensão e decaimento do carregamento, expressa por:

$$p(t) = p_D \cdot \xi \cdot (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) \quad (2.42)$$

$$\xi = \frac{1}{e^{-\alpha t_0} - e^{-\beta t_0}} \quad (2.43)$$

$$t_0 = \frac{1}{\beta/\alpha} \log\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) \quad (2.44)$$

onde  $\xi$  é uma constante para a representação das fases de ascensão e decaimento do carregamento do pulso e  $t_0$  o tempo para atingir a pressão de pico.

A função de decaimento da pressão de Cho e Kaneko (2004a) é a opção usada na tese para investigar a relação entre os coeficientes  $\beta/\alpha$ , que define a forma do pulso. Além disso, com esta equação é fácil estudar a influência do tempo para atingir a pressão do pico, e assim estudar a fase de ascensão e decaimento do pulso de pressão. No entanto, a conversão de energia em pressão do explosivo deveria ser um assunto para ser discutido, já que representa a resposta do problema e não deveria ser a entrada de um dado do problema. A pressão a ser aplicada como função de propriedades do explosivo e da rocha (peso específico do explosivo, compressibilidade da rocha, do fluido, etc.) Mesmo assim, para as simplificações na modelagem numérica foi assumido como a variação da pressão no tempo na parede do furo.