



**Aimée Emanuel Cabral de Oliveira**

**Vibração de dutos submarinos com apoio em  
fundação elástica descontínua**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da PUC – Rio como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia. Área de concentração: Estruturas.

Orientador: Prof. Deane de Mesquita Roehl

Rio de Janeiro  
Abril de 2016.



**Aimée Emanuel Cabral de Oliveira**

**Vibração de dutos submarinos com apoio em  
fundação elástica descontínua**

Dissertação apresentada como requisito parcial para  
obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada  
pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof<sup>a</sup>. Deane de Mesquita Roehl**

Orientadora

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

**Prof<sup>a</sup>. Andreia Diniz de Almeida**

Departamento de Engenharia Civil – UFF

**Prof. Paulo Batista Gonçalves**

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

**Prof. Marcio da Silveira Carvalho**

Coordenador Setorial do  
Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 15 de abril de 2016.

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial dos trabalhos sem autorização da universidade, da autora e do orientador.

### **Aimée Emanuel Cabral de Oliveira**

Graduou-se em Engenharia Civil pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro (Uerj) no ano de 2012, com ênfase em Estruturas e Fundações. Atualmente trabalha como Engenheira Civil no Exército Brasileiro, sendo responsável pelas reformas nos PNR's (Próprio Nacional Residencial), dos militares residentes na Zona Sul.

#### Ficha Catalográfica

Oliveira, Aimée Emanuel Cabral de

Vibração de dutos submarinos com apoio em fundação elástica descontínua / Aimée Emanuel Cabral de Oliveira; orientadora: Deane de Mesquita Roehl. – 2016.

134 f. : il. color. ; 29,7 cm

Dissertação (mestrado)—Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2016.

Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Vibrações de dutos submarinos. 3. Viga sob base elástica. 4. Interação solo-estrutura. 5. Métodos numéricos. I. Roehl, Deane de Mesquita. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. III. Título.

CDD: 624

Aos meus familiares e amigos que contribuíram na realização deste  
trabalho.

## Agradecimentos

A PUC - Rio e aos professores do departamento pela oportunidade.

A CAPES pelo apoio financeiro.

A todos os amigos que, de uma forma ou de outra, me estimularam ou me ajudaram, ao longo desta jornada.

A Prof. Orientadora Deane Roehl, pelos ensinamentos transmitidos, paciência e incentivo para conclusão deste trabalho.

Ao meu marido, Antonio Augusto pela paciência e apoio.

A minha mãe, Sandra Regina, pelo amor, companheirismo, e conforto nos momentos difíceis.

Aos professores que participaram da Comissão Examinadora.

À PUC-Rio, pela oportunidade oferecida, instalações e aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia Civil, em especial à Rita de Cássia, sempre presente e disposta a ajudar.

A todos que me ajudaram nesta caminhada.

## Resumo

Oliveira, Aimée Emanuel Cabral de. Roehl, Deane de Mesquita. **Vibração de dutos submarinos com apoio em fundação elástica descontínua**. Rio de Janeiro, 2016. 134p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Diversos acidentes envolvendo dutos submarinos já aconteceram no Brasil como o do Gasoduto PCR-01/Lubnor e o da plataforma P-55 de 2,3 km no campo de Roncador, na Bacia de Campos. Esses acidentes ocorrem em muitos casos devido à flambagem, à fadiga, ao intenso processo corrosivo, à deficiência de projeto, a falta de manutenção dos mesmos. Os dutos submarinos representam uma alta porcentagem no custo total de uma unidade de extração de petróleo. Sua importância se torna vital para a extração de petróleo em águas territoriais brasileiras. Seu projeto estrutural é uma atividade que pode ser dividida em várias etapas que devem ser seguidas à risca para garantir a conformidade do mesmo com as normas nacionais e internacionais sua operação em um dos mais inóspitos cenários da natureza: o fundo do mar. Nesta situação, o duto fica sujeito a carregamentos extremos, tanto estáticos quanto dinâmicos. Por este motivo, ele é constituído de uma estrutura de camadas bastante complexa. O objetivo deste trabalho é a avaliação das condições de operação de dutos submarinos sujeitos à ação de ondas e correntes marinhas. Um estudo paramétrico em elementos finitos é realizado para compreender a influência das condições de contorno, diferentes comprimentos de vão livre do duto submarino e variações do tipo de solo na resposta dinâmica do duto submarino. É desenvolvida também uma solução analítica para o problema. As soluções numérica, analítica e as recomendações da norma são confrontadas e tiradas conclusões sobre os principais fatores a serem considerados pelos engenheiros envolvidos na construção de estruturas deste tipo.

## Palavras-chave

Vibração de dutos submarinos; Viga sob base elástica; Interação solo-estrutura; Métodos numéricos.

## Abstract

Oliveira, Aimée Emanuel Cabral de. Roehl, Deane de Mesquita. (Advisor)  
**Vibration of submarine pipelines supported by an elastic discontinuous foundation.** Rio de Janeiro, 2016. 134p. MSc. Dissertation – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Several accidents involving subsea pipelines have happened in Brazil as the pipeline PCR-01 / Lubnor and the P-55 platform 2.3 km in the Roncador field in the Campos Basin. These accidents occur in many cases due to buckling, fatigue, the intense corrosive process, design deficiency, lack of maintenance. The submarine pipelines represent a high percentage in the total cost of an oil extraction unit. Its importance becomes vital for the extraction of oil in Brazilian waters. Its structural design is an activity that can be divided into several steps that must be followed strictly to ensure its conformity with national and international standards operation in one of the harshest scenes of nature: the seabed. In this situation, the product is subject to extreme loads, both static and dynamic. For this reason, it consists of a complex layer structure. The objective of this study is the evaluation of the operating conditions of submarine pipelines subject to the action of waves and currents. A parametric study of finite element is performed to understand the influence of the boundary conditions, different span lengths of submarine pipeline and variations of soil type on the dynamic response of submarine pipeline. It is also developed an analytical solution to the problem. The numerical solutions, analytical and standard recommendations are compared and conclusions drawn on the main factors to be considered by the engineers involved in the construction of such structures.

## Keywords

Vibration of submarine pipelines; Beam on elastic foundation Vibration; Soil-structure interaction; Numerical methods.

## Sumário

1 Introdução	20
1.1. Motivação	22
1.2. Objetivo	22
1.3. Estrutura da dissertação	23
2 Fenômeno de vibração induzida por vórtices	24
2.1. Introdução	24
2.2. Conceitos Básicos	24
2.3. Equações do Escoamento	25
2.4. Camada limite	27
2.5 Número de Reynolds e a Esteira de vórtices	28
2.6 Formação de vórtices	29
3 Vão livres de dutos submarinos- DNV RP F105	33
3.1 Introdução	33
3.2 Histórico	33
3.3 Filosofia e premissas	35
3.4 Critério Screening	37
3.5. Forças Hidrodinâmicas	41
3.6 Valor da Rigidez do solo	42
4 Solução Analítica	43
4.1 Condições de Contorno	45



4.1.1. Extremidade engastada	45
4.1.2. Extremidade Apoiada	48
4.2 Análise numérica	52
4.3 Modelo	53
4.4 Condições de Contorno Aplicadas	54
4.5 Montagem dos Arquivos de dados	55
5 Estudos de caso	56
5.1. Estudo de caso 1	56
5.1.1. Dados Geométricos do modelo	56
5.1.2. Valores da rigidez do solo	57
5.1.3. Forças Atuantes no Duto Submarino	58
5.1.4. Resultados da DNV-RP-F105	58
5.1.5. Resultados da Análise Numérica	59
5.1.6. Resultados Analíticos	63
5.1.7. Resultado da Análise dos esforços	66
5.2. Estudo de caso 2	83
5.2.1. Dados Geométricos do modelo	83
5.2.2. Valores da rigidez do solo	83
5.2.3. Forças Atuantes no Duto Submarino	84
5.2.4. Resultados da DNV-RP-F105	85
5.2.5. Resultados da Análise Numérica	85
5.2.6. Resultados da Análise Analítica	88
5.2.7. Resultado da Análise dos esforços	89

6 Conclusões e Sugestões para trabalhos futuros	95
6.1. Conclusões	95
6.2. Sugestões para trabalhos futuros	96
7 Referências Bibliográficas	97
Apêndice-A	101
Apêndice –B	118

## Lista de figuras

Figura 1.1-Aplicação de dutos submarinos (Lima, 2007) [3]	20
Figura 1.2-Exemplo de vão livre de duto submarino [9]	22
Figura 2.1-Componente de tensão em um volume de controle (Carneiro, 2007) [13]	26
Figura 2.2-Comportamento do fluido dentro e fora da camada limite	27
Figura 2.3-Desprendimento de Vórtices (Lopes, 1995) [14]	30
Figura 2.4-Esteira de von Karman	31
Figura 2. 5-Relação entre número de Reynolds x número de Strouhal(Carneiro,2007) [13]	32
Figura 3.1- Visão geral dos componentes envolvidos na análise de vãos livres ( DNV-RP-F105,2006) [1]	34
Figura 3.2-Fluxograma da norma DNV-RP-F-105 para verificação de vão livre [1]	36
Figura 3.3-Ilustração de um modelo de duto submarino com dos ombros e do vão livre	39
Figura 4.1- Modelo representativo do duto submarino separado em partes	43
Figura 4.2-Representação do duto submarino com extremidade engastada (Oliveira, 2015)[23]	45
Figura 4.3-Representação do duto submarino com extremidade engastada (Oliveira,2015)[23]	48
Figura 4.4-Gráfico do Maple para retirar as frequências naturais do duto submarino.	52
Figura 4.5-Duto submarino bi-apoiado apoiado sobre molas	52
Figura 4.6-Duto submarino bi-engastado apoiado sobre molas	52
Figura 4.7-Elemento pipe59 do Ansys- [14]	53
Figura 4.8-Elemento combin39 do Ansys [14]	53
Figura 5.1- Forças atuantes no duto submarino	58

Figura 5.2- Modelo parametrizado adotado para análise numérica e analítica	59
Figura 5.3-Esforço cortante para argila muito fofa ( $K=50.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-apoiado	67
Figura 5.4-Momento fletor para argila muito fofa ( $K=50.000 \text{ N/m/m}$ ) para duto bi-apoiado	68
Figura 5.5-Esforço Cortante para o para argila fofa ( $K=160.000 \text{ N/m/m}$ ) de um duto bi-apoiado	69
Figura 5.6-Momento Fletor para argila fofa ( $K=160.000 \text{ N/m/m}$ ) de um duto bi-apoiado	70
Figura 5.7-Esforço Cortante de argila rígida ( $K=500.000 \text{ N/m/m}$ ) de um duto bi-apoiado	71
Figura 5.8-Momento fletor de argila rígida ( $K=500.000 \text{ N/m/m}$ ) de um duto bi-apoiado	72
Figura 5.9-Esforço Cortante de argila muito rígida ( $K=2.000.000 \text{ N/m/m}$ ) de um duto bi-apoiado	73
Figura 5.10-Momento fletor de argila muito rígida ( $K=2.000.000 \text{ N/m/m}$ ) de um duto bi-apoiado	74
Figura 5.11-Esforço Cortante de argila muito fofa ( $K=50.000 \text{ N/m/m}$ ) de um duto bi-engastado	75
Figura 5.12-Momento fletor de uma argila muito fofa ( $K=50.000 \text{ N/m/m}$ ) de um duto bi-engastado	76
Figura 5.13-Esforço cortante de uma argila fofa ( $K=160.000 \text{ N/m/m}$ ) de um duto bi-engastado	77
Figura 5.14-Momento fletor de uma argila fofa ( $K=160.000 \text{ N/m/m}$ ) de um duto bi-engastado	78

Figura 5.15-Esforço cortante de uma argila rígida ( $K=500.000 \text{ N/m/m}$ ) de um duto bi-engastado	79
Figura 5.16-Momento fletor de uma argila rígida ( $K=500.000 \text{ N/m/m}$ ) de um duto bi-engastado	80
Figura 5.17-Esforço Cortante de uma argila muito rígida ( $K=2.000.000 \text{ N/m/m}$ ) de um duto bi-engastado	81
Figura 5.18-Momento fletor de uma argila muito rígida ( $K=2.000.000 \text{ N/m/m}$ ) de um duto bi-engastado	82
Figura 5.19-Esforço Cortante de uma Argila muito fofa ( $K=50.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-apoiado	89
Figura 5.20-Momento Fletor de uma argila muito fofa ( $K=50.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-apoiado	89
Figura 5.21-Esforço Cortante de uma Argila fofa ( $K=160.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-apoiado	90
Figura 5.22-Momento Fletor de uma argila fofa ( $K=160.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-apoiado	90
Figura 5.23-Esforço Cortante de uma Argila rígida ( $K=500.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-apoiado	90
Figura 5.24-Momento Fletor de uma argila rígida ( $K=500.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-apoiado	91
Figura 5.25-Esforço Cortante de uma Argila muito rígida ( $K=2.000.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-apoiado	91
Figura 5.26-Momento Fletor de uma argila muito rígida ( $K=2.000.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-apoiado	91
Figura 5.27-Esforço Cortante de uma Argila muito fofa ( $K=50.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-engastado	92
Figura 5.28-Momento Fletor de uma Argila muito fofa ( $K=50.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-engastado	92

Figura 5.29-Esforço Cortante de uma Argila fofa ( $K=160.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-engastado	93
Figura 5.30-Momento Fletor de uma Argila fofa ( $K=160.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-engastado	93
Figura 5.31-Esforço Cortante de uma Argila rígida ( $K=500.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-engastado	93
Figura 5.32-Momento Fletor de uma Argila rígida ( $K=500.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-engastado	94
Figura 5.33-Esforço Cortante de uma Argila muito rígida ( $K=2.000.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-engastado	94
Figura 5.34-Momento Fletor de uma Argila muito fofa ( $K=2.000.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-engastado	94

## Lista de tabelas

Tabela 3.1-Coeficientes para as diferentes condições de contorno (DNV-RP-F-105, 2006) [11]	40
Tabela 3.2-Dados da rigidez do solo basicamente de acordo com o comprimento do vão e o tipo de solo	41
Tabela 5.1-Parâmetros do modelo para o caso 1	57
Tabela 5.2-Parâmetros do solo (DNV- RP- F-105, 2006) [1]	58
Tabela 5.3-Tabela com valores da frequência natural da análise numérica do duto bi-apoiado	60
Tabela 5.4-Tabela com valores da frequência natural da análise numérica do duto bi-engastado	61
Tabela 5.5-Tabela com resultados da análise dinâmica no tempo para duto bi-apoiado das frequências	62
Tabela 5.6-Tabela com resultados da análise dinâmica no tempo para duto bi-engastado	63
Tabela 5.7-Resultado analítico das frequências naturais para duto bi-engastado	64
Tabela 5.8-Resultados analítico das frequências naturais do duto bi-apoiado	65
Tabela 5.9-Parâmetros do modelo do caso 2	83
Tabela 5.10-Parâmetros do solo para o caso 2 (DNV- RP- F-105, 2006) [1]	84
Tabela 5.11-Resultados da análise numérica dinâmica do duto bi-engastado	85
Tabela 5.12-Resultados da análise numérica dinâmica do duto bi-apoiado	86
Tabela 5.13-Resultado da analise numérica das frequências Naturais do duto bi-apoiado	86

Tabela 5.14-Resultado numérico das frequências naturais do duto bi-engastado	87
Tabela 5.15-Resultado analítico das frequências naturais do duto bi-apoiado	88
Tabela 5.16-Resultado analítico das frequências naturais do duto bi-engastado	88



## Lista de Símbolos

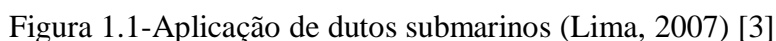
$\nabla$	vetor velocidade
$\rho$	densidade do fluido
$p$	pressão hidrostática
$g$	aceleração da gravidade
$\mu$	viscosidade do fluido
$V$	velocidade do escoamento incidente
$\theta$	ordenada angular do ponto na superfície do cilindro
$U$	velocidade nominal do escoamento
$D$	diâmetro do duto submarino
$\nu$	viscosidade cinemática do fluido
$\rho$	massa específica
$Re$	número de Reynold
$St$	número de Strouhal
$\omega_s$	frequência de desprendimento de vórtice
$W_v$	frequência de vibração
$\omega_s/\omega_v$	razão das frequências
$U_R$	velocidade reduzida
$A/D$	amplitude adimensional
$f_{n,IL}$	frequência natural de vibração na direção do fluxo
$\gamma_{IL}$	coeficiente de segurança
$L$	comprimento do vão livre
$U_{c,100\text{ year}}$	velocidade de correnteza incidente no duto para um período de recorrência de 100 anos
$V_{R,onset}^{IL}$	velocidade reduzida para início das vibrações na direção do fluxo
$\alpha$	parâmetro que relaciona as velocidades de fluxo de correnteza e onda
$\gamma_{CF}$	coeficiente de segurança
$U_{w,1\text{ year}}$	velocidade da onda incidente no duto para um período de recorrência de 1 ano
$V_{R,onset}^{CF}$	velocidade reduzida para vibração transversal ao fluxo
$C_1, C_2, C_3$	coeficientes que variam em função das condições de contorno assumidas para o duto
$E$	módulo de elasticidade do material do duto

$I$	momento de inércia
$CSF$	fator de contribuição do concreto à rigidez
$k_c$	constante empírica definida em função do tipo de revestimento anticorrosivo aplicado ao duto;
$L_{eff}$	comprimento efetivo do vão
$m_e$	massa efetiva por unidade de comprimento
$\delta$	deflexão estática
$q$	peso submerso do duto para direção transversal ou carregamento devido ao arraste para direção <i>in-line</i>
$C_6$	coeficiente em função da condição de contorno do duto
$S_{eff}$	força axial efetiva
$K$	rigidez do solo
$\zeta_T$	razão de amortecimento total
$\zeta_{STR}$	amortecimento estrutural
$\zeta_{solo}$	amortecimento do solo
$\zeta_h$	amortecimento hidrodinâmico
$KC$	número de Keulegan-Carpenter
$f_w$	frequência da onda
$U_w$	velocidade do fluxo induzida pela onda
$F_H$	força horizontal no duto submarino
$C_D$	coeficiente de arraste
$C_M$	coeficiente de inércia
$U(t)$	velocidade da onda
$ U(t) $	módulo da velocidade da onda
$\frac{\partial U(t)}{\partial t}$	aceleração
$C_L$	coeficiente de lift
$A$	área da seção transversal
$M$	momento fletor

$\ddot{v}$	componente vertical da aceleração
VIV	Vibração induzida por vórtice
$L_o$	Comprimento do ombro
$L_1$	Comprimento livre
$L_0$	Variação do comprimento do vão livre

## PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1212856/CA

- Transporte de óleo e/ou gás de poços de produção para manifolds submarinos;
- Transporte de óleo e/ou gás de manifolds submarinos para unidades de produção;
- Transporte de água e/ou produtos químicos das plataformas produção para manifolds de injeção de poços;
- Dutos de exportação e transporte de fluidos de plataformas de produção para terminais on-shore;



Atualmente é realizado o estudo de dutos submarinos envolvendo diversos fatores, sejam envolvendo os tipos de materiais que os dutos podem ter ou as diversas características ambientais em cada leito marinho que o duto se encontra.

No Brasil, diversos pesquisadores realizaram o estudo de dutos submarinos em vão livres, e compararam os resultados com a norma DNV RP-F-105 [1], podemos citar Aguiar, 1995 [2] que propôs um estudo para avaliar o comportamento de dutos submarino em vão livre sob condições de carregamento estático e de oscilação de vortex shedding, através da avaliação da vida útil a fadiga baseada em técnica da mecânica da fratura. Outro estudo realizado foi o de Dos Santos, 1995 [3], que apresentou uma análise estrutural dinâmica de dutos rígidos esbeltos sujeitos a vibrações induzidas pelo fenômeno de desprendimento de vórtices devido a correntes marinhas. A pesquisa realizada por Lima, 2007[4],foi uma análise estrutural de dutos submarinos assentados no fundo do mar com ênfase na análise na VIV, devidas as correntes marinhas, utilizando os princípios básicos da norma de para análise de vãos livres.Em 2011 Loureiro,[5] apresentou um trabalho de dutos submarinos considerando o campo de aplicações das equações que descrevem a amplitude de deslocamentos, magnitude de tensão e vida a fadiga de vãos livres submetidos ao efeito de VIV pelo desprendimento de vórtices, utilizando as normas de dutos submarinos.A pesquisa desenvolvida por Pedrosa Filho, 2011[6],foi a criação de formulações analíticas para cálculo de frequência natural de vigas curtas e longas considerando os efeitos de tração,deflexão inicial e extensibilidade, comparando com a norma de dutos submarinos.Em 2011, Carvalho [7],avaliou o comportamento de um duto submarino em relação a frequência natural utilizando a norma confrontando com o resultado obtido através de elementos finitos.Recentemente,2013,Reis [8] realizou um estudo de análise dinâmica de dutos submarinos sujeitos a vão livre sob a ação de correntes marinhas, tração axial, peso próprio do duto, rigidez do solo, como uma viga bi-engastada e uma viga bi-apoiada através da técnica da transformada integral generalizada.

### 1.1. Motivação

Antes que se realize qualquer intervenção no meio ambiente deve-se levar em conta o estudo da rota por onde os dutos submarinos irão passar, desde o seu lançamento até o poço. Este estudo é necessário, devido à presença de outros sistemas submarinos já existentes no campo, assim como a presença de corais e irregularidades no solo. Devido às irregularidades no solo acabam existindo os vãos livres. O duto é uma tubulação submersa que liga as plataformas de produção e exploração de petróleo ao leito oceânico, que fica mais suscetível à ação de correntes marítimas, e ao próprio peso. Esta condição pode causar sérios danos estruturais ao duto. Em virtude disso, muitos pesquisadores têm estudado os efeitos causados pelo movimento oscilatório do duto em vão livre como a fadiga e soluções para reduzir a influência destes ciclos na sua estrutura.

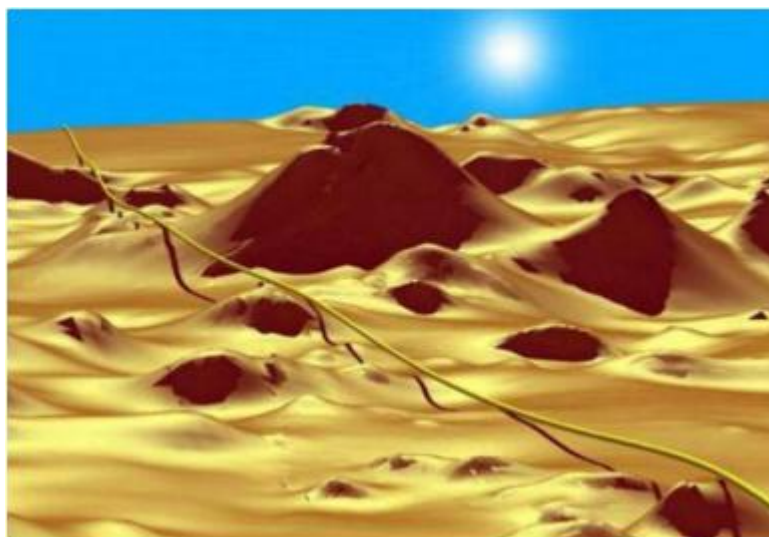


Figura 1.2-Exemplo de vão livre de duto submarino [9]

### 1.2. Objetivo

Estudar a influência da geografia irregular do leito submarino que propicia o aparecimento de vãos livres e a influência dinâmica da ação das ondas no duto. Neste estudo são considerados os efeitos dos diferentes tipos de solo, as variações dos vãos livres do duto, as diferentes condições de contorno e a interação solo-estrutura.

### **1.3. Estrutura da dissertação**

A dissertação é compreendida pelos capítulos descritos a seguir:

O Capítulo 1 apresenta as aplicações dos dutos submarinos e a motivação este estudo.

O Capítulo 2 apresenta um os conceitos gerais sobre o fenômeno de vibração induzida por vórtice (VIV), com a descrição teórica dos parâmetros hidrodinâmicos envolvidos nesse fenômeno.

O Capítulo 3 apresenta um resumo sobre a metodologia de análise de acordo com a norma de vão livre de dutos DNV-RP-F105 [1].

O Capítulo 4 descreve os modelos analíticos e numéricos adotados e as análises paramétricas, comparando com as recomendações da DNV-RP-F105 [1].

O Capítulo 5 apresenta os resultados da análise numérica e a comparação entre as soluções numérica, analítica e as recomendações de norma.

O Capítulo 6 apresenta as conclusões e sugestões para continuidade deste trabalho.

## 2

## Fenômeno de vibração induzida por vórtices

### 2.1.

#### Introdução

Um corpo imerso em um fluido escoando gera uma região de perturbação no fluxo na região próxima à fronteira do corpo, que se dissipa à medida que a distância do contorno aumenta. A dimensão da região perturbada é dependente da geometria do corpo, da velocidade do fluido e da sua viscosidade.

A interação entre fluido escoando e o corpo imerso gera solicitações, ou forças, que agem sobre o corpo, sendo a principal a força de arrasto. Tal solicitação atua na mesma direção e sentido do fluxo. Seus efeitos são bastante estudados (Fox, 2004) e descritos por formulações matemáticas com resultados satisfatórios.

Todavia, outro efeito a ser considerado, são as solicitações decorrentes do desprendimento de vórtices, cujas consequências têm sido cada vez mais importantes no projeto de estruturas offshore, em particular estruturas esbeltas simétricas.

O desprendimento de vórtices gera forças alternadas na estrutura e dependendo da frequência de desprendimento de vórtices é possível que a estrutura seja submetida a carregamentos cíclicos, que podem levar ao colapso por fadiga.

### 2.2.

#### Conceitos Básicos

São apresentadas a seguir as equações que regem o escoamento de um fluido, o conceito de camada limite, número de Reynolds, número de Strouhal, e a esteira de von Karman.

O problema clássico causado pela presença de vãos livres em dutos submarinos é o efeito da vibração induzida por vórtices (VIV). O fluxo de água percorrendo o duto suspenso sobre um vão livre induz a formação de esteiras de



vórtices a uma taxa determinada pela velocidade do fluxo. Forças hidrodinâmicas acompanham a formação de vórtices e induzem uma força oscilatória no corpo submerso devido à diferença de pressão. A excitação dinâmica possui uma parcela vertical, denominada *cross-flow*, e uma componente horizontal, denominada *in-line*.

Um duto em vão livre está liberado para oscilar em ambas as direções. Quando um dos modos de vibração possui uma frequência natural próxima a da excitação ocorre a oscilação do duto. Os movimentos causados, apesar de induzirem variações de tensão em geral pequenas, podem comprometer a vida do material por fadiga, principalmente nas regiões de solda, já que estas regiões são mais frágeis. A ressonância pode também gerar fissuras ou até mesmo levar a perda do revestimento de concreto.

### 2.3. Equações do Escoamento

O escoamento de um fluido incompressível (no qual a massa específica de uma partícula do fluido não varia ao longo de sua trajetória) é regido pelas leis da conservação de massa e da conservação da quantidade de movimento. A primeira lei é expressa pela equação da continuidade [10,11,12]:

$$\nabla \cdot \rho \cdot \vec{v} + \frac{\delta \rho}{\delta t} = 0 \quad (2.1)$$

Onde,  $\rho$  é a densidade do fluido e  $\vec{v}$  é o vetor velocidade

E parâmetro  $\nabla$  pode ser definido pela equação de Navier-Stokes :

$$\frac{\rho D \vec{V}}{Dt} = -\nabla P + \rho \vec{g} + \mu \nabla^2 \vec{V} \quad (2.2)$$

Onde,  $p = -1/3(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$  é a pressão hidrostática,  $g$  é a aceleração da gravidade,  $\mu$  é a viscosidade do fluido.

A equação de Navier-Stokes vem da aplicação da segunda lei de Newton, onde um fluido Newtoniano, isto é, um fluido em que a relação entre a tensão e o gradiente de velocidades é linear; isotrópico, cujas propriedades em uma dada posição independem da direção; e homogêneo, cujas propriedades independem da posição.

Ambas as equações (2.1 e 2.2) são desenvolvidas a partir da aplicação da lei de conservação de massa e conservação da quantidade de movimento a um

volume de controle, considerando as seguintes expressões para as componentes de tensão normais planas:

$$\sigma_x = -p - \frac{2}{3}\mu\nabla \cdot \bar{V} + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.3)$$

$$\sigma_y = -p - \frac{2}{3}\mu\nabla \cdot \bar{V} + 2\mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.4)$$

$$\sigma_z = -p - \frac{2}{3}\mu\nabla \cdot \bar{V} + 2\mu \frac{\partial u}{\partial z} \quad (2.5)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2.6)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = \mu \left( \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (2.7)$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (2.8)$$

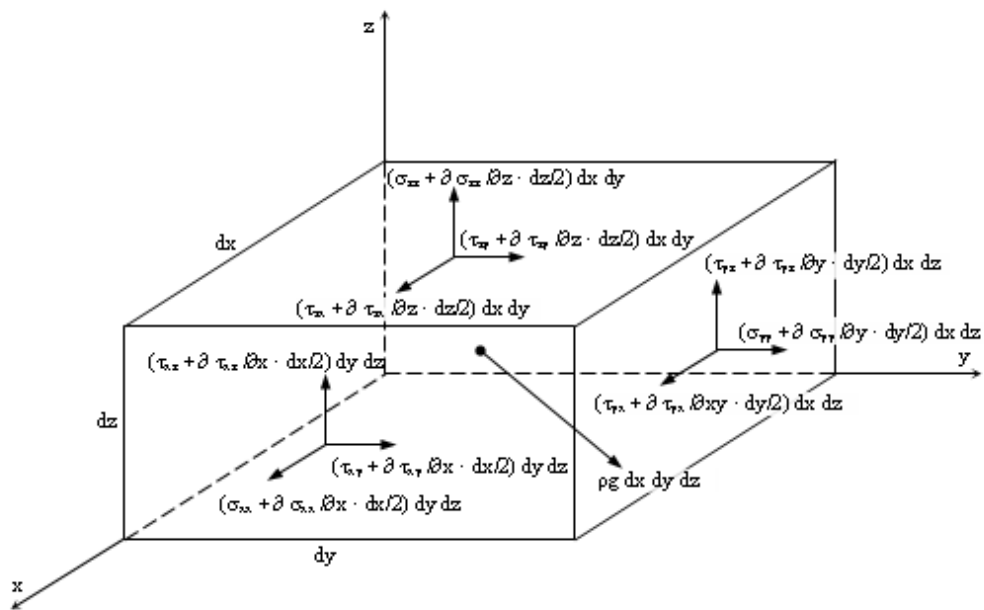


Figura 2.1-Componente de tensão em um volume de controle (Carneiro, 2007) [13]

## 2.4. Camada limite

O conceito de camada limite foi introduzido originariamente em 1904, por Ludwig Prandtl, um alemão estudioso da aerodinâmica [9]

Prandtl [13] mostrou que muitos escoamentos viscosos podem ser analisados dividindo o escoamento em duas regiões, uma perto das fronteiras sólidas e outra cobrindo o resto do escoamento. Apenas na delgada região adjacente a uma fronteira sólida, denominada camada-limite, o efeito da viscosidade é importante. Na região fora dessa camada o efeito da viscosidade é desprezível, e o fluido pode ser tratado como não viscoso e ainda assim resultados apresentarão um elevado grau de exatidão.

A figura 2.2 mostra o comportamento do fluido dentro e fora da camada limite.

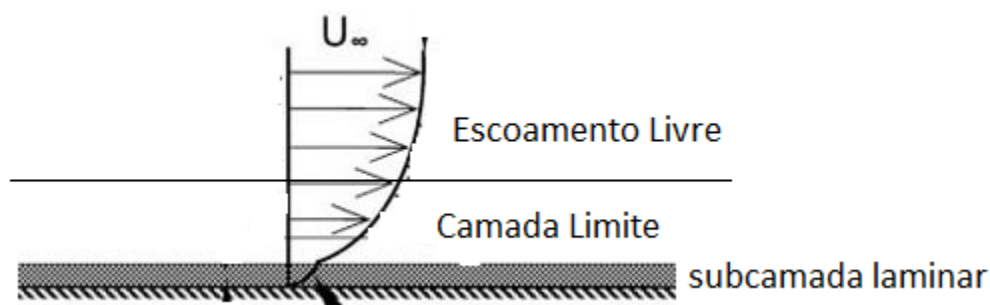


Figura 2.2-Comportamento do fluido dentro e fora da camada limite

A seguir são apresentadas as características da camada limite:

- Em uma pequena distância a partir da superfície do corpo imerso, a velocidade cresce de zero até, praticamente, a velocidade existente no escoamento teórico;
- Na camada limite, há predominância dos efeitos da viscosidade, sendo que fora dela, praticamente, essa não tem efeito sobre o escoamento;
- Quanto maior a velocidade do escoamento, menor será o comprimento, a espessura da camada limite laminar e da subcamada laminar;
- A pressão no interior da camada limite é determinada pelo escoamento circundante. Em uma seção da camada limite normal à superfície do corpo, a pressão pode ser considerada constante e igual à do escoamento circundante.

## 2.5 Número de Reynolds e a Esteira de vórtices

A relação entre as forças inerciais e as forças viscosas num escoamento pode ser escrita na forma do parâmetro adimensional denominado número de Reynolds (Re), dado por:

$$Re = \frac{U \cdot D}{\nu} = \frac{\rho U \cdot D}{\mu} \quad (2.9)$$

Onde, U é a velocidade nominal do escoamento, D é o diâmetro no duto submarino,  $\nu$  viscosidade cinemática do fluido,  $\mu$  viscosidade dinâmica do fluido,  $\rho$  é a massa específica.

A significância fundamental do número de Reynolds é que o mesmo permite avaliar o tipo de escoamento (a estabilidade do fluxo) laminar ou turbulento.

O número de Reynolds característico do escoamento indica o grau de turbulência do escoamento, que afeta diretamente a frequência de emissão de vórtices.

No escoamento plano em torno de um cilindro de seção circular, o número de Reynolds permite prever em que região do escoamento se dará a transição do regime laminar para o turbulento, caso ocorra, e de que forma se dará a separação e a formação de vórtices. As fases apresentadas a seguir ocorrem de forma histerética, isto é, o limite entre elas varia caso Re esteja aumentando ou diminuindo.

Pantazopoulos (1994) faz uma breve descrição sobre os regimes de escoamento variando com o número de Reynolds:

- Para  $Re < 4$  a 5, o escoamento é laminar e não há separação.
- Com 4 a  $5 < Re < 30$  a 48, é formada uma região separada estacionária, com um par de vórtices recirculantes à jusante do cilindro.
- Para Re atingindo o número de 30 a 48, a região separada se torna instável, sendo formada uma “esteira” periódica, ainda laminar.
- Para  $Re < 180$  a 200, esta esteira é uma curva de aparência senoidal, partindo do ponto de confluência.
- Com 180 a  $200 < Re < 220$  a 250, há transição para o regime turbulento nos vórtices desprendidos na esteira (tanto mais a jusante quanto menor o Re).

- Para  $220 < Re < 350$  a  $400$  esta transição se dá nos vórtices em formação.
- Para  $350 < Re < 10^5$  a  $2 \times 10^5$ , no estado denominado “subcrítico”, a transição se dá na camada cisalhante próxima à separação. A camada limite ainda é laminar, o escoamento passa a ser turbulento.

O estado “crítico” é caracterizado pela ocorrência de transição para o regime turbulento na camada limite, com  $Re > 10^5$  a  $2 \times 10^5$ . Ao longo deste estado, são observadas descontinuidades significativas no coeficiente de arrasto e frequência de desprendimento de vórtices em função de  $Re$ . Para  $Re$  da ordem de  $10^7$  (o limite ainda não é bem definido) o escoamento passa a ser turbulento em toda a região perturbada.

Parece claro que a forma como ocorre à transição influi diretamente na magnitude, direção e variação no tempo das forças hidrodinâmicas resultantes. Nos escoamentos com  $Re < 30$  a  $48$ , a força resultante é constante e na direção do fluxo.

Em estruturas offshore sujeitas a VIV, o número de Reynolds gira em torno de  $10^5$ .

## 2.6

### Formação de vórtices

Quando um fluido escoando com uma velocidade  $U$  encontra um corpo imerso, se depara com um campo de pressão existente na parte traseira do corpo, originado pela baixa velocidade do escoamento naquela região, acarretando uma camada limite junto ao corpo, como formulada por Prandtl, em 1904 [14,15], onde descreve que a velocidade do fluxo é zero nesta superfície, mas cresce abruptamente tendendo a um patamar assintótico. Como efeito deste gradiente de pressões as partículas fluidas nesta camada possuem uma parcela de translação e outra rotacional.

De acordo com a velocidade do escoamento, a camada limite se desprende do corpo. Tal desprendimento forma uma esteira de vórtices, sendo essa consequência da parcela rotacional das partículas do fluido.

O processo de desprendimento de vórtice está ilustrado na figura abaixo



Figura 2.3-Desprendimento de Vórtices (Lopes, 1995) [14]

O processo de formação de um vórtice pode ser explicado de maneira simples conforme descrito a seguir:

Durante o escoamento de um fluido sobre um corpo, há o desprendimento de um vórtice da camada limite, onde esse vórtice cresce devido à circulação existente na região próxima, o que aumenta sua intensidade.

Com o aumento da intensidade do vórtice, esse passa a influenciar outra região, ou camada, atraindo-a para si, que por estar no lado oposto, possui vorticidade no sentido contrário à camada que a influenciou. Assim, parte dessa camada é incorporada ao vórtice inicial, e parte adquire velocidade normal ao escoamento, interrompendo a ligação entre o vórtice e sua camada de origem. Além disso, uma terceira parcela do vórtice formado contribui com a intensidade do mesmo, dando continuidade ao processo.

O processo descrito ocorre de forma alternada por conta da influência de uma camada sobre a outra, o que acarreta variações de pressões alternadas ao longo do tempo na esteira do corpo. Devido a essa esteira de pressões, ocorrem forças transversais ao corpo e no sentido do fluxo de escoamento, força de sustentação.

O fenômeno envolvido é chamado vibração induzida por desprendimento de vórtices, ou VIV, do inglês Vortex Induced Vibrations.

Como pode ser observada na figura 2.3 a configuração com um par de vórtices estacionários é mantida até, aproximadamente, um número de *Reynolds* igual a 40. A partir deste valor, a configuração se modifica para uma situação onde ocorre desprendimento de vórtices de forma periódica e alternada. A frequência com a qual os vórtices se desprendem é conhecida como frequência de *Strouhal* de *shedding* e a configuração regular desenvolvida é conhecida como esteira de *von Karman*. Em 1911, *von Karman* mostrou que o padrão de vórtices alternados seria estável se a razão entre a distância lateral e a longitudinal entre o

centro de um vórtice e outro fosse igual a 0,286. Na Figura 2.4, essa relação é apresentada em função do diâmetro do cilindro ( $D$ ).

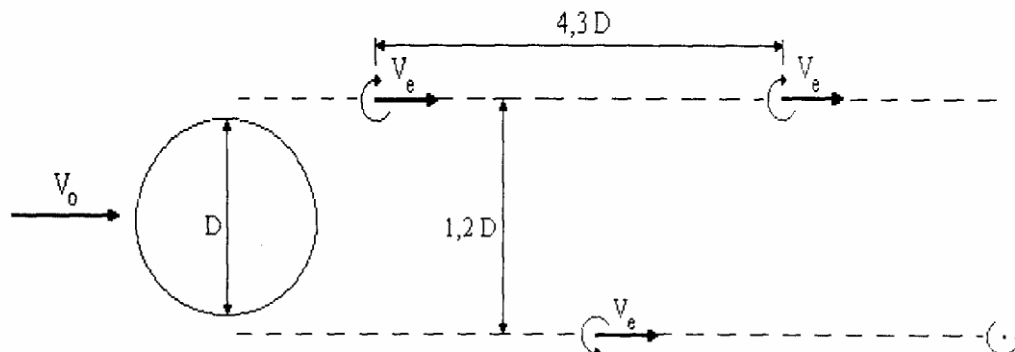


Figura 2.4-Esteira de von Karman

A Figura 2.4 apresenta a esteira de *von Karman* obtida através de simulações numéricas, considerando inclusive a proximidade de dois cilindros, o que altera o padrão de desprendimento de vórtices.

A frequência de desprendimento de vórtices depende de um parâmetro chamado número de *Strouhal* (Fox, 2004) [12],  $St$ , e de duas outras grandezas, a velocidade da corrente,  $U$ , e o diâmetro do cilindro,  $D$ , que se relacionam da seguinte forma:

$$\omega s = 2 \cdot \pi \cdot St \cdot \frac{U}{D} \quad (2.10)$$

Onde,  $U$  é a velocidade do fluido;  $D$  é o diâmetro hidrodinâmico do duto;  $St$  é o número de Strouhal. O número de *Strouhal*,  $St$ , relaciona-se com o número de *Reynolds*,  $Re$ , para cilindros estacionários com paredes lisas,

O número de Strouhal para um cilindro circular estacionário é função do número de Reynolds, da rugosidade da superfície e do diâmetro do cilindro. A figura abaixo mostra a relação entre o número de Reynolds e o número de Strouhal. Experimentos mostram que no regime de transição dos números de Reynolds, as vibrações induzidas por desprendimentos de vórtices em cilindros ocorrem geralmente com números de Strouhal de aproximadamente 0.2

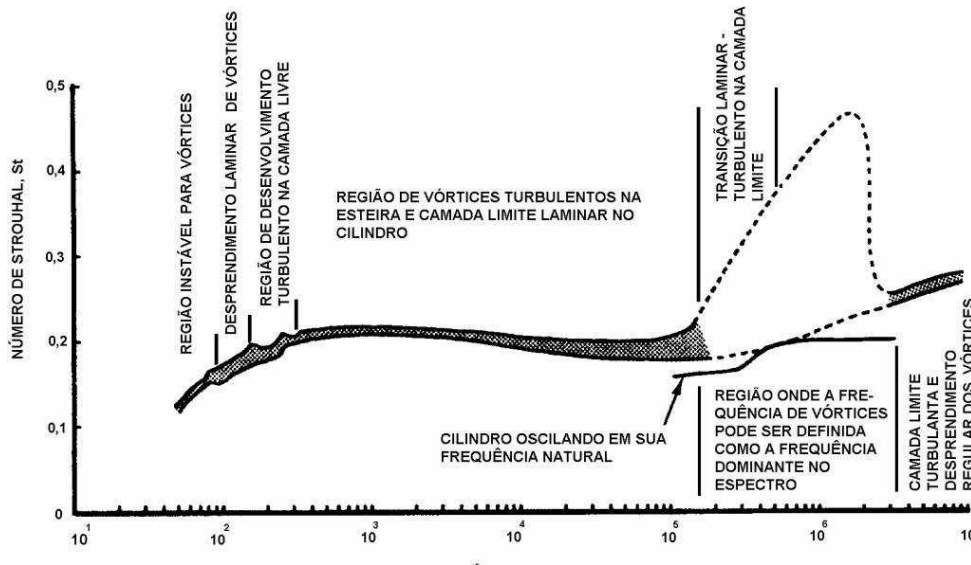


Figura 2.5-Relação entre número de Reynolds x número de Strouhal (Carneiro, 2007) [13]

É compreensível que quando a frequência natural de vibração de uma estrutura se aproxima da frequência de desprendimento de vórtice, dada pela frequência de shedding, a estrutura começa a vibrar em ressonância. A esse fenômeno de ressonância é dado o nome de lock-in, e tem como resultado uma força oscilatória, transversal ao fluxo denominada força de sustentação (lift). O fenômeno de lock-in se caracteriza pela alteração da frequência de desprendimento de vórtice que se afasta da frequência de Strouhal para o cilindro estacionário, se ajustando a frequência de vibração do cilindro.



### 3

## Vão livres de dutos submarinos- DNV RP F105

### 3.1

#### Introdução

O objetivo da DNV RP F105 [1] é fornecer critérios de projeto e recomendações práticas para avaliação de dutos submarinos com trechos em vão livres sujeitos a carregamentos combinados de ondas e correntes.

Os princípios fundamentais envolvidos, juntamente com os parâmetros básicos e os principais resultados das análises estão ilustrados na Figura 3.1.

### 3.2

#### Histórico

A seguir é apresentado um breve histórico, conforme citado por (Lima, 2007 e Carvalho, 2011 e) [4,7] da norma para análise de dutos submarinos e algumas considerações a respeito da evolução dos critérios.

- Década de 70 – Adotou-se um critério simplificado para fadiga *in-line*, mas que não levava em consideração o cenário. Havia pouco conhecimento a respeito do efeito das ondas e de curvas S-N;
- Década de 80 – O vão máximo era tal que não permitisse vibrações transversais. Critério efetivo para vãos curtos, sujeitos apenas a carregamento de corrente;
- Em 1998 – Surge a DNV Guideline14, onde o critério já permite que haja vibrações transversais, desde que o critério de fadiga seja verificado, levando em consideração amplitudes de tensão e número de ciclos.
- Em 2002 - Evolução para DNV RP F105 [1]: Inclui novos estudos sobre efeito de trincheira, coeficientes hidrodinâmicos, estimativa para resposta estrutural e rigidez solo. Transforma em formato mais amigável (critério *Screening*; cálculos mais completos e reestruturação do documento);

- Em 2006 – Atualização da versão anterior com inclusão de novos estudos acerca de diversos assuntos, dentre os quais podemos citar: novas considerações a respeito das respostas multimodais que são aplicadas a vãos livres; aumento dos fatores de segurança para o critério Screening; a determinação do vão máximo admissível é mais conservativo.

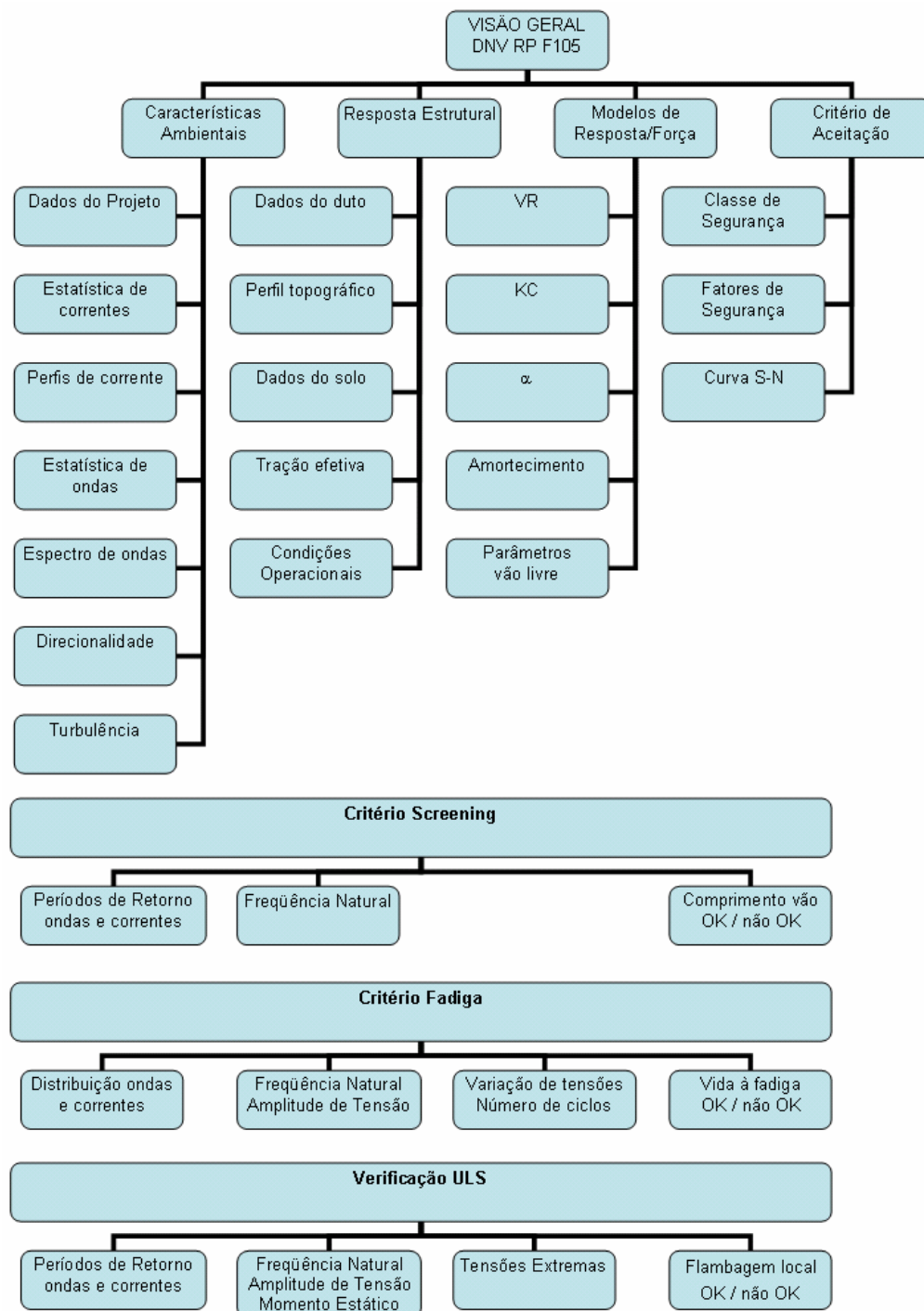


Figura 3.1- Visão geral dos componentes envolvidos na análise de vãos livres ( DNV-RP-F105,2006) [1]

### 3.3 Filosofia e premissas

Embora a avaliação de vãos livres seja um problema complexo, que exige conhecimentos detalhados em várias áreas específicas como vibrações induzidas por vórtices e teorias de ondas, dados ambientais, cálculos de fadiga, análise estrutural e aspectos geotécnicos, os princípios básicos da DNV RP F105[1] são relativamente simples.

As exigências que devem ser atendidas são as seguintes:

- A análise de fadiga deve compreender um período que seja representativo do tempo de exposição do duto ao vão livre;
- Todas as variações de tensões impostas ao duto e que são capazes de gerar dano devem ser levadas em consideração;
- As verificações devem ser feitas em todas as seções do duto que possam contribuir para o dano final para todos os modos de vibração;
- Quando necessário, as frequências naturais devem ser calculadas através de um programa de elementos finitos confiável;

A Figura 3.2, extraída da norma DNV RP F 105 [1], apresenta o fluxograma das verificações que devem ser realizadas nos vãos livres

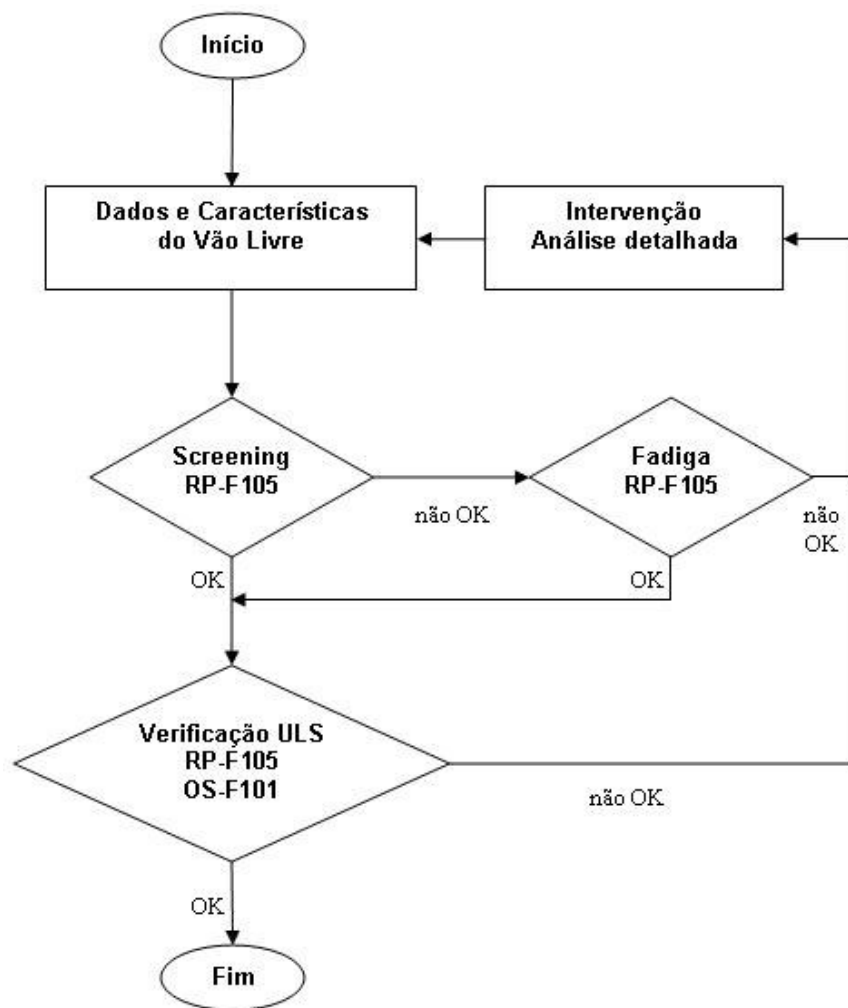


Figura 3.2-Fluxograma da norma DNV-RP-F-105 para verificação de vão livre [1]

A avaliação deve ser feita tanto para vãos permanentes (condição de operação), quanto para vãos temporários (condição após a instalação), sendo também válida para dutos a serem instalados.

De acordo com dados geométricos, propriedades físicas do duto e características do vão (no caso de dutos já instalados), fazem-se a primeira verificação, que é o critério *Screening* para determinação do vão máximo admissível. Caso este critério seja violado, deve-se realizar a análise de fadiga. Somente se o critério de fadiga também não for atendido, há necessidade de se realizar algum tipo de intervenção a fim de se alterar a configuração inicial. .

No caso do estudo desta dissertação iremos considerar apenas a verificação de vão livre máximo admissível.

Considerando apenas as VIV's de correnteza, ou seja, desprezando o efeito das ondas, a DNV RP F105 [11] aplica o que ela chama de Modelos de Resposta para estimativa das amplitudes devidas às vibrações induzidas por vórtices, em função de parâmetros hidrodinâmicos e estruturais. Estes modelos foram determinados a partir de dados extraídos de experimentos em laboratório e de uma quantidade limitada de dados obtidos de ensaios em escala real. Através deste modelo, determina-se a amplitude de resposta adimensional.

A razão de frequências é mais um parâmetro adimensional utilizado nas análises de VIV, sendo largamente utilizado nos ensaios experimentais para determinação dos coeficientes hidrodinâmicos e do comportamento da estrutura. É expresso pela razão entre a frequência de desprendimento de vórtices e a frequência de vibração da estrutura.

### 3.4

#### **Critério Screening**

O critério *Screening* propõe que se permita uma fadiga devida às vibrações induzidas por vórtices para cargas combinadas de corrente e onda. Este critério foi calibrado de forma que a análise de vida à fadiga realizada seja superior a 50 anos.

Neste critério, assume-se que a resposta ocorra no 1º modo de vibração e caso este seja violado é necessário a realização de uma análise de fadiga mais detalhada. O critério de estado limite último sempre deve ser verificado.

Neste critério, são analisados dois modos de vibração, um paralelo ao fluxo e outro perpendicular ao fluxo.

Para vibração na direção do fluxo:

$$\frac{f_{n,IL}}{\gamma_{IL}} > \frac{U_{c,100\text{year}}}{V_{R,onset}^{IL} \cdot D} \left(1 - \frac{L/D}{250}\right) \cdot \frac{1}{\alpha} \quad (3.1)$$

Onde,  $f_{n,IL}$  é frequência natural de vibração na direção do fluxo,  $\gamma_{IL}$  é coeficiente de segurança,  $D$  é o diâmetro externo do duto,  $L$  é o comprimento do vão livre,  $U_{c,100\text{year}}$  é a velocidade de corrente incidente no duto para um período de recorrência de 100 anos,  $V_{R,onset}^{IL}$  é a velocidade reduzida para início das vibrações na direção do fluxo,  $\alpha$  é o parâmetro que relaciona as velocidades de fluxo de corrente e onda;

$$\alpha = \frac{U_{c,100\text{ year}}}{U_{c,100\text{ year}} + U_{w,1\text{ year}}} \quad (3.2)$$

Este parâmetro possui valor mínimo igual a 0.6, de acordo com a norma DNV.

Para vibração transversal ao fluxo:

$$\frac{f_{n,CF}}{\gamma_{CF}} > \frac{U_{c,100\text{ year}} + U_{w,1\text{ year}}}{V_{R,onset}^{CF} \cdot D} \quad (3.3)$$

Onde,  $\gamma_{CF}$  é coeficiente de segurança;  $U_{w,1\text{ year}}$  é a velocidade da onda incidente no duto para um período de recorrência de um ano,  $V_{R,onset}^{CF}$  é velocidade reduzida para vibração transversal ao fluxo.

A norma DNV propõe uma fórmula aproximada para cálculo da frequência natural do primeiro modo do duto nas duas direções. É importante lembrar que esta formulação foi desenvolvida tomando por base hipóteses conservadoras no que diz respeito ao comprimento do vão, rigidez do solo e tração axial. Considerou-se, por exemplo, que o leito marinho é horizontal, de forma que os ombros nos quais o duto se apóia são horizontais e encontram-se no mesmo nível.

$$f_1 \approx C_1 \cdot \sqrt{1 + CSF} \cdot \sqrt{\frac{EI}{M_e L_{eff}^4}} \left( 1 + C_2 \frac{S_{eff}}{P_{cr}} + C_3 (\delta/D)^2 \right) \quad (3.4)$$

Onde,  $C_1, C_2$  e  $C_3$  são os coeficientes que variam em função das condições de contorno assumidas para o duto,  $E$  é o módulo de elasticidade do material do duto,  $I$  o momento de inércia,  $CSF$  é o fator de contribuição do concreto à rigidez.

$$CSF = K_c \left( \frac{EI_{con}}{EI_{aço}} \right)^{0,75} \quad (3.5)$$

$KC$  é a constante empírica definida em função do tipo de revestimento anticorrosivo aplicado ao duto,  $L_{eff}$  é o comprimento efetivo do vão (será definido logo a seguir) e  $m_e$  é a massa efetiva por unidade de comprimento;

$$m_e = \left( \frac{\int_L m(s) \phi^2(s) ds}{\int_L \phi^2(s) ds} \right) \quad (3.6)$$

$D$  é o diâmetro externo do duto,  $P_{cr}$  é a carga crítica de flambagem.

$$P_{cr} = \frac{(1+CSF)C_2\pi^2EI}{L_{eff}^2} \quad (3.7)$$

$\delta$  é a deflexão estática

$$\delta = C_6 \frac{q L_{eff}^4}{EI(1+CSF)} \frac{1}{1 + \frac{S_{eff}}{P_{cr}}} \quad (3.8)$$

$q$  é peso submerso do duto para direção transversal ou carregamento devido ao arraste para direção *in-line*,  $C_6$  é o coeficiente em função da condição de contorno do duto;  $S_{eff}$  é a força axial efetiva.

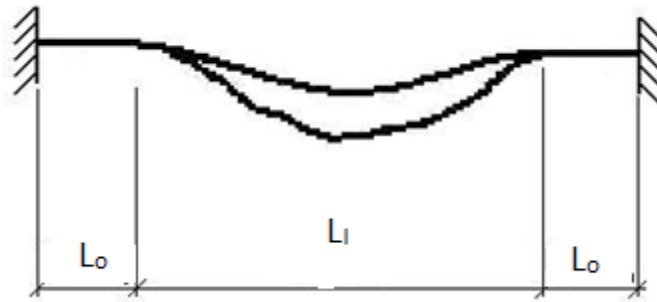


Figura 3.3-Ilustração de um modelo de duto submarino com comprimento dos ombros e do vão livre

A força axial efetiva é muito difícil de ser estimada em função da grande variedade de parâmetros envolvidos. São muitas as incertezas relativas às condições operacionais, como temperatura e pressão, tração residual de lançamento, deflexões laterais do duto, efeitos causados por vãos adjacentes e irregularidades do leito marinho.

Tabela 3.1-Coeficientes para as diferentes condições de contorno (DNV-RP-F-105, 2006)[11]

	Bi-Rotulado	Bi-Engastado	Assentado sobre o solo
$C_1$	1,57	3,56	3,56
$C_2$	1.0	4,0	4,0
$C_3$	0,8	0,2	0,4
$C_4$	4,93	14,1	$14,1 \left( L/L_{eff} \right)^2$ -nos ombros 8,6-meio do vão
$C_5$	1/8	1/12	$\frac{1}{18 \left( L_{eff}/L \right)^2 - 6}$ -nos ombro 1/24 – meio do vão
$C_6$	5/384	1/384	1/384

A formulação analítica para cálculo da frequência natural de vibração do duto é baseada no conceito de comprimento efetivo. Este comprimento foi definido com o objetivo de simplificar a estimativa da resposta estrutural, levando em consideração o comprimento do duto assentado sobre o solo. O comprimento efetivo é definido como o comprimento de um vão ideal bi-engastado, que forneça a mesma resposta estrutural em termos de frequências naturais que o vão real assentado sobre o solo. Ele pode ser definido segundo a relação que se segue:

$$\frac{L_{eff}}{L} = \frac{4.73}{-0.066\beta^2 + 1.02\beta + 0.63} \text{ para } \beta \geq 2.7 \quad (3.9)$$

$$\frac{4.73}{0.036\beta^2 + 0.61\beta + 1.0} \text{ para } \beta < 2.7 \quad (3.10)$$

Onde:

$$\beta = \log_{10} \left( \frac{K.L^4}{(1+CSF).EI} \right) \quad (3.11)$$

$K$  é a rigidez do solo (vertical ou horizontal estática ou dinâmica)

Nota-se que o comprimento efetivo  $L_{eff}$  é inversamente proporcional ao quadrado de  $\beta$ , que por sua vez é diretamente proporcional à rigidez. Logo, quanto mais resistente for o solo, menor será o comprimento efetivo.



É importante deixar claro que, como a equação leva em consideração os coeficientes para cálculo de rigidez vertical e lateral do solo, ela fornece frequências naturais ligeiramente diferentes para as duas direções. Esta diferença varia Tabela 3.2-Dados da rigidez do solo basicamente de acordo com o comprimento do vão e o tipo de solo.

### 3.5. Forças Hidrodinâmicas

A partir de dados do mar é possível obter os esforços exercidos pelo fluido, nas diferentes profundidades (Aguiar, 1995) [2]. As forças hidrodinâmicas [16,17,18] exercidas pela corrente e pelas ondas, além dos movimentos dinâmicos do duto, são calculadas utilizando a equação de Morisson que é expressa através da soma do termo dependente da velocidade orbital da partícula d'água (Força de arrasto- $F_D$ ) e do termo dependente da aceleração (Força inercial- $F_I$ ), conforme equação abaixo:

$$F_H = \frac{1}{2} \rho D C_D |U(t)| U(t) + \rho \frac{\pi D^2}{4} C_M \frac{\partial U(t)}{\partial t} \quad (3.12)$$

Onde:  $F_H$  é a força horizontal no riser,  $\rho$  é a densidade da água,  $C_D$  é o coeficiente de arraste,  $C_M$  é o Coeficiente de inércia,  $U(t)$  é a equação da velocidade da onda  $|U(t)|$  é o módulo da velocidade da onda,  $\frac{\partial U(t)}{\partial t}$  é aceleração,  $D$  é o diâmetro do duto submarino.

Onde:  $F_H$  é a força horizontal no riser,  $\rho$  é a densidade da água,  $C_D$  é o coeficiente de arraste,  $C_M$  é o Coeficiente de inércia,  $U(t)$  é a equação da velocidade da onda  $|U(t)|$  é o módulo da velocidade da onda,  $\frac{\partial U(t)}{\partial t}$  é aceleração,  $D$  é o diâmetro do duto submarino.

O primeiro termo da equação de Morisson é a força de arrasto hidrodinâmico agindo sobre duto. Esta força é proporcional ao quadrado da velocidade relativa entre o duto e o fluxo d'água ao redor deste. O segundo termo da equação é a força inercial exercida sobre o duto pela aceleração da água ao redor deste.

Além das parcelas da força horizontal apresentadas acima, uma expressão semelhante á parcela de arrasto pode ser estabelecida para determinar a força

vertical de sustentação e a força transversal a direção do fluxo, de acordo com a equação abaixo:

$$F_V = \frac{1}{2} \rho D C_L U \quad (3.13)$$

A força hidrodinâmica agindo sobre o duto é baseada nas componentes de velocidade e aceleração do fluido que são ortogonais ao eixo longitudinal do duto.

A formulação da equação de Morisson é considerada semi-empírica, já que as parcelas de arrasto e inércia do fluido são afetadas por coeficientes adimensionais  $C_D$  e  $C_M$  que devem ser calibrados a partir da observação de resultados experimentais.[ 19 ]

### 3.6

#### Valor da Rigidez do solo

A norma DNV RP F-105 [1] fornece valores de rigidez de solo para argila e areia que podem ser utilizados para os cálculos da frequência natural da estrutura.

A tabela 3.2 fornece os valores da rigidez do solo adotados pela norma.

<b>K</b>	<b>Tipo de solo</b>
50 kN/m/m- 100 kN/m/m	Argila Muito fofa
160 kN/m/m- 260 kN/m/m	Argila Fofa
500 kN/m/m – 800 kN/m/m	Argila Firme
1.000 kN/m/m- 1.600 kN/m/m	Argila Rígida
2.000 kN/m/m- 3.000 kN/m/m	Argila Muito Rígida
2.600 kN/m/m- 4.200 kN/m/m	Argila Dura

## 4

### Solução Analítica

Um estudo analítico de vibração livre para vigas parcialmente apoiadas no solo foi realizado. A solução se baseia na equação de viga sob base elástica na qual são considerados dois trechos apoiados em molas lineares e um trecho intermediário. Em (S.E.Moghian, M.Mofid, P.Alanjari, 2011) [20] é apresentado uma abordagem analítica para a solução deste problema.

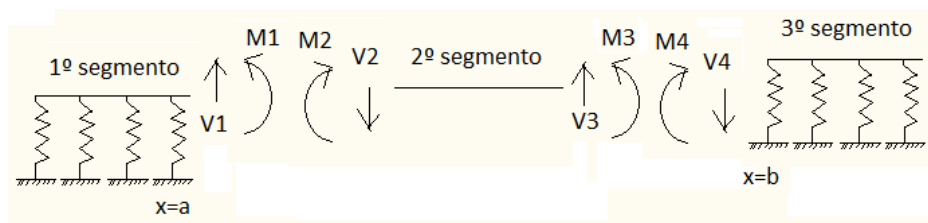


Figura 4.1-Modelo representativo do duto submarino separado em partes

A Figura 4.1 ilustra o duto submarino parcialmente apoiado sobre o solo e dividido em três partes.

Para resolver a equação diferencial que governa esse problema, foi usado o método da separação de variáveis. e aplicadas as condições de continuidade para resolver o diferencial da equação [21,22]. Nesse caso, corresponde ao primeiro segmento ocupado por uma base elástica. É possível escrever a equação diferencial da vibração livre de cada segmento. Fazê-lo para o primeiro segmento resulta em:

$$EI \frac{\partial^4 \omega_1}{\partial x^4} + K\omega_1 + \rho A \frac{\partial^2 \omega_1}{\partial t^2} = 0 \quad (4.1)$$

Onde, E é o módulo de Elasticidade, I é o momento de inércia da viga,  $\rho$  é a densidade do material do duto submarino e A é a área do duto submarino.

$W(x,t)$  pode ser expressa como um produto de uma função de x é uma função de t (isto é,  $W(x,t) = F(x) G(t)$ ). Usando a diferenciação e eliminação das condições dependentes do tempo, a equação diferencial é:

$$EI \frac{d^4 F_2(x)}{dx^4} + KF_1(x) - \rho A \omega^2 F_1(x) = 0 \quad (4.2)$$

Onde K é a rigidez do solo, e  $\omega$  é a frequência de vibração da estrutura.

Uma possível solução diferencial para a equação é

$$F_1(x) = A_1 \cosh \beta_1 x + A_2 \sinh \beta_1 x + A_3 \cos \beta_1 x + A_4 \sin \beta_1 x \quad (4.3)$$

Onde,

$$\beta_2 = \sqrt[4]{\frac{\rho A \omega^2 - K}{EI}} \quad (4.4)$$

Os coeficientes  $A_1, A_2, A_3$  e  $A_4$  são as incógnitas.

Para o trecho central, onde não existe base elástica a equação diferencial é a seguinte:

$$EI \frac{\partial^4 \omega_2}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 \omega_2}{\partial t^2} = 0 \quad (4.5)$$

Usando o método de separação de variáveis obtêm:

$$EI \frac{d^4 F_2(x)}{dx^4} - \rho A \omega^2 F_2(x) = 0 \quad (4.6)$$

A solução diferencial para essa equação é:

$$F_2(x) = A_5 \cosh \beta_2 x + A_6 \sinh \beta_2 x + A_7 \cos \beta_2 x + A_8 \sin \beta_2 x \quad (4.7)$$

Onde,

$$\beta_1 = \sqrt[4]{\frac{\rho A \omega^2}{EI}} \quad (4.8)$$

Os coeficientes  $A_5, A_6, A_7$  e  $A_8$  são as incógnitas.

Para o terceiro trecho ocupado também por base elástica a solução seria:

$$EI \frac{\partial^4 \omega_1}{\partial x^4} + K \omega_1 + \rho A \frac{\partial^2 \omega_1}{\partial t^2} = 0 \quad (4.9)$$

Usando o método de separação de variáveis obtêm:

$$EI \frac{d^4 F_3(x)}{dx^4} + K F_3(x) - \rho A \omega^2 F_3(x) = 0 \quad (4.10)$$

Uma possível solução diferencial para a equação é

$$F_3(x) = A_9 \cosh \beta_1 x + A_{10} \sinh \beta_1 x + A_{11} \cos \beta_1 x + A_{12} \sin \beta_1 x \quad (4.11)$$

Onde,

$$\beta_2 = \sqrt[4]{\frac{\rho A \omega^2 - K}{EI}} \quad (4.12)$$

Os coeficientes  $A_9, A_{10}, A_{11}$  e  $A_{12}$  são as incógnitas.

A fim de encontrar essas incógnitas é necessário resolver um sistema de doze equações, que são obtidas a partir das condições de contorno.

## 4.1

### Condições de Contorno

Serão consideradas as condições de contorno impostas nesse estudo. Para cada trecho quatro condições de contorno serão consideradas.

#### 4.1.1.

##### Extremidade engastada

A figura 4.3 ilustra esta situação, onde a extremidade com  $x=0$ , o momento fletor e força cisalhante são possíveis, porém a deflexão e inclinação devem ser nulos.

$$\omega(x, t) = 0 \text{ Deflexão} \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial x} = 0 \quad \text{Inclinação} \quad (4.14)$$

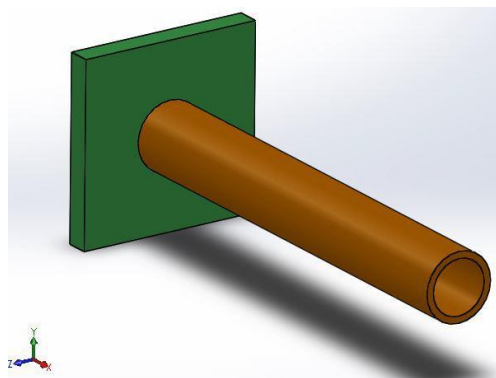


Figura 4.2-Representação do duto submarino com extremidade engastada (Oliveira, 2015)[23]

Para o presente estudo teremos as seguintes equações resultantes dessa condição de contorno:

Para o primeiro trecho teremos as seguintes equações:

$$\omega(x) = 0 \quad (4.15)$$

$$F_1(x) = A_1 \cosh \beta_1 x + A_2 \sinh \beta_1 x + A_3 \cos \beta_1 x + A_4 \sin \beta_1 x \quad (4.16)$$

$$F_1(0) =$$

$$A_1 \cosh(\beta_1 \cdot 0) + A_2 \sinh(\beta_1 \cdot 0) + A_3 \cos(\beta_1 \cdot 0) + A_4 \sin(\beta_1 \cdot 0) \quad (4.17)$$

$$A_1 + A_3 = 0 \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial x} = 0 \quad (4.19)$$

$$F_1'(x) = A_1 \beta_1 \sinh \beta_1 x + A_2 \beta_1 \cosh \beta_1 x - A_3 \beta_1 \sin \beta_1 x + A_4 \beta_1 \cos \beta_1 x \quad (4.20)$$

$$F_1'(0) = A_1 \beta_1 \sinh(\beta_1 \cdot 0) + A_2 \beta_1 \cosh(\beta_1 \cdot 0) - A_3 \beta_1 \sin(\beta_1 \cdot 0) + A_4 \beta_1 \cos(\beta_1 \cdot 0) \\ (A_2 - A_3) \cosh \beta_1 + A_4 \beta_1 \cos \beta_1 = 0 \quad (4.22)$$

Para o segundo trecho teremos mais duas condições de continuidade além das condições de contorno do problema e vamos obter as seguintes equações:

Para  $x=a$

$$\omega_1 = \omega_2 \quad (4.23)$$

$$F_1(a) = A_1 \cosh \beta_1 a + A_2 \sinh \beta_1 a + A_3 \cos \beta_1 a + A_4 \sin \beta_1 a = F_2(a) = A_5 \cosh \beta_2 a + A_6 \sinh \beta_2 a + A_7 \cos \beta_2 a + A_8 \sin \beta_2 a \quad (4.24)$$

$$A_1 \cosh \beta_1 a + A_2 \sinh \beta_1 a + A_3 \cos \beta_1 a + A_4 \sin \beta_1 a - A_5 \cosh \beta_2 a - A_6 \sinh \beta_2 a - A_7 \cos \beta_2 a - A_8 \sin \beta_2 a = 0 \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial \omega_1}{\partial x} = \frac{\partial \omega_2}{\partial x} \quad (4.26)$$

$$F_1'(a) = A_1 \beta_1 \sinh \beta_1 x + A_2 \beta_1 \cosh \beta_1 x - A_3 \beta_1 \sin \beta_1 x + A_4 \beta_1 \cos \beta_1 x = F_2'(a) = A_5 \beta_2 \sinh \beta_2 x + A_6 \beta_2 \cosh \beta_2 x - A_7 \beta_2 \sin \beta_2 x + A_8 \beta_2 \cos \beta_2 x \quad (4.27)$$

$$A_1 \beta_1 \sinh \beta_1 a + A_2 \beta_1 \cosh \beta_1 a - A_3 \beta_1 \sin \beta_1 a + A_4 \beta_1 \cos \beta_1 a - A_5 \beta_2 \sinh \beta_2 a + A_6 \beta_2 \cosh \beta_2 a - A_7 \beta_2 \sin \beta_2 a + A_8 \beta_2 \cos \beta_2 a = 0 \quad (4.28)$$

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = 0 \quad (4.29)$$

$$F_1''(a) = A_1 \beta_1^2 \sinh \beta_1 x + A_2 \beta_1^2 \cosh \beta_1 x - A_3 \beta_1^2 \sin \beta_1 x + A_4 \beta_1^2 \cos \beta_1 x = F_2''(a) = A_5 \beta_2^2 \sinh \beta_2 x + A_6 \beta_2^2 \cosh \beta_2 x - A_7 \beta_2^2 \sin \beta_2 x + A_8 \beta_2^2 \cos \beta_2 x \quad (4.30)$$

$$A_1 \beta_1^2 \sinh \beta_1 a + A_2 \beta_1^2 \cosh \beta_1 a - A_3 \beta_1^2 \sin \beta_1 a + A_4 \beta_1^2 \cos \beta_1 a - A_5 \beta_2^2 \sinh \beta_2 a + A_6 \beta_2^2 \cosh \beta_2 a - A_7 \beta_2^2 \sin \beta_2 a + A_8 \beta_2^2 \cos \beta_2 a = 0 \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial^3 \omega_1}{\partial x^3} = \frac{\partial^3 \omega_2}{\partial x^3} \quad (4.32)$$

$$F_1'''(a) = A_1 \beta_1^3 \sinh \beta_1 x + A_2 \beta_1^3 \cosh \beta_1 x + A_3 \beta_1^3 \sin \beta_1 x - A_4 \beta_1^3 \cos \beta_1 x = F_2'''(a) = A_5 \beta_2^3 \sinh \beta_2 x + A_6 \beta_2^3 \cosh \beta_2 x + A_7 \beta_2^3 \sin \beta_2 x - A_8 \beta_2^3 \cos \beta_2 x \quad (4.33)$$

$$A_1 \beta_1^3 \sinh \beta_1 a + A_2 \beta_1^3 \cosh \beta_1 a + A_3 \beta_1^3 \sin \beta_1 a - A_4 \beta_1^3 \cos \beta_1 a - A_5 \beta_2^3 \sinh \beta_2 a - A_6 \beta_2^3 \cosh \beta_2 a - A_7 \beta_2^3 \sin \beta_2 a + A_8 \beta_2^3 \cos \beta_2 a = 0 \quad (4.34)$$

Para  $x=b$

$$\omega_1 = \omega_2 \quad (4.35)$$

$$F_1(b) = A_1 \cosh \beta_1 b + A_2 \sinh \beta_1 b + A_3 \cos \beta_1 b + A_4 \sin \beta_1 b = F_2(b) = A_5 \cosh \beta_2 b + A_6 \sinh \beta_2 b + A_7 \cos \beta_2 b + A_8 \sin \beta_2 b \quad (4.36)$$

$$A_1 \cosh \beta_1 b + A_2 \sinh \beta_1 b + A_3 \cos \beta_1 b + A_4 \sin \beta_1 b - A_5 \cosh \beta_2 b - A_6 \sinh \beta_2 b - A_7 \cos \beta_2 b - A_8 \sin \beta_2 b = 0 \quad (4.37)$$

$$\frac{\partial \omega_1}{\partial x} = \frac{\partial \omega_2}{\partial x} \quad (4.38)$$

$$F_1'(b) =$$

$$A_1 \beta_1 \sinh \beta_1 b + A_2 \beta_1 \cosh \beta_1 b - A_3 \beta_1 \sin \beta_1 b + A_4 \beta_1 \cos \beta_1 b = F_2'(b) = A_5 \beta_2 \sinh \beta_2 b + A_6 \beta_2 \cosh \beta_2 b - A_7 \beta_2 \sin \beta_2 b + A_8 \beta_2 \cos \beta_2 b \quad (4.39)$$

$$A_1 \beta_1 \sinh \beta_1 b + A_2 \beta_1 \cosh \beta_1 b - A_3 \beta_1 \sin \beta_1 b + A_4 \beta_1 \cos \beta_1 b - A_5 \beta_2 \sinh \beta_2 b - A_6 \beta_2 \cosh \beta_2 b + A_7 \beta_2 \sin \beta_2 b - A_8 \beta_2 \cos \beta_2 b = 0 \quad (4.40)$$

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = 0 \quad (4.41)$$

$$F_1''(b) = A_1 \beta_1^2 \sinh \beta_1 x + A_2 \beta_1^2 \cosh \beta_1 x - A_3 \beta_1^2 \sin \beta_1 x + A_4 \beta_1^2 \cos \beta_1 x = F_2''(b) = A_5 \beta_2^2 \sinh \beta_2 b + A_6 \beta_2^2 \cosh \beta_2 b - A_7 \beta_2^2 \sin \beta_2 b + A_8 \beta_2^2 \cos \beta_2 b \quad (4.42)$$

$$A_1 \beta_1^2 \sinh \beta_1 b + A_2 \beta_1^2 \cosh \beta_1 b - A_3 \beta_1^2 \sin \beta_1 b + A_4 \beta_1^2 \cos \beta_1 b - A_5 \beta_2^2 \sinh \beta_2 b - A_6 \beta_2^2 \cosh \beta_2 b + A_7 \beta_2^2 \sin \beta_2 b - A_8 \beta_2^2 \cos \beta_2 b = 0 \quad (4.43)$$

$$\frac{\partial^3 \omega_1}{\partial x^3} = \frac{\partial^3 \omega_2}{\partial x^3} \quad (4.44)$$

$$F_1'''(b) = A_1 \beta_1^3 \sinh \beta_1 b + A_2 \beta_1^3 \cosh \beta_1 b + A_3 \beta_1^3 \sin \beta_1 b - A_4 \beta_1^3 \cos \beta_1 b = F_2'''(b) = A_5 \beta_2^3 \sinh \beta_2 b + A_6 \beta_2^3 \cosh \beta_2 b + A_7 \beta_2^3 \sin \beta_2 b - A_8 \beta_2^3 \cos \beta_2 b \quad (4.45)$$

$$A_1 \beta_1^3 \sinh \beta_1 b + A_2 \beta_1^3 \cosh \beta_1 b + A_3 \beta_1^3 \sin \beta_1 b - A_4 \beta_1^3 \cos \beta_1 b - A_5 \beta_2^3 \sinh \beta_2 b - A_6 \beta_2^3 \cosh \beta_2 b + A_7 \beta_2^3 \sin \beta_2 b - A_8 \beta_2^3 \cos \beta_2 b = 0 \quad (4.46)$$

Para o terceiro trecho teremos as seguintes equações:

$$\omega(L) = 0 \quad (4.47)$$

$$F_1(L) = A_9 \cosh \beta_1 L + A_{10} \sinh \beta_1 L + A_{11} \cos \beta_1 L + A_{12} \sin \beta_1 L \quad (4.48)$$

$$A_9 \cosh \beta_1 L + A_{10} \sinh \beta_1 L + A_{11} \cos \beta_1 L + A_{12} \sin \beta_1 L = 0 \quad (4.49)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial x} = 0 \quad (4.50)$$

$$F_1^{(L)} =$$

$$A_9 \beta_1 \sinh \beta_1 L + A_{10} \beta_1 \cosh \beta_1 L - A_{11} \beta_1 \sin \beta_1 L + A_{12} \beta_1 \cos \beta_1 L \quad (4.51)$$

$$A_9 \beta_1 \sinh \beta_1 L + A_{10} \beta_1 \cosh \beta_1 L - A_{11} \beta_1 \sin \beta_1 L + A_{12} \beta_1 \cos \beta_1 L = 0 \quad (4.52)$$

#### 4.1.2. Extremidade Apoiada

Nessa situação, como a extremidade em  $x=0$ , da figura 4.4, a deflexão e o momento fletor devem ser nulos.

$$\omega(x, t) = 0 \quad \text{Deflexão} \quad (4.53)$$

$$E \cdot I \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = 0 \quad \text{Momento Fletor} \quad (4.54)$$

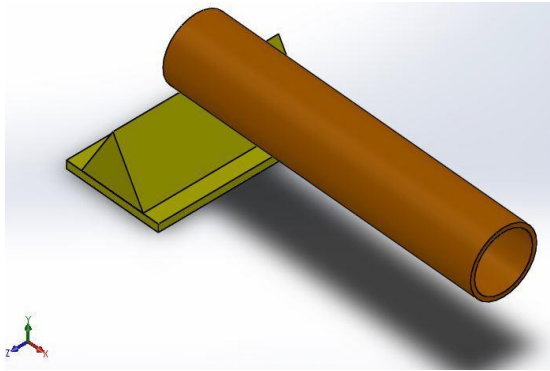


Figura 4.3-Representação do duto submarino com extremidade engastada (Oliveira,2015)[23]

Para o primeiro trecho teremos as seguintes equações:

$$\omega(x) = 0 \quad (4.55)$$

$$F_1(x) = A_1 \cosh \beta_1 x + A_2 \sinh \beta_1 x + A_3 \cos \beta_1 x + A_4 \sin \beta_1 x \quad (4.56)$$



$$F_1(0) =$$

$$A_1 \cosh(\beta_1 \cdot 0) + A_2 \sinh(\beta_1 \cdot 0) + A_3 \cos(\beta_1 \cdot 0) + A_4 \sin(\beta_1 \cdot 0) \quad (4.57)$$

$$A_1 + A_3 = 0 \quad (4.58)$$

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = 0 \quad (4.59)$$

$$F_1''(0) = A_1 \beta_1^2 \sinh(\beta_1 \cdot 0) + A_2 \beta_1^2 \cosh(\beta_1 \cdot 0) - A_3 \beta_1^2 \sin(\beta_1 \cdot 0) + A_4 \beta_1^2 \cos(\beta_1 \cdot 0) \quad (4.60)$$

$$A_1 \beta_1^2 - A_3 \beta_1^2 = 0 \quad (4.61)$$

Para o segundo trecho teremos mais duas condições de continuidade além das condições de contorno do problema e vamos obter as seguintes equações:

Para  $x=a$

$$\omega_1 = \omega_2 \quad (4.62)$$

$$F_1(a) = A_1 \cosh \beta_1 a + A_2 \sinh \beta_1 a + A_3 \cos \beta_1 a + A_4 \sin \beta_1 a = F_2(x) = A_5 \cosh \beta_1 a + A_6 \sinh \beta_1 a + A_7 \cos \beta_1 a + A_8 \sin \beta_1 a \quad (4.63)$$

$$A_1 \cosh \beta_1 a + A_2 \sinh \beta_1 a + A_3 \cos \beta_1 a + A_4 \sin \beta_1 a - A_5 \cosh \beta_1 a - A_6 \sinh \beta_1 a - A_7 \cos \beta_1 a - A_8 \sin \beta_1 a = 0 \quad (4.64)$$

$$\frac{\partial \omega_1}{\partial x} = \frac{\partial \omega_2}{\partial x} \quad (4.65)$$

$$F_1'(x) =$$

$$A_1 \beta_1 \sinh \beta_1 x + A_2 \beta_1 \cosh \beta_1 x - A_3 \beta_1 \sin \beta_1 x + A_4 \beta_1 \cos \beta_1 x = F_2'(x) = A_5 \beta_1 \sinh \beta_1 x + A_6 \beta_1 \cosh \beta_1 x - A_7 \beta_1 \sin \beta_1 x + A_8 \beta_1 \cos \beta_1 x \quad (4.66)$$

$$A_1 \beta_1 \sinh \beta_1 a + A_2 \beta_1 \cosh \beta_1 a - A_3 \beta_1 \sin \beta_1 a + A_4 \beta_1 \cos \beta_1 a - A_5 \beta_1 \sinh \beta_1 a - A_6 \beta_1 \cosh \beta_1 a + A_7 \beta_1 \sin \beta_1 a - A_8 \beta_1 \cos \beta_1 a = 0 \quad (4.67)$$

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = 0 \quad (4.68)$$

$$F_1''(a) = A_1 \beta_1^2 \sinh \beta_1 x + A_2 \beta_1^2 \cosh \beta_1 x - A_3 \beta_1^2 \sin \beta_1 x + A_4 \beta_1^2 \cos \beta_1 x = F_2''(a) = A_5 \beta_1^2 \sinh \beta_1 x + A_6 \beta_1^2 \cosh \beta_1 x - A_7 \beta_1^2 \sin \beta_1 x + A_8 \beta_1^2 \cos \beta_1 x \quad (4.69)$$

$$A_1 \beta_1^2 \sinh \beta_1 a + A_2 \beta_1^2 \cosh \beta_1 a - A_3 \beta_1^2 \sin \beta_1 a + A_4 \beta_1^2 \cos \beta_1 a - A_5 \beta_1^2 \sinh \beta_1 a - A_6 \beta_1^2 \cosh \beta_1 a + A_7 \beta_1^2 \sin \beta_1 a - A_8 \beta_1^2 \cos \beta_1 a = 0 \quad (4.70)$$

$$\frac{\partial^3 \omega_1}{\partial x^3} = \frac{\partial^3 \omega_2}{\partial x^3} \quad (4.71)$$

$$F_1'''(a) = A_1 \beta_1^3 \sinh \beta_1 x + A_2 \beta_1^3 \cosh \beta_1 x + A_3 \beta_1^3 \sin \beta_1 x - A_4 \beta_1^3 \cos \beta_1 x = F_2'''(a) = A_5 \beta_2^3 \sinh \beta_2 x + A_6 \beta_2^3 \cosh \beta_2 x + A_7 \beta_2^3 \sin \beta_2 x - A_8 \beta_2^3 \cos \beta_2 x \quad (4.72)$$

$$A_1 \beta_1^3 \sinh \beta_1 a + A_2 \beta_1^3 \cosh \beta_1 a + A_3 \beta_1^3 \sin \beta_1 a - A_4 \beta_1^3 \cos \beta_1 a - A_5 \beta_2^3 \sinh \beta_2 a - A_6 \beta_2^3 \cosh \beta_2 a - A_7 \beta_2^3 \sin \beta_2 a + A_8 \beta_2^3 \cos \beta_2 a = 0 \quad (4.73)$$

Para  $x=b$

$$\omega_1 = \omega_2 \quad (4.74)$$

$$F_1(b) = A_1 \cosh \beta_1 b + A_2 \sinh \beta_1 b + A_3 \cos \beta_1 b + A_4 \sin \beta_1 b = F_2(b) = A_5 \cosh \beta_2 b + A_6 \sinh \beta_2 b + A_7 \cos \beta_2 b + A_8 \sin \beta_2 b \quad (4.75)$$

$$A_1 \cosh \beta_1 b + A_2 \sinh \beta_1 b + A_3 \cos \beta_1 b + A_4 \sin \beta_1 b - A_5 \cosh \beta_2 b - A_6 \sinh \beta_2 b - A_7 \cos \beta_2 b - A_8 \sin \beta_2 b = 0 \quad (4.76)$$

$$\frac{\partial \omega_1}{\partial x} = \frac{\partial \omega_2}{\partial x} \quad (4.77)$$

$$F_1'(b) = A_1 \beta_1 \sinh \beta_1 b + A_2 \beta_1 \cosh \beta_1 b - A_3 \beta_1 \sin \beta_1 b + A_4 \beta_1 \cos \beta_1 b = F_2'(b) = A_5 \beta_2 \sinh \beta_2 b + A_6 \beta_2 \cosh \beta_2 b - A_7 \beta_2 \sin \beta_2 b + A_8 \beta_2 \cos \beta_2 b \quad (4.78)$$

$$A_1 \beta_1 \sinh \beta_1 b + A_2 \beta_1 \cosh \beta_1 b - A_3 \beta_1 \sin \beta_1 b + A_4 \beta_1 \cos \beta_1 b - A_5 \beta_2 \sinh \beta_2 b - A_6 \beta_2 \cosh \beta_2 b + A_7 \beta_2 \sin \beta_2 b - A_8 \beta_2 \cos \beta_2 b = 0 \quad (4.79)$$

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = 0 \quad (4.80)$$

$$F_1''(b) = A_1 \beta_1^2 \sinh \beta_1 x + A_2 \beta_1^2 \cosh \beta_1 x - A_3 \beta_1^2 \sin \beta_1 x + A_4 \beta_1^2 \cos \beta_1 x = F_2''(b) = A_5 \beta_2^2 \sinh \beta_2 b + A_6 \beta_2^2 \cosh \beta_2 b - A_7 \beta_2^2 \sin \beta_2 b + A_8 \beta_2^2 \cos \beta_2 b \quad (4.81)$$

$$A_1 \beta_1^2 \sinh \beta_1 b + A_2 \beta_1^2 \cosh \beta_1 b - A_3 \beta_1^2 \sin \beta_1 b - A_4 \beta_1^2 \cos \beta_1 b - A_5 \beta_2^2 \sinh \beta_2 b - A_6 \beta_2^2 \cosh \beta_2 b + A_7 \beta_2^2 \sin \beta_2 b + A_8 \beta_2^2 \cos \beta_2 b = 0 \quad (4.82)$$

$$\frac{\partial^3 \omega_1}{\partial x^3} = \frac{\partial^3 \omega_2}{\partial x^3} \quad (4.83)$$

$$F_1'''(b) = A_1 \beta_1^3 \sinh \beta_1 b + A_2 \beta_1^3 \cosh \beta_1 b + A_3 \beta_1^3 \sin \beta_1 b - A_4 \beta_1^3 \cos \beta_1 b = F_2'''(b) = A_5 \beta_2^3 \sinh \beta_2 b + A_6 \beta_2^3 \cosh \beta_2 b + A_7 \beta_2^3 \sin \beta_2 b - A_8 \beta_2^3 \cos \beta_2 b = 0 \quad (4.84)$$

$$A_1 \beta_1^3 \sinh \beta_1 b + A_2 \beta_1^3 \cosh \beta_1 b + A_3 \beta_1^3 \sin \beta_1 b + A_4 \beta_1^3 \cos \beta_1 b - A_5 \beta_2^3 \sinh \beta_2 b - A_6 \beta_2^3 \cosh \beta_2 b - A_7 \beta_2^3 \sin \beta_2 b + A_8 \beta_2^3 \cos \beta_2 b = 0 \quad (4.85)$$

Para o terceiro trecho teremos as seguintes equações:

$$\omega(L) = 0 \quad (4.86)$$

$$F_1(L) = A_1 \cosh \beta_1 L + A_2 \sinh \beta_1 L + A_3 \cos \beta_1 L + A_4 \sin \beta_1 L \quad (4.87)$$

$$A_1 \cosh \beta_1 L + A_2 \sinh \beta_1 L + A_3 \cos \beta_1 L + A_4 \sin \beta_1 L = 0 \quad (4.88)$$

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = 0 \quad (4.89)$$

$$F_1''(L) = A_1 \beta_1^2 \sinh(\beta_1 L) + A_2 \beta_1^2 \cosh(\beta_1 L) - A_3 \beta_1^2 \sin(\beta_1 L) + A_4 \beta_1^2 \cos(\beta_1 L) \quad (4.90)$$

$$A_1 \beta_1^2 \sinh(\beta_1 L) + A_2 \beta_1^2 \cosh(\beta_1 L) - A_3 \beta_1^2 \sin(\beta_1 L) + A_4 \beta_1^2 \cos(\beta_1 L) = 0 \quad (4.91)$$

Temos doze equações e doze incógnitas, que serão resolvidos no seguinte sistema de equações:  $[A]12 \times 12$ .  $[C]12 \times 1 = [0]$ . Esse problema foi inserido no Maple [24], e como não foi possível encontrar uma solução exata para o problema, foi plotado um gráfico e quando a curva cortava o eixo das abscissas era a solução de uma possível frequência natural.

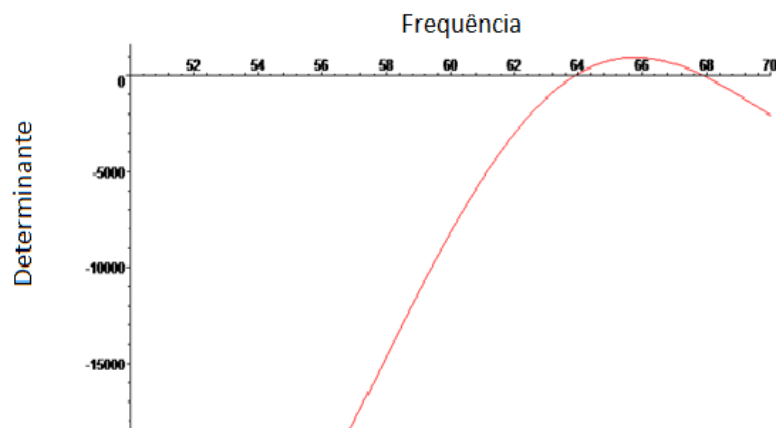


Figura 4.4-Gráfico do Maple para retirar as frequências naturais do duto submarino.

## 4.2 Análise numérica

Uma análise dinâmica utilizando o método dos elementos finitos será realizada com o programa Ansys [25]. Na figura 4.6 e 4.7 estão mostradas a representação dos modelos adotados na análise numérica.

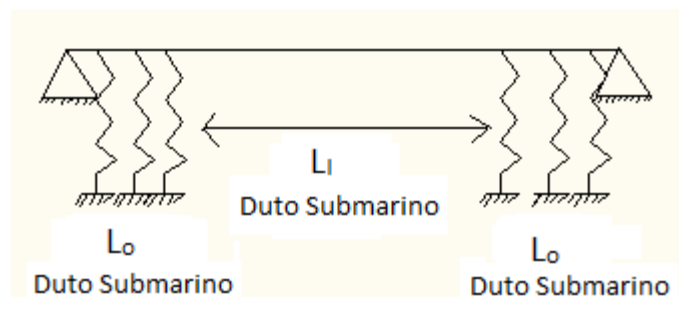


Figura 4.5-Duto submarino bi-apoiado apoiado sobre molas

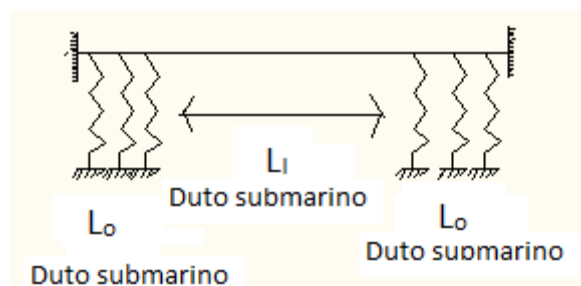


Figura 4.6-Duto submarino bi-engastado apoiado sobre molas



que estão presentes na tabela 4.1, incluem diâmetro externo do duto e espessura da parede.

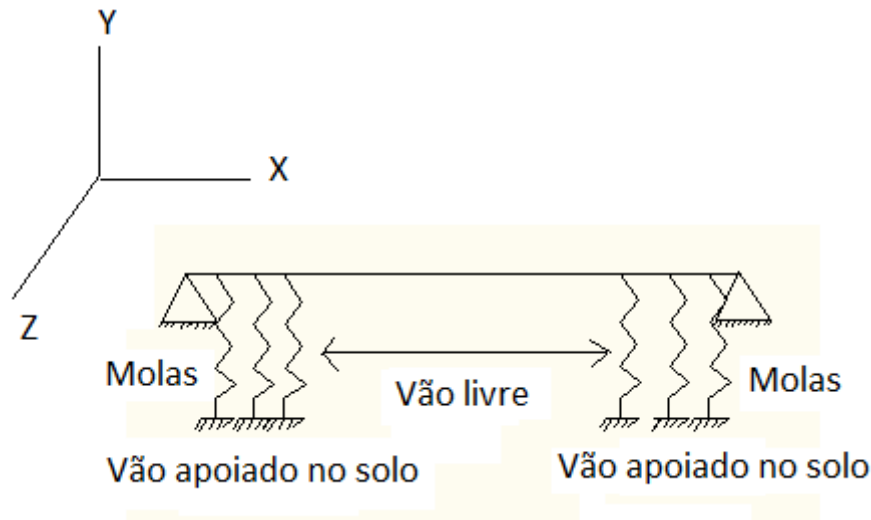


Figura 4.9-Descrição do modelo parametrizado

A carga distribuída aplicada no duto por efeito hidrodinâmico é computada a partir da equação generalizada de Morrison. Esta equação inclui o coeficiente normal de arraste  $C_d$  (perpendicular ao eixo do elemento), de inércia  $C_M$  e do coeficiente tangencial de arraste  $C_T$ . Várias teorias de onda podem ser consideradas por este elemento, tais como a teoria de pequenas amplitudes, teoria de Airy, Stokes de 5ª ordem e teoria de ondas de função de corrente. Para este estudo utilizamos a teoria de Airy, pelo fato de ser compatível e recomendada na utilização em águas profundas. Este elemento permite incluir carregamentos de ondas e correntes submarinas em várias direções e sentidos. Para o problema de duto submarino em vão livre, correntes impostas na direção transversal ao duto são de maior relevância.

#### 4.4 Condições de Contorno Aplicadas

As condições de contorno adotadas ao longo na base elástica restringiram os deslocamentos nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  dos nós inferiores das molas, e no duto submarino as rotações  $x$  e  $y$  (para o caso de viga-biapoçada) e  $x$ ,  $y$  e  $z$  (para o caso da viga bi-engastada), de acordo com a figura 4.10.

#### **4.5**

### **Montagem dos Arquivos de dados**

Um modelo parametrizado foi desenvolvido. Os dados referentes às propriedades de material, definição dos coeficientes hidrodinâmicos, valores de vão livre, valores de rigidez do solo e características do duto estão definidos no item 4.2.

## 5

### Estudos de caso

Nesse capítulo, serão descritos os modelos que foram utilizados para estudo nesta dissertação. Foram utilizados um modelo de duto submarino com dimensões reais e outro ensaiado em laboratório. O modelo utilizado foi ensaiado em escala reduzida no laboratório de Engenharia Costeira e Offshore da Universidade de Tecnologia de Dalian por (Lee Pearson, 2006) [28]. O principal objetivo desse estudo foi a análise do comportamento dinâmico do duto submarino sob a influência das ondas.

#### 5.1.

##### Estudo de caso 1

O tanque experimental (Lee Pearson, 2006) [28] tem 55 metros de comprimento, 4 metros de largura e está a 2,5 metros de profundidade.

Os experimentos realizados sobre esse modelo foram considerados dois tipos de ondas (regular e irregular), empregando diversos tipos de onda para cada uma delas. Para expandir o cenário de análise foram empregados diferentes valores de comprimentos de vãos livres.

##### 5.1.1.

##### Dados Geométricos do modelo

Os dados utilizados para a parametrização do duto submarino foram retirados do trabalho (Lee Pearson, 2006) [28], e após as análises iniciais foram incluídas também no estudo outras variáveis que não estavam no trabalho como a análise da situação ideal, que seria o duto submarino totalmente apoiado no solo, sem a presença de vão livre (L5), e foi incluído um novo vão livre para estudo.

O tanque experimental não foi incluído no modelo, pois os parâmetros que o trabalho fornecia eram insatisfatórios para a modelagem. A tabela 5.1 fornece os parâmetros que foram utilizados para a modelagem do duto submarino.



Tabela 5.1-Parâmetros do modelo para o caso 1

Parâmetro	Valor	Unidade
Diâmetro externo	0,060	metro
Espessura	0,005	-
$C_M$	2,0	-
$C_D$	0,7	-
$C_L$	3,29	-
Módulo de elasticidade	8,87	GPa
Coefficiente de Poisson	0,29	-
Densidade do duto	7800	Kg/m <sup>3</sup>
Densidade da água	1025	Kg/m <sup>3</sup>
Comprimento total do duto	4,0	metro
Comprimento livre L1	1,2	metro
Comprimento Livre L2	2,1	metro
Comprimento Livre L3	3,0	metro
Comprimento Livre L4	0,4	metro
Comprimento Livre L5	0	metro

### 5.1.2. Valores da rigidez do solo

De acordo com a DNV- RP- F-105 [1] o apoio do duto submarino sobre o solo pode ser representado por meio de molas lineares com rigidez definida de acordo com o tipo de solo. A tabela 5.2 apresenta os coeficientes de rigidez fornecidos pela DNV- RP- F-105 [1] e que serão utilizados neste trabalho.

Tabela 5.2-Parâmetros do solo (DNV- RP- F-105, 2006) [1]

<b>K</b>	<b>Tipo de solo</b>
50 kN/m/m	Argila Muito fofa
160 kN/m/m	Argila Fofa
2.000 kN/m/m	Argila Muito Rígida

### 5.1.3.

#### Forças Atuantes no Duto Submarino

As cargas hidrodinâmicas devido à incidência de fluxo fluido sobre o duto submarino submerso, e as cargas hidrostáticas devido à pressão atuante no duto, estão ilustradas na figura 4.1. Na análise de duto submarino, usualmente usa-se valores de  $C_D$  variando entre 0,7 e 1,  $2C_M$  em torno de 2,0 e  $C_L$  igual a 3,29(Queiroz, 2014) [17].

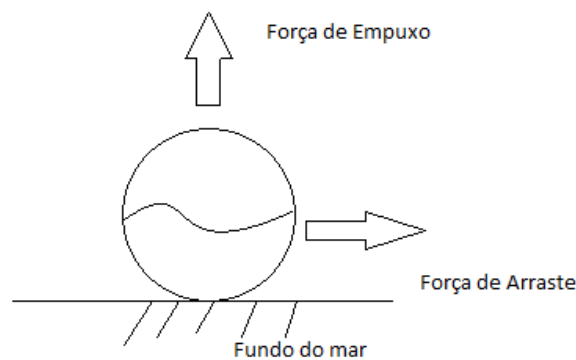


Figura 5.1-Forças atuantes no duto submarino

$$F_H = 5,6856750 \sin(7,85t)^2 + 19,56520288 \cos(7,85t)$$

$$F_V = 18,70587075 \sin(7,85t)^2$$

### 5.1.4.

#### Resultados da DNV-RP-F105

De acordo com a DNV-RP-F 105 [1], é possível calcular aproximadamente o valor do primeiro modo de vibração do duto submarino, considerando as

constantes existentes nesse estudo é possível obter os seguintes valores de frequências naturais:

Para a viga bi-apoiada tem-se pela DNV-RP-F 105 [11]

$$f = 1,57 \sqrt{\frac{E.I}{\rho.AL^4}} = 2,0419 \text{ HZ}$$

Para a viga bi-engastada tem-se pela DNV-RP-F 105 [11]

$$f = 3,56 \sqrt{\frac{E.I}{\rho.AL^4}} = 4,6302 \text{ HZ}$$

### 5.1.5.

#### Resultados da Análise Numérica

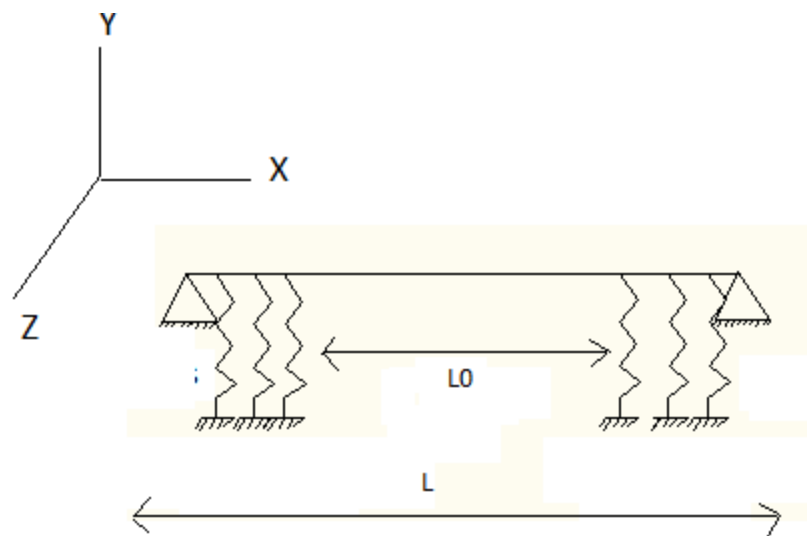


Figura 5.2-Modelo parametrizado adotado para análise numérica e analítica

Tabela 5.3-Tabela com valores da frequência natural da análise numérica do duto bi-apoiado

Duto bi-apoiado					
Vão Livre L0/L	Frequência (Hz)	k=50.000 N/m/m	K=160.000 N/m/m	K=500.000 N/m/m	K=2.000.000 N/m/m
0m	f1	37,5560	62,1110	83,0260	83,0260
	f2	38,4220	67,6590	83,0260	83,0260
	f3	41,7280	69,5490	118,5800	133,3600
	f4	49,5030	74,4350	119,0100	237,0200
	f5	53,0710	83,0240	129,0400	237,5500
0,1 m	f1	29,7550	50,4070	83,0570	83,0570
	f2	33,3070	58,3400	83,0570	83,0570
	f3	35,9840	59,4560	83,7520	133,3900
	f4	41,0820	66,1380	102,4400	142,8400
	f5	45,6760	69,2170	102,9700	177,4300
0,3 m	f1	17,2940	23,0320	28,6860	34,7380
	f2	20,6670	26,5090	31,8760	37,1780
	f3	34,2520	52,7180	71,5520	83,0290
	f4	39,3320	64,2780	82,137	83,0290
	f5	44,9440	66,4930	83,0290	91,4810
0,525 m	f1	9,2201	10,7600	12,1130	13,4250
	f2	10,1400	11,6090	12,8160	13,9370
	f3	23,4950	28,5120	32,6740	36,5900
	f4	26,5290	31,1400	34,7910	38,0810
	f5	39,2360	52,2830	61,9350	70,5180
0,75 m	f1	5,6464	6,2296	6,6482	7,0797
	f2	5,8269	6,4660	6,8770	7,249
	f3	15,0240	16,9320	18,2000	19,427
	f4	15,8460	17,6680	18,8560	19,903
	f5	28,1480	32,5250	35,3210	37,8410
1,0 m	f1	2,0427			
	f2	2,0427			
	f3	8,1534			
	f4	8,1534			
	f5	18,2810			

Essa tabela traz os resultados do duto bi-apoiado para as frequências naturais, através do modelo de elementos finitos com a variação do vão livre e variação do tipo de argila utilizada.

Nessa primeira análise podemos notar que os valores encontrados pela norma( $f=2,0419$  HZ) na análise do duto totalmente apoiado foram praticamente iguais aos encontrados na análise numérica. Para os demais vãos livres as frequências aumentaram à medida que a rigidez do solo aumentou e à medida que

aumentava o vão livre o valor da frequência natural da estrutura diminuía. Também foi observado que com a proximidade de um solo mais rígido, as frequências não mudavam os valores para os primeiros modos eram iguais, só mudando a partir do terceiro modo em diante, e isso acontece para todas as variações de vãos livres.

Tabela 5.4-Tabela com valores da frequência natural da análise numérica do duto bi-engastado

Duto bi-engastado					
Vão Livre L0/L	Frequência (Hz)	k=50.000 N/m/m	K=160.000 N/m/m	K=500.000 N/m/m	K=2.000.000 N/m/m
0m	f1	37,7680	67,2110	118,6100	133,3600
	f2	39,6170	68,3260	119,3600	166,2800
	f3	44,9360	71,5260	121,2000	166,2800
	f4	53,2110	78,3940	125,2900	237,0200
	f5	54,5720	90,1240	132,9400	237,6500
0,1 m	f1	29,7710	50,9210	83,7520	133,3900
	f2	34,6910	59,1360	102,8800	142,8400
	f3	39,5480	61,3780	103,9300	166,5300
	f4	41,1040	69,2210	109,7600	166,5300
	f5	47,3920	70,5640	110,8400	177,4300
0,3 m	f1	17,3280	23,0370	28,6860	34,7380
	f2	20,6850	26,5100	31,8770	37,1780
	f3	34,5980	52,7320	71,5530	91,4810
	f4	42,2940	64,2840	82,1370	99,3000
	f5	45,0010	67,8210	112,1400	133,3600
0,525 m	f1	9,2502	10,7810	12,1130	13,4250
	f2	10,1840	11,6140	12,8170	13,9370
	f3	23,4990	28,5440	32,6770	36,5900
	f4	26,6160	31,1520	34,7910	38,0810
	f5	40,0920	52,2940	61,9440	70,5180
0,75 m	f1	5,6772	6,2411	6,6663	7,0810
	f2	6,0275	6,5123	6,8851	7,2493
	f3	15,2590	16,9360	18,2350	19,4300
	f4	16,2830	17,7710	18,8730	19,9040
	f5	29,0550	32,5320	35,3640	37,8470
1,0 m	f1	4,6195			
	f2	4,6195			
	f3	12,6880			
	f4	12,6880			
	f5	24,7720			

Essa tabela fornece os dados do duto bi-engastado na análise de elementos finitos com a variação do vão livre e variação do tipo de argila utilizada.

Os valores encontrados pela norma (4,6302 HZ) foram praticamente iguais aos encontrados para o duto bi-engastado totalmente apoiado. Para os demais trechos a análise de frequência da viga bi-engastada os valores encontrados foram bem próximos aos encontrados na análise da viga bi-apoiada. Os valores das frequências aumentavam à medida que aumentava a rigidez do solo, porém nesse caso não encontramos valores de frequências naturais iguais quando chegamos à rigidez do solo bem elevada, o que acontecia no caso da viga bi-apoiada. O aumento do vão livre levou à redução

Tabela 5.5-Tabela com resultados da análise dinâmica no tempo para duto bi-apoiado das frequências.

Duto bi-apoiado					
	Comprimento de vão livre	K=50.000 N/m/m	K=160.000 N/m/m	K=500.000 N/m/m	K=2.000.000 N/m/m
Deslocamento transversal (m)	L4=0 m	6,73E-05	2,24E-05	5,32E-06	1,28E-06
	L=0,4 m	2,23E-04	7,63E-05	3,80E-05	1,08E-05
	L1=1,2 m	5,07E-04	2,37E-04	1,50E-04	1,16E-04
	L2=2,1 m	1,18E-03	9,29E-04	7,49E-04	6,37E-04
	L3=3,0 m	3,56E-03	2,93E-03	2,79E-03	6,38E-04
Deslocamento vertical (m)	L4=0 m	4,26E-04	9,93E-05	2,37E-05	4,05E-06
	L=0,4 m	1,68E-03	3,57E-04	8,81E-05	2,28E-05
	L1=1,2 m	3,35E-03	9,76E-04	4,51E-04	2,73E-04
	L2=2,1 m	8,53E-03	2,28E-04	2,39E-03	1,80E-03
	L3=3,0 m	1,75E-02	1,09E-02	8,72E-03	5,99E-03
Deformação	L4=0 m	3,44E-05	1,65E-05	6,76E-06	1,59E-06
	L=0,4 m	6,43E-05	3,38E-05	1,95E-05	9,33E-06
	L1=1,2 m	1,61E-04	7,40E-05	4,72E-05	3,17E-05
	L2=2,1 m	2,71E-04	1,51E-05	7,90E-05	7,31E-05
	L3=3,0 m	3,19E-04	2,10E-05	1,72E-04	1,17E-04
Tensão Von mises (Pa)	L4=0 m	3,05E+05	1,47E+05	6,00E+04	1,41E+04
	L=0,4 m	5,71E+05	3,00E+05	1,74E+05	8,35E+04
	L1=1,2 m	1,43E+06	6,57E+05	4,19E+05	2,81E+05
	L2=2,1 m	2,40E+06	1,34E+06	8,43E+05	6,49E+05
	L3=3,0 m	2,83E+06	1,86E+06	1,53E+06	1,04E+06

Essa tabela apresenta os resultados da análise dinâmica no tempo da estrutura. Os valores para essa análise foram retirados no meio do duto submarino e podemos concluir que a condição ideal do duto, isto é, totalmente apoiado no solo, apresenta os mesmos valores de deslocamento vertical e transversal, menores deformações e menores tensões, o que quer dizer que, quanto maior for o vão livre, maior será o deslocamento vertical, deslocamento transversal,

deformação e tensão. À medida que o valor da rigidez do solo é aumentada, diminuem o deslocamento vertical, o deslocamento transversal, a deformação e a tensão Von Mises.

Tabela 5.6-Tabela com resultados da análise dinâmica no tempo para duto bi-engastado

Duto bi-engastado					
	Comprimento de vão livre	K=50.000 N/m/m	K=160.000 N/m/m	K=500.000 N/m/m	K=2.000.000 N/m/m
Deslocamento transversal (m)	L0=0 m	9,02E-05	2,12E-05	5,51E-06	1,28E-06
	L=0,4 m	2,85E-04	7,84E-05	2,81E-05	1,06E-05
	L1=1,2 m	6,37E-04	2,40E-04	1,49E-04	1,14E-04
	L2=2,1 m	1,42E-03	9,18E-04	7,47E-04	6,35E-04
	L3=3,0 m	3,78E-03	3,14E-03	2,68E-03	2,28E-03
Deslocamento vertical (m)	L0=0 m	5,36E-04	9,70E-05	7,18E-05	3,87E-06
	L=0,4 m	1,60E-03	4,10E-04	8,95E-05	2,28E-05
	L1=1,2 m	3,23E-03	9,84E-04	4,52E-04	2,71E-04
	L2=2,1 m	8,04E-03	4,25E-03	2,43E-03	1,80E-03
	L3=3,0 m	1,47E-02	1,05E-02	8,39E-03	5,95E-03
Deformação	L0=0 m	2,04E-05	1,33E-05	6,62E-06	1,67E-06
	L=0,4 m	4,80E-05	3,79E-05	1,83E-05	8,63E-06
	L1=1,2 m	1,63E-04	7,51E-05	4,65E-05	3,14E-05
	L2=2,1 m	2,53E-04	1,54E-04	9,67E-05	7,31E-05
	L3=3,0 m	2,61E-04	2,01E-04	1,66E-04	1,15E-04
Tensão Von Mises (Pa)	L0=0 m	1,81E+05	1,18E+05	5,88E+04	1,48E+04
	L=0,4 m	4,26E+05	3,36E+05	1,63E+05	7,77E+04
	L1=1,2 m	1,45E+06	6,66E+05	4,14E+05	2,78E+05
	L2=2,1 m	2,32E+06	1,32E+06	8,58E+05	6,48E+05
	L3=3,0 m	2,24E+06	1,79E+06	1,47E+06	1,02E+06

Como era de se esperar, pois as frequências naturais foram bem próximas para as duas condições de contorno, os valores encontrados na análise do duto bi-engastado foram semelhantes aos encontrados no bi-apoiado, logo, chegam às mesmas conclusões para a tabela anterior.

### 5.1.6. Resultados Analíticos

O cálculo analítico de frequências naturais foi realizado com o auxílio do programa Maple [24], onde foi possível extrair os possíveis valores de frequências naturais do duto submarino.

Tabela 5.7-Resultado analítico das frequências naturais para duto bi-engastado

Duto bi-engastado					
Vão Livre L0/L	Frequência (Hz)	K=50.000 N/m/m	K=160.000 N/m/m	K=500.000 N/m/m	K=2.000.000 N/m/m
0 m	f1	36,8485	65,8940	117,0399	134,3694
	f2	40,8393	69,4848	120,8383	165,7283
	f3	43,9369	70,8484	121,8380	166,7374
	f4	52,7373	80,3940	123,8398	167,8495
	f5	55,8485	92,9394	133,9393	169,9309
0,1 m	f1	31,7636	52,0303	84,9395	112,7487
	f2	32,8385	60,1939	102,8495	135,3984
	f3	40,8395	61,8394	103,7859	140,6474
	f4	42,0930	69,8384	110,7485	141,7840
	f5	48,9309	72,0305	112,9394	144,1929
0,3 m	f1	14,7585	19,8384	29,6860	28,7874
	f2	18,7484	27,8385	30,8384	32,0074
	f3	32,5980	51,7320	68,5530	80,7474
	f4	40,7384	62,2949	84,8398	90,8374
	f5	47,8850	68,8210	115,8931	131,9393
0,525 m	f1	7,7475	9,7284	10,9951	10,9597
	f2	8,8738	10,8285	11,9396	15,0506
	f3	20,4990	26,8950	31,0305	31,0406
	f4	2,6160	30,9952	36,9491	34,8496
	f5	42,0920	50,9850	64,9507	68,0407
0,75 m	f1	6,6772	7,2411	7,8295	7,7868
	f2	7,9405	8,5123	6,2940	8,6887
	f3	17,9596	16,8395	20,8842	20,7285
	f4	18,2830	18,7710	19,8999	21,8284
	f5	30,0550	34,5320	37,7884	38,9947
1,0 m	f1	7,7597			
	f2	8,6859			
	f3	14,9596			
	f4	16,9396			
	f5	28,9858			

Com o auxílio do programa Maple, foi possível extrair as possíveis soluções para o duto parcialmente apoiado sobre base elástica. Foram encontrados valores de frequências bem próximos aos encontrados na análise numérica.



Tabela 5.8-Resultados analítico das frequências naturais do duto bi-apoiado.

Duto bi-apoiado					
Vão Livre L0/L	Frequência (Hz)	K=50.000 N/m/m	K=160.000 N/m/m	K=500.000 N/m/m	K=2.000.000 N/m/m
0 m	f1	34,5485	60,0930	82,0260	83,9875
	f2	40,7575	65,0000	84,8480	84,9495
	f3	42,1929	70,7474	120,7474	134,3600
	f4	53,2110	76,4350	121,8484	169,6600
	f5	55,7233	81,6577	130,8498	170,8949
0,1 m	f1	28,7550	50,4070	83,0848	84,9941
	f2	31,7458	56,3400	82,9494	83,7636
	f3	33,9840	61,0494	83,7520	111,8576
	f4	40,0820	67,9391	103,9394	132,8575
	f5	47,6760	71,8300	102,7840	141,8384
0,3 m	f1	15,8373	24,7540	27,9888	32,8840
	f2	18,1326	26,7665	30,9889	36,4244
	f3	33,2520	50,7788	72,0495	81,9314
	f4	40,7773	62,7666	82,1747	82,1426
	f5	45,7559	65,8885	84,87262	83,1930
0,525 m	f1	8,7868	10,7600	11,9393	11,9393
	f2	10,7383	12,7485	13,9495	14,9494
	f3	25,0404	29,7845	33,9949	33,9495
	f4	27,5290	33,6741	35,9495	37,0940
	f5	40,2360	53,0303	60,9350	65,9046
0,75 m	f1	4,5275	7,2296	7,9648	6,8778
	f2	5,8184	8,4660	6,8770	7,0794
	f3	15,5374	17,8749	18,2000	18,8560
	f4	16,8460	17,9596	18,8560	19,4260
	f5	30,1480	33,9495	35,3210	36,6790
1,0 m	f1	3,3400			
	f2	4,4500			
	f3	12,7300			
	f4	24,6690			
	f5	26,7474			

### **5.1.7. Resultado da Análise dos esforços**

As figuras abaixo demonstram os esforços cortantes e o momento fletor que foram obtidos no duto bi-apoiado e bi-engastado para cada variação de comprimento de vão livre que foi estudado no decorrer desta dissertação. Os esforços foram extraídos levando-se em consideração o maior deslocamento vertical que o duto submarino sofreu em cada comprimento de vão livre e em cada variação de rigidez do solo. Com as figuras abaixo é possível analisar o comportamento do duto submarino no instante em que ocorre o maior deslocamento vertical do duto submarino.

### 5.1.7.1. Duto Submarino Bi-apoiado

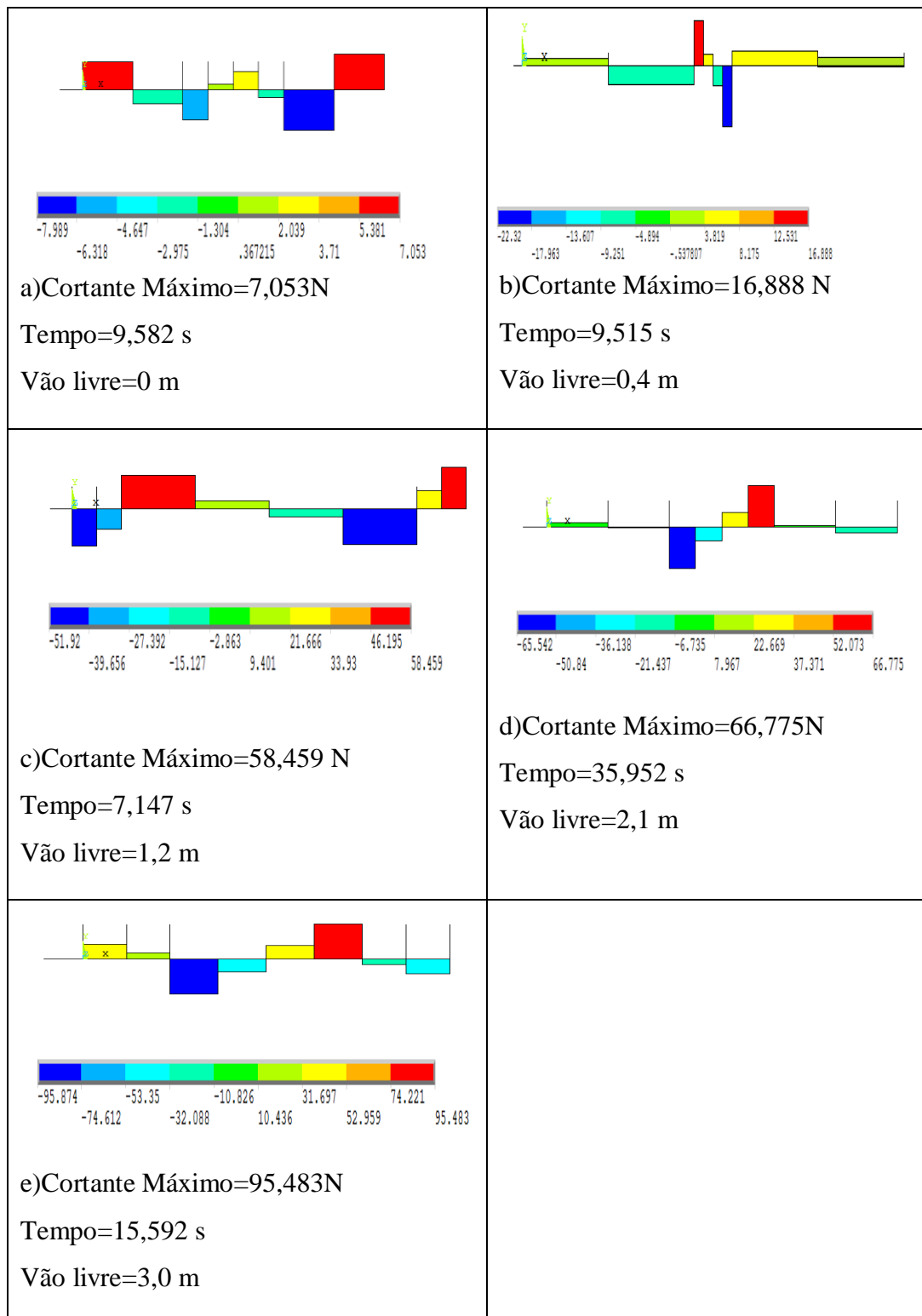


Figura 5.3-Esforço cortante para argila muito fofa ( $K=50.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-apoiado

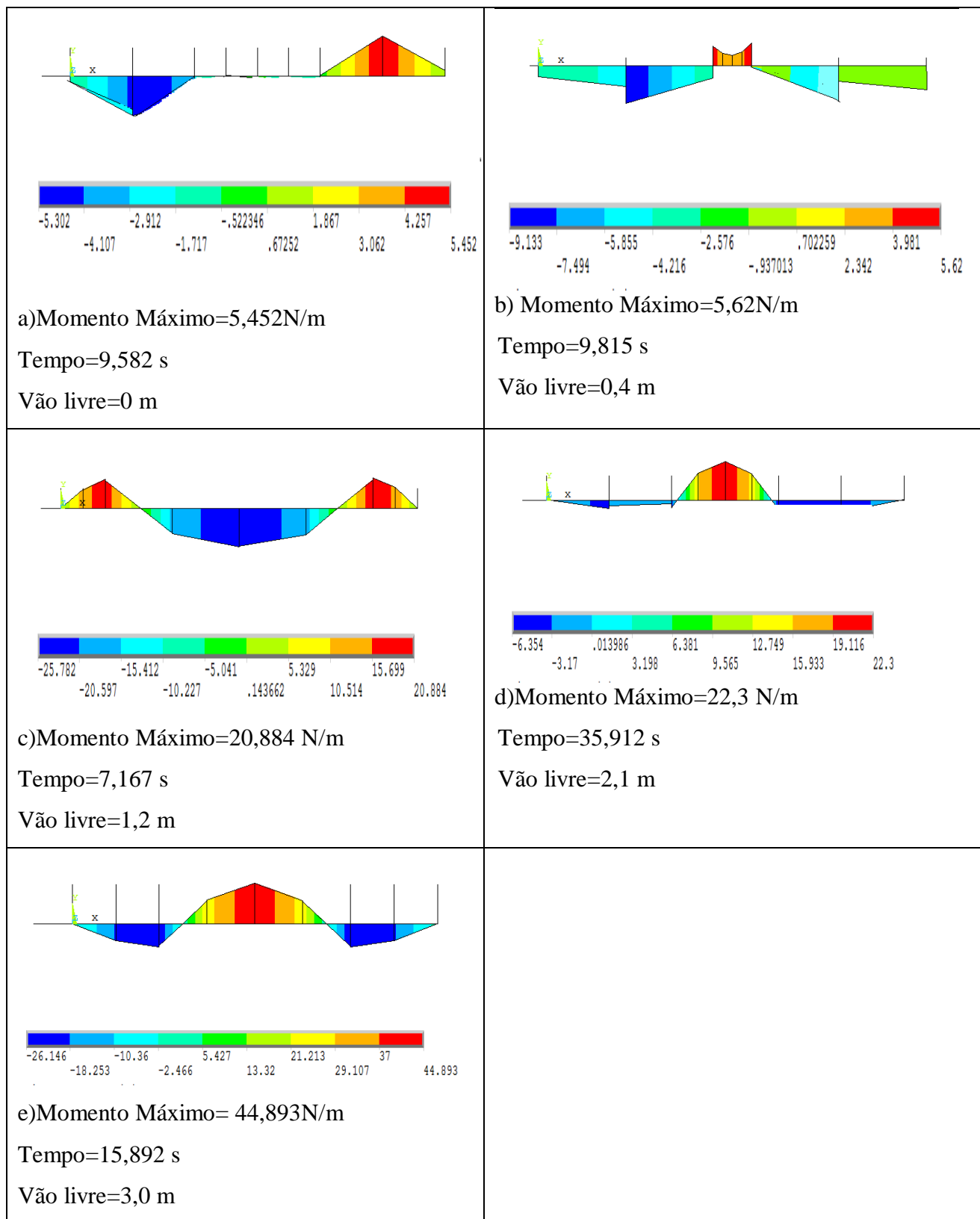


Figura 5.4-Momento fletor para argila muito fofa ( $K=50.000 \text{ N/m/m}$ ) para duto bi-apoiado

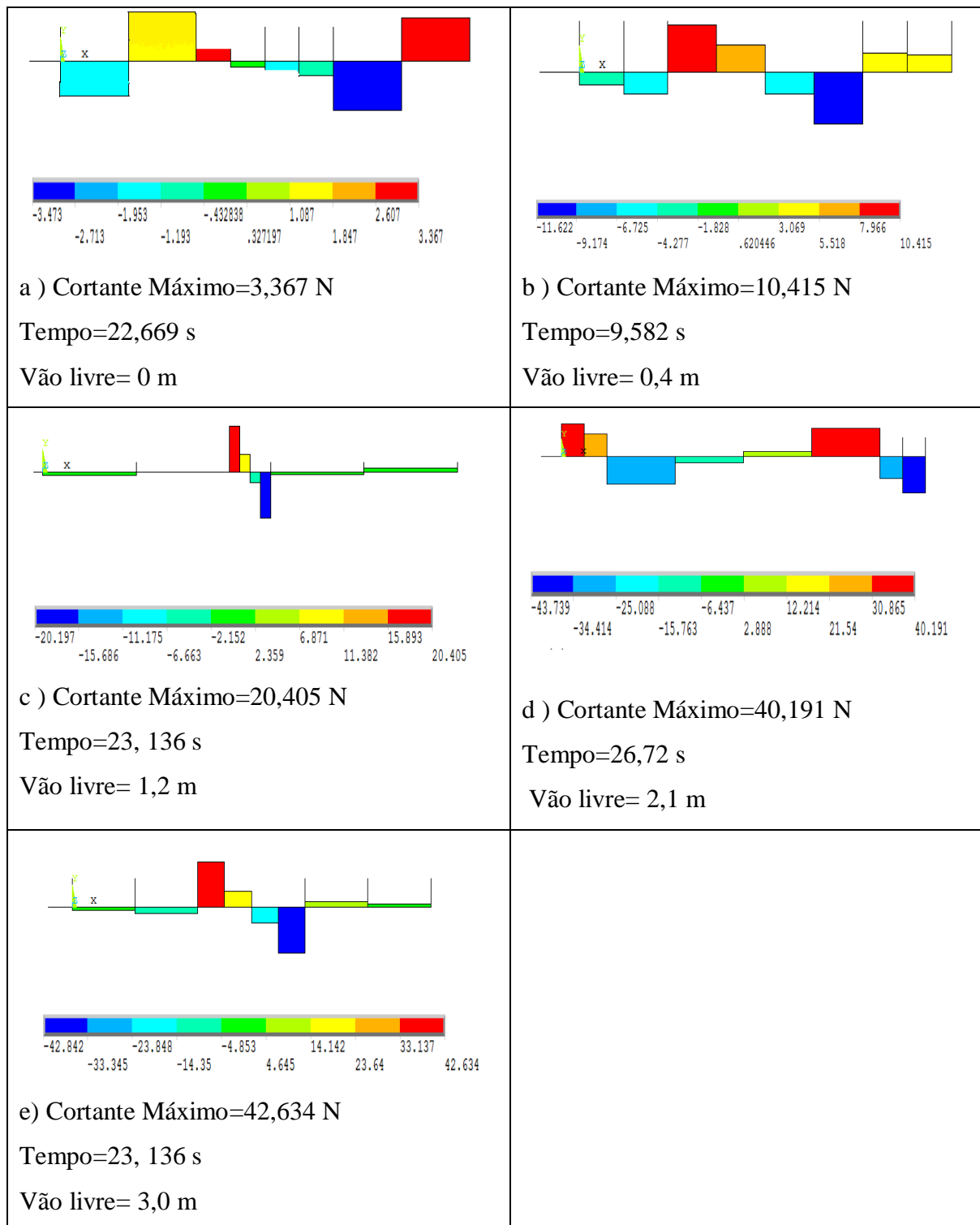


Figura 5.5-Esforço Cortante para o para argila fofa ( $K=160.000 \text{ N/m/m}$ ) de um duto bi-apoiado

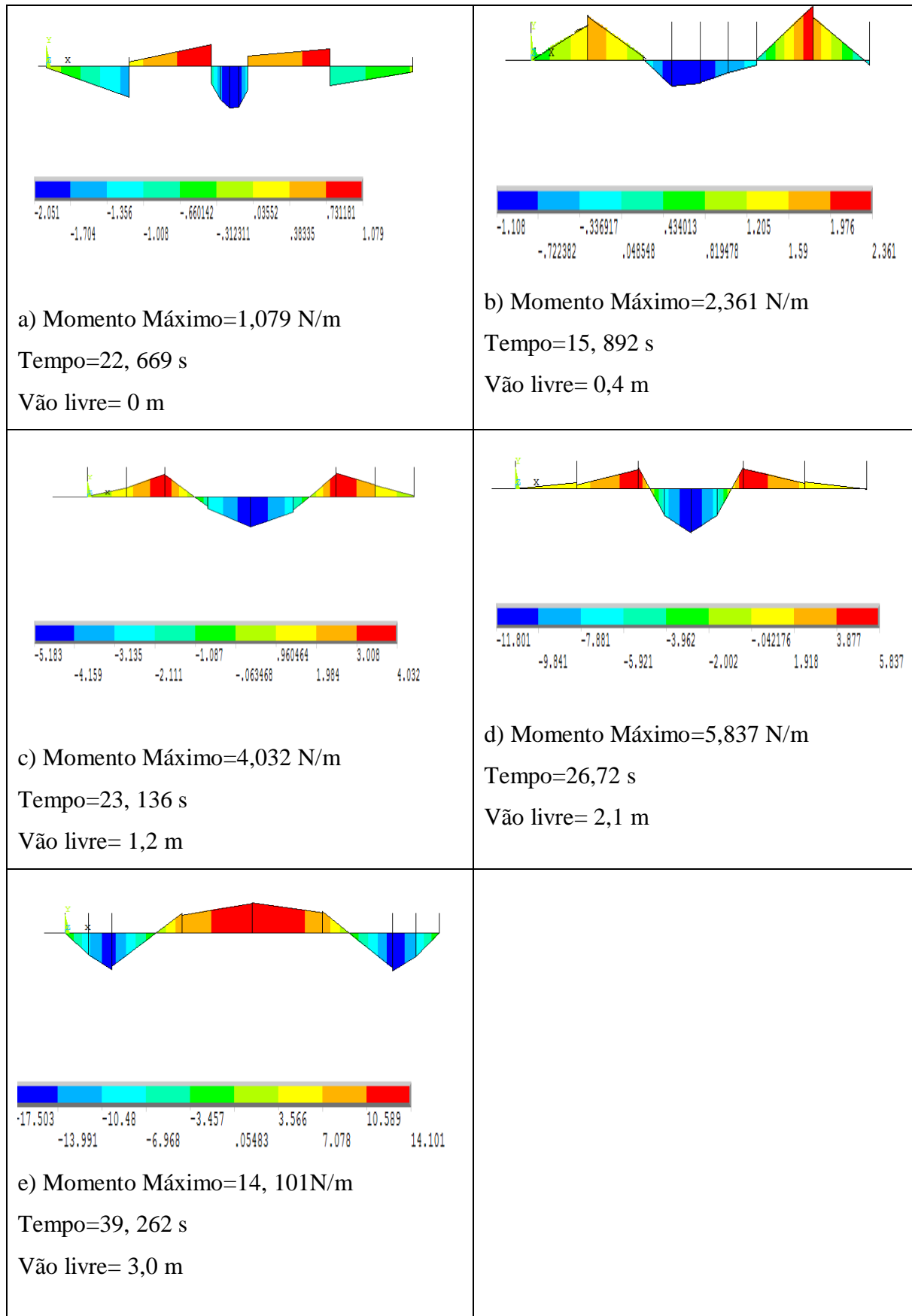


Figura 5.6-Momento Fletor para argila fofa ( $K=160.000 \text{ N/m/m}$ ) de um duto bi-apoiado

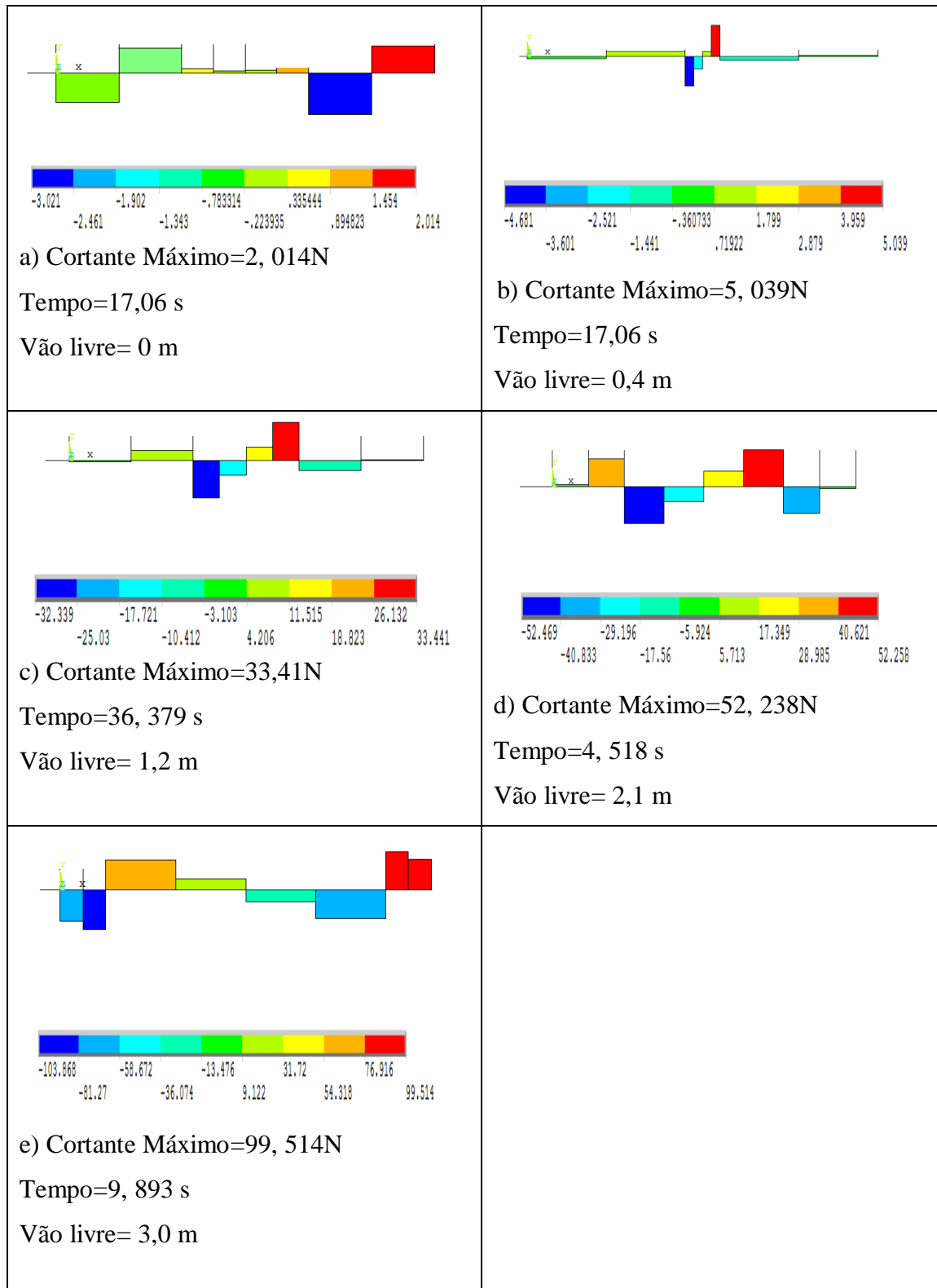


Figura 5.7-Esforço Cortante de argila rígida ( $K=500.000 \text{ N/m/m}$ ) de um duto bi-apoiado

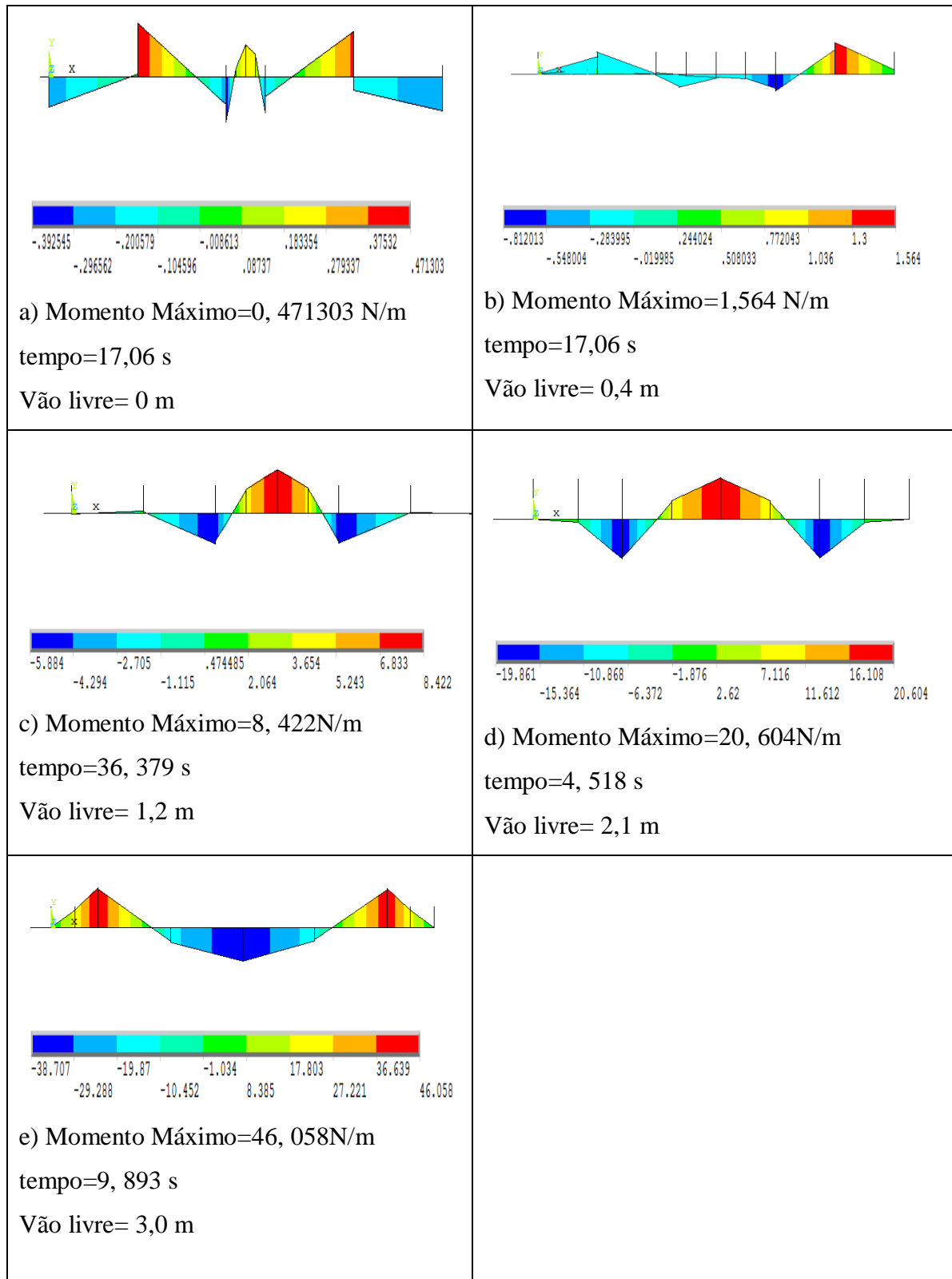


Figura 5.8-Momento fletor de argila rígida ( $K=500.000 \text{ N/m/m}$ ) de um duto bi-apoiado



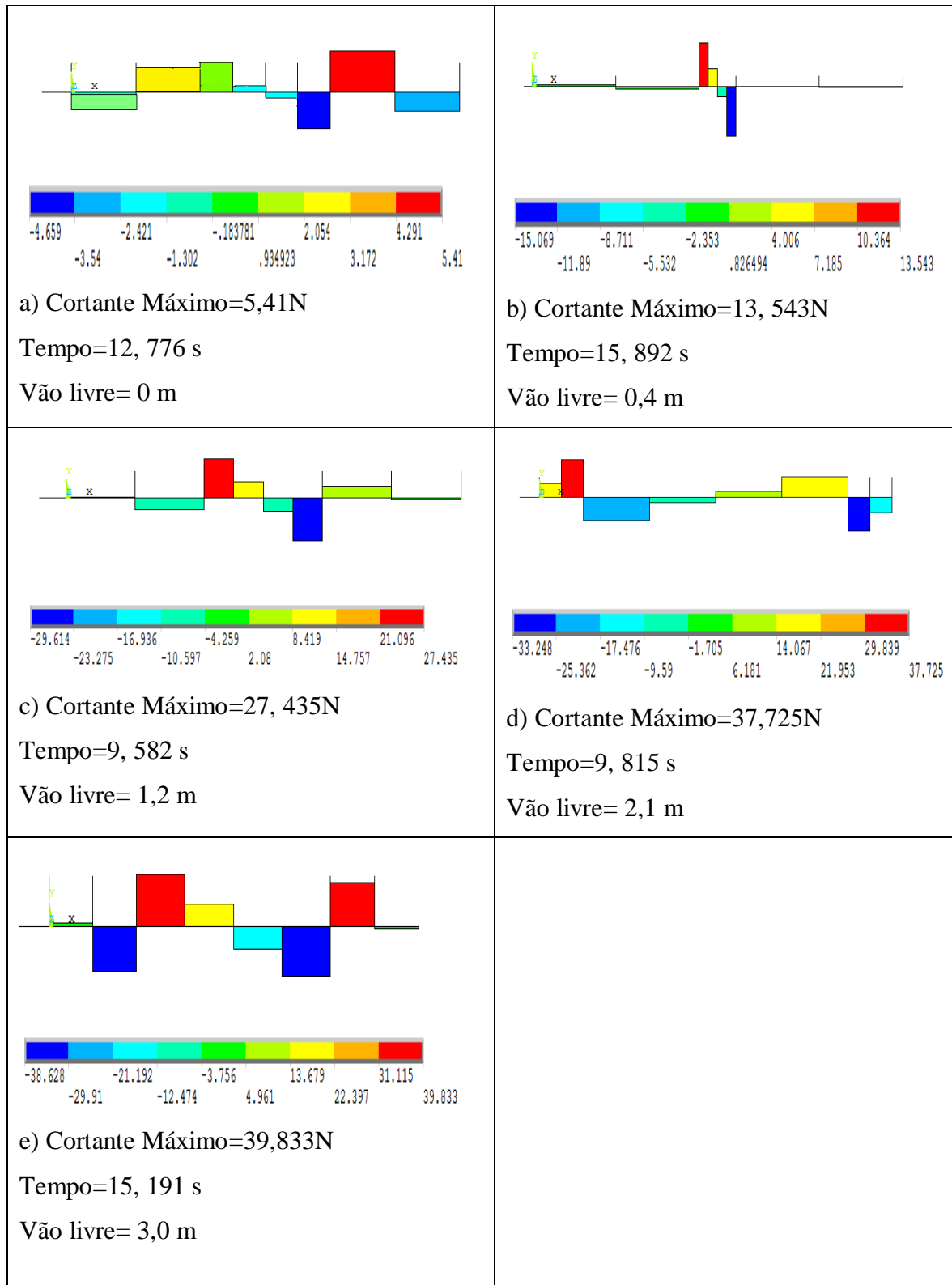


Figura 5.9-Esforço Cortante de argila muito rígida ( $K=2.000.000$  N/m/m) de um duto bi-apoiado

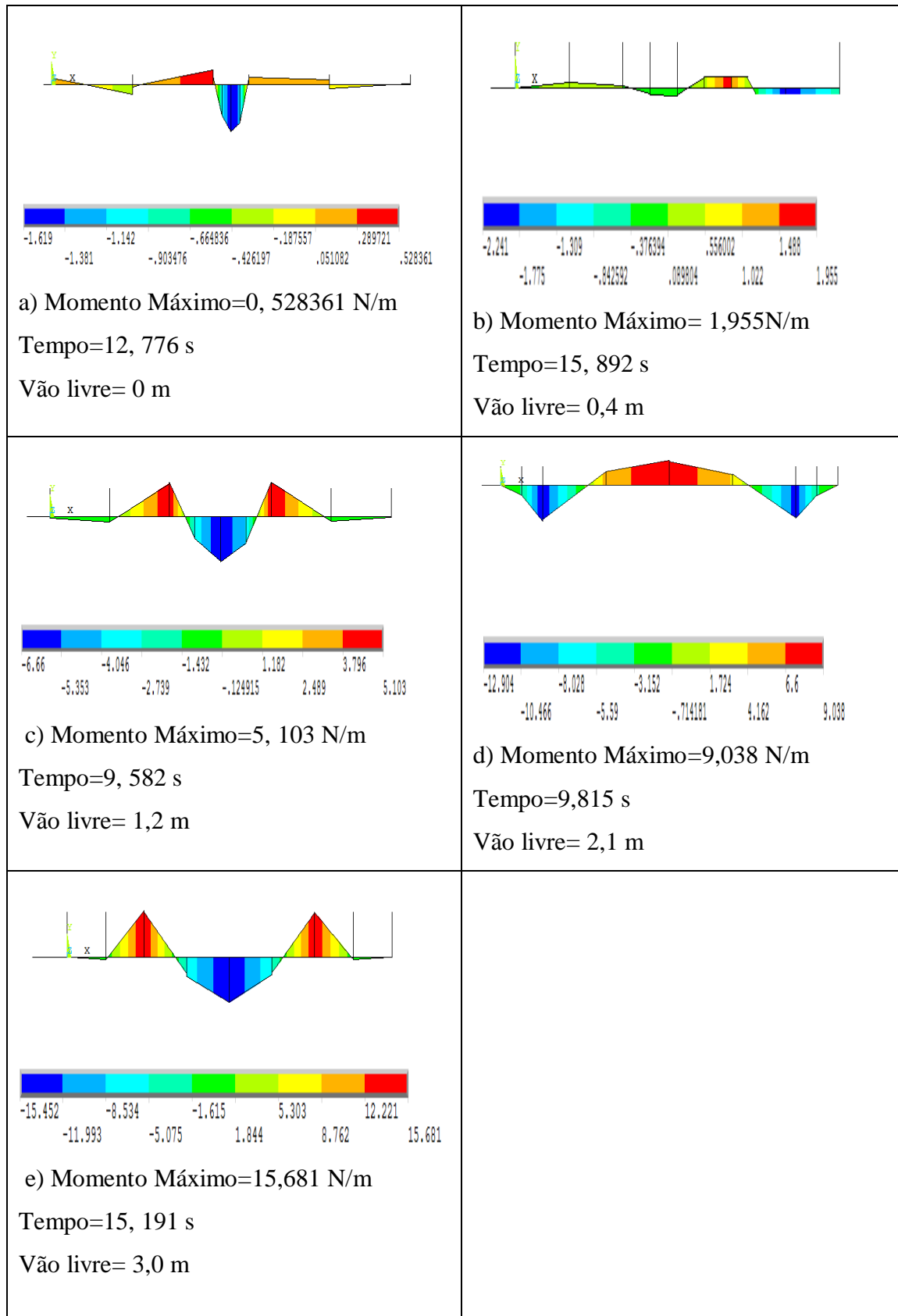


Figura 5.10-Momento fletor de argila muito rígida ( $K=2.000.000$  N/m/m) de um duto bi-apoiado

### 5.1.7.2. Viga Bi-engastada

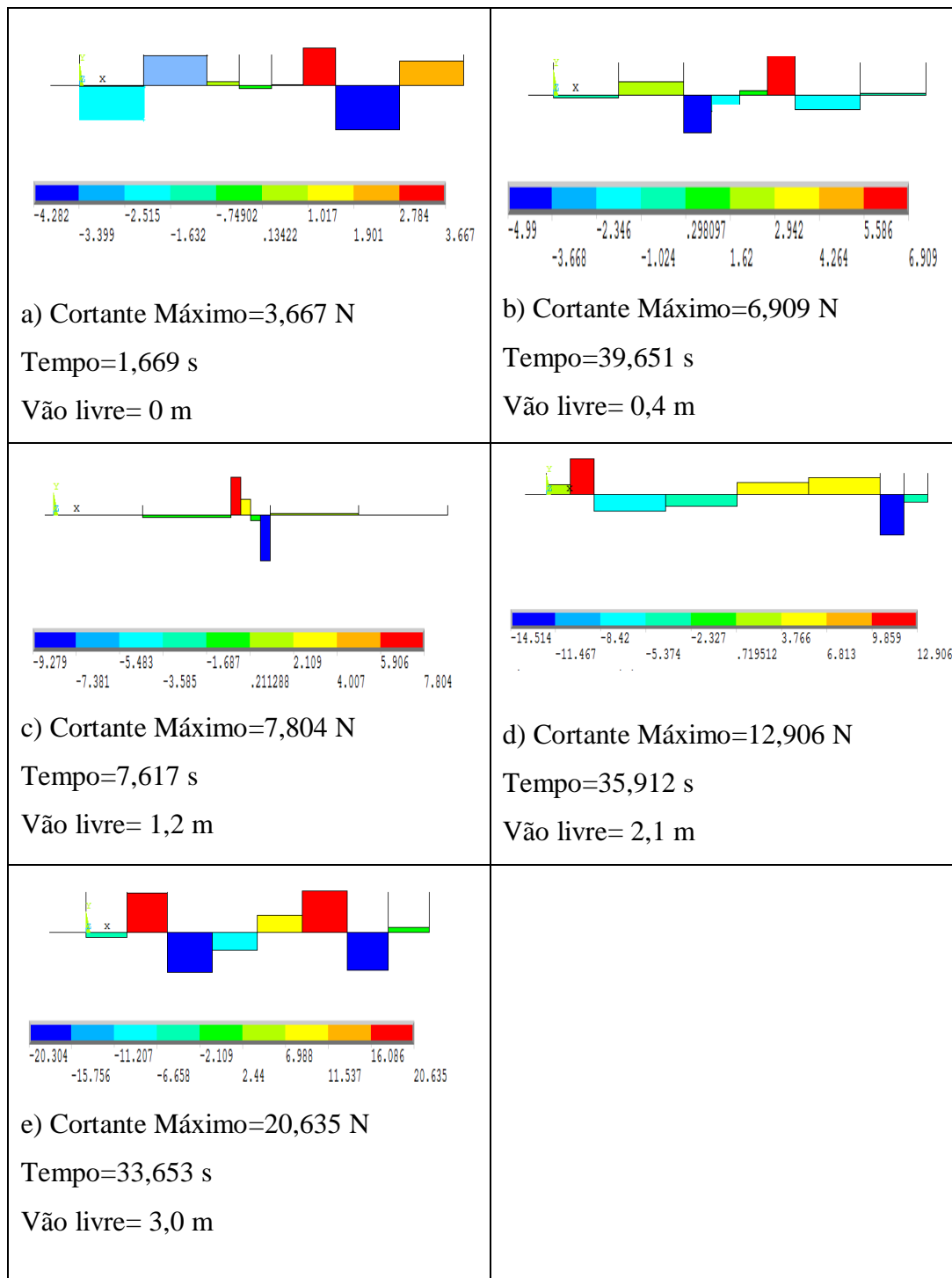


Figura 5.11-Esforço Cortante de argila muito fofa ( $K=50.000 \text{ N/m/m}$ ) de um duto bi-engastado

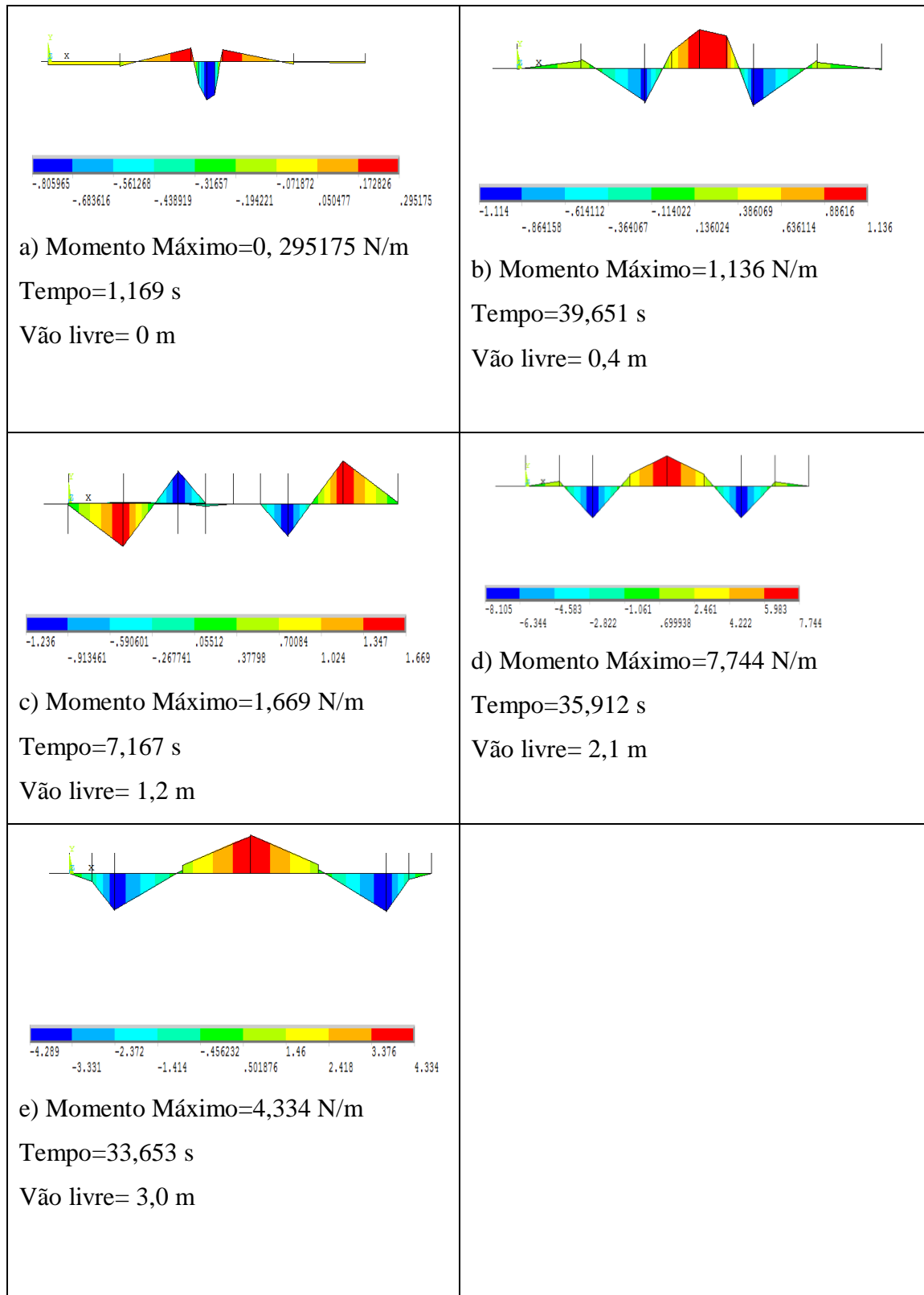


Figura 5.12-Momento fletor de uma argila muito fofa ( $K=50.000 \text{ N/m/m}$ ) de um duto bi-engastado

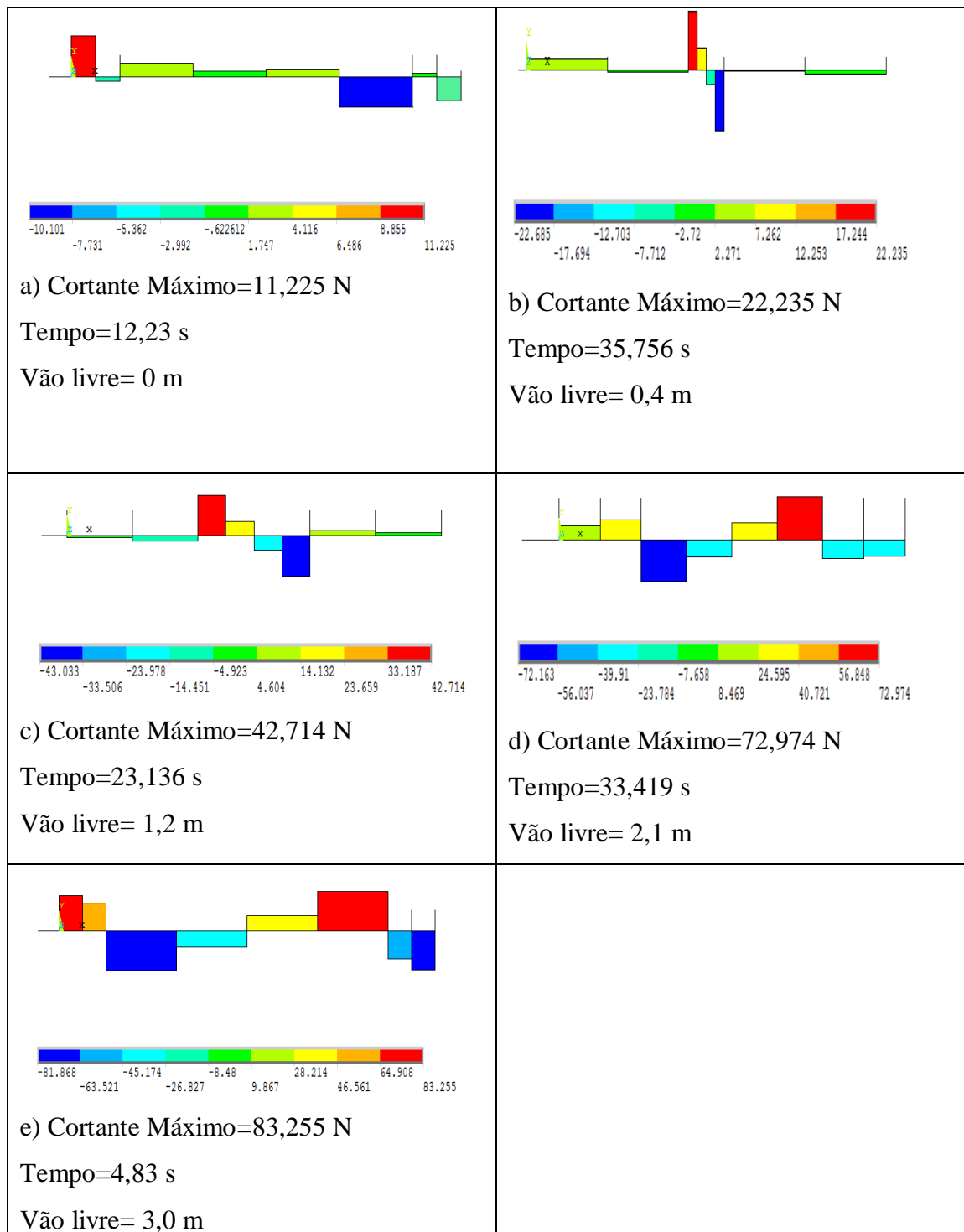


Figura 5.13-Esforço cortante de uma argila fofa ( $K=160.000 \text{ N/m/m}$ ) de um duto bi-engastado

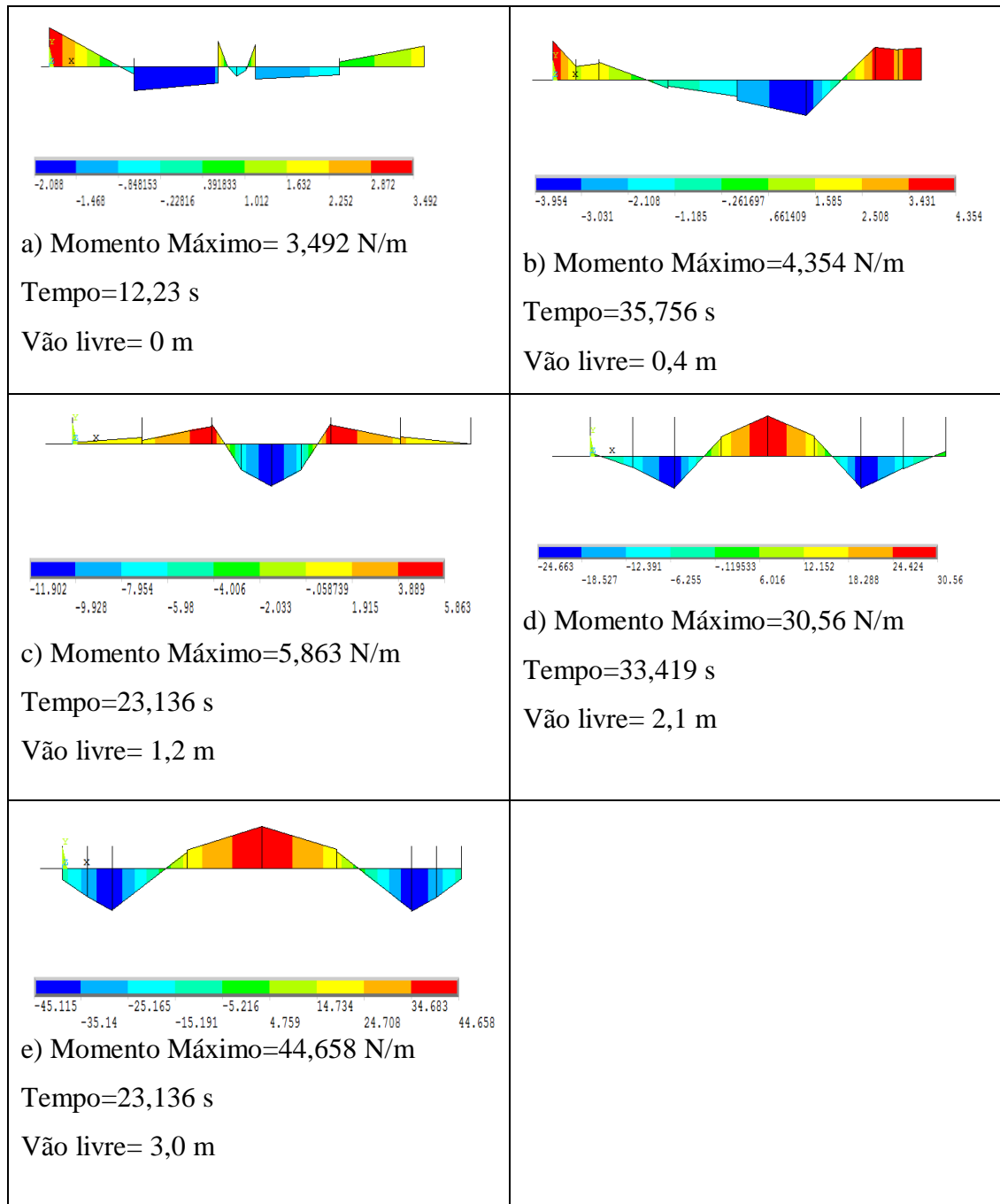


Figura 5.14-Momento fletor de uma argila fofa ( $K=160.000 \text{ N/m/m}$ ) de um duto bi-engastado

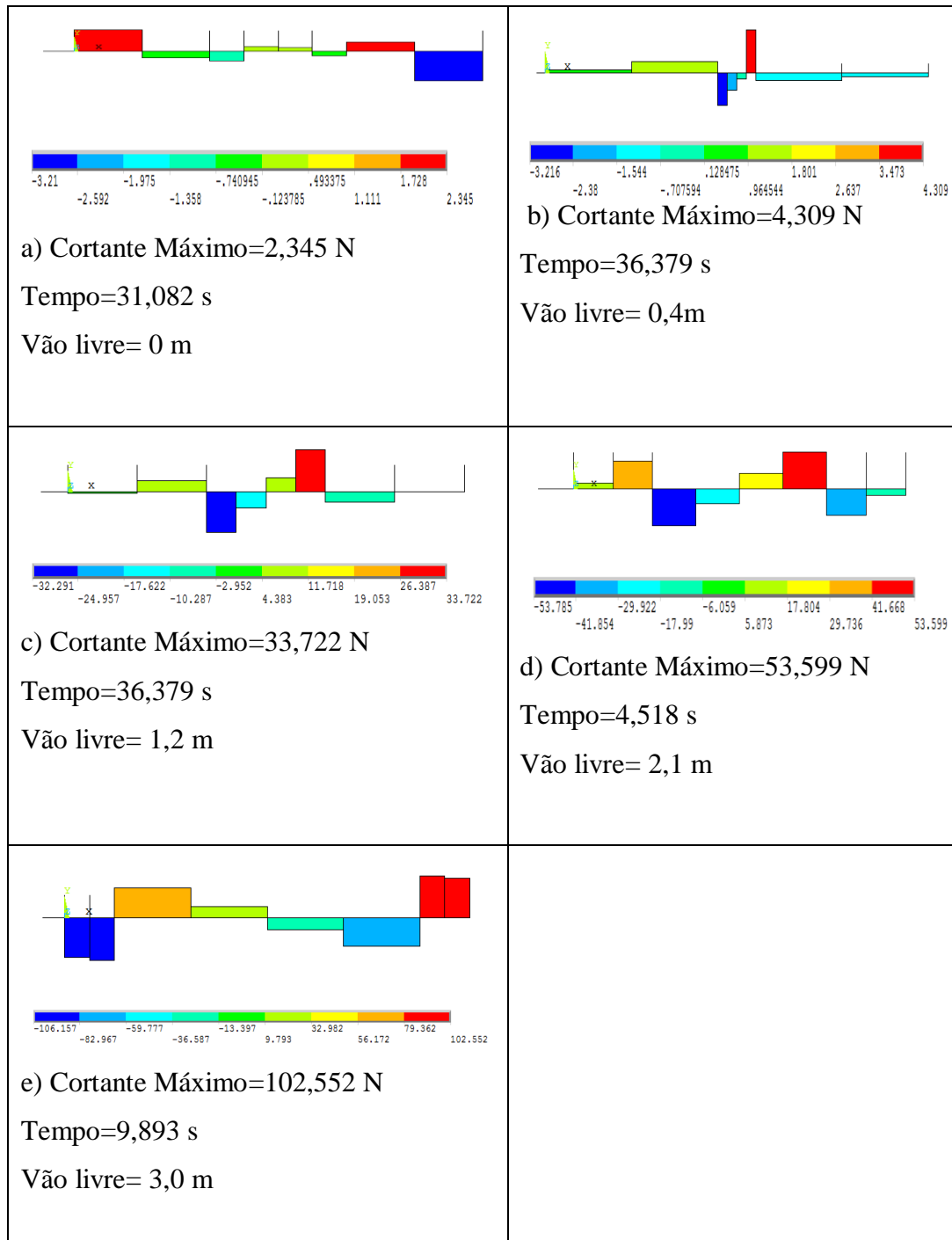


Figura 5.15-Esforço cortante de uma argila rígida ( $K=500.000 \text{ N/m/m}$ ) de um duto bi-engastado

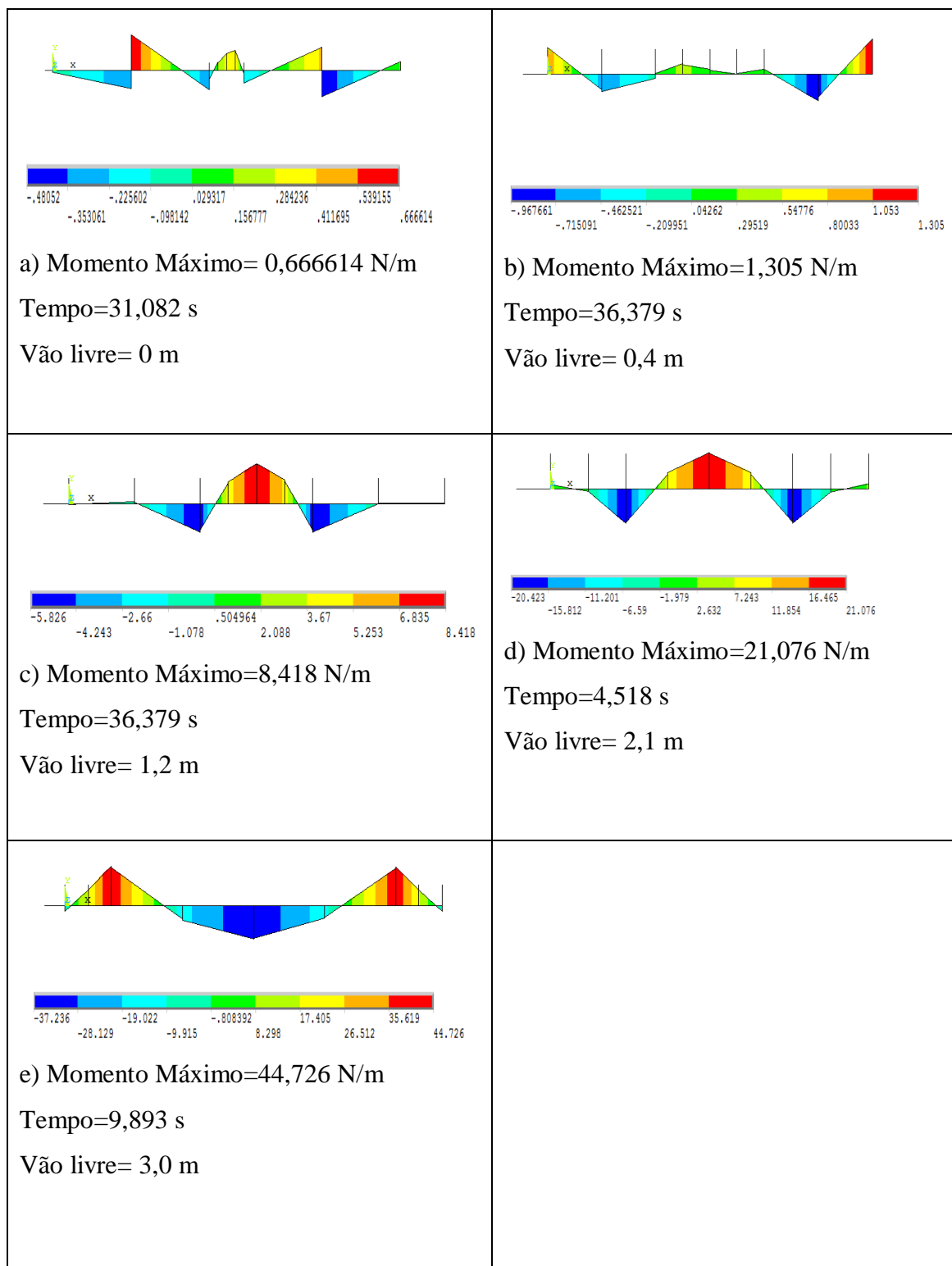


Figura 5.16-Momento fletor de uma argila rígida ( $K=500.000 \text{ N/m/m}$ ) de um duto bi-engastado



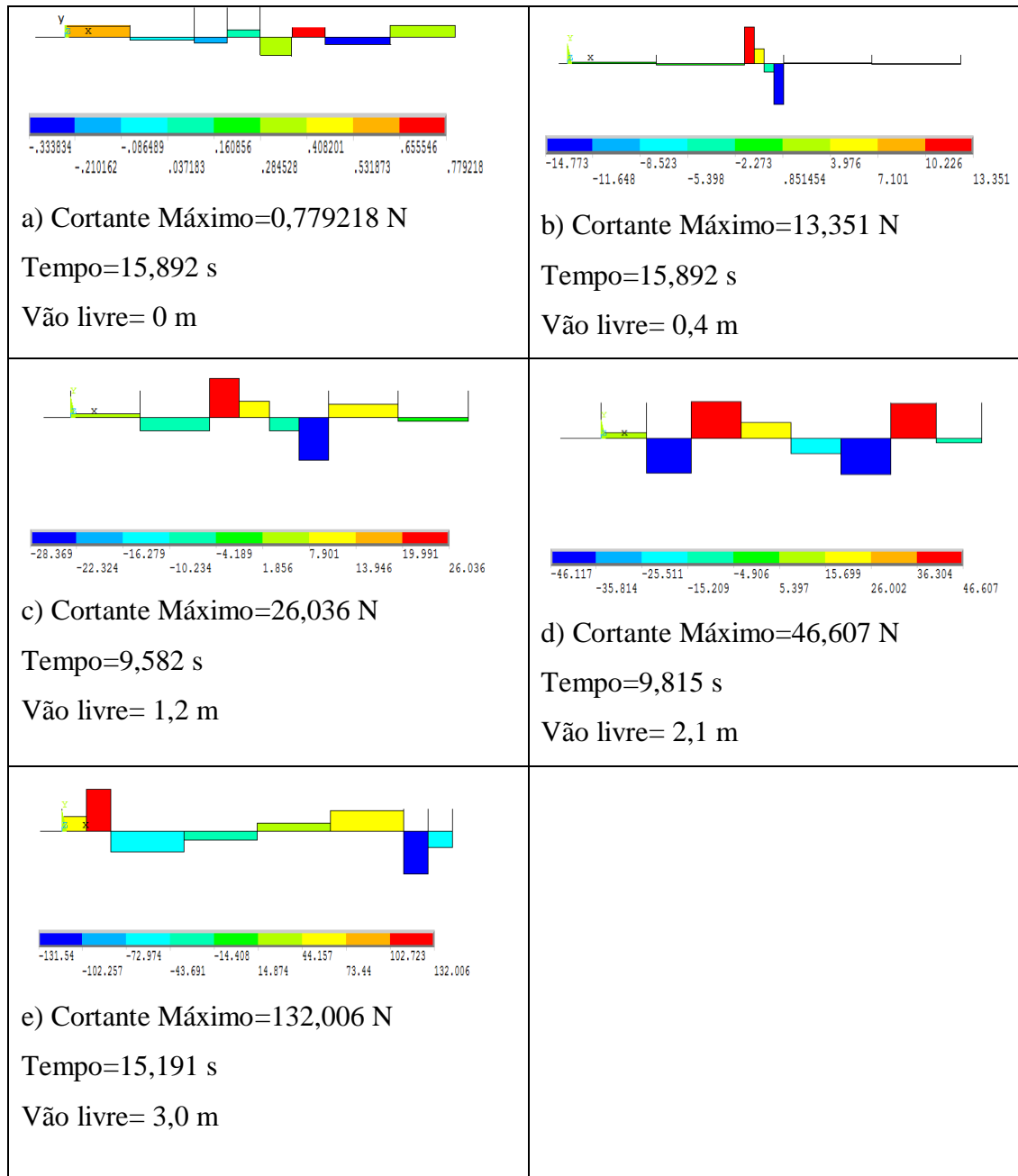


Figura 5.17-Esforço Cortante de uma argila muito rígida ( $K=2.000.000$  N/m/m) de um duto bi-engastado

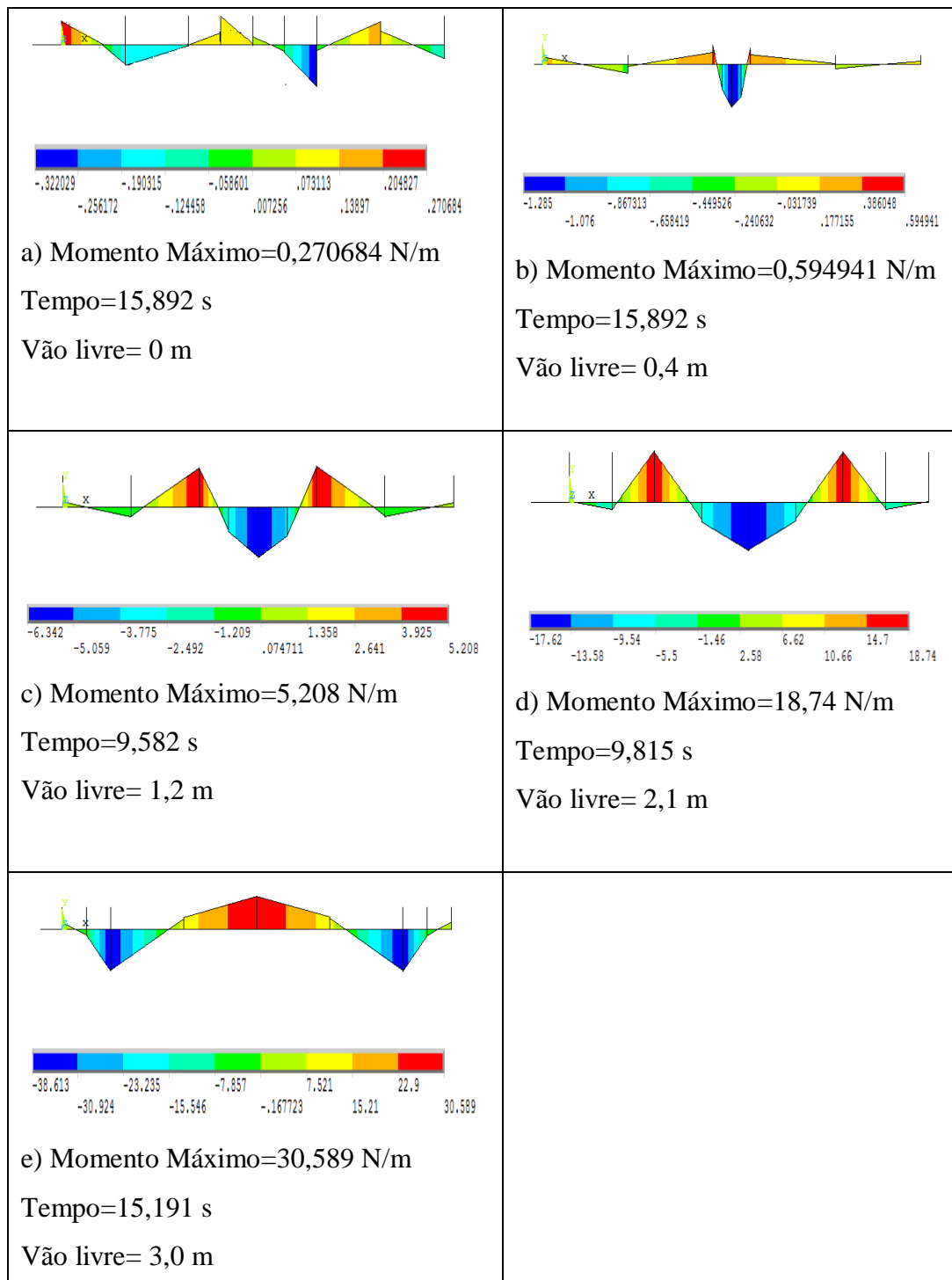


Figura 5.18-Momento fletor de uma argila muito rígida ( $K=2.000.000$  N/m/m) de um duto bi-engastado

## 5.2.

### Estudo de caso 2

Para efeitos de comparação foi realizado um estudo com um modelo parametrizado utilizado no estudo por (Aguilar, 1995)[8].

#### 5.2.1.

#### Dados Geométricos do modelo

Tabela 5.9-Parâmetros do modelo do caso 2

Parâmetro	Valor	Unidade
Diâmetro externo	0, 27305	metro
Espessura	0, 0127	-
$C_M$	2,0	-
$C_D$	1,2	-
$C_L$	3,29	-
Módulo de elasticidade	$2,06 \times 10^{11}$	N/m <sup>2</sup>
Coefficiente de Poisson	0,29	-
Densidade do duto	7850	Kg/m <sup>3</sup>
Densidade da água	1025	Kg/m <sup>3</sup>
Comprimento total do duto	260	metro
Comprimento livre L1	26	metro
Comprimento Livre L2	78	metro

#### 5.2.2.

#### Valores da rigidez do solo

De acordo com a DNV- RP- F-105 [1] o apoio do duto submarino sobre o solo pode ser representado por meio de molas lineares com rigidez definida de acordo com o tipo de solo. A tabela 5.10 apresenta os coeficientes de rigidez fornecidos pela DNV- RP- F-105 [1] e que serão utilizados neste trabalho.

Tabela 5.10-Parâmetros do solo para o caso 2 (DNV- RP- F-105, 2006) [1]

<b>K</b>	<b>Tipo de solo</b>
50 kN/m/m	Argila Muito fofa
160 kN/m/m	Argila Fofa
2.000 kN/m/m	Argila Muito Rígida

### 5.2.3. Forças Atuantes no Duto Submarino

As cargas hidrodinâmicas devido à incidência de fluxo fluido sobre o duto submarino submerso, e as cargas hidrostáticas devido à pressão atuante no duto, estão ilustradas na figura 5.18. Na análise de duto submarino, usualmente usa-se valores de  $C_D$  variando entre 0,7 e 1,  $C_M$  em torno de 2,0 e  $C_L$  igual a 3,29 (Queiroz, 2014) [17].

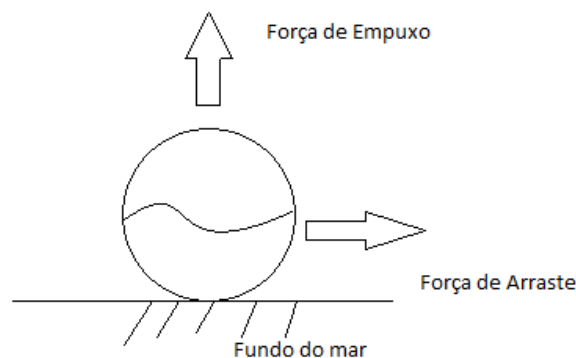


Figura 5. 18-Forças atuantes no duto submarino no caso 2

$$F_H = 3498,453125 \sin(0,628t)^2 + 188,4637189 \cos(0,628t)$$

$$F_V = 11509,91078 \sin(0,628t)^2$$

#### 5.2.4. Resultados da DNV-RP-F105

De acordo com a DNV-RP-F 105 [1], é possível calcular aproximadamente o valor do primeiro modo de vibração do duto submarino, considerando as constantes existentes nesse estudo é possível obter os seguintes valores de frequências naturais:

Para a viga bi-apoiada tem-se pela DNV-RP-F 105 [1]

$$f = 1,57 \sqrt{\frac{E.I}{\rho.AL^4}} = 0,005479 \text{ Hz}$$

Para a viga bi-engastada tem-se pela DNV-RP-F 105 [1]

$$f = 3,56 \sqrt{\frac{E.I}{\rho.AL^4}} = 0,012 \text{ Hz}$$

#### 5.2.5. Resultados da Análise Numérica

Tabela 5.11-Resultados da análise numérica dinâmica do duto bi-engastado

Duto bi-engastado					
	Comprimento de vão livre	K=50.000 N/m/m	K=160.000 N/m/m	K=500.000 N/m/m	K=2.000.000 N/m/m
Deslocamento vertical (m)	L1=26 m	3,30E-01	1,30E-01	6,90E-02	3,50E-02
	L2=78 m	6,66E-01	2,76E-01	1,24E-01	5,10E-02
Deslocamento transversal (m)	L1=26 m	6,90E-02	2,90E-02	1,70E-02	8,80E-03
	L2=78 m	1,46E-01	4,90E-02	2,50E-02	1,20E-02
Deformação	L1=26 m	8,30E-03	6,80E-03	5,60E-03	4,20E-03
	L2=78 m	1,16E-02	9,20E-03	6,90E-03	4,40E-03
Tensão Von mises (Pa)	L1=26 m	1,73E+09	1,35E+09	1,16E+09	8,69E+08
	L2=78 m	2,39E+09	1,90E+09	1,43E+09	9,27E+08

Tabela 5.12-Resultados da análise numérica dinâmica do duto bi-apoiado

Duto bi-apoiado					
	Comprimento de vão livre	K=50.000	K=160.000	K=500.000	K=2.000.000
		N/m/m	N/m/m	N/m/m	N/m/m
Deslocamento vertical (m)	L1=26 m	3,38E-01	1,31E-01	6,99E-02	3,50E-02
	L2=78 m	5,70E-01	2,41E-01	1,09E-01	5,10E-02
Deslocamento transversal (m)	L1=26 m	1,76E+00	2,27E-01	6,63E-02	1,70E-02
	L2=78 m	3,00E-01	2,66E-01	7,00E-02	1,80E-02
Deformação	L1=26 m	8,30E-03	6,68E-03	5,60E-03	4,20E-03
	L2=78 m	1,00E-02	8,40E-03	7,50E-03	4,40E-03
Tensão Von mises (Pa)	L1=26 m	1,73E+09	1,40E+09	1,15E+09	8,69E+08
	L2=78 m	2,16E+09	1,74E+09	1,33E+09	9,26E+08

Nessa análise podemos observar que realizando uma análise com duto de tamanho real, obtemos um deslocamento pequeno proporcional ao tamanho do duto, quanto maior for o vão livre, maior serão o deslocamento vertical, deslocamento transversal, deformação e tensão. À medida que o valor da rigidez do solo é aumentado, diminuem o deslocamento vertical, o deslocamento transversal, a deformação e a tensão Von Mises.

Tabela 5.13-Resultado da análise numérica das frequências naturais do duto bi-apoiado

Duto bi-apoiado				
	Frequência (Hz)	K=50.000 N/m/m	K=160.000 N/m/m	K=2.000.000 N/m/m
L0=26 m	f1	0,9603	1,2474	1,2573
	f2	1,1308	1,4166	1,4265
	f3	2,0486	2,9937	3,0010
	f4	2,3053	3,5633	3,5745
	f5	2,3057	4,1173	4,1398
L=78 m	f1	0,2009	0,2195	0,2387
	f2	0,2125	0,2289	0,2403
	f3	0,5456	0,6010	0,6198
	f4	0,5801	0,6284	0,6465
	f5	1,0438	1,1652	1,1875

As frequências naturais foram pequenas para o menor valor de rigidez do solo, e não mostraram significância para os demais valores de rigidez do solo, isto é, os valores das frequências naturais para as demais rigidez do solo foram os mesmos. No cálculo realizado pela norma, para o caso do duto totalmente apoiado o valor encontrado para a frequência natural da estrutura foi um valor (0,005479 HZ) muito baixo, praticamente zero e ficou longe das frequências quando foram inseridos vãos livres na estrutura.

Tabela 5.14-Resultado numérico das frequências naturais do duto bi-engastado

Duto bi-engastado				
	Frequência (Hz)	K=50.000 N/m/m	K=160.000 N/m/m	K=2.000.000 N/m/m
L0=26 m	f1	0,9610	1,2534	1,8097
	f2	1,1412	1,4276	1,9264
	f3	2,0576	2,9945	4,8704
	f4	2,3120	3,5654	5,2478
	f5	2,4112	4,1254	6,1099
L=78 m	f1	0,2009	0,2210	0,2480
	f2	0,2125	0,2301	0,2532
	f3	0,5455	0,6011	0,6830
	f4	0,5801	0,6285	0,6978
	f5	1,0434	1,1654	1,3372

Para o caso do duto bi-engastado acontece o mesmo, e os valores encontrados foram similares aos encontrados para o caso do duto bi-apoiado, sendo encontrados valores pequenos de frequências para a menor rigidez e aumentando os valores de frequências naturais a medida que aumentava o modo.

O valor encontrado pela norma para o caso do duto bi-engastado também foi pequeno (0,012 HZ), ficando próximo de zero.

### 5.2.6. Resultados da Análise Analítica

Tabela 5.15-Resultado analítico das frequências naturais do duto bi-apoiado

Duto bi-apoiado				
	Frequência (Hz)	K=50.000 N/m/m	K=160.000 N/m/m	K=2.000.000 N/m/m
L0=26 m	f1	1,5782	1,3569	1,4567
	f2	1,9781	1,7892	1,7886
	f3	2,6783	3,6751	3,6788
	f4	2,8900	4,1849	4,2758
	f5	2,9991	5,1274	5,3769
L=78 m	f1	0,8092	0,8265	0,9764
	f2	0,9654	0,9698	1,0985
	f3	0,9877	0,9877	1,1029
	f4	1,2346	1,3345	1,3579
	f5	1,2947	1,4457	1,5978

Os resultados encontrados foram satisfatórios, pois se aproximaram aos encontrados aos da análise numérica.

Tabela 5.16-Resultado analítico das frequências naturais do duto bi-engastado

Duto bi-engastado				
	Frequência (Hz)	K=50.000 N/m/m	K=160.000 N/m/m	K=2.000.000 N/m/m
L0=26 m	f1	1,5782	1,3569	1,4567
	f2	1,9781	1,7892	1,7886
	f3	2,6783	3,6751	3,6788
	f4	2,8900	4,1849	4,2758
	f5	2,9991	5,1274	5,3769
L=78 m	f1	0,8092	0,8265	0,9764
	f2	0,9654	0,9698	1,0985
	f3	0,9877	0,9877	1,1029
	f4	1,2346	1,3345	1,3579
	f5	1,2947	1,4457	1,5978

O mesmo podemos dizer para o caso do duto bi-engastado, que os resultados foram os esperados.



### 5.2.7. Resultado da Análise dos esforços

Análise dos esforços cortante e momento fletor para o duto bi-apoiado e bi-engastado no meio do vão para o segundo caso ( caso real ), com as variações de vão livre e variações de rigidez da argila, considerando o máximo deslocamento sofrido pela estrutura naquele determinado instante.

#### 5.2.7.1.Viga Bi-apoiada

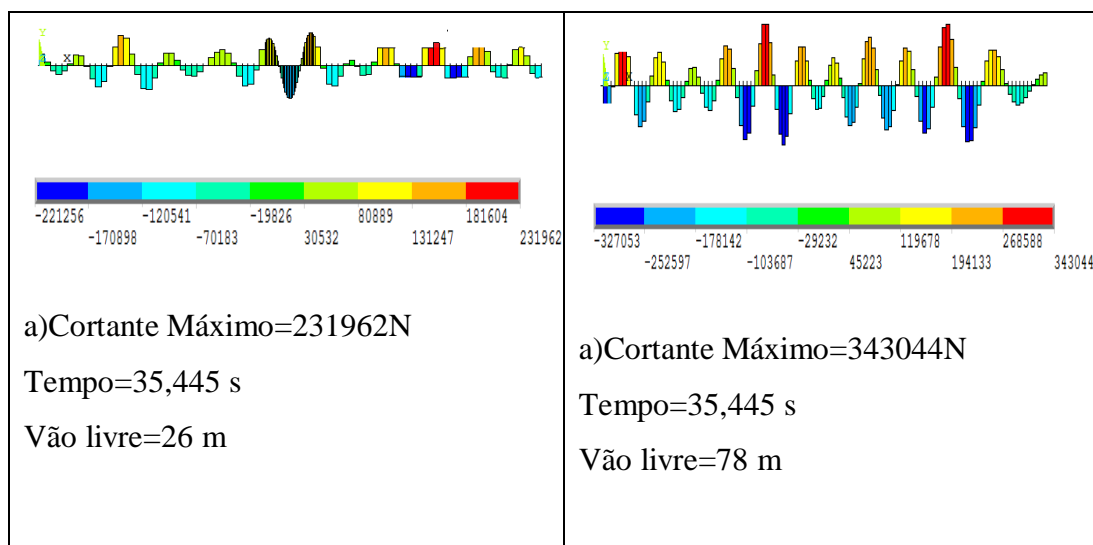


Figura 5.19-Esforço Cortante de uma Argila muito fofa ( $K=50.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-apoiado

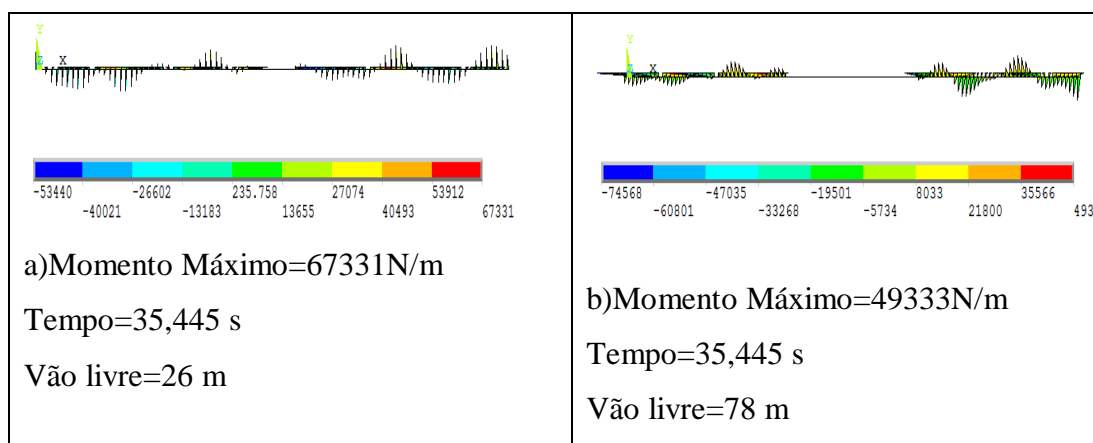


Figura 5.20-Momento Fletor de uma argila muito fofa ( $K=50.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-apoiado

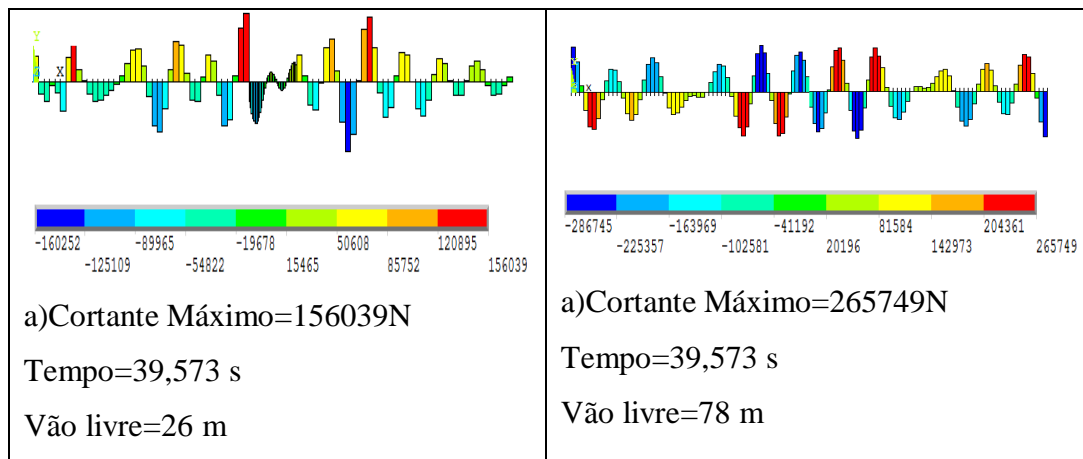


Figura 5.21-Esforço Cortante de uma Argila fofa ( $K=160.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-apoiado

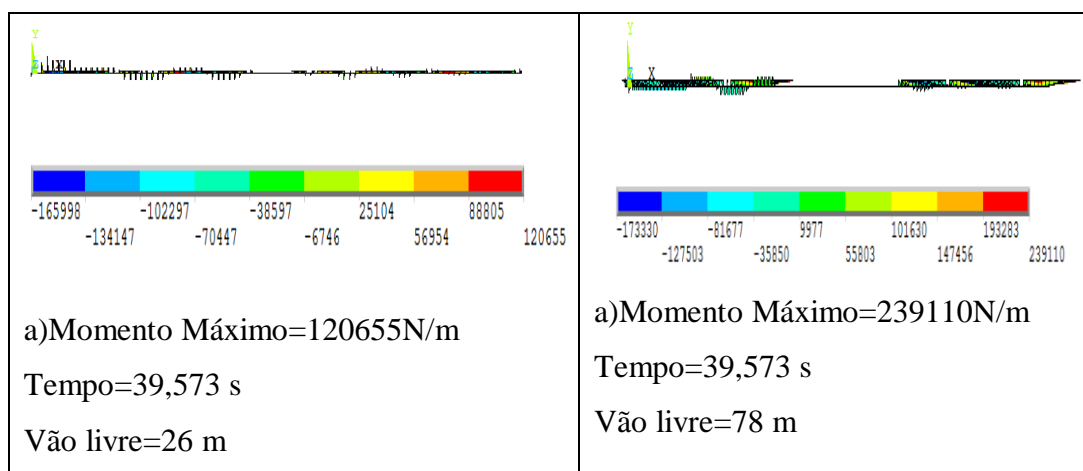


Figura 5.22-Momento Fletor de uma argila fofa ( $K=160.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-apoiado

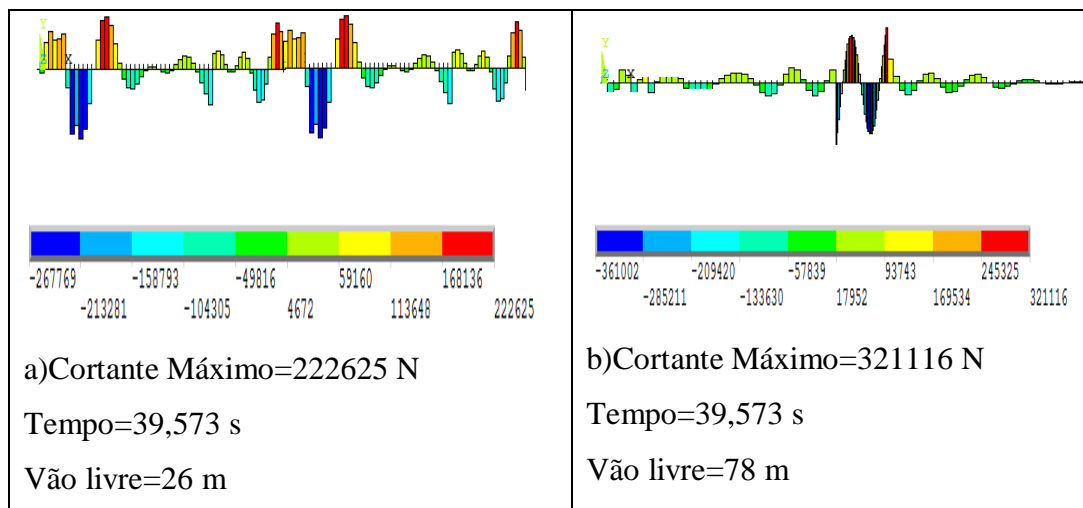


Figura 5.23-Esforço Cortante de uma Argila rígida ( $K=500.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-apoiado

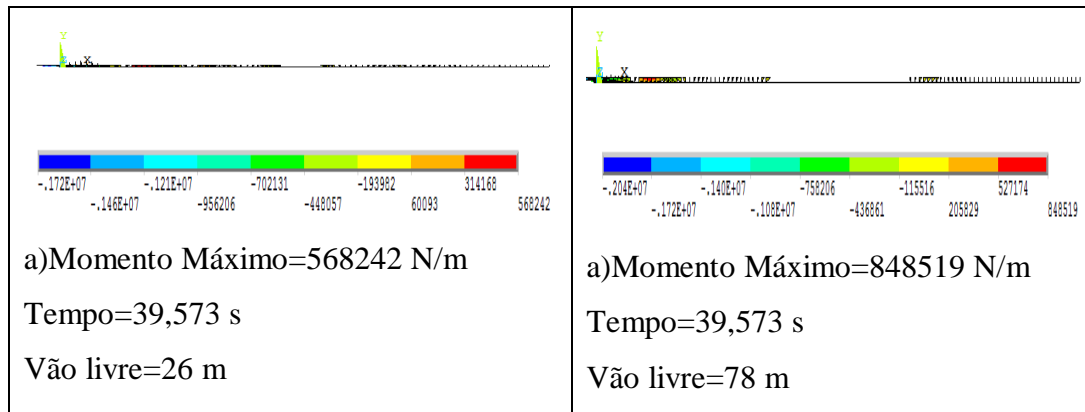


Figura 5.24-Momento Fletor de uma argila rígida ( $K=500.000$  N/m/m) para um duto bi-apoiado

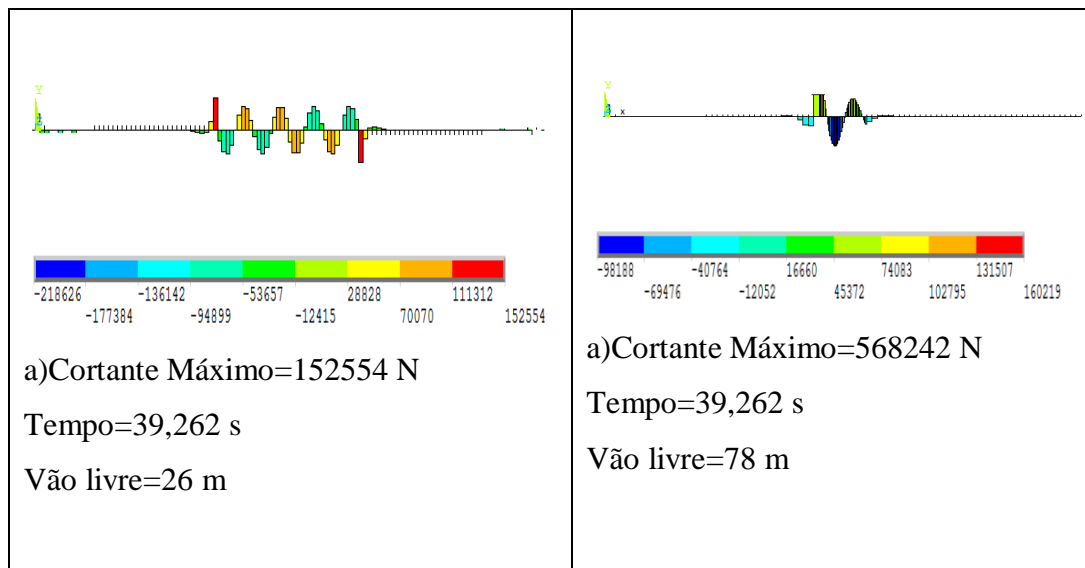


Figura 5.25-Esforço Cortante de uma Argila muito rígida ( $K=2.000.000$  N/m/m) para um duto bi-apoiado

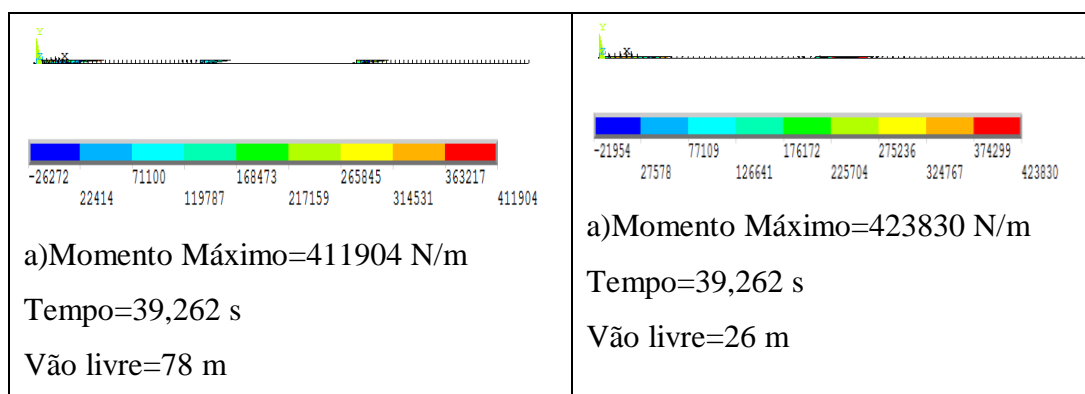


Figura 5.26-Momento Fletor de uma argila muito rígida ( $K=2.000.000$  N/m/m) para um duto bi-apoiado

### 5.2.7.2.Viga Bi-engastada

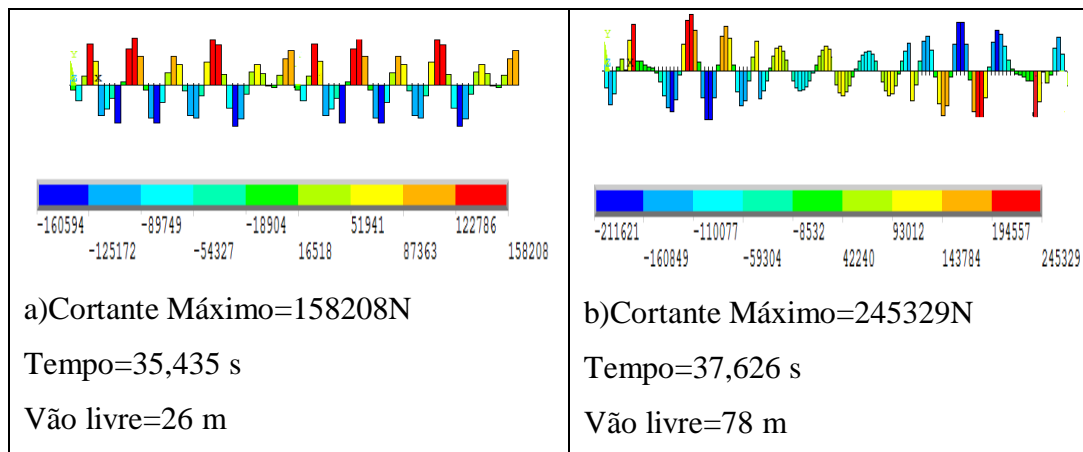


Figura 5.27-Esforço Cortante de uma Argila muito fofa ( $K=50.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-engastado

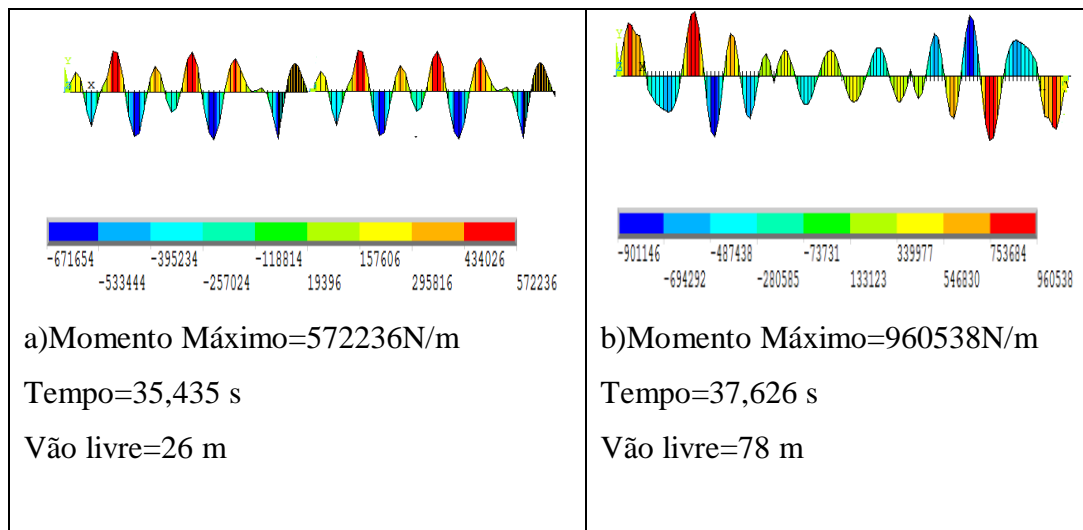


Figura 5.28-Momento Fletor de uma Argila muito fofa ( $K=50.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-engastado

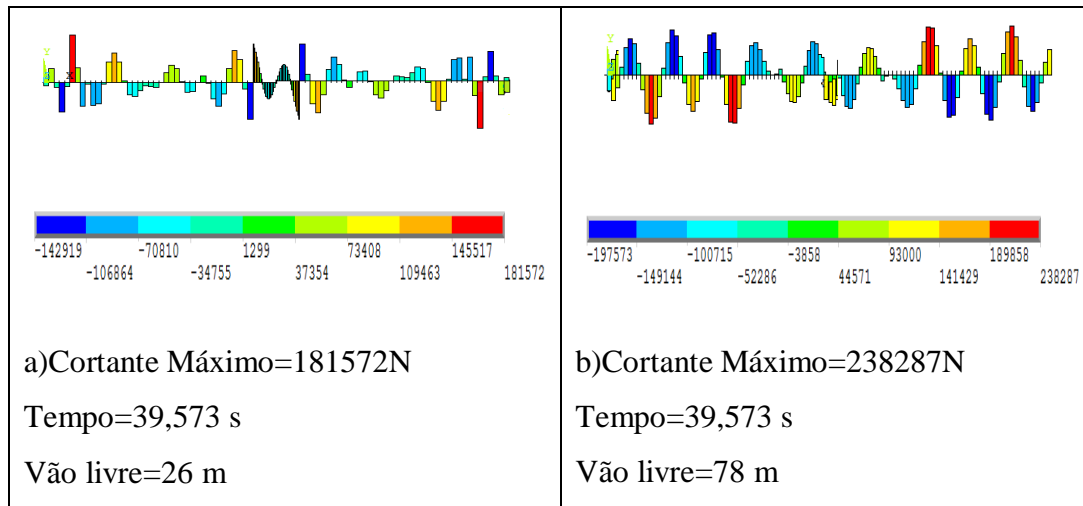


Figura 5.29-Esforço Cortante de uma Argila fofa ( $K=160.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-engastado

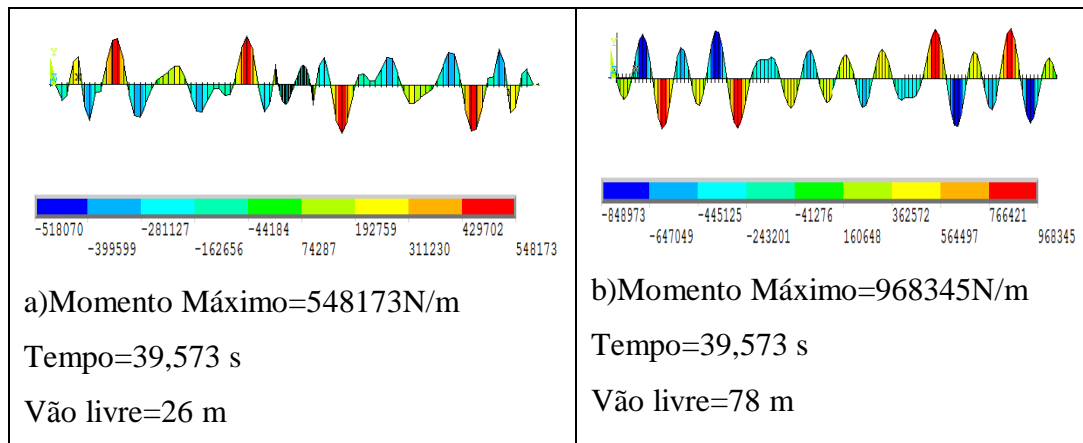


Figura 5.30-Momento Fletor de uma Argila fofa ( $K=160.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-engastado

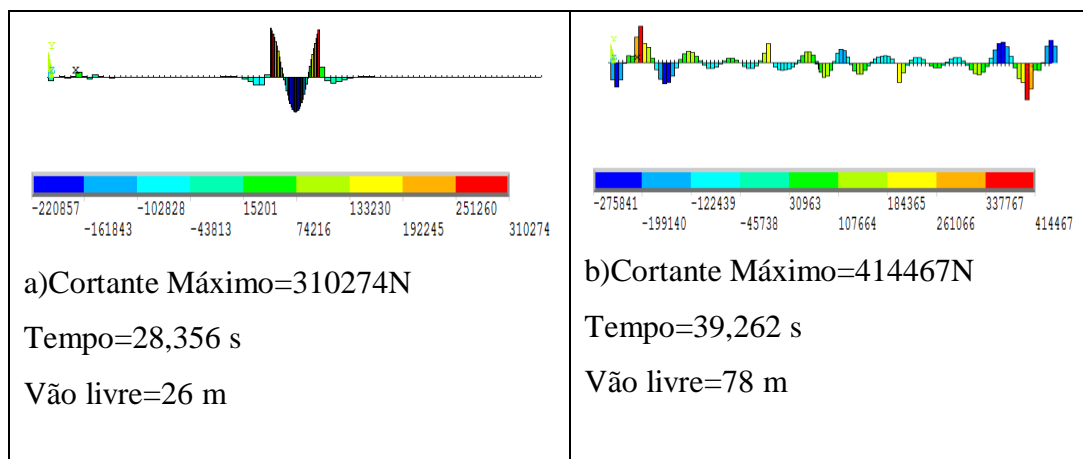


Figura 5.31-Esforço Cortante de uma Argila rígida ( $K=500.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-engastado

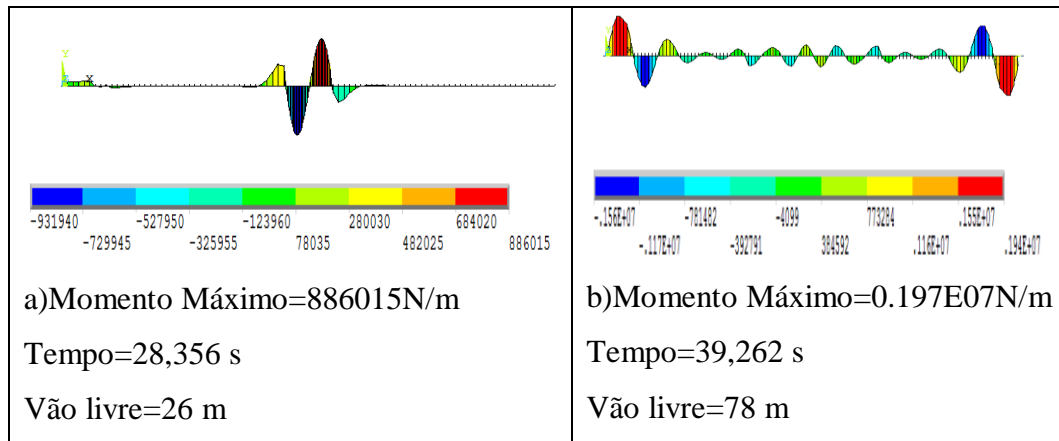


Figura 5-32-Momento Fletor de uma Argila rígida ( $K=500.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-engastado

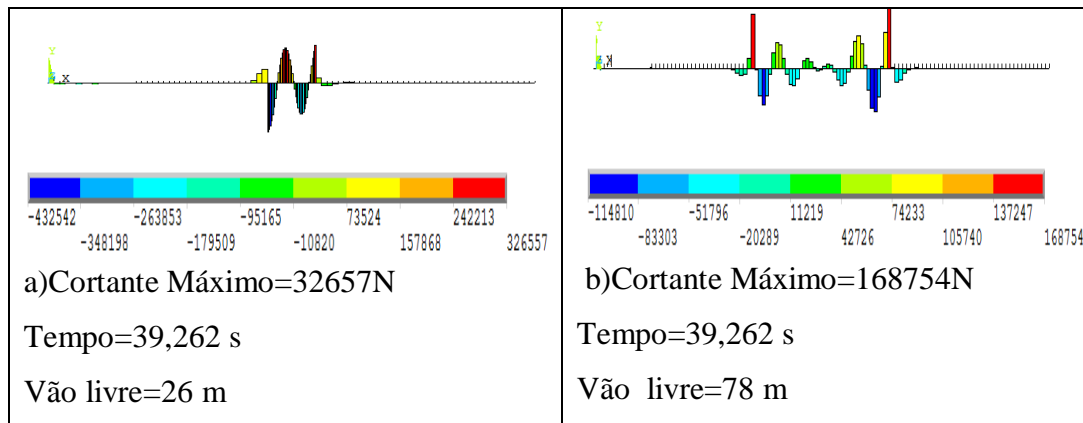


Figura 5-33-Esforço Cortante de uma Argila muito rígida ( $K=2.000.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-engastado

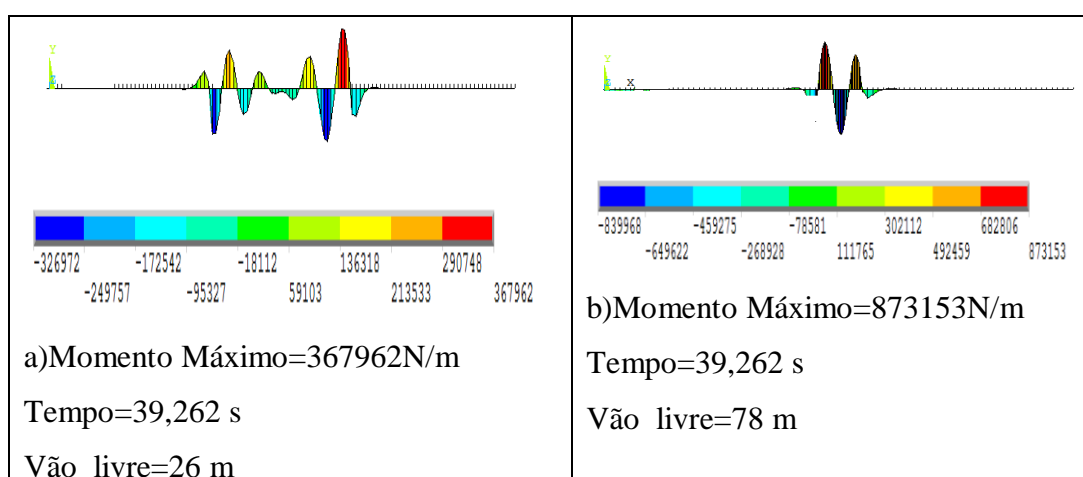


Figura 5.34-Momento Fletor de uma Argila muito fofa ( $K=2.000.000 \text{ N/m/m}$ ) para um duto bi-engastado

## 6

## Conclusões e Sugestões para trabalhos futuros

Nesse capítulo são apresentadas as conclusões do estudo realizado e algumas recomendações para trabalhos futuros com base nos resultados obtidos e nas análises realizadas no Capítulo 5.

### 6.1.

#### Conclusões

O cálculo da frequência natural de um duto submarino com a variação do vão livre é de extrema importância para avaliar a sensibilidade da resposta dinâmica da estrutura face as irregularidades do leito submarino.

A análise da norma DNV-RP-F-105 mostrou-se satisfatória quando comparada com a numérica, pois apresentou valores de frequência naturais para o duto submarinos praticamente iguais, o que dizer que a norma apresenta-se favorável quando não possuímos o recurso do programa de elementos finitos para análise.

Os valores de frequências naturais encontrados para o caso bi-apoiado e bi-engastado foram bem próximos um do outro. À medida que aumenta a rigidez, a frequência da estrutura aumenta; à medida que aumenta o vão livre diminuí o valor da frequência.

Nota-se que os valores encontrados na análise do duto bi-apoiado para deslocamento, deformação e tensão, foi semelhantes aos encontrados na análise do duto bi-engastado, não fazendo diferença a condição de contorno da extremidade do duto.

Com o aumento da rigidez do solo, notou-se que os deslocamentos tanto transversal quanto vertical diminuíram, assim como as deformações e as tensões.

## **6.2.**

### **Sugestões para trabalhos futuros**

Como continuação natural deste trabalho, sugere- um emprego de modelos de contato de modo a representar melhor a interação do duto com o solo, os efeitos das forças impostas pelo sistema riser em catenária ao trecho apoiado, e a realização de análises elasto-plásticas.



## 7

### Referências bibliográficas

- [1] DNV-RP-F105, **FREE SPANNING PIPELINES**, Recommended Practice. February 2006.
- [2] AGUIAR, L. A D, **Fadiga de Dutos Submarinos no Fundo do Mar**, Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 1995.
- [3] DOS SANTOS, C. M. P. M, **Análise de Risers e Linha de Ancoragem**, Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 1998.
- [3] LIMA, A. J, **Análise de Dutos Submarinos sujeitos a Vibrações Induzidas por Vórtices**, Dissertação de M.Sc, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2007.
- [5] LOUREIRO, P. A.. **Análise de Vãos livres em Dutos Rígidos**, Projeto de Graduação, UFRJ, Rio de Janeiro, 2011.
- [6] PEDROSA FILHO, J. F. A, **Estudo de Formulações Analíticas para Determinação das Frequências Naturais de Dutos Submarinos em Vãos Livres**, Dissertação de M. Sc, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2011.
- [7] CARVALHO, G. F., **Análise Investigativa do Limite da Formulação do Critério de Screening Proposto pela DNV-RP-F105**, Dissertação de M. Sc., Universidade Federal Fluminense Rio de Janeiro, Brasil, 2011.
- [8] REIS, R.R., **Análise Dinâmica de Dutos em Vão Livre Via Transformada Integral Generalizada**, Dissertação de M. Sc., Universidade Federal Fluminense Rio de Janeiro, Brasil, 2013.

- [9] FRANCIS, R., **Vibrações Induzidas Por Vórtices em Membros Esbeltos de estruturas Offshore Flutuantes**, Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ – Programa de Engenharia Civil. Rio de Janeiro, 1999.
- [10] MERLER C. POTTER, ELAINE P. SCOTTT, **Ciências Térmicas, Termodinâmica, Mecânica dos Fluidos e Transmissão de Calor**,2006.
- [11] BRONSON ,R, **Moderna Introdução às Equações Diferenciais**, Mc Graw Hill, 1981.
- [12] FOX, R. W MCDONALD, A T., **Introdução à Mecânica dos Fluidos**, 6<sup>a</sup> Ed. Rio de Janeiro, Brasil, LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. 2004.
- [13] CARNEIRO, D. L., **Análise de Vibrações Induzidas por Vórtices em Estruturas Offshore Utilizando Modelos Numéricos Tridimensionais no Domínio do Tempo**, Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ ,Rio de Janeiro,Brasil, 2007.
- [14] LOPES, R.K.D, **Análise de Estruturas Sujeitas a Vibrações Induzidas por Vórtices**, Dissertação de M.Sc.,COPPE/UFRJ,Rio de Janeiro,Brasil,2006.
- [15] SILVA, E.M.C, **Vibração Auto Induzida por Vorticidade**,Tese de Doutorado,Departamento de Engenharia Mecânica,UFRJ,2007.
- [16] CHAKRABARTI S. K.,**The Theory and Practice of Hydrodynamics and Vibration**. World Scientific, Singapore, 2002.
- [17] QUEIROZ, J. O , **Metodologia Híbrida de Análise de Plataforma do Tipo TLP Considerando os Tracionadores dos Risers**, Dissertação de M.Sc,COPPE/UFRJ. Rio de Janeiro, Brasil, 2014.

[18] GIRÓN, A. R. C. **Aplicação de Metodologias de Projeto Integrado de Sistemas de Ancoragem e Risers na Exploração de Petróleo Offshore**, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2009.

[19] F.VAN DEN ABDELEe and J.VANDE VOORDE, **Stability of offshore pipelines in close proximity to seabed**, 6<sup>th</sup> pipeline technology conference, 2011.

[20] S.E.MOTAGHIAN, M. MOFID, P. ALANJARI, Exact Solution to Free Vibration of Beams Partially Supported by an Elastic Foundation, Scientia Iranica 18(4) pp 861-866, 2011.

[21] SAMPAIO, A.E.G, **Análise do Comportamento Dinâmico de Coluna Semi-Enterrado**, Dissertação de M.Sc, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2004.

[22] SEREBRENICK, G, **Análise da Estabilidade de Colunas Esbeltas Parcialmente Enterradas em uma Fundação Elástica não Linear**, Dissertação de M.Sc, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2004.

[23] OLIVEIRA, S.S, **Estudo do Comportamento Mecânico de Dutos em Vão Livre**, Departamento de Engenharia Mecânica, UFF, Brasil, 2015.

[24] Maple 17 User Manual, 2013

[25] ANSYS 12.0 User's Manual. ANSYS Inc., Canonsburg, PA, 2009.

[26] CHRISTOPHER BRIDGE, **Effects of Seabed Interaction on Steel Catenary Risers**, Tese de Phd, University of Surrey, School of Engineering, 1995.

[27] SAKAMOTO, F.Y, **Modelagem Dinâmica da Zona de Contato entre Riser e Fundo do Mar sob Ação de Deslocamento e Tração Impostos**, Dissertação de MSc., Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Estruturas e Geotecnia, 2013.

[28] LEE PEARSON, Influence of Pipeline Span on the Dynamic Response, Duke University, 2005

[29] de ALMEIDA, C.T, **Análise de Vibrações Induzidas por Vórtices em um Riser de Perfuração**, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Departamento de Mecânica Aplicada, 2010.

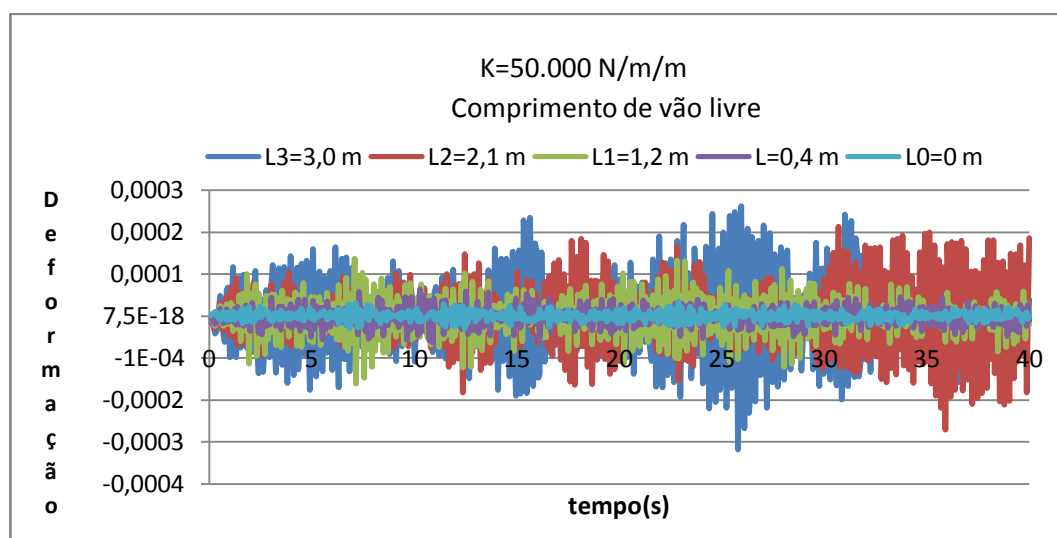
[30] BAIOCO, J.S, **Síntese e Otimização de Rotas de Dutos Submarinos Considerando Critérios de Estabilidade Hidrodinâmicos**, Dissertação de MSc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2011.

[31] BEZERRA, F.T.S, **Frequência Natural de Vibração de Dutos Submarinos em Vãos Livres**, Projeto de Graduação de Engenharia Naval e Oceânica da Escola Politécnica, UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2014.

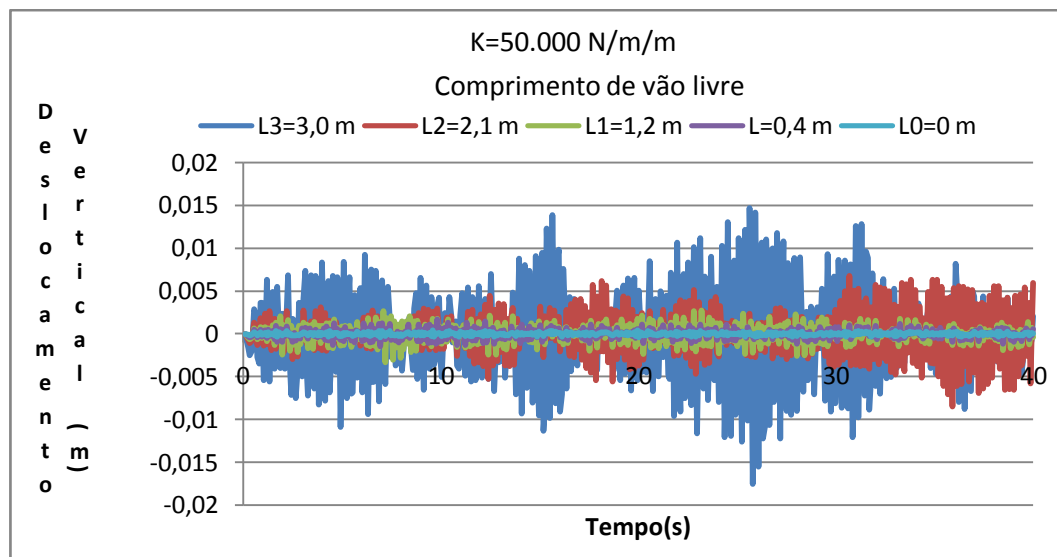
## Apêndice-A

Os gráficos abaixo são referentes ao estudo da dissertação para o modelo estudado para o caso 1, modelo do caso reduzido, onde estão presentes as deformações, os deslocamentos verticais, os deslocamentos transversais e as tensões de Von Mises variando no tempo para cada variação de comprimento de vão livre. Todos os gráficos foram feitos para os casos dos dutos bi-apoiados e bi-engastados e para os casos das argilas muito fofa ( $K=50.000 \text{ N/m/m}$ ), argila fofa ( $K=160.000 \text{ N/m/m}$ ), argila firme ( $K=500.000 \text{ N/m/m}$ ) e argila muito rígida ( $K=2.000.000 \text{ N/m/m}$ ).

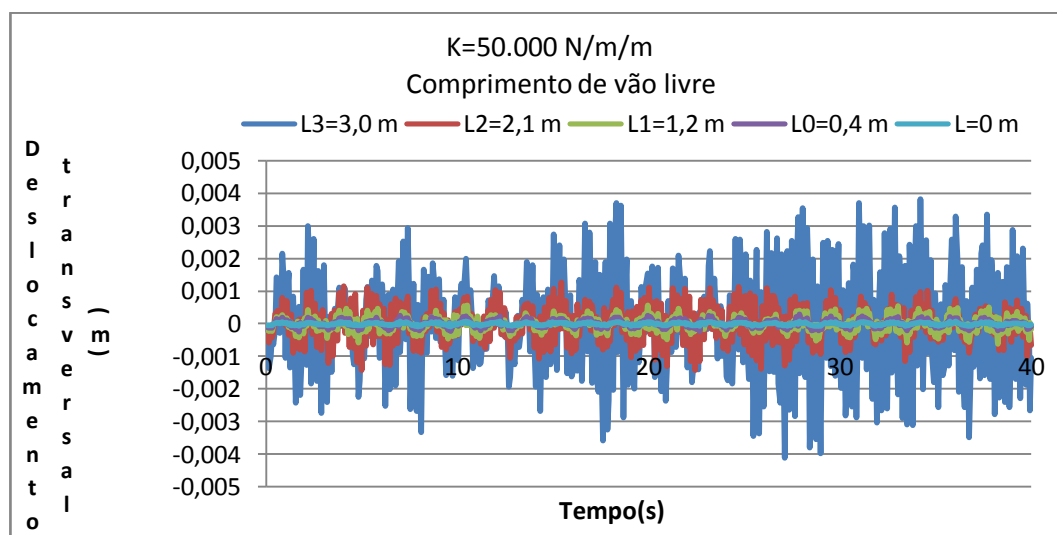
### Duto Bi-apoiado



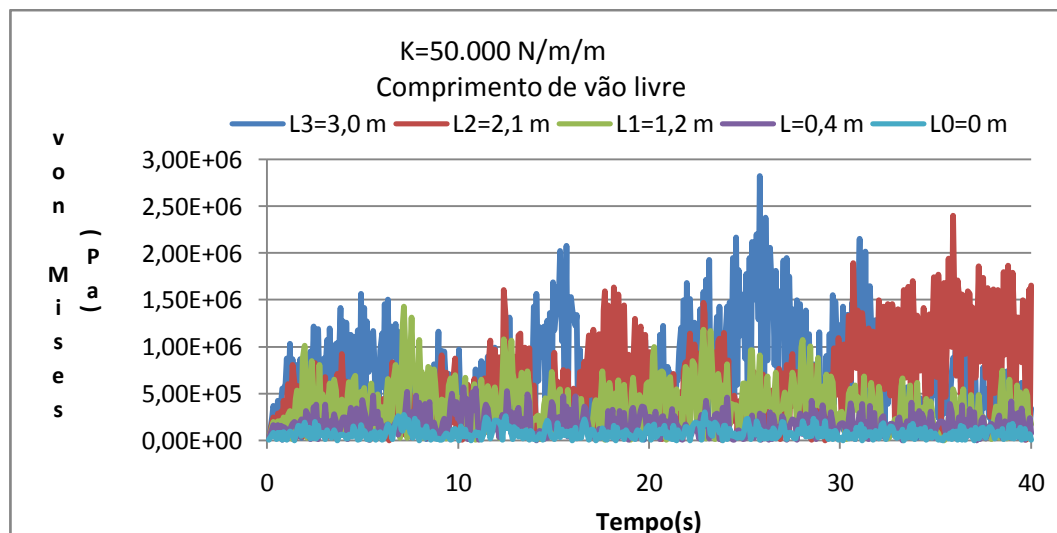
A.1- Gráfico de deformação de duto bi-apoiado para argila muito fofa



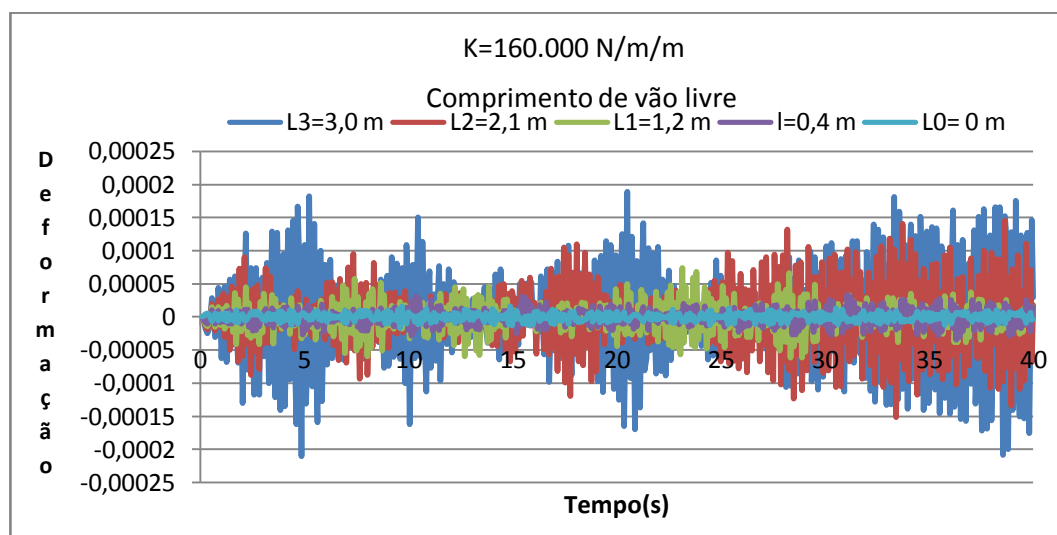
A.2- Gráfico de deslocamento vertical de duto bi-apoiado para argila muito fofa



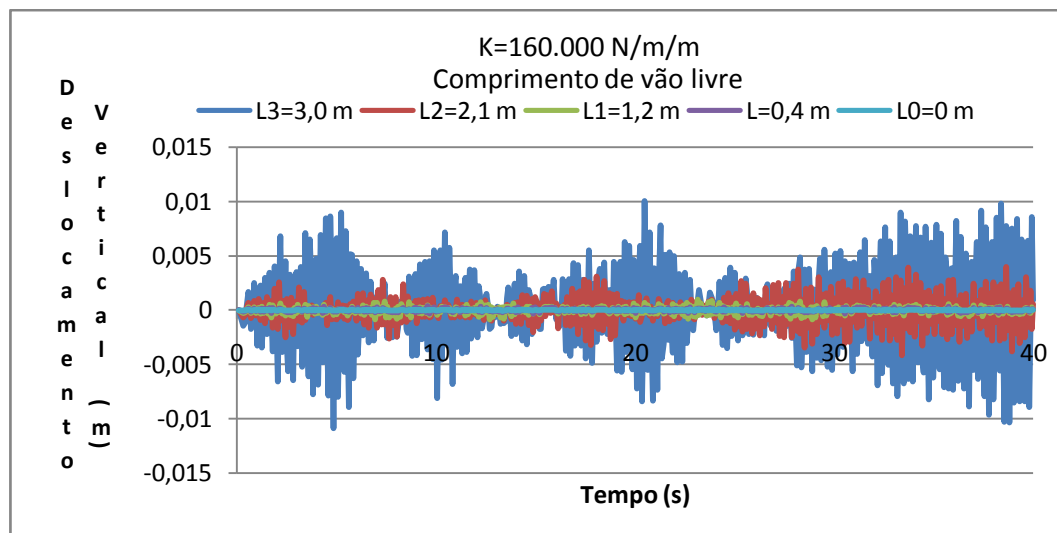
A.3- Gráfico de deslocamento transversal de duto bi-apoiado para argila muito fofa



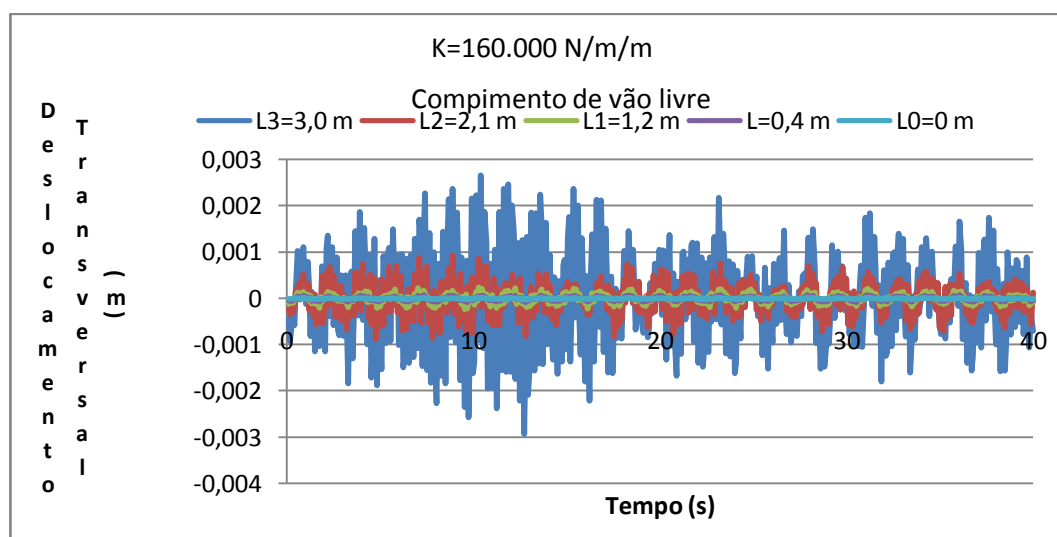
A.4- Gráfico de tensão de von Mises de duto bi-apoiado para argila muito fofa



A.5- Gráfico de deformação de duto bi-apoiado para argila fofa

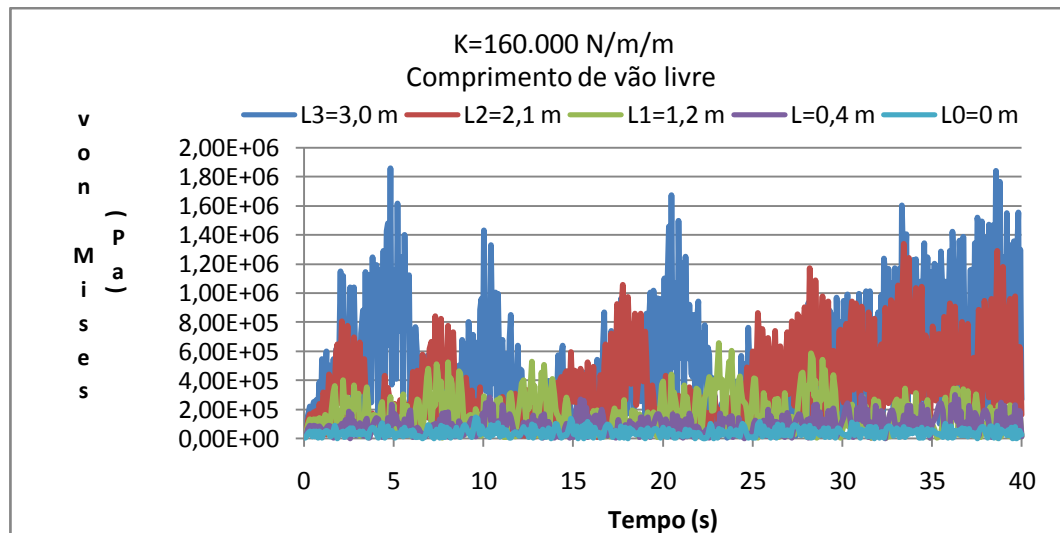


A.6- Gráfico de deslocamento vertical de duto bi-apoiado para argila fofa

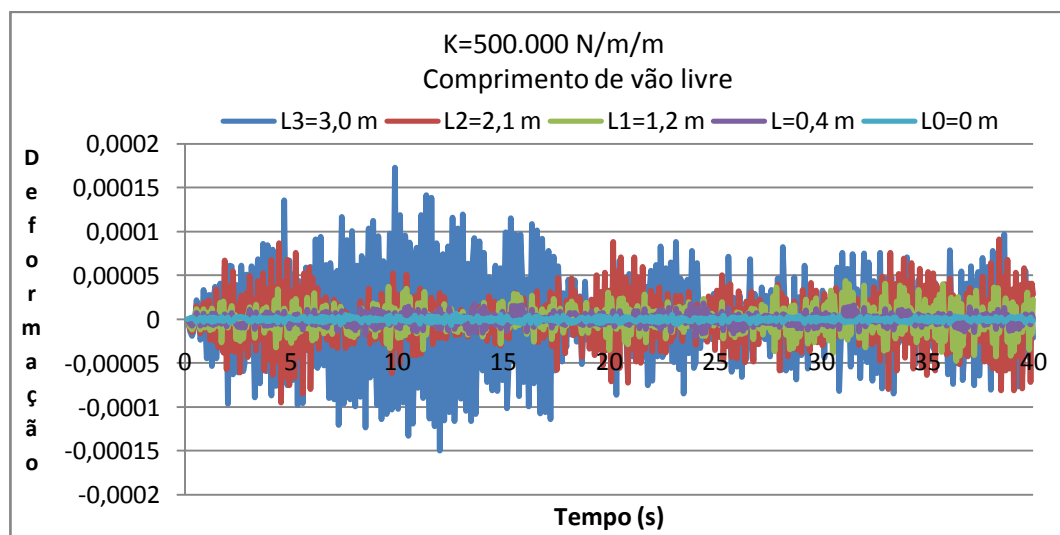


A.7- Gráfico de deslocamento transversal de duto bi-apoiado para argila fofa

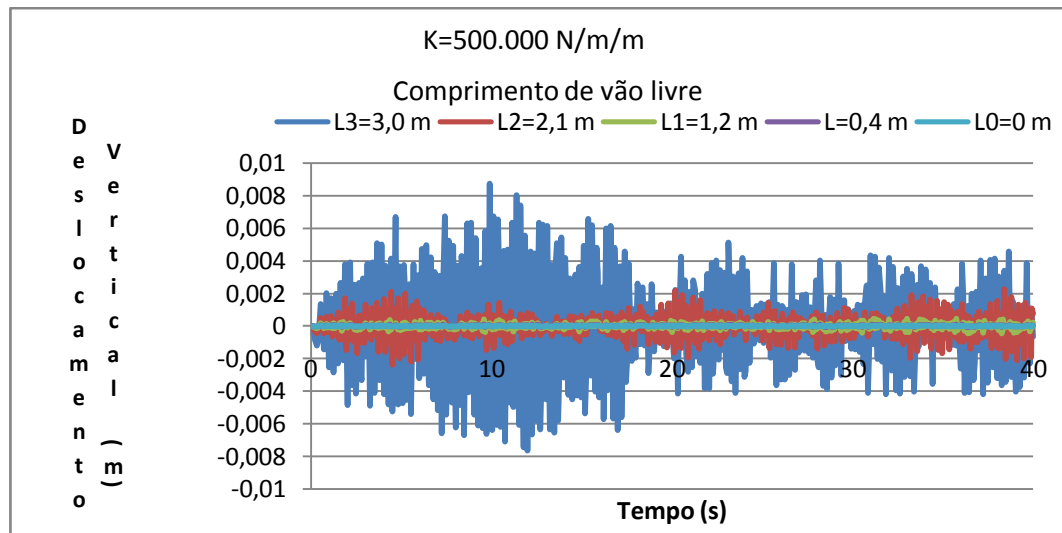




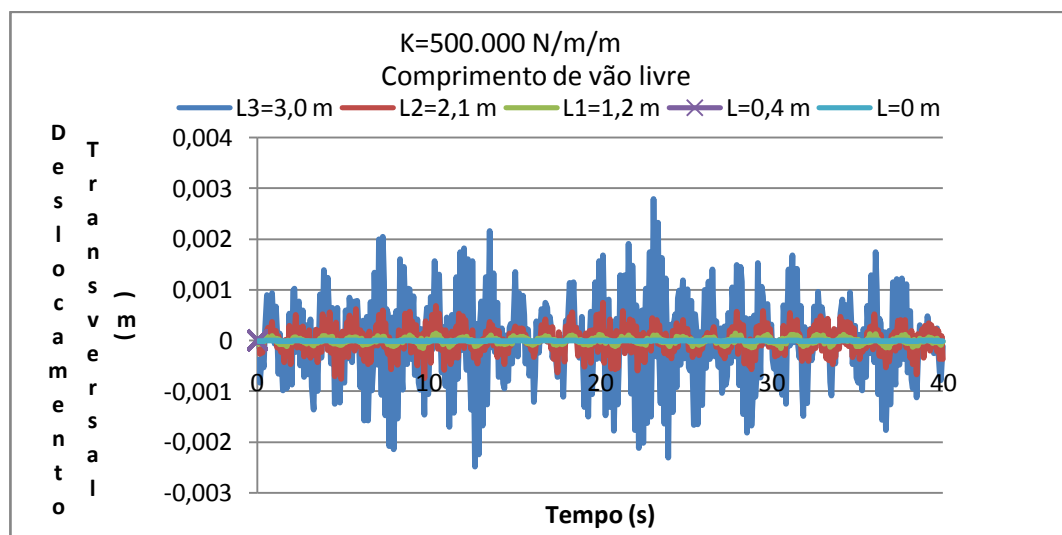
A.8- Gráfico de tensão de von Mises de duto bi-apoiado para argila fofa



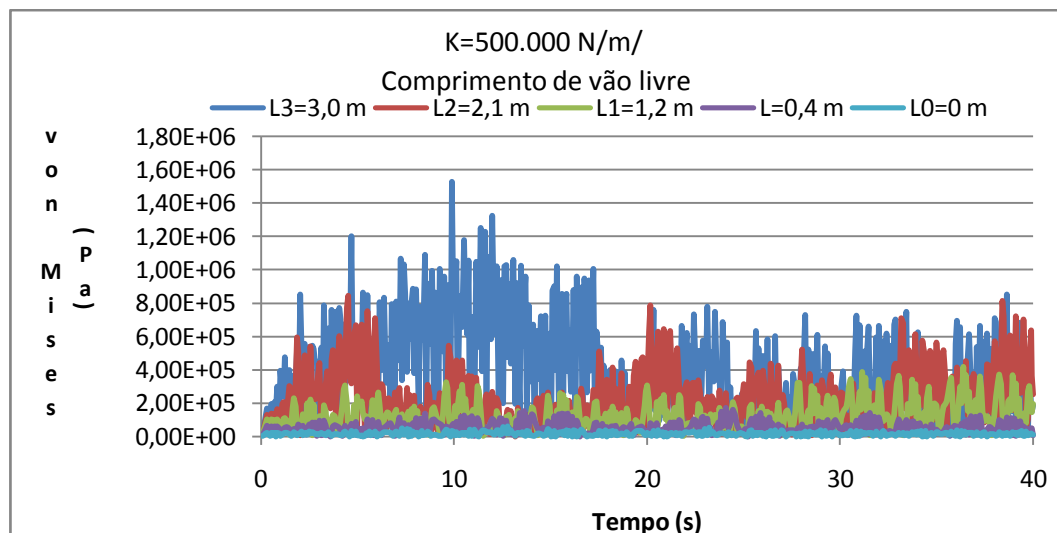
A.9- Gráfico de deformação de duto bi-apoiado para argila firme



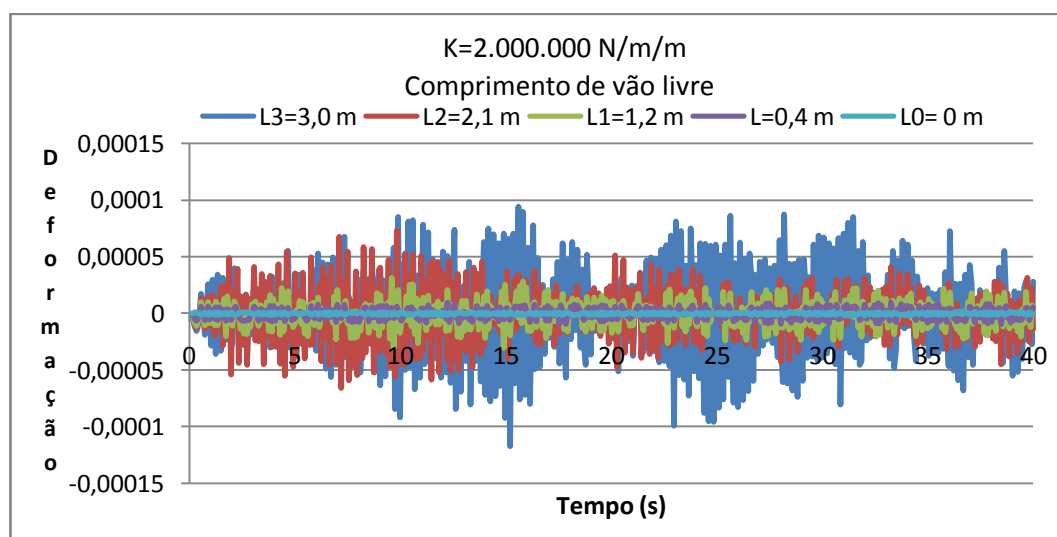
A.10- Gráfico de deslocamento vertical de duto bi-apoiado para argila firme



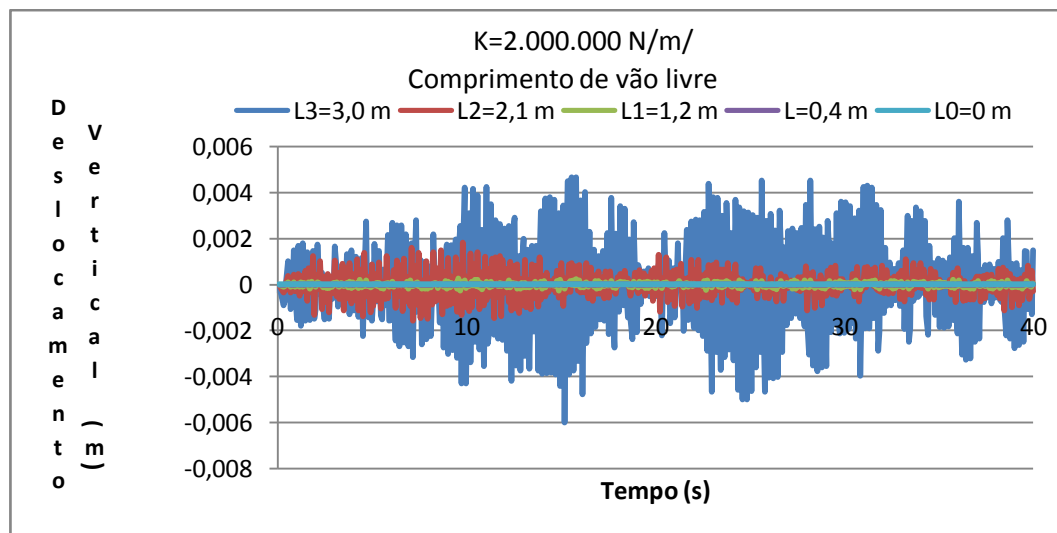
A.11-Gráfico de deslocamento transversal de duto bi-apoiado para argila firme



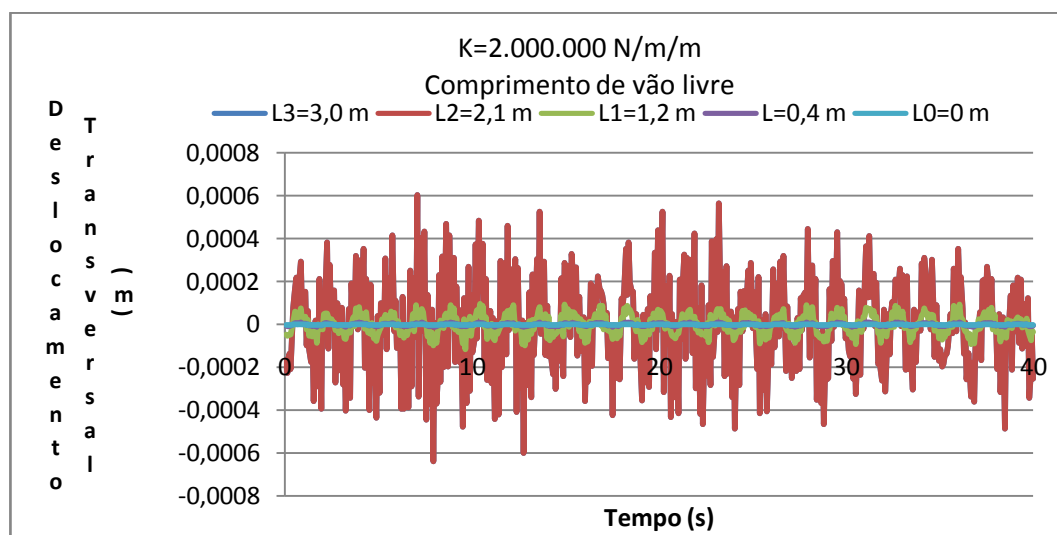
A.12- Gráfico de tensão de von Mises de duto bi-apoiado para argila firme



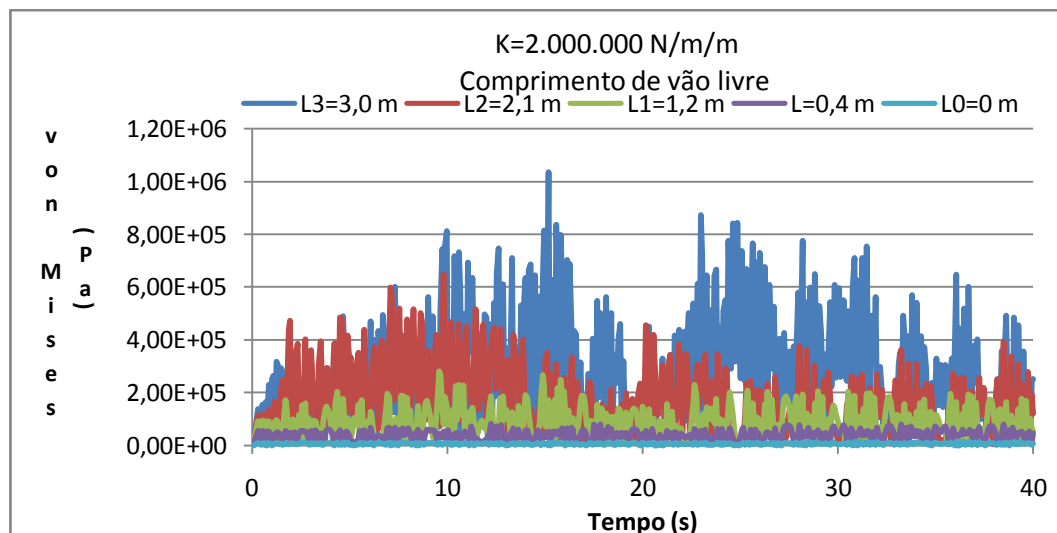
A.13- Gráfico de deformação de duto bi-apoiado para argila muito rígida



A.14- Gráfico de deslocamento vertical de duto bi-apoiado para argila muito rígida

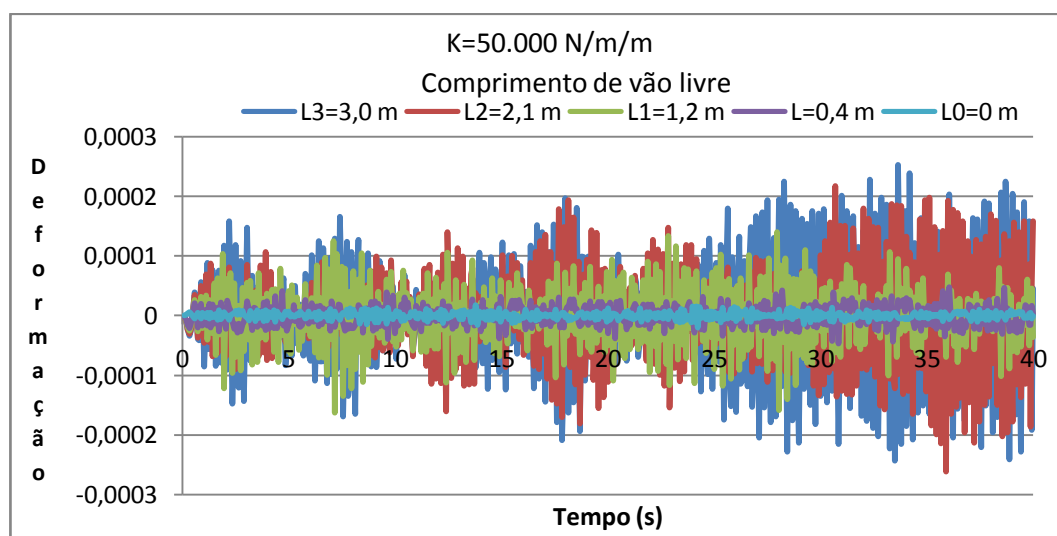


A.15- Gráfico de deslocamento transversal de duto bi-apoiado para argila muito rígida

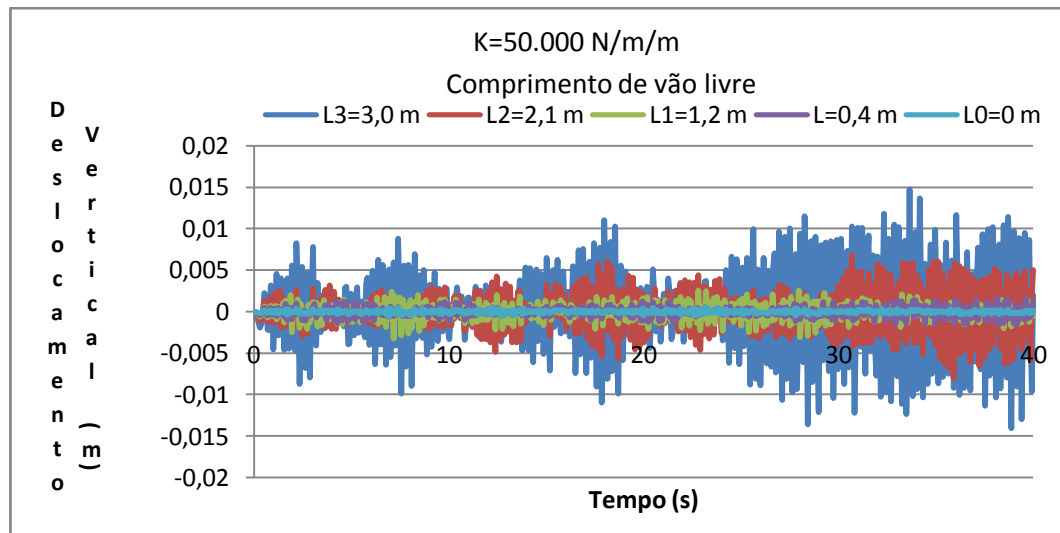


A.16- Gráfico de tensão de von Mises de duto bi-apoiado para argila muito rígida

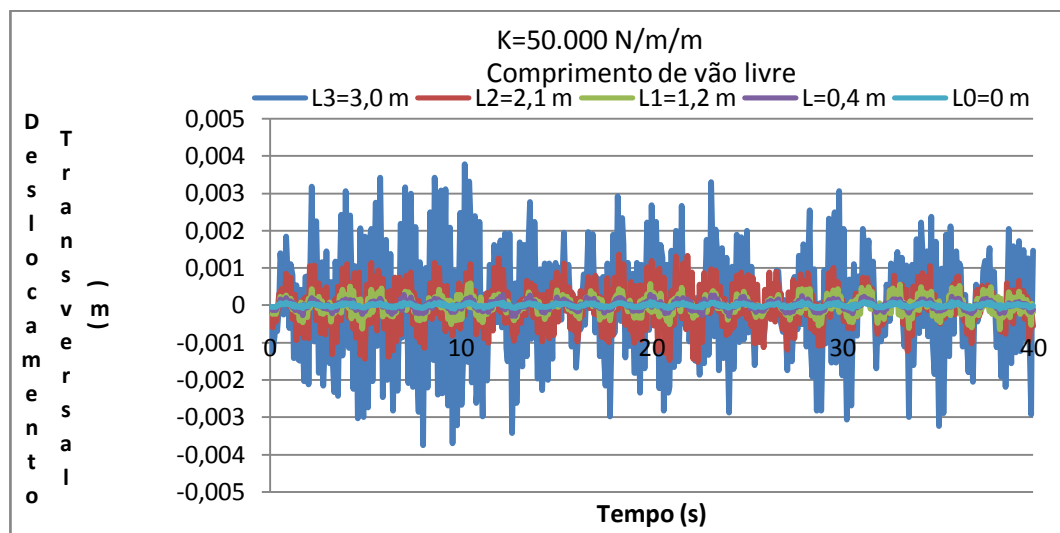
### Duto Bi-engastado



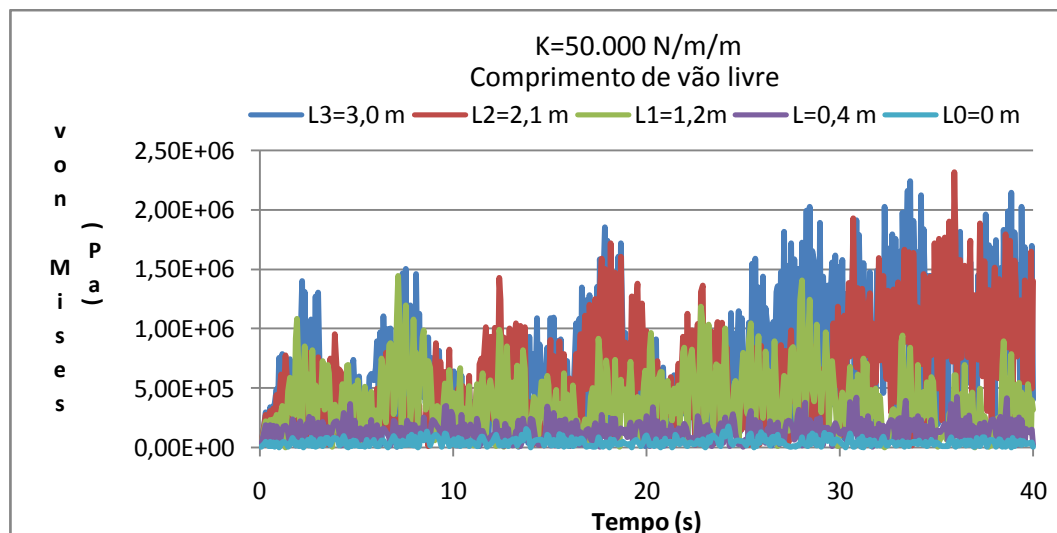
A.17- Gráfico de deformação de duto bi-engastado para argila muito fofa



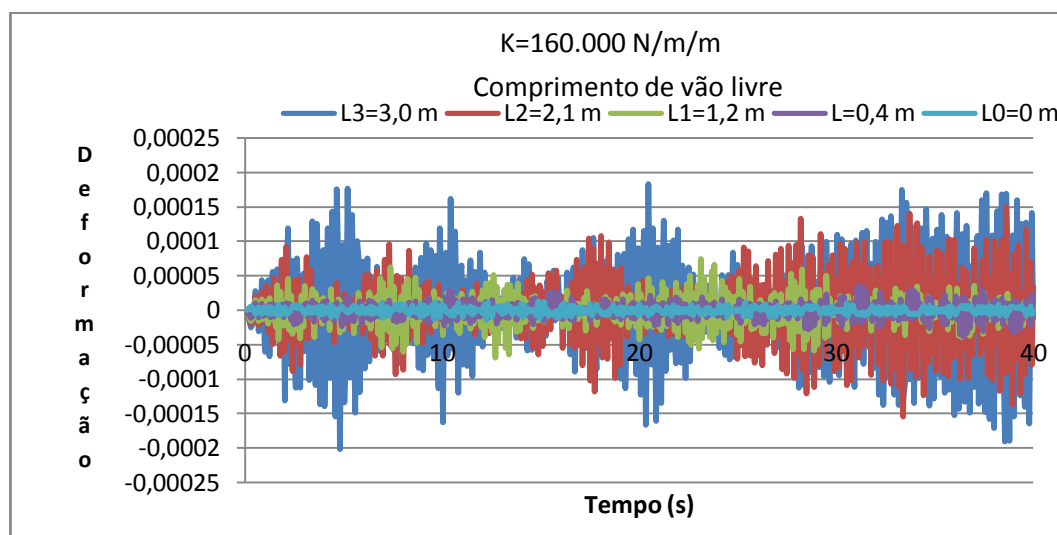
A.18- Gráfico de deslocamento vertical de duto bi-engastado para argila muito fofa



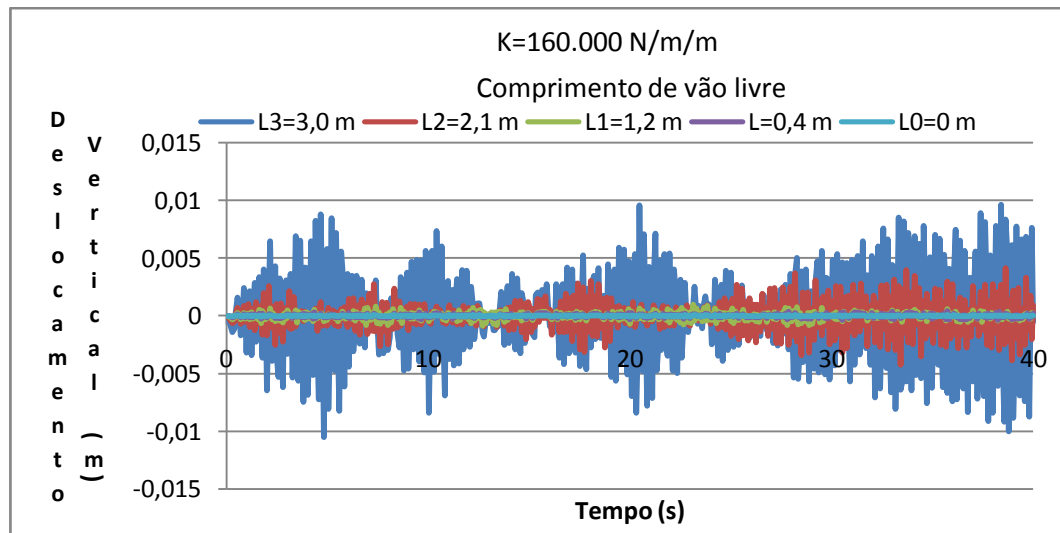
A.19- Gráfico deslocamento transversal de duto bi-engastado para argila muito fofa



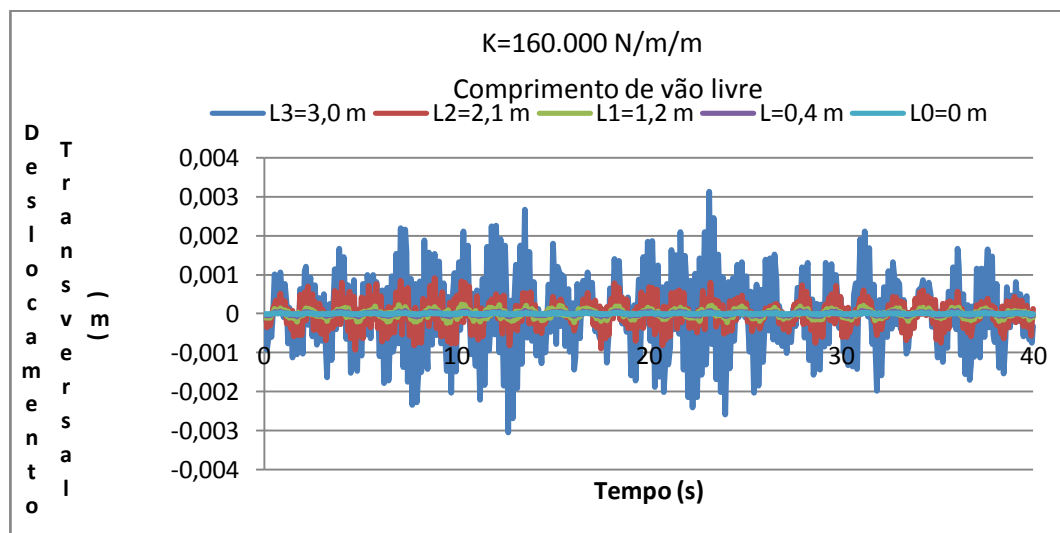
A.20- Gráfico de tensão de Von Mises de duto bi-engastado para argila muito fofa



A.21- Gráfico deformação de duto bi-engastado para argila fofa

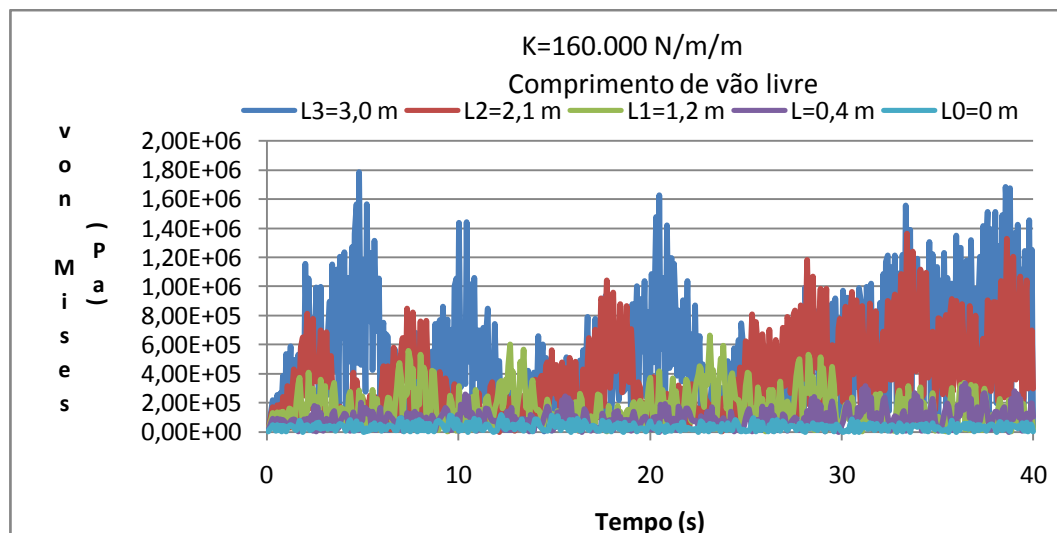


A.22- Gráfico de deslocamento vertical de duto bi-engastado para argila fofa

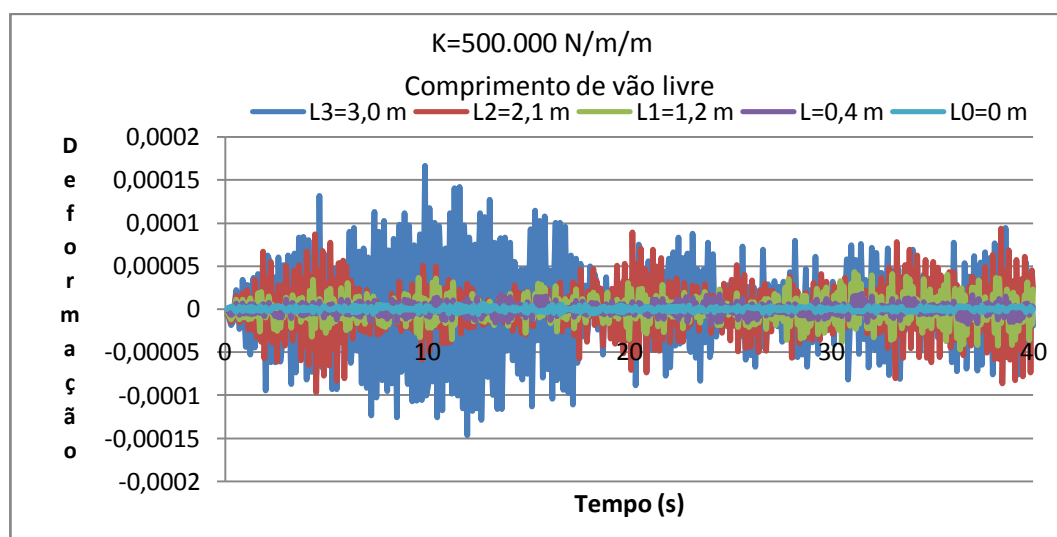


A.23- Gráfico de deslocamento transversal de duto bi-engastado para argila fofa

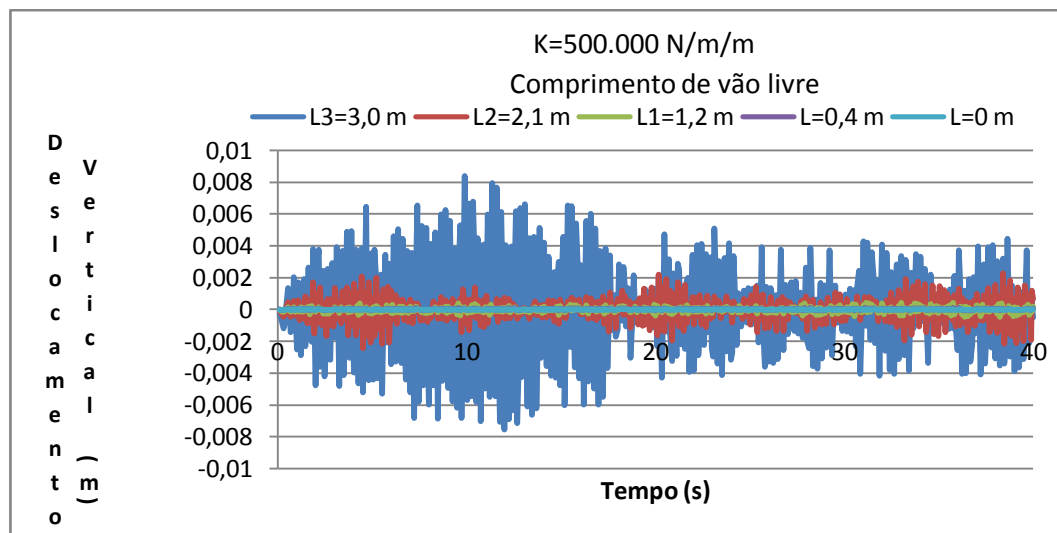




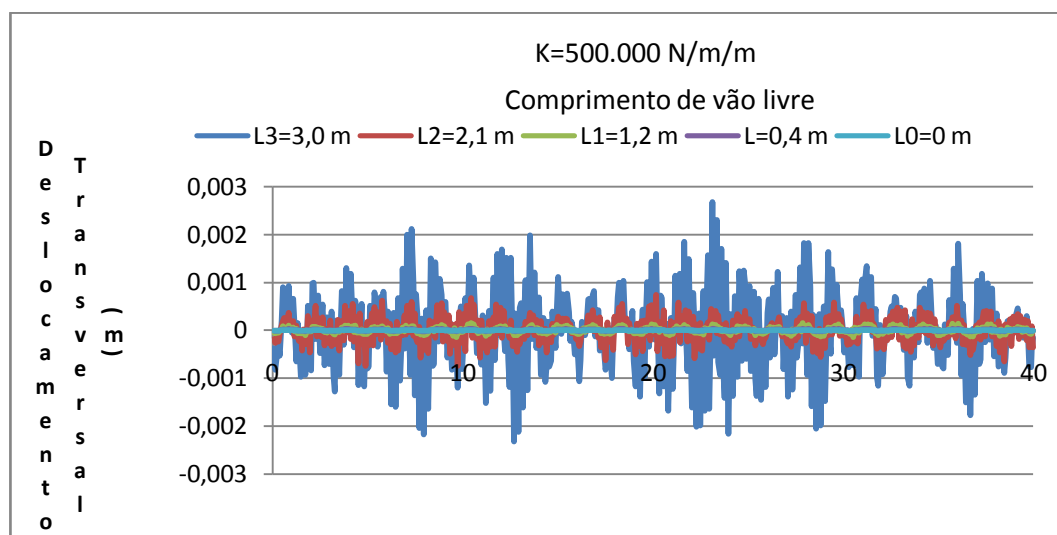
A.24- Gráfico de tensão de Von Mises de duto bi-engastado para argila fofa



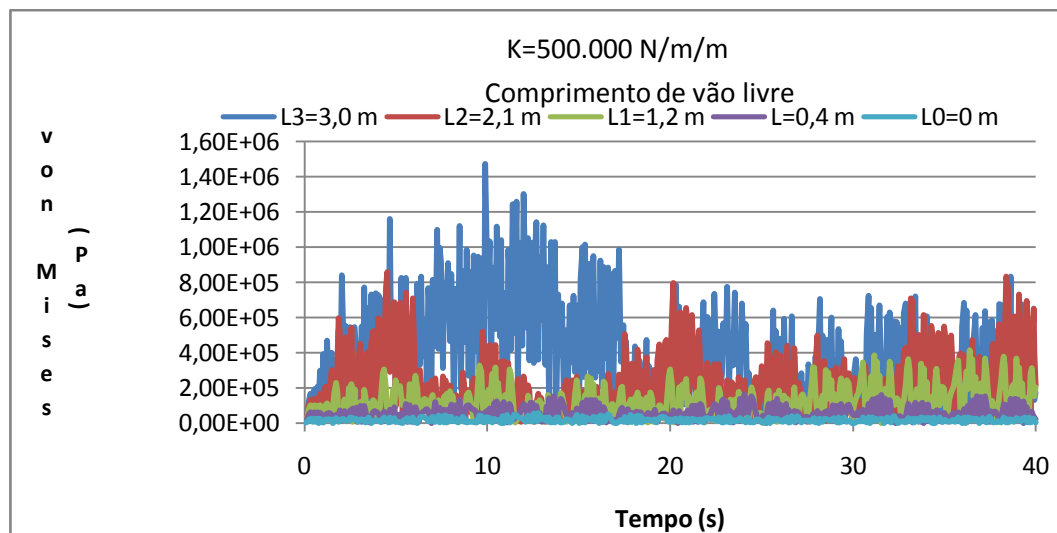
A.25- Gráfico de deformação de duto bi-engastado para argila firme



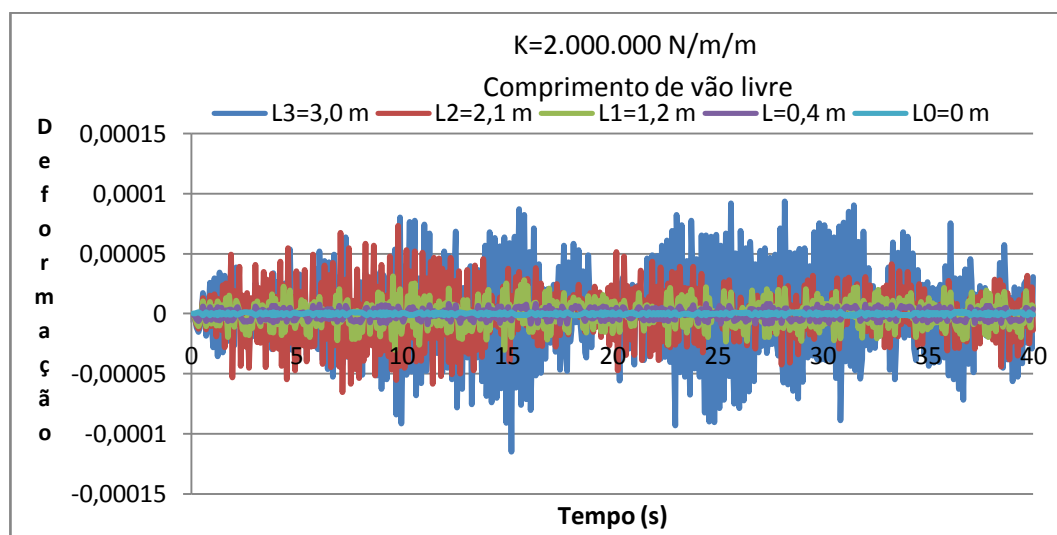
A.26- Gráfico de deslocamento vertical de duto bi-engastado para argila firme



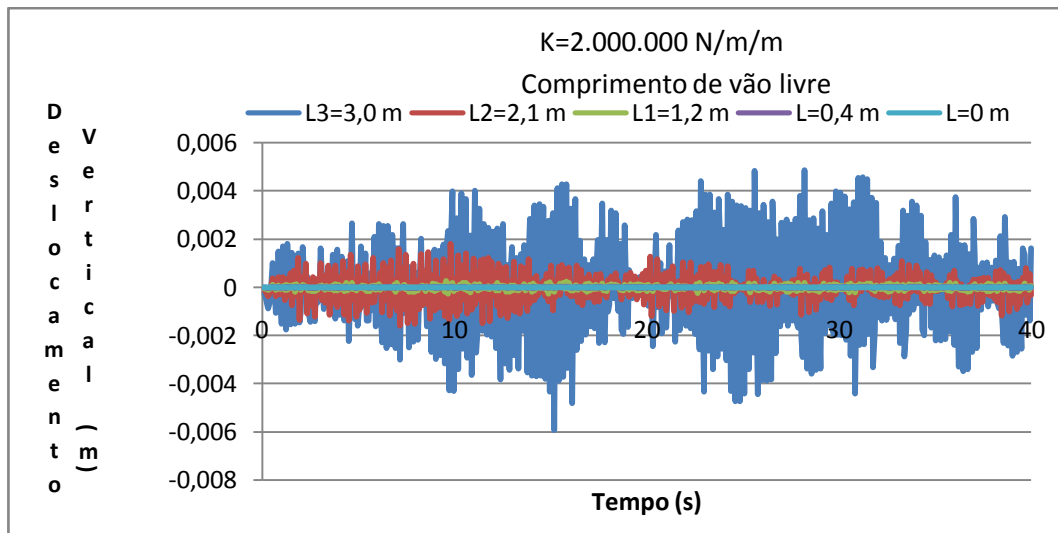
A.27- Gráfico de deslocamento transversal de duto bi-engastado para argila firme



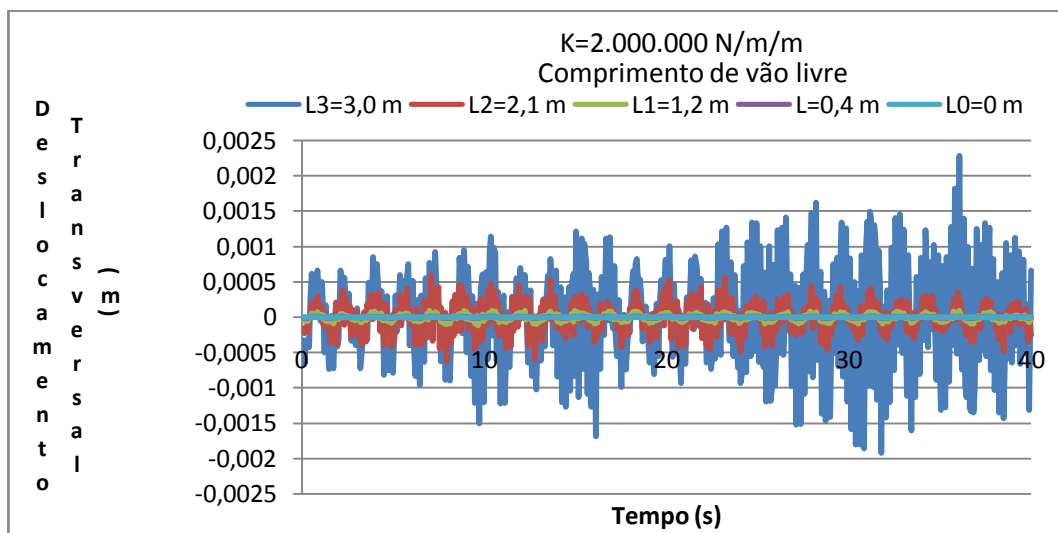
A.28- Gráfico de tensão de Von Mises de duto bi-engastado para argila firme



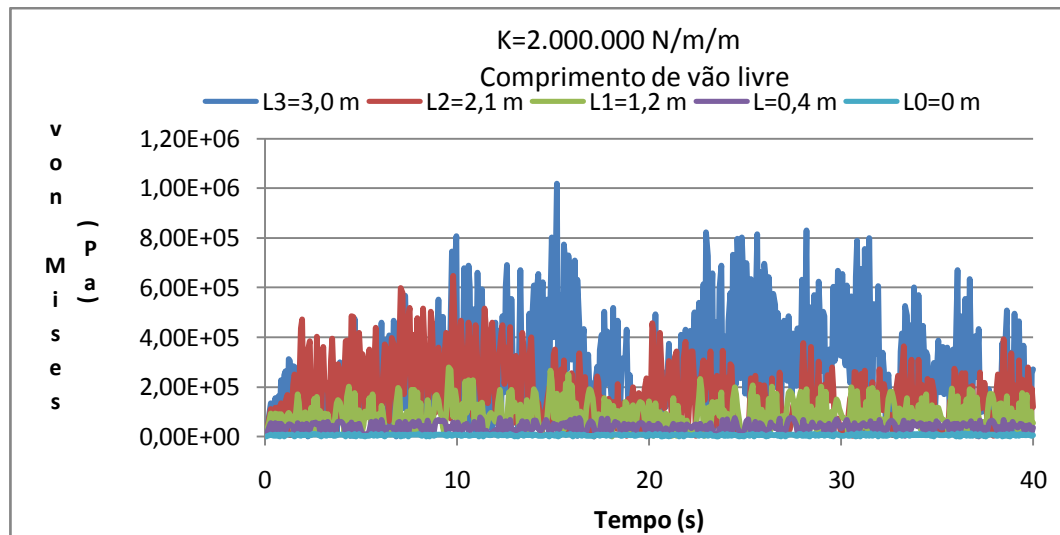
A 29- Gráfico de deformação de duto bi-engastado para argila muito rígida



A.30- Gráfico de deslocamento vertical de duto bi-engastado para argila muito rígida



A.31- Gráfico de deslocamento transversal de duto bi-engastado para argila muito rígida

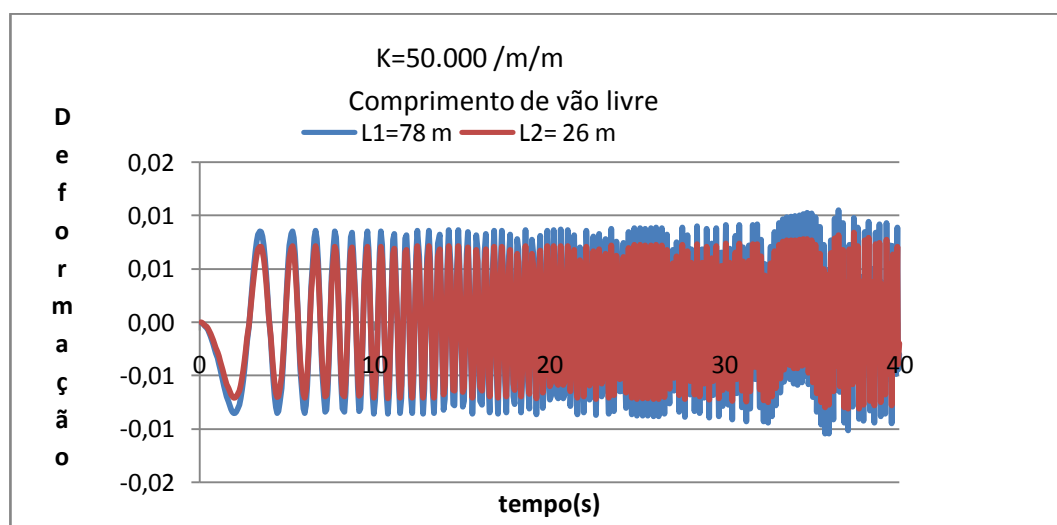


A.32- Gráfico de tensão de Von Mises de duto bi-engastado para argila muito rígida

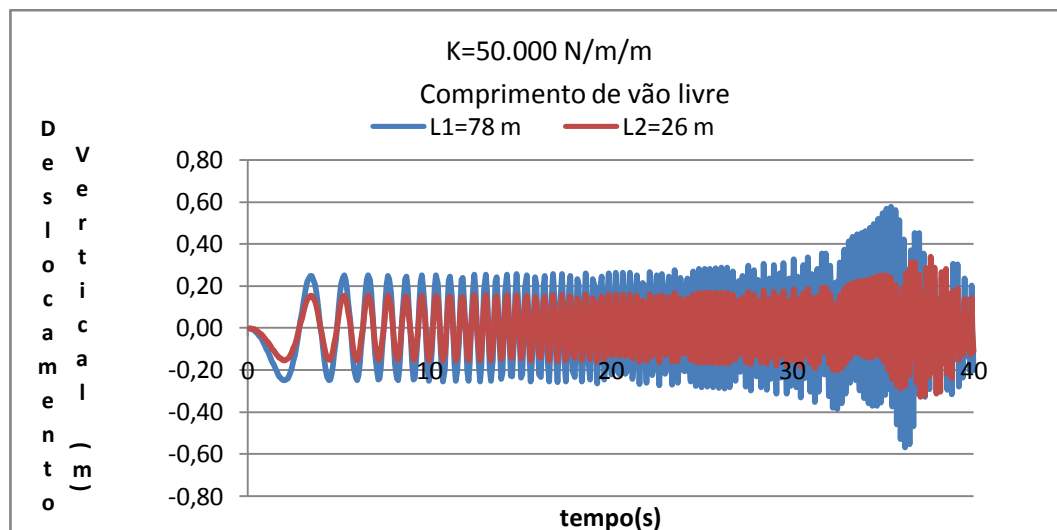
## Apêndice -B

Os gráficos abaixo são referentes ao estudo da dissertação para o modelo estudado para o caso 2, modelo do caso real, onde estão presentes as deformações, os deslocamentos verticais, os deslocamentos transversais e as tensões de Von Mises variando no tempo para cada variação de comprimento de vão livre. Todos os gráficos foram feitos para os casos dos dutos bi-apoiados e bi-engastados e para os casos das argilas muito fofa ( $K=50.000 \text{ N/m/m}$ ), argila fofa ( $K=160.000 \text{ N/m/m}$ ), argila firme ( $K=500.000 \text{ N/m/m}$ ) e argila muito rígida ( $K=2.000.000 \text{ N/m/m}$ ).

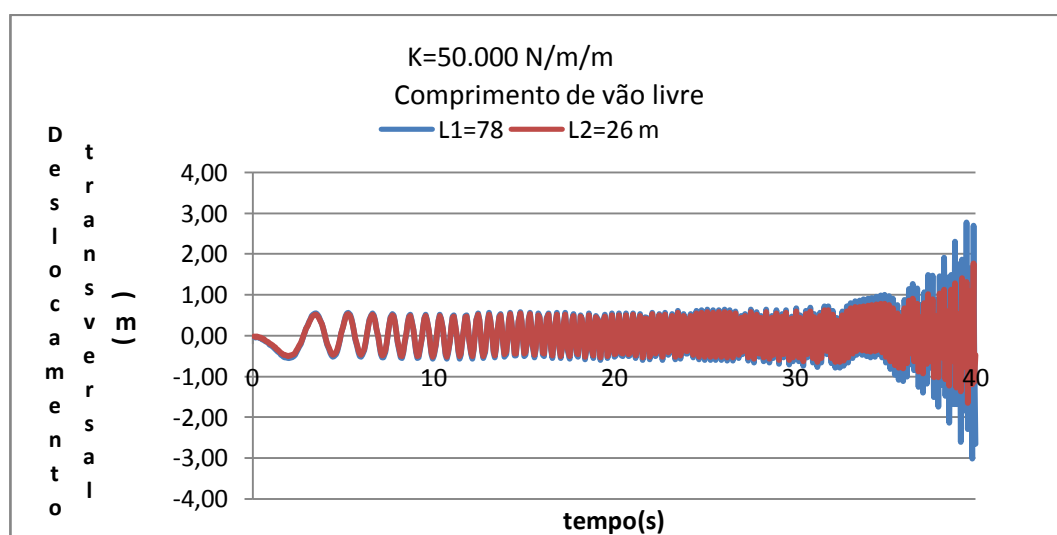
### Duto bi-apoiado



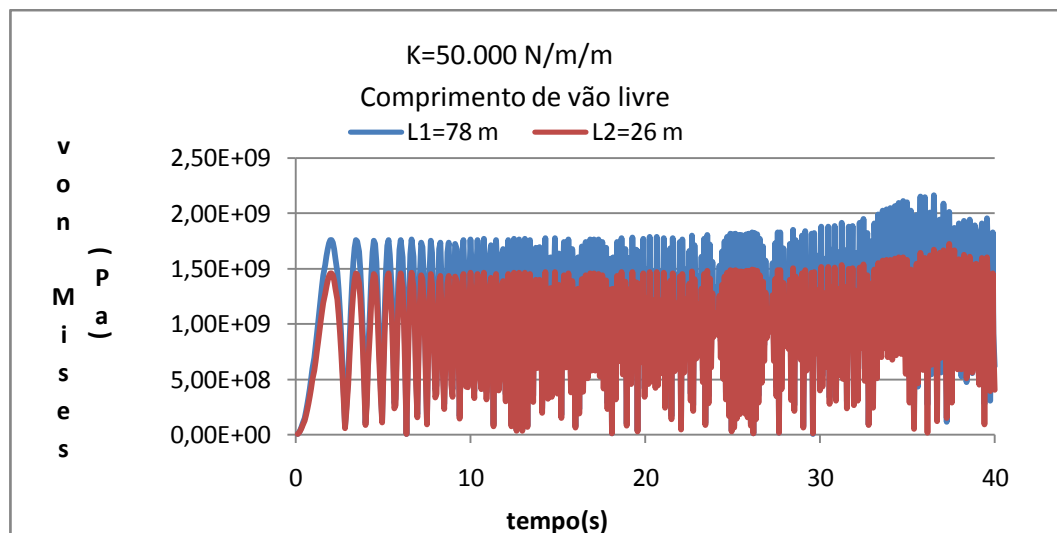
B. 1-Gráfico de deformação de duto bi-apoiado para argila muito fofa



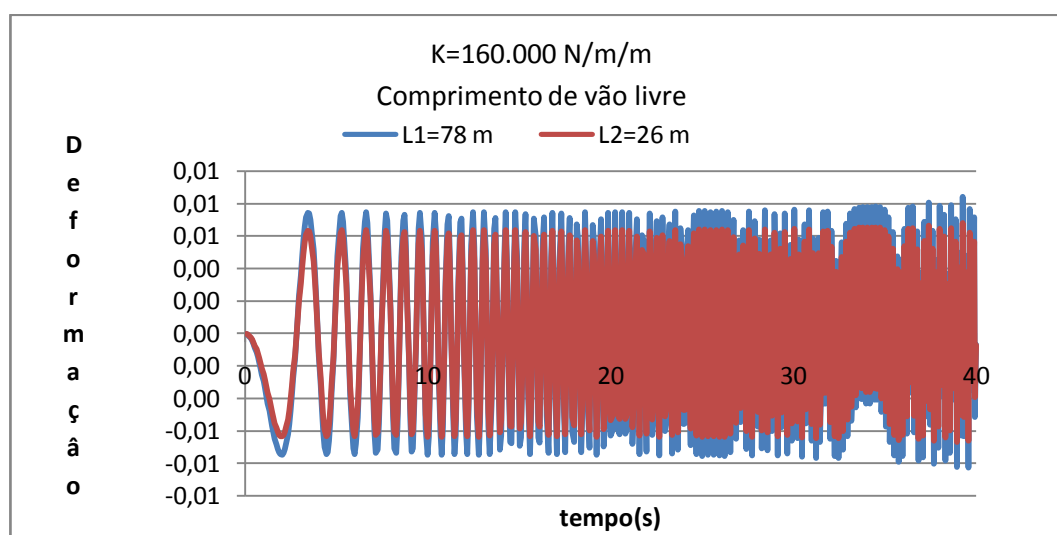
B. 2-Gráfico de deslocamento vertical de duto bi-apoiado para argila muito fofa



B. 3-Gráfico de deslocamento transversal de duto bi-apoiado para argila muito fofa

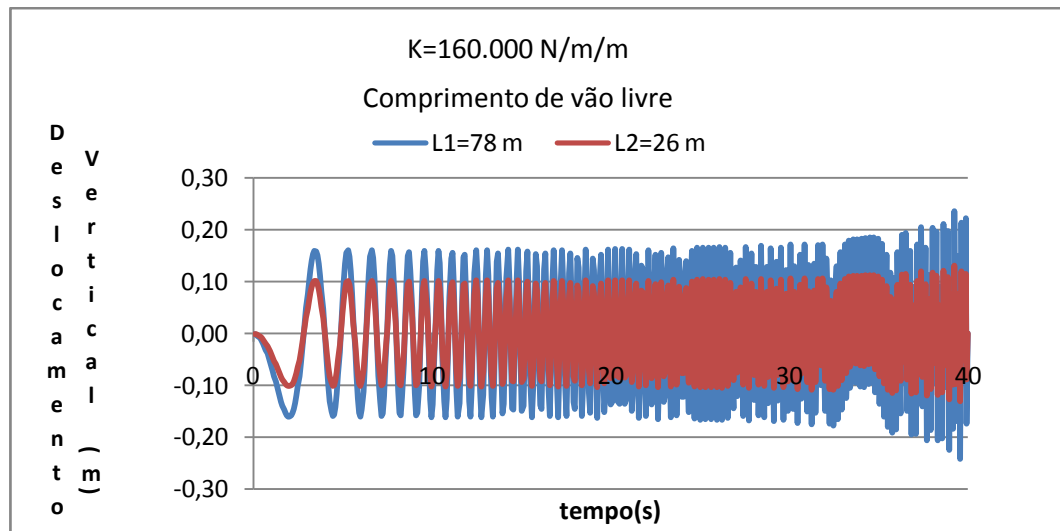


B. 4-Gráfico de tensão de von Mises de duto bi-apoiado para argila muito fofa

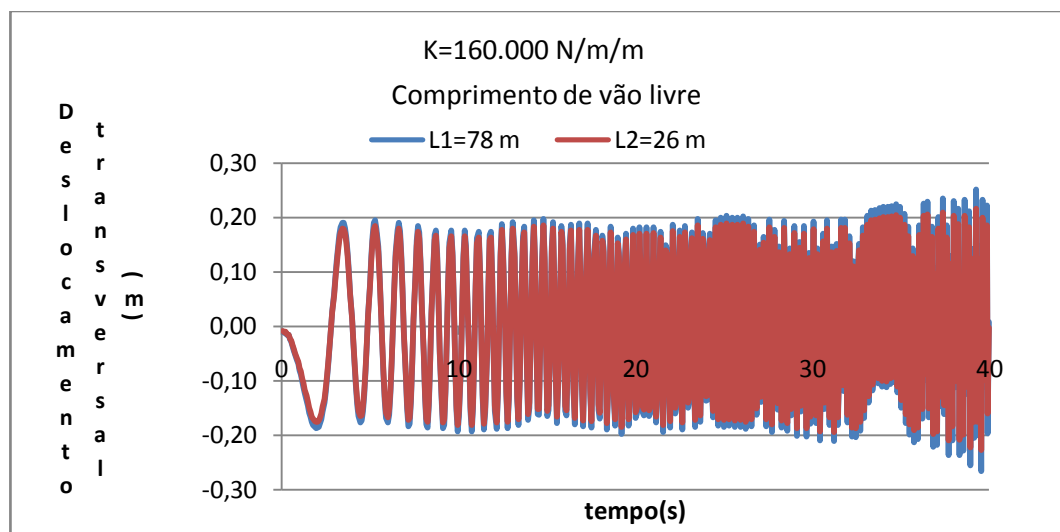


B. 5-Gráfico de deformação de duto bi-apoiado para argila fofa

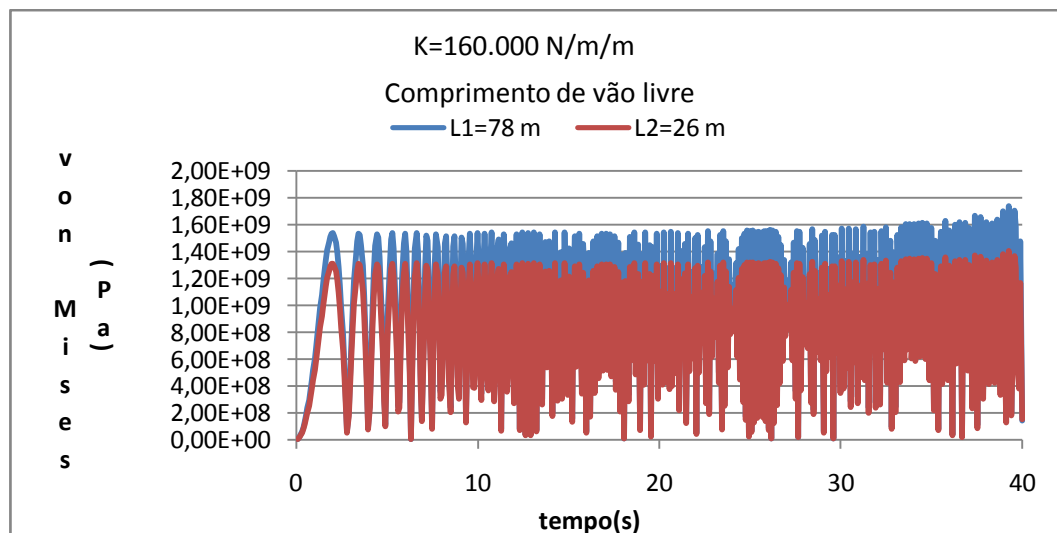




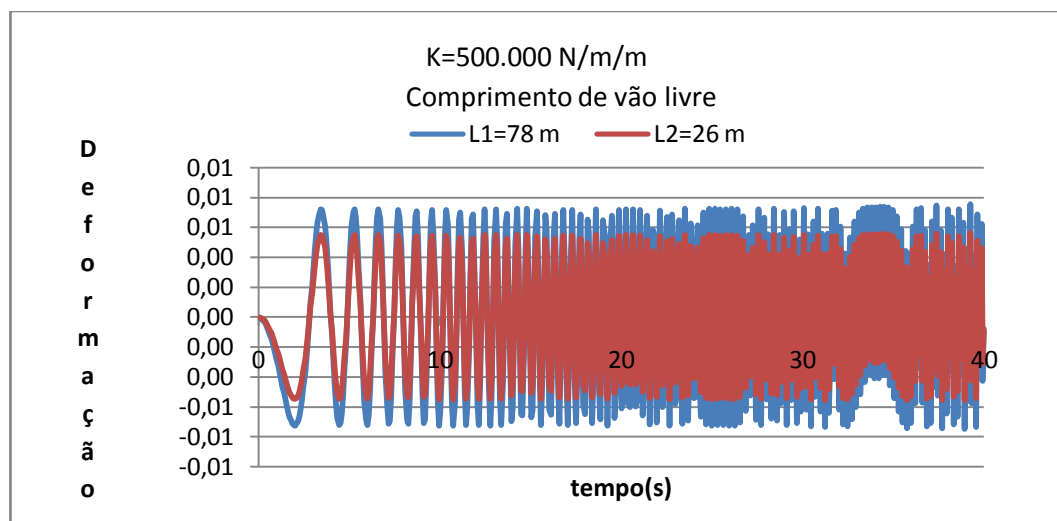
B. 6-Gráfico de deslocamento vertical de duto bi-apoiado para argila fofa



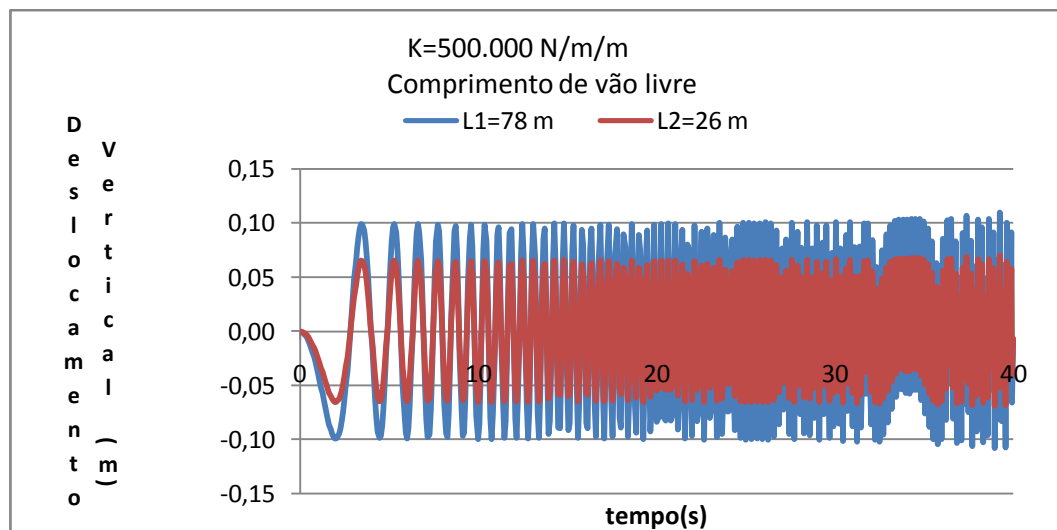
B. 7-Gráfico de deslocamento transversal de duto bi-apoiado para argila fofa



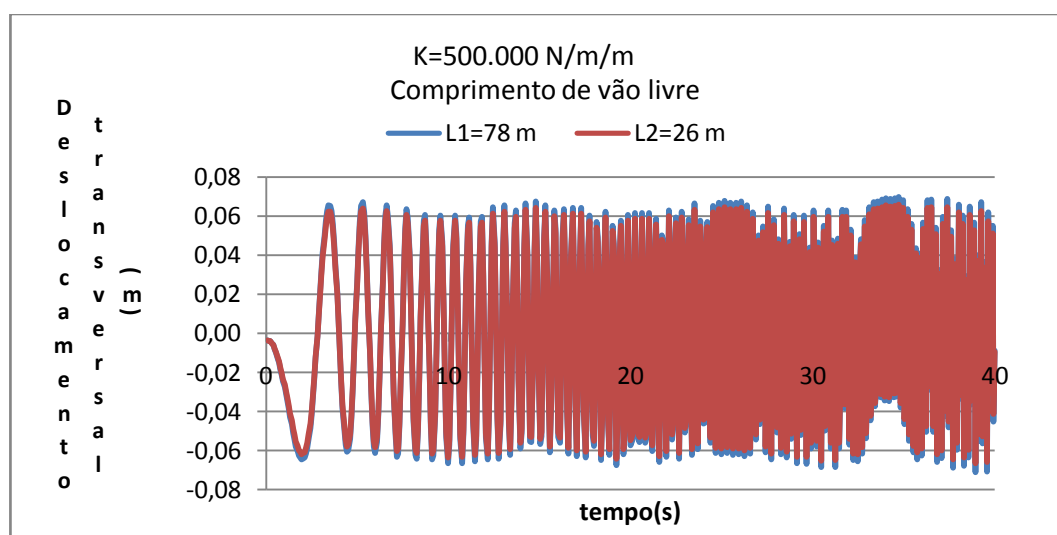
B. 8-Gráfico de tensão de von Mises de duto bi-apoiado para argila fofa



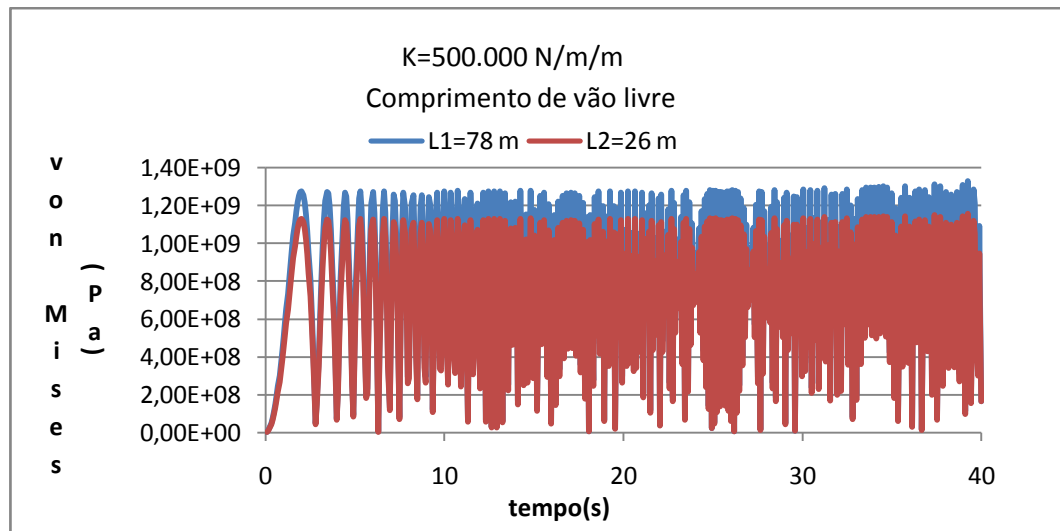
B. 9-Gráfico de deformação de duto bi-apoiado para argila firme



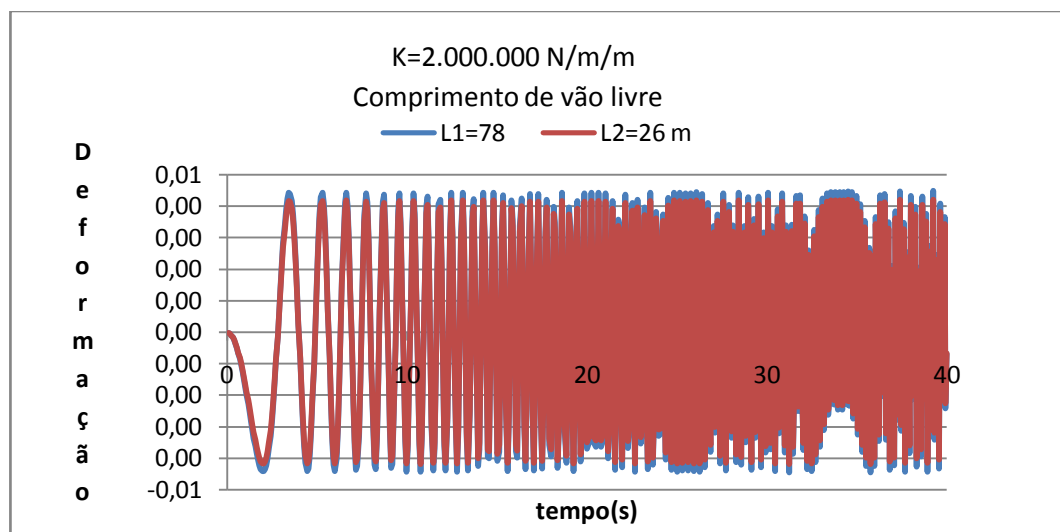
B. 10-Gráfico de deslocamento vertical de duto bi-apoiado para argila firme



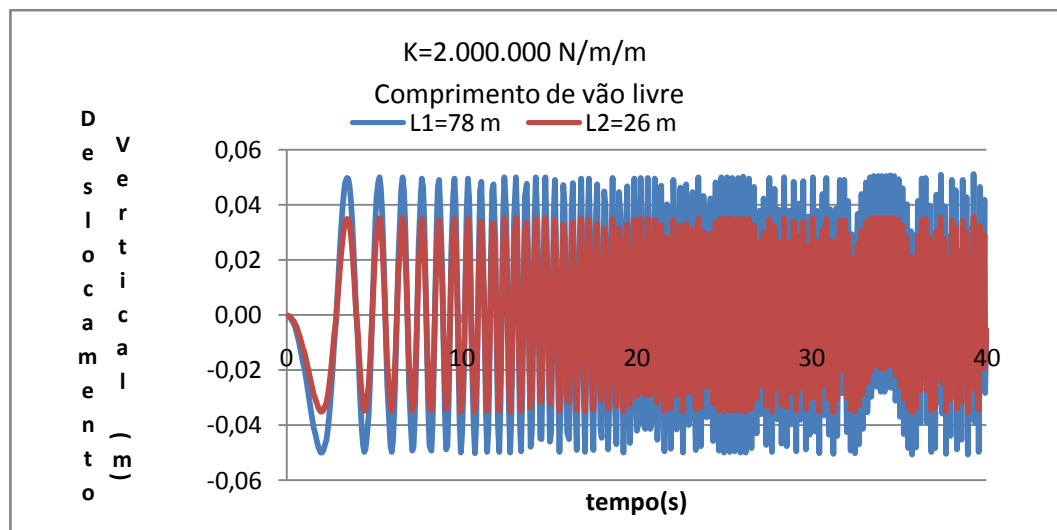
B. 11-Gráfico de deslocamento transversal de duto bi-apoiado para argila firme



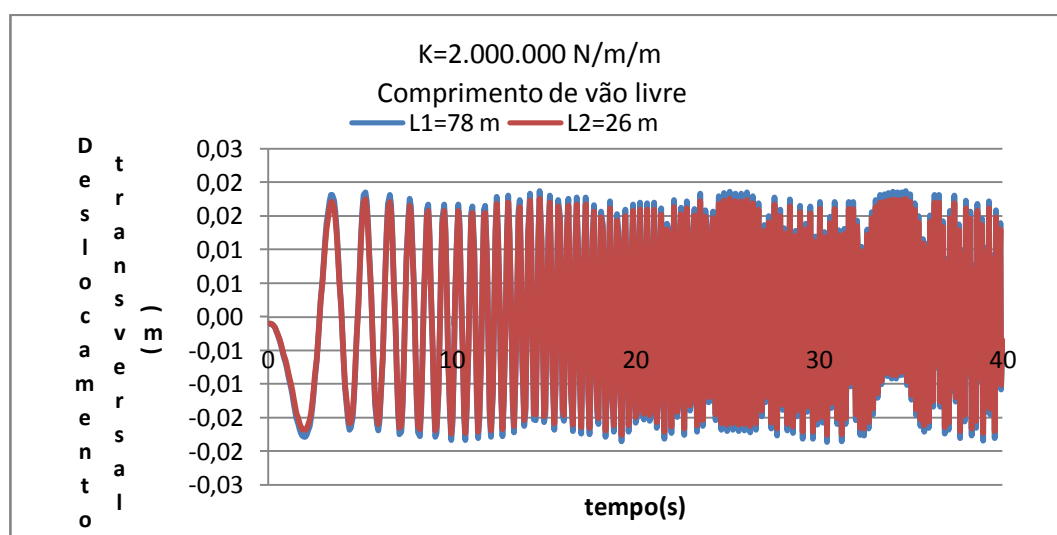
B. 12-Gráfico de tensão de von Mises de duto bi-apoiado para argila firme



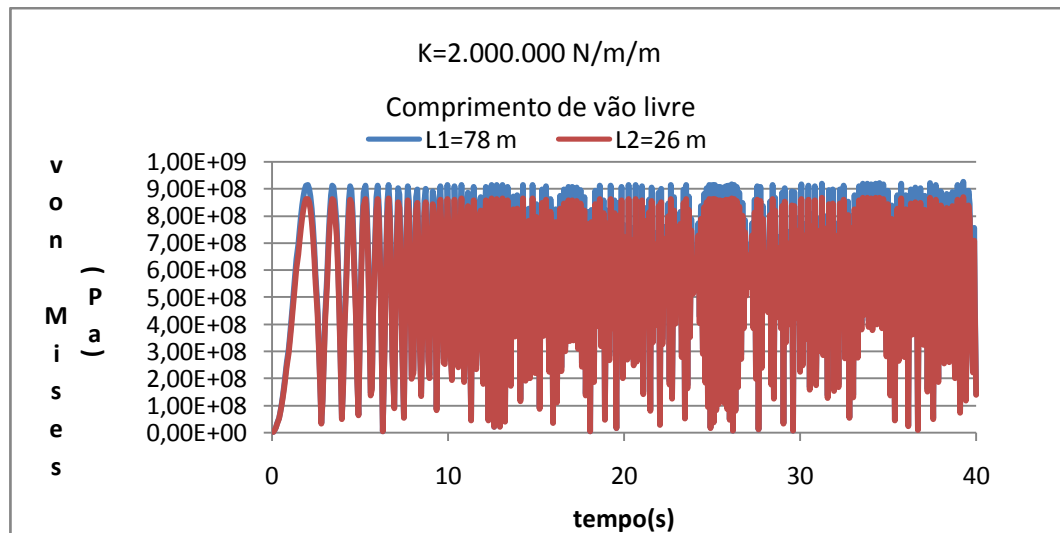
B. 13-Gráfico de deformação de duto bi-apoiado para argila muito rígida



B. 14-Gráfico de deslocamento vertical de duto bi-apoiado para argila muito rígida

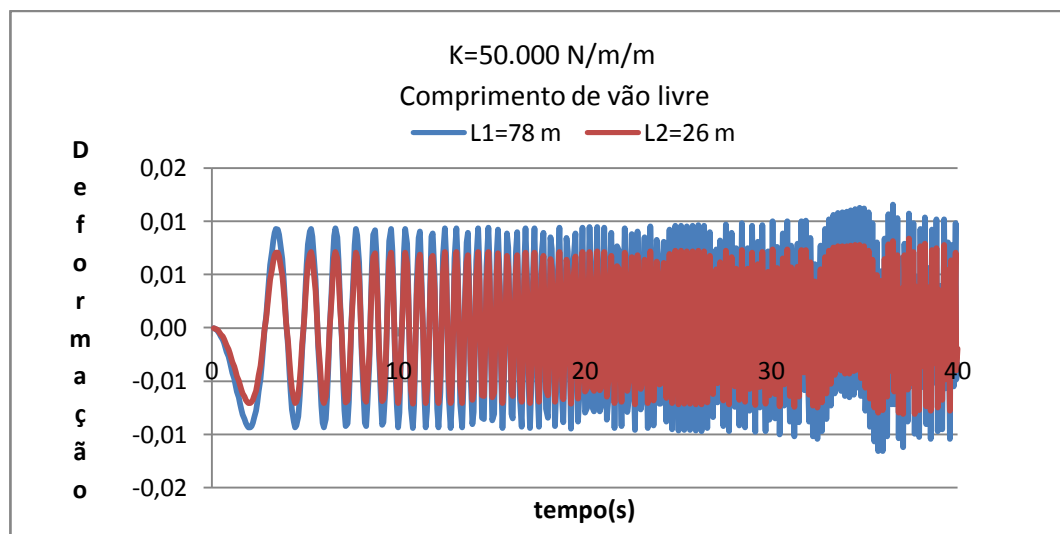


B. 15-Gráfico de deslocamento transversal de duto bi-apoiado para argila muito rígida

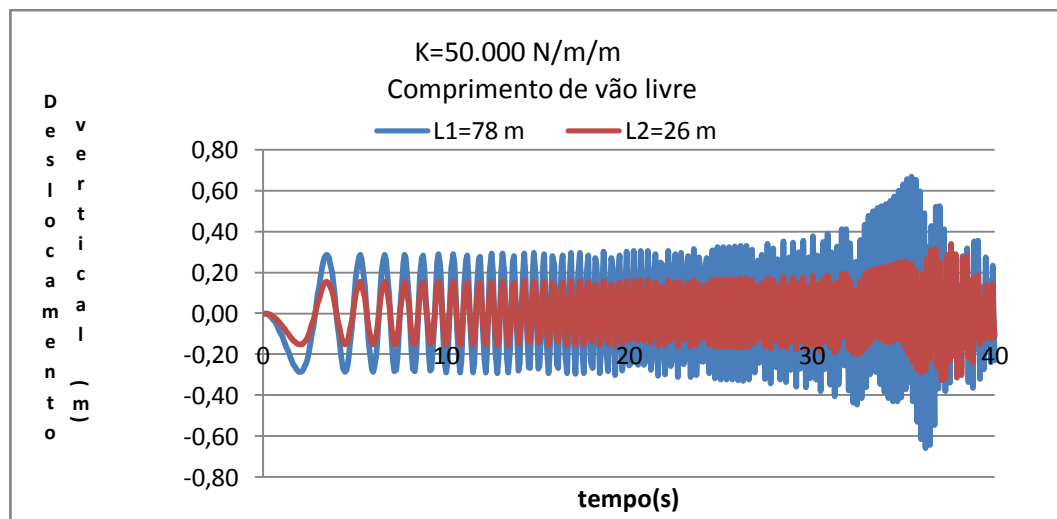


B. 16-Gráfico de tensão de von Mises de duto bi-apoiado para argila muito rígida

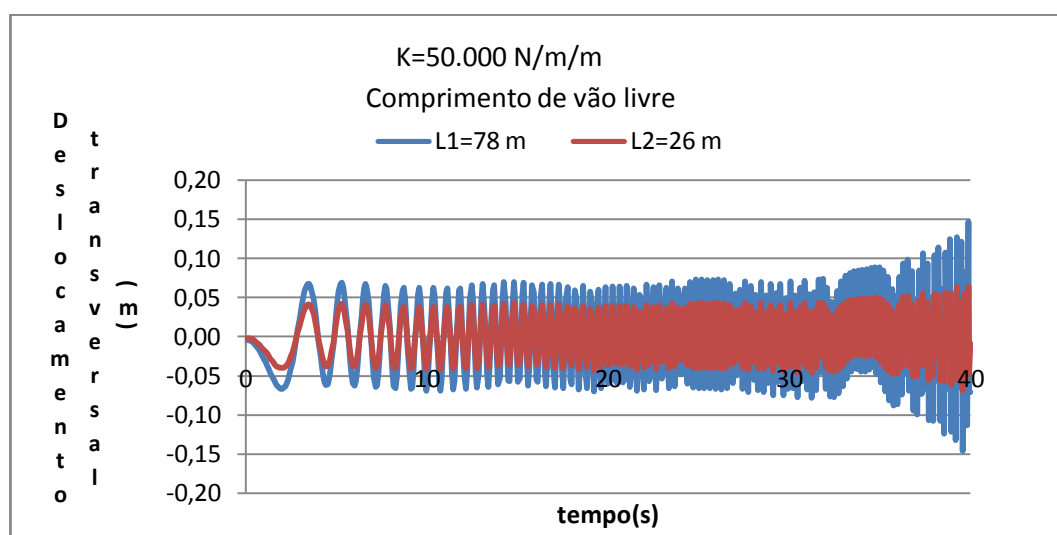
### Duto bi-engastado



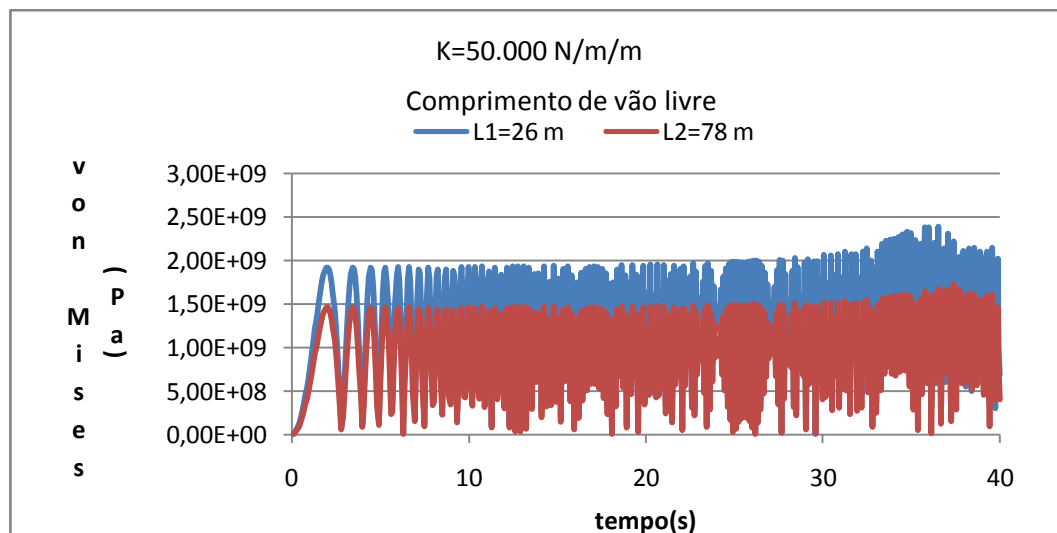
B. 17-Gráfico de deformação de duto bi-engastado para argila muito fofa



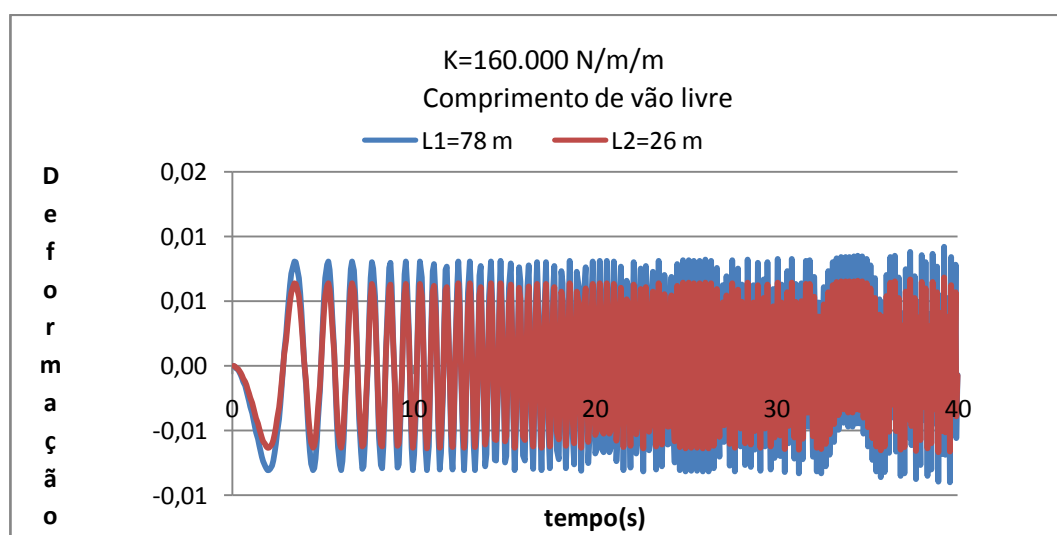
B. 18-Gráfico de deslocamento vertical de duto bi-engastado para argila muito fofa



B. 19-Gráfico de deslocamento transversal de duto bi-engastado para argila muito fofa

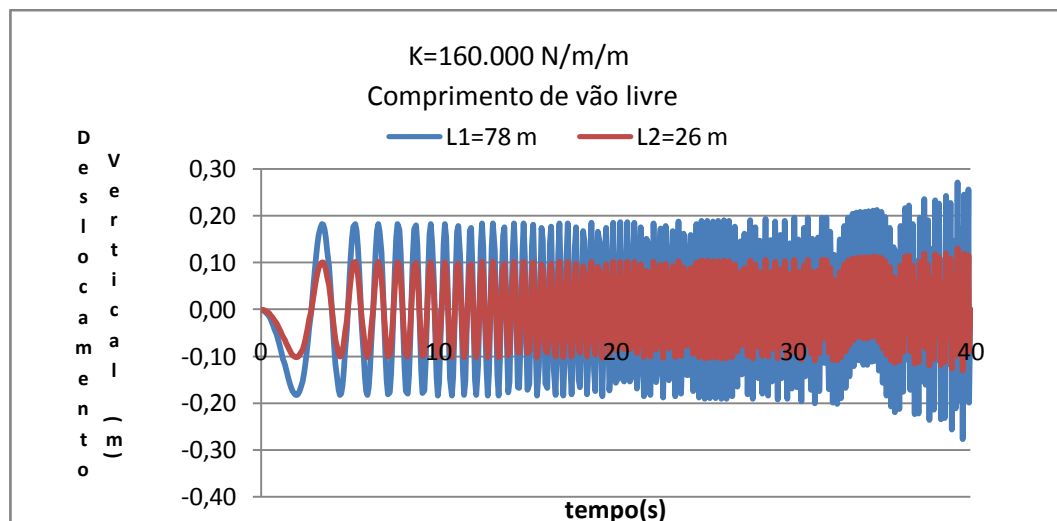


B. 20-Gráfico de tensão de von Mises de duto bi-engastado para argila muito fofa

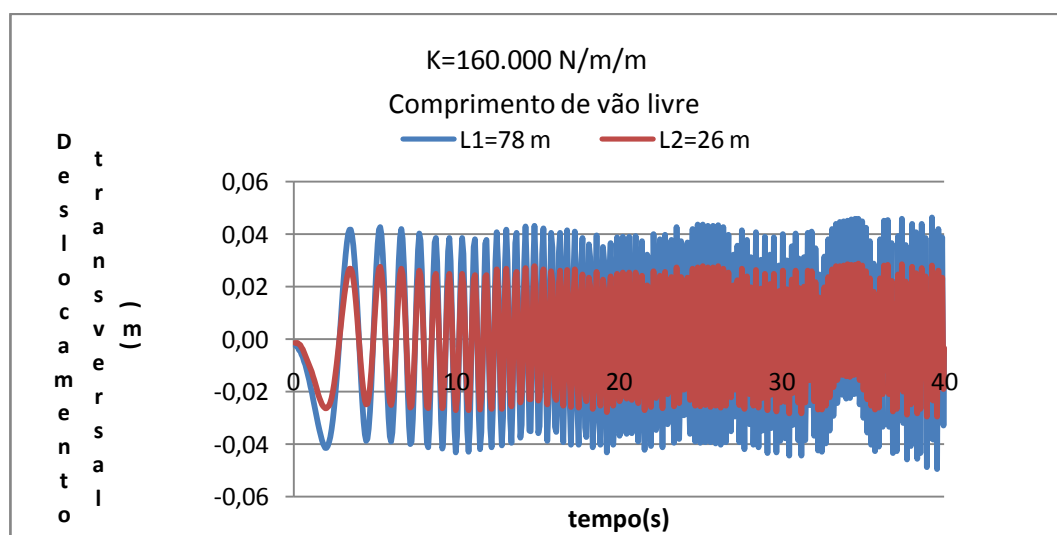


B. 21-Gráfico de deformação de duto bi-engastado para argila fofa

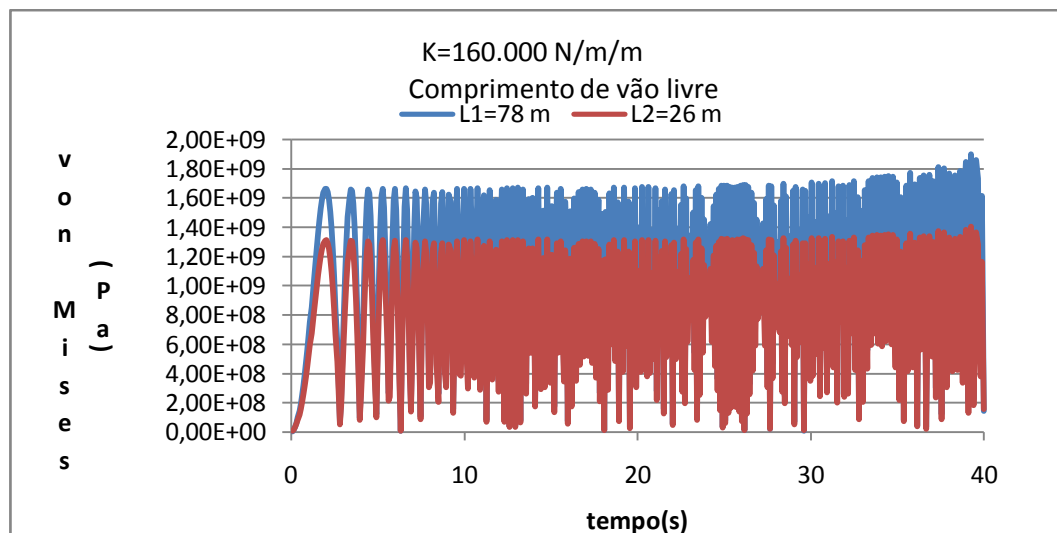




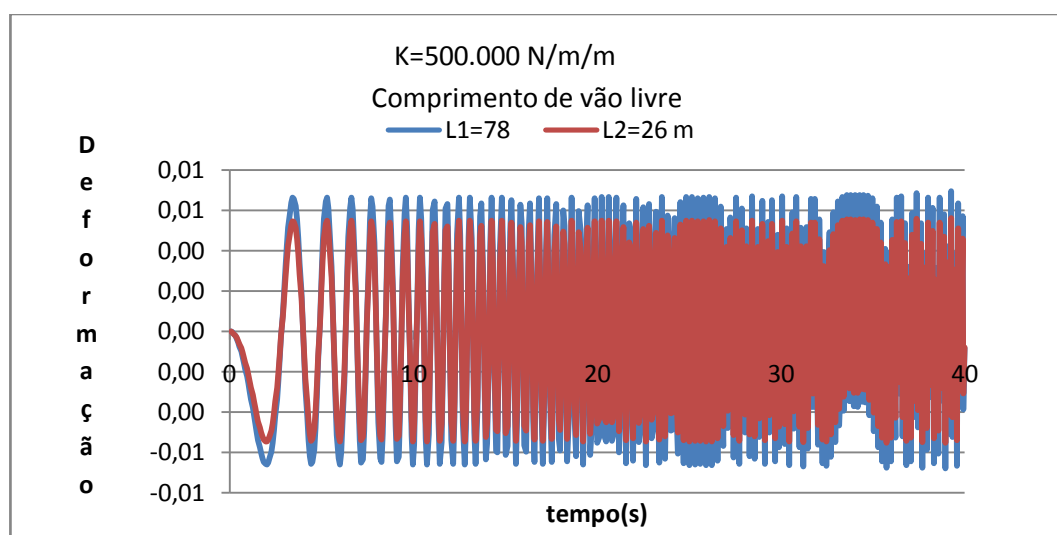
B. 22-Gráfico de deslocamento vertical de duto bi-engastado para argila fofa



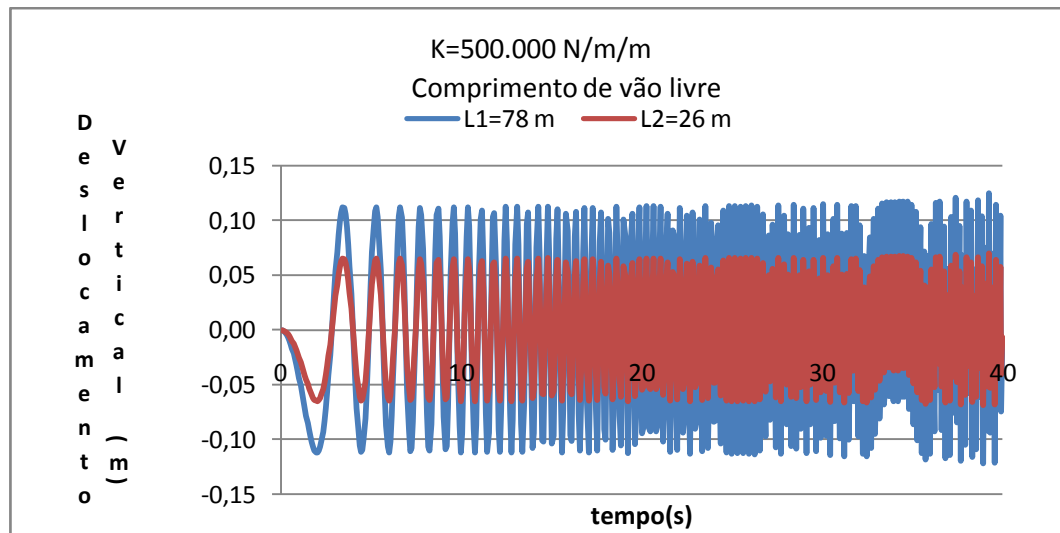
B. 23-Gráfico de deslocamento transversal de duto bi-engastado para argila fofa



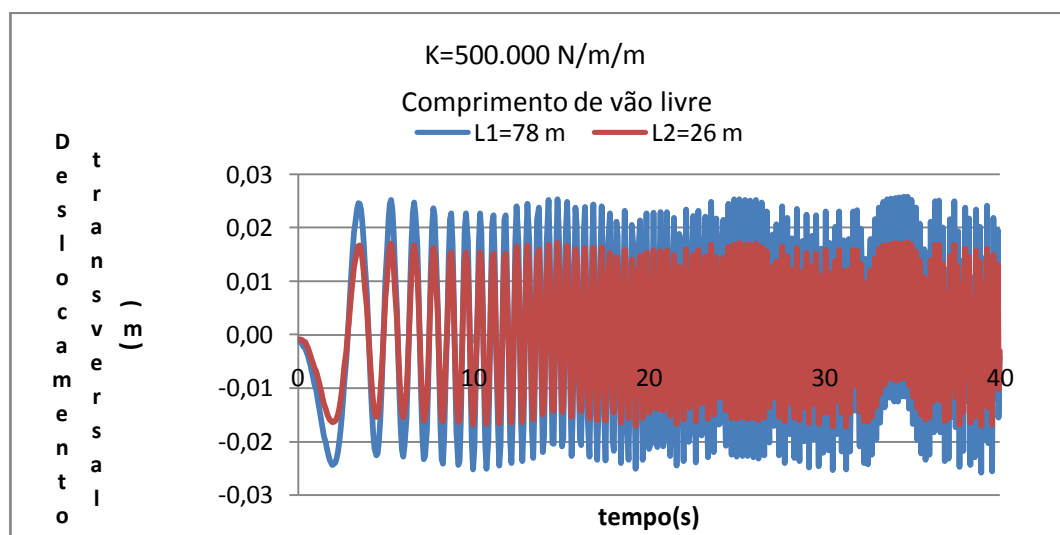
B. 24-Gráfico de tensão e von Mises de duto bi-engastado para argila fofa



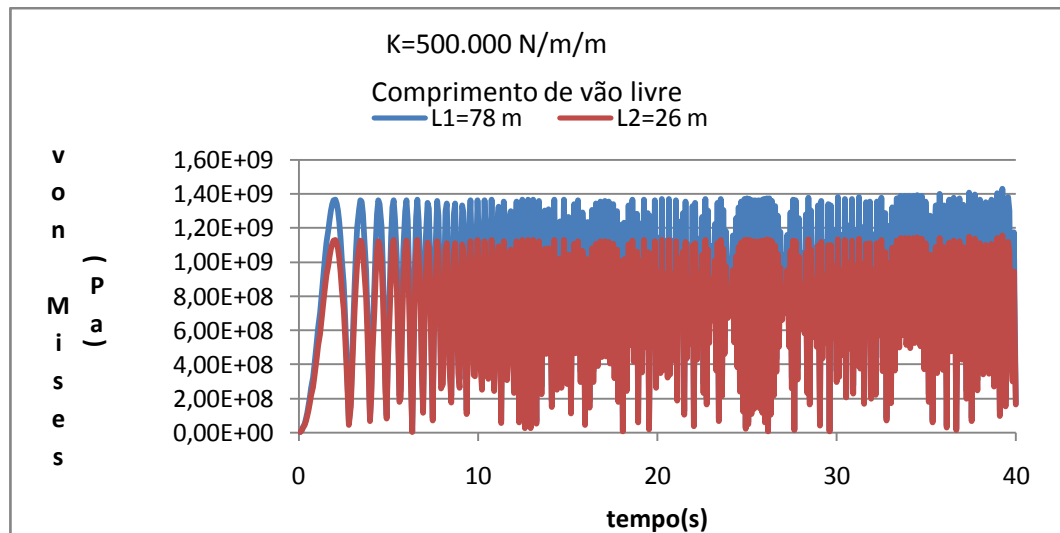
B. 25-Gráfico de deformação de duto bi-engastado para argila firme



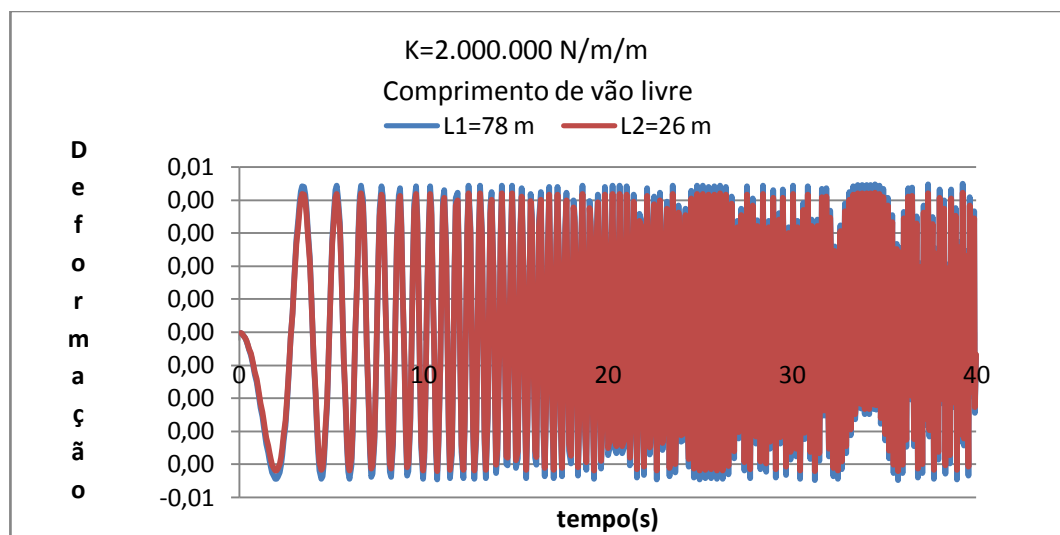
B. 26-Gráfico de deslocamento vertical de duto bi-engastado para argila firme



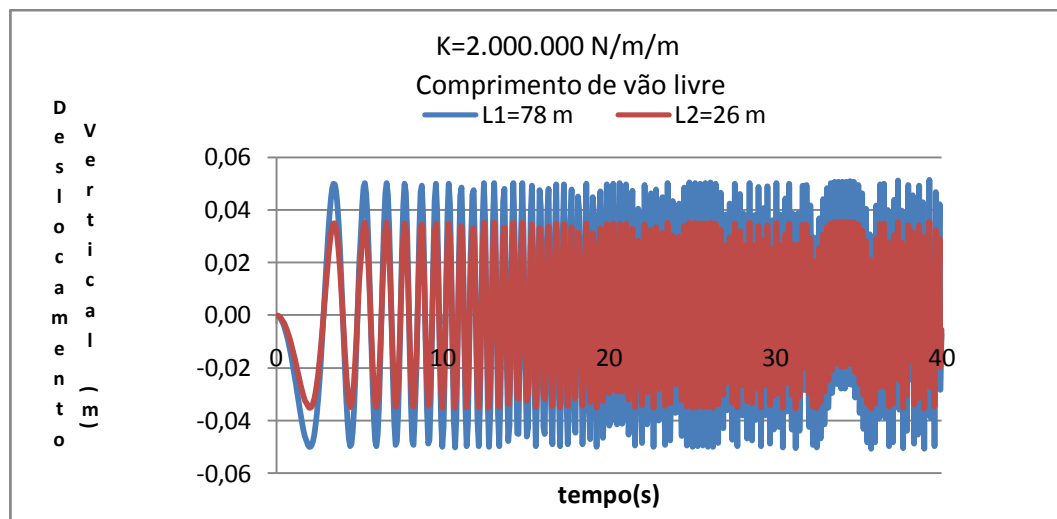
B. 27-Gráfico de deslocamento transversal de duto bi-engastado para argila firme



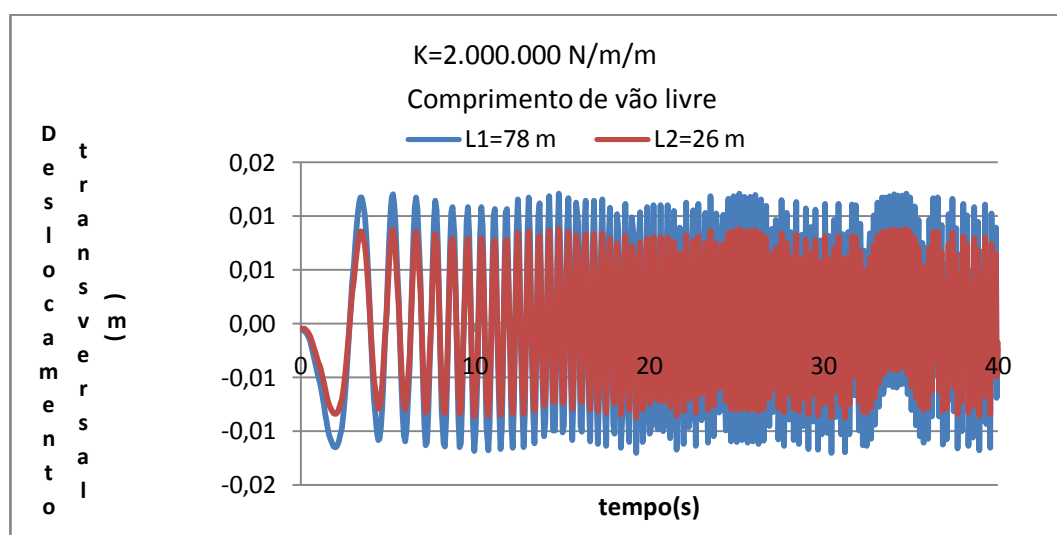
B. 28-Gráfico de tensão de von Mises de duto bi-engastado para argila firme



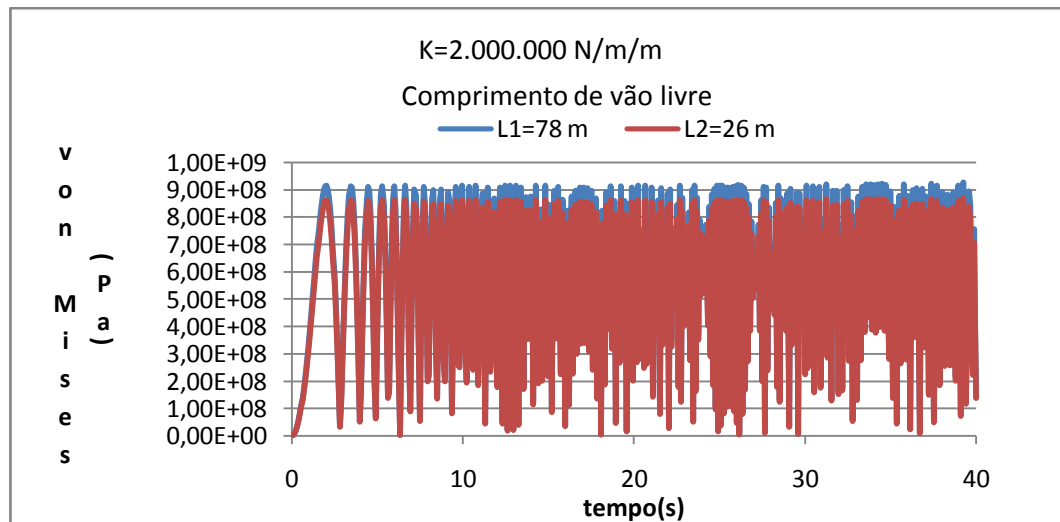
B. 29-Gráfico de deformação de duto bi-engastado para argila muito rígida



B.30-Gráfico de deslocamento vertical de duto bi-engastado para argila muito rígida



B. 31-Gráfico de deslocamento transversal de duto bi-engastado para argila muito rígida



B. 32-Gráfico de tensão de von Mises de duto bi-engastado para argila muito rígida