



Lívia Ferreira Rodrigues

**Avaliação do Uso de Restrições Probabilísticas
para a Superfície de Aversão a Risco no
Problema de Planejamento de Médio Prazo da
Operação Hidrotérmica**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Ricardo Bernardo Prada

Co-Orientador :Prof. André Luiz Diniz Souto
Lima

Rio de Janeiro
Agosto de 2016



Lívia Ferreira Rodrigues

**Avaliação do Uso de Restrições Probabilísticas para
a Superfície de Aversão a Risco no Problema de
Planejamento de Médio Prazo da Operação
Hidrotérmica**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Ricardo Bernardo Prada

Orientador

Departamento de Engenharia Elétrica – PUC-Rio

Prof. André Luiz Diniz Souto Lima

Co-Orientador

CEPEL

Profa. Maria Elvira Piñeiro Maceira

Departamento de Estatística

Prof. Vincent Gérard Yannick Guigues

FGV

Prof. Márcio da Silveira Carvalho

Coordenador Setorial do Centro

Técnico Científico-PUC-Rio

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Lívia Ferreira Rodrigues

Graduou-se em Estatística pelo Instituto de Matemática e Estatística da Universidade do Estado do Rio de Janeiro em 2013.

Ficha Catalográfica

Rodrigues, Lívia Ferreira

Avaliação do uso de restrições probabilísticas para a superfície de aversão a risco no problema de planejamento de médio prazo da operação hidrotérmica / Lívia Ferreira Rodrigues ; orientador: Ricardo Bernardo Prada ; co-orientador: André Luiz Diniz Souto Lima. – 2016.

186 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica, 2016.

Inclui bibliografia

1. Engenharia elétrica – Teses. 2. Planejamento da operação energética. 3. Aversão ao risco. 4. Sistemas hidrotérmicos. 5. Restrições probabilísticas. 6. Código de Genz. 7. Bisseção 8. Planos cortantes I. Prada, Ricardo Bernardo. II. Lima, André Luiz Diniz Souto. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. IV. Título.

CDD: 621.3

Para minha família.

Agradecimentos

Agradeço a minha família, principalmente a minha mãe Márcia pela paciência e compreensão durante todo meu período de mestrado.

Aos meus amigos da PUC-Rio, em especial, Marcelo Ruas, Milena Gonçalves, Mariana Arozo, Gabriel Vasconcellos pela ajuda durante o mestrado e por todos os desafios que passamos juntos.

Aos meus amigos do CEPEL, que tornaram meus dias mais fáceis e felizes, em especial Hugo, Adhara, Priscilla, Diego, Victor, Felipe e Juan.

Às pessoas do CEPEL que me ajudaram na composição do trabalho, principalmente a Débora e Renato.

Aos meus amigos da UERJ que me apoiaram em todos os momentos.

Um agradecimento especial ao meu orientador André Luiz Diniz Souto Lima do CEPEL por ter acreditado no meu potencial e ter me recebido da melhor maneira. Tenho o prazer de ter realizado essa pesquisa ao seu lado, mesmo que por apenas 11 meses. Pela excelência do seu trabalho, disponibilidade em me atender e paciência, deixo aqui meus agradecimentos.

Ao meu orientador da PUC-Rio, Ricardo Prada, por tornar essa pesquisa possível.

À CAPES e ao CEPEL pelos auxílios fornecidos durante o mestrado, sem os quais esse trabalho não seria possível.

Aos membros da banca cujas sugestões foram muito importantes no aprimoramento do trabalho

Resumo

Rodrigues, Livia Ferreira; Prada, Ricardo Bernardo (Orientador); Lima, André Luiz Diniz Souto (Co-Orientador). **Avaliação do uso de restrição probabilística para a superfície de aversão a risco no problema de planejamento de médio prazo da operação hidrotérmica**. Rio de Janeiro, 2016. 186p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Este trabalho propõe a inclusão de restrições probabilísticas como alternativa para inclusão de aversão ao risco no problema de planejamento de longo prazo da geração em sistemas hidrotérmicos, resolvido por programação dinâmica dual estocástica (PDDE). Propõe-se uma abordagem menos restritiva em comparação com métodos alternativos de aversão a risco já avaliados no sistema brasileiro, como a curva de aversão ao risco (CAR) ou a superfície de aversão a risco (SAR). Considera-se uma decomposição de Benders de dois estágios para o subproblema de cada nó da árvore de cenários da PDDE, onde o subproblema de segundo estágio é denominado CCP-SAR. O objetivo é obter uma política operativa que considere explicitamente o risco de não atendimento à demanda vários meses à frente, no subproblema CCP-SAR, com uma modelagem contínua das variáveis aleatórias associadas à energia natural afluyente aos reservatórios, segundo uma distribuição normal multivariada. A região viável para a restrição probabilística é aproximada por planos cortantes, construídos a partir da técnica de bissecção e calculando-se os gradientes dessas restrições, usando o código de Genz. Na primeira parte deste trabalho resolve-se de forma iterativa o subproblema CCP-SAR, para um determinado vetor de armazenamentos iniciais para o sistema. Na segunda parte do trabalho constrói-se uma superfície de aversão a risco probabilística, varrendo-se um espectro de valores para o armazenamento inicial.

Palavras-chave

Planejamento da operação energética; Aversão ao risco; Sistemas hidrotérmicos; Restrições Probabilísticas; Código de Genz; Bissecção; Planos cortantes.

Abstract

Rodrigues, Livia Ferreira; Prada, Ricardo Bernardo (Advisor); Lima, André Luiz Diniz Souto (Co-Advisor). **Evaluation of probabilistic constraints for risk aversion surface in medium-term planning problem of hydrothermal operation**. Rio de Janeiro, 2016. 186p. MSc. Dissertation — Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This paper proposes the inclusion of chance constrained programming as an alternative to include risk aversion in the long-term power generation planning problem of hydrothermal systems, solved by stochastic dual dynamic programming (SDDP). It is proposed a less restrictive approach as compared to traditional methods of risk aversion that have been used in the Brazilian system, such as risk aversion curve (CAR) or risk aversion surface (SAR). A two-stage Benders decomposition subproblem is considered for each SDDP scenario, where the second stage subproblem is labeled CCP-SAR. The objective is to yield an operational policy that explicitly considers the risk of load curtailment several months ahead, while considering in the CCP-SAR subproblem a continuous multivariate normal distribution for the random variables related to energy inflows to the reservoirs. The feasible region for this chance constrained subproblem is outer approximated by linear cuts, using the bisection method which gradients were calculated using Genz's code. The first part of this dissertation solves the multi-stage deterministic CCP-SAR problem by an iterative procedure, for a given initial vector storage for the system. The second part presents the probabilistic risk aversion surface, for a range of values of initial storage.

Keywords

Power system planning; Hydrothermal systems; Risk aversion; Chance Constraints Programming; Genz's Code; Bisection; Cutting Plane.

Sumário

1	Introdução	28
1.1	Motivação	30
1.2	Objetivos	31
1.3	Estrutura da Dissertação	32
2	Problema de Planejamento Hidrotérmico	34
2.1	Estratégia de PDDE	37
2.2	Abordagem Neutra ao Risco	38
2.3	Uso de Medida de Risco	42
2.3.1	Valor em Risco (VAR)	43
2.3.2	Semivariância e Semidesvio	45
2.3.3	Valor Condicional a Risco (CVaR)	47
2.4	Consideração de Aversão a Risco no Brasil	48
2.4.1	Curva de Aversão a Risco (CAR)	49
2.4.2	Aplicação do CVaR	50
2.4.3	Aprimoramentos da CAR: Superfície de Aversão ao Risco	52
3	Superfície de Aversão ao Risco (SAR)	53
3.1	SAR na PDDE - abordagem tradicional	56
3.2	SAR formulação na PDDE	59
3.3	SAR na PDDE - Aprimoramentos na penalização	60
4	Restrições probabilísticas (CCP)	62
4.1	Tipos de Modelagem CCP	64
4.1.1	Modelo Individual	64
4.1.2	Modelo Conjunto	65
4.1.3	CCP Separável	66
4.1.4	CCP Linear	67
4.1.5	CCP Estático	68
4.1.6	CCP dinâmico	68

4.2	Gradiente de restrições probabilísticas	69
4.3	Cálculo do Gradiente sobre uma normal multivariada	70
4.4	Aplicação de restrições probabilísticas ao gerenciamento de reservatórios	71
5	LTHTP com restrições probabilísticas – Abordagem de CCP Estática para os subproblemas da SAR	74
5.1	Representação da variável aleatória	76
5.1.1	Estudo das distribuições de probabilidade - convexidade e tratabilidade	76
5.1.2	Dependência Temporal	78
5.1.3	Dependência espacial	80
5.1.4	Dependência espaço-temporal	80
5.1.5	O modelo GEVAZP	81
5.2	Reformulação do problema original de CCP	81
5.2.1	Equação de balanço hídrico	82
5.3	Formulação geral CCP-SAR	85
5.4	Convexidade da região viável para as restrições probabilísticas	86
5.5	Estratégias de solução - Planos cortantes	88
5.5.1	Resolução por usinas térmicas equivalentes	91
5.5.2	Método de bisseção para obter um ponto na fronteira da região viável	92
5.5.3	Cálculo do gradiente	96
5.5.4	Uso do código de Genz	100
6	LTHTP com restrições probabilísticas - Integração à PDDE	104
6.1	Discretização da Energia Armazenada	104
6.2	Construção do Corte CCP-SAR <i>a priori</i>	106
7	Resultados Numéricos	109
7.1	Descrição do Sistema	110
7.2	Modelagem da variável aleatória	110
7.3	Validação do uso do código de Genz	113
7.3.1	Comparação do cálculo do gradiente e restrições criadas	114

7.3.2	Comparação da convergência para resolução do subproblema CCP-SAR estático	122
7.3.3	Comparação do Tempo Computacional	125
7.4	Resultados da abordagem estática	126
7.4.1	Caso 01: $N_{per} = 1$ $N_{reqv} = 2$ -Sem correlação	126
7.4.2	Caso 05: $N_{per} = 5$ $N_{reqv} = 4$ - Com correlação Temporal	129
7.4.3	Caso 06: $N_{per} = 5$ $N_{reqv} = 2$ - Com correlação Espaço-Temporal	131
7.5	Resultados da integração com a PDDE	132
7.5.1	Caso 07: $N_{per} = 1$ $N_{reqv} = 2$ -Sem correlação	133
7.5.2	Caso 08: $N_{per} = 2$ $N_{reqv} = 2$ - Com correlação Temporal	137
7.5.3	Caso 09: $N_{per} = 5$ $N_{reqv} = 2$ - Com correlação Temporal	139
7.5.4	Caso 10: $N_{per} = 5$ $N_{reqv} = 2$ - Com correlação Espaço-Temporal	141
7.6	Conclusões dos estudos de caso	143
8	Conclusões	146
8.1	Trabalhos Futuros	147
9	Referências bibliográficas	149
A	Apêndice Sobre os dados utilizados nos resultados abordagem estática	157
B	Apêndice Processo ilustrativo abordagem estática	165
C	Apêndice Estudo de caso abordagem estática	169
D	Apêndice Sobre os dados utilizados nos resultados da integração com a PDDE	172
E	Apêndice Processo iterativo para construção da região viável CCP-SAR: a priori	177

Lista de Figuras

Figura 2.1 – Representação REE's e subsistemas brasileiro em 2016.	36
Figura 2.2 – Passo <i>Forward</i> (esquerda) e passo <i>Backward</i> (direita)-PDDE.	38
Figura 2.3 – Dilema do decisor no problema de planejamento hidrotérmico.	42
Figura 2.4 – Função utilidade de um agente avesso ao Risco	43
Figura 2.5 – Valor em risco (VaR) de uma distribuição de probabilidade	44
Figura 2.6 – Exemplo de que o VaR não captura perdas severas: o valor do VaR é o mesmo em ambas as distribuições, embora na de cima haja perdas mais severas.	45
Figura 2.7 – Comparação entre VaR e CVaR. Percebe-se que a segunda medida é influenciada pelos valores da cauda.	47
Figura 2.8 – Representação das regiões viável e inviável de operação para um sistema interligado, de acordo com a metodologia CAR.	50
Figura 3.1 – Representação das regiões viável e inviável de operação de um sistema interligado, segundo a metodologia SAR	53
Figura 3.2 – Esquema da interação entre o subproblema da PDDE de determinado cenário (LTHTP) e seu respectivo subproblema SAR.	57
Figura 3.3 – Fluxograma do algoritmo para resolução do subproblema SAR, incorporado à resolução de determinado subproblema no LTHTP.	58
Figura 5.1 – Processo iterativo entre a abordagem estática da CCP e o problema LTHTP, resolvido por PDDE.	75
Figura 5.2 – Estudo ilustrativo da convexidade da distribuição Normal para níveis de probabilidades	

e correlações diferentes.	87
Figura 5.3 – Estudo ilustrativo da convexidade da distribuição Normal para correlações com sinais opostos.	88
Figura 5.4 – Construção do corte para aproximação da região viável do subproblema CCP-SAR	89
Figura 5.5 – Cortes CCP para um estudo de caso (caso 01).	90
Figura 5.6 – Situações em que se garante obter uma raiz para a equação $f_x = 0$ pelo método da bisseção.	92
Figura 5.7 – Situações em que o método da bisseção não garante a obtenção de uma raiz para $f_x = 0$, ou ela não é única.	93
Figura 5.8 – Método da Bisseção implementado para obter pontos na fronteira da região viável para a restrição probabilística.	95
Figura 5.9 – Ilustração da fronteira eficiente da região viável para a restrição probabilística, obtida pelo método da bisseção a partir de diversos valores fixos para a variável aleatória ξ_{11} .	96
Figura 5.10 – Exemplo de cálculo da derivada da probabilidade de uma distribuição normal.	98
Figura 5.11 – Exemplo de cálculo da derivada da probabilidade de uma distribuição normal extraído um Δz .	98
Figura 5.12 – Ilustração da derivação parcial da probabilidade da distribuição normal bivariada.	99
Figura 5.13- Ilustração da probabilidade ($\xi \geq z$).	101
Figura 6.1- Discretização dos valores de Energia Armazenada para obtenção da superfície CCP-SAR <i>a priori</i> .	105
Figura 6.2- Distância entre cada ponto de discretização dos armazenados e a origem.	106
Figura 6.3- Região viável CCP-SAR <i>a priori</i> .	107
Figura 6.4- Pontos da bisseção e corte.	107
Figura 6.5- Algoritmo CCP-SAR <i>a priori</i> .	108
Figura 7.1- Média dos dados de entrada com $n_{reqv} = 4$ $reqv$ e $n_{per} = 5$ (Janeiro até Maio), em MWmês.	112
Figura 7.2- Variância dos dados de entrada com $n_{reqv} = 4$ $reqv$ e $n_{per} = 5$ (Janeiro até Maio), em MWmês ² .	112

Figura 7.3- Correlações dos dados de entrada, calculadas a partir dos dados históricos.	113
Figura 7.4- Matriz de correlações dos dados de entrada.	113
Figura 7.5 – Cortes da aproximação das restrições CCP para o caso 01, pelo método de diferenças finitas.	115
Figura 7.6 – Cortes da aproximação das restrições CCP para o caso 01, pelo código de Genz.	115
Figura 7.7 – Comparação cortes diferenças finitas x código de Genz.	116
Figura 7.8 – Cortes da aproximação das restrições CCP para o caso 02, pelo método de diferenças finitas.	117
Figura 7.9 – Cortes da aproximação das restrições CCP para o caso 02, pelo código de Genz.	118
Figura 7.10 – Cortes da aproximação das restrições CCP para o caso 03, pelo método de diferenças finitas.	119
Figura 7.11 – Cortes da aproximação das restrições CCP para o caso 03, pelo código de Genz.	120
Figura 7.12 – Cortes da aproximação das restrições CCP para o caso 04, pelo método de diferenças finitas.	121
Figura 7.13- Cortes da aproximação das restrições CCP para o caso 04, pelo código de Genz.	121
Figura 7.14- Cortes para a aproximação da região viável do subproblema CCP - caso 01.	128
Figura 7.15- Processo iterativo para resolução do subproblema CCP - caso 01.	129
Figura 7.16- Cortes da aproximação das restrições CCP para o caso 05, pelo código de Genz.	130
Figura 7.17- Convergência do atendimento à restrição probabilística para o subproblema CCP-SAR - caso 05.	130
Figura 7.18- Cortes da aproximação das restrições CCP para o caso 06, pelo código de Genz.	131
Figura 7.19- Convergência do atendimento à restrição probabilística para o subproblema CCP-SAR - caso 06.	132
Figura 7.20- Gráfico da superfície de aversão a risco CCP-SAR,	

construída <i>a priori</i> - caso 07.	134
Figura 7.21- Cortes da superfície de aversão a risco CCP-SAR, construída <i>a priori</i> - caso 07.	135
Figura 7.22- Processo Iterativo da bisseção para construção dos cortes da superfície CCP-SAR - caso 07.	136
Figura 7.23- Cortes da aproximação linear por partes da região viável do subproblema CCP-SAR, em determinada iteração - caso 07.	137
Figura 7.24- Gráfico da superfície de aversão a risco CCP-SAR, construída <i>a priori</i> - caso 08.	138
Figura 7.25- Processo Iterativo da bisseção para construção dos cortes da superfície CCP-SAR - caso 08.	138
Figura 7.26- Cortes da aproximação linear por partes da região viável do subproblema CCP-SAR em uma iteração caso 08.	139
Figura 7.27- Gráfico da superfície de aversão a risco CCP-SAR, construída <i>a priori</i> caso 09.	140
Figura 7.28- Processo Iterativo da bisseção para construção dos cortes da superfície CCP-SAR - caso 09.	140
Figura 7.29- Cortes da aproximação linear por partes da região viável do subproblema CCP-SAR em uma iteração caso 09.	141
Figura 7.30- Gráfico da superfície de aversão a risco CCP-SAR, onstruída <i>a priori</i> caso 10.	142
Figura 7.31- Processo Iterativo da bisseção para construção dos cortes da superfície CCP-SAR - caso 10.	142
Figura 7.32- Cortes da aproximação linear por partes da região viável do subproblema CCP em uma iteração - caso 10.	143
Figura 9.1- Passo 01 do processo Iterativo CCP-SAR abordagem estática.	165
Figura 9.2- Passo 02 do processo Iterativo CCP-SAR abordagem estática.	165
Figura 9.3- Passo 03 do processo Iterativo CCP-SAR a bordagem estática.	166
Figura 9.4- Passo 04 do processo Iterativo CCP-SAR	

abordagem estática.	166
Figura 9.5- Passo 05 do processo Iterativo CCP-SAR	
abordagem estática.	167
Figura 9.6- Passo 04 do processo Iterativo CCP-SAR	
abordagem estática.	167
Figura 9.7- Passo 05 do processo Iterativo CCP-SAR	
abordagem estática.	168
Figura 9.8- Passo 06 do processo Iterativo CCP-SAR	
abordagem estática.	168
Figura 9.9- Corte CCP caso 02.	169
Figura 9.10- Convergência da probabilidade caso 02.	169
Figura 9.11- Corte CCP caso 03.	170
Figura 9.12- Convergência da probabilidade caso 03.	170
Figura 9.13- Corte CCP caso 04.	171
Figura 9.14- Convergência da probabilidade caso 04.	171
Figura 9.15- Passo 1 processo ilustrativo da CCP-SAR <i>a priori</i>	177
Figura 9.16- Passo 2 processo ilustrativo da CCP-SAR <i>a priori</i>	177
Figura 9.17- Passo 3 processo ilustrativo da CCP-SAR <i>a priori</i>	178
Figura 9.18- Passo 4 processo ilustrativo da CCP-SAR <i>a priori</i>	178
Figura 9.19- Passo 5 processo ilustrativo da CCP-SAR <i>a priori</i>	179
Figura 9.20- Passo 4 processo ilustrativo da CCP-SAR <i>a priori</i>	179
Figura 9.21- Passo 5 processo ilustrativo da CCP-SAR <i>a priori</i>	180
Figura 9.22- Passo 4 processo ilustrativo da CCP-SAR <i>a priori</i>	180
Figura 9.23- Passo 5 processo ilustrativo da CCP-SAR <i>a priori</i>	181
Figura 9.24- Passo 5 processo ilustrativo da CCP-SAR <i>a priori</i>	181
Figura 9.25- Passo 2 processo ilustrativo da CCP-SAR <i>a priori</i>	181
Figura 9.26- Passo 3 processo ilustrativo da CCP-SAR <i>a priori</i>	182
Figura 9.27- Passo 4 processo ilustrativo da CCP-SAR <i>a priori</i>	182
Figura 9.28- Passo 5 processo ilustrativo da CCP-SAR <i>a priori</i>	183
Figura 9.29- Passo 4 processo ilustrativo da CCP-SAR <i>a priori</i>	183
Figura 9.30- Passo 5 processo ilustrativo da CCP-SAR <i>a priori</i>	184
Figura 9.31- Passo 4 processo ilustrativo da CCP-SAR <i>a priori</i>	184
Figura 9.32- Passo 5 processo ilustrativo da CCP-SAR <i>a priori</i>	185
Figura 9.33- Passo 4 processo ilustrativo da CCP-SAR <i>a priori</i>	185

Figura 9.34- Passo 5 processo ilustrativo da CCP-SAR <i>a priori</i>	186
Figura 9.35- Passo 6 processo ilustrativo da CCP-SAR <i>a priori</i>	186
Figura 9.36- Passo 7 processo ilustrativo da CCP-SAR <i>a priori</i>	186

Lista de Tabelas

Tabela 7.1 – Tabela MAPE para as diferenças entre os coeficientes dos cortes obtidos pelo método de diferenças finitas e código de Genz caso 01	115
Tabela 7.2 – Tabela MAPE para as diferenças entre os coeficientes dos cortes obtidos pelo método de diferenças finitas e código de Genz caso 02	118
Tabela 7.3 – Tabela MAPE para as diferenças entre os coeficientes dos cortes obtidos pelo método de diferenças finitas e código de Genz caso 03	120
Tabela 7.4 – Tabela MAPE para as diferenças entre os coeficientes dos cortes obtidos pelo método de diferenças finitas e código de Genz –caso 04	122
Tabela 7.5 – Tabela convergência para resolução do problema CCP SAR - caso 01	122
Tabela 7.6 – Tabela convergência para resolução do problema CCP SAR - caso 02	123
Tabela 7.7 – Tabela convergência para resolução do problema CCP SAR - caso 03	124
Tabela 7.8 – Tabela convergência caso 04	124
Tabela 7.9 – Tabela de tempo computacional para resolução do subproblema CCP-SAR.	125
Tabela 7.10 – Tabela Tempo Computacional Caso 05	131
Tabela 7.11 – Tabela Tempo Computacional Caso 06	132
Tabela 9.1 – Tabela Composição do sistema e dados CCP	157
Tabela 9.2 – Tabela Demanda (MWmês)	157
Tabela 9.3 – Características Reservatório Equivalente	157
Tabela 9.4 – Dados da variável aleatória (afluência)	158
Tabela 9.5 – Dados da variável aleatória (afluência)	158
Tabela 9.6 – Características Reservatório Equivalente	158
Tabela 9.7 – Dados da variável aleatória (afluência)	158

Tabela 9.8 – Dados da variável aleatória (afluência)	159
Tabela 9.9 – Características Reservatório Equivalente	159
Tabela 9.10 – Dados da variável aleatória (afluência)	159
Tabela 9.11 – Dados da variável aleatória (afluência)	160
Tabela 9.12 – Características Reservatório Equivalente	160
Tabela 9.13 – Dados da variável aleatória (afluência)	160
Tabela 9.14 – Dados da variável aleatória (afluência)	160
Tabela 9.15 – Características Reservatório Equivalente	161
Tabela 9.16 – Dados da variável aleatória (afluência)	161
Tabela 9.17 – Dados da variável aleatória (afluência) –correlação temporal	162
Tabela 9.18 – Dados da variável aleatória (afluência) –correlação temporal	162
Tabela 9.19 – Dados da variável aleatória (afluência) –correlação temporal	162
Tabela 9.20 – Dados da variável aleatória (afluência) –correlação temporal	162
Tabela 9.21 – Características Reservatório Equivalente	163
Tabela 9.22 – Dados da variável aleatória (afluência)	163
Tabela 9.23 – Dados da variável aleatória (afluência)	163
Tabela 9.24 – Tabela Tempo Computacional Caso 02	170
Tabela 9.25 – Tabela Tempo Computacional Caso 03	171
Tabela 9.26 – Tabela Tempo Computacional Caso 04	172
Tabela 9.27 – Tabela Composição do sistema e dados CCP	172
Tabela 9.28 – Tabela Demanda (MWmês)	172
Tabela 9.29 – Características Reservatório Equivalente	172
Tabela 9.30 – Dados da variável aleatória (afluência)	173
Tabela 9.31 – Dados da variável aleatória (afluência)	173
Tabela 9.32 – Características Reservatório Equivalente	173
Tabela 9.33 – Dados da variável aleatória (afluência)	173
Tabela 9.34 – Dados da variável aleatória (afluência)	173
Tabela 9.35 – Características Reservatório Equivalente	174
Tabela 9.36 – Dados da variável aleatória (afluência)	174
Tabela 9.37 – Dados da variável aleatória (afluência)	174

Tabela 9.38 – Características Reservatório Equivalente	175
Tabela 9.39 – Dados da variável aleatória (afluência)	175
Tabela 9.40 – Dados da variável aleatória (afluência)	175

Nomenclatura

Caracteres Romanos Maiúsculos

T Total de períodos

T_{SAR} Total de períodos do problema SAR

D_t Demanda no período t

Caracteres Romanos Minúsculos

t	Período (mês)
p	Probabilidade
ϵ	Tolerância
d_i	Derivada da variável i
s	Segundos
c_t	Custo no período t

Caracteres Gregos Maiúsculos

∇	Gradiente da função
Φ	Balanço entre aversão e neutralidade ao risco
Δ_{SAR}	Folga do problema SAR
Σ	Matriz de covariância
Δ	Passos da discretização

Caracteres Gregos Minúsculos

φ	Média semidesvio
$\dot{\varphi}$	Média semivariância
σ_r^2	SemiVariância
σ_r	SemiDesvio-padrão
λ	Parâmetro de aversão a risco
α	Nível de confiança
ξ_t^i	Variável aleatória
β_{tx}	Taxa de juros mensal para a função de custo futuro no problema LTHTP
β	Função objetivo do problema SAR
τ	Instante no problema SAR
ϵ	Tolerância
σ^2	Variância
σ	Desvio-padrão
μ	Média
$\rho(1)$	Correlação de lag 1

Sobrescritos

T	Transposta
$*$	Valor ótimo
\sim	Estocasticidade
$\max_{x \geq 0}$	Função de maximização com variável de decisão x
$\min_{x \geq 0}$	Função de minimização com variável de decisão x
$—$	Limite superior

Subscritos

t	Período
ccp	Uso para restrições probabilísticas
SAR	Uso para superfície de aversão a risco
sup	Limite superior
inf	Limite inferior
gdc	Método usando o código de Genz
dif	Método usando diferenças finitas
—	Limite inferior
$cgter$	Cortes gerados para aproximação do custo da função de custo de geração térmica

Abreviaturas, Siglas e Símbolos

$\max_{x \geq 0}$	Função de maximização com variável de decisão x
$\min_{x \geq 0}$	Função de minimização com variável de decisão x
AR(p)	Modelo autorregressivo de ordem p
BETA	Valor da função objetivo do problema SAR
BIC	Critério de Informação Bayesiano
CAR	Curva de Aversão a risco
CCP	Chance Constrained Programming (Restrição Probabilística)
CCP-SAR	Superfície de Aversão a risco com restrições probabilísticas
CEPEL	Centro de Pesquisa de Energia Elétrica
CMO	Custo Marginal de Operação
CMSE	Comitê de Monitoramento do Setor Elétrico
CPAMP	Comissão Permanente para Análise de Metodologias e Programas Computacionais do Setor Elétrico
CVaR	Conditional Value-at-Risk (Valor Condicional em Risco)
DECOMP	Modelo de Planejamento da Operação de Curto Prazo de Sistemas Hidrotérmicos Interligados
DEF	Déficit
DESSEM	Modelo de Despacho Hidrotérmico de Curto Prazo
EARM	Energia Armazenada
EARMAX	Energia Armazenada Máxima
EARMIN	Energia Armazenada Mínima
ECF	Função Custo Térmico Equivalente
ENA	Energia Natural Afluente
EVERT	Energia Vertida
FDP	Função densidade de probabilidade
Gb	Giga bytes
GEVAZP	Geração de Séries Sintéticas de Energias e Vazões Periódicas
GHID	Geração hídrica
GHz	Giga Hertz
GTERM	Geração Térmica
IBIS	Índice da Bisseção
ICUT	Índice do Corte
IEQV	Índice do reservatório equivalente
IGTERM	Índice de Cortes gerados para aproximação do custo da função de custo de geração térmica
INT	Intercâmbio de Energia
IPER	Índice do período
Liminf	Limite Inferior usado na discretização
LPPD	Linearização por Partes Dinâmico
LPPE	Linearização por Partes Estática
LTHTP	Long Term Hydrothermal Planning
LTHTS	Long Term Hydrotherma Scheduling
MAPE	Erro Médio Absoluto Percentual
MTHTS	Medium Term Hydrothermal Scheduling
MW	Megawatts

MWmês	Megawatts-Mês
MWmês ²	Megawatts-Mês ao quadrado
NCUT	Número de Cortes
Ndisc	Número de discretizações
NEWAVE	Modelo de Planejamento da Operação de Longo e Médio Prazos de Sistemas Hidrotérmicos Interligados
NPER	Número de Períodos
NREQV	Número de Reservatórios Equivalentes
NSIST	Número de subsistemas
ONS	Operador Nacional de Sistema
OSL	Optimization Subroutine Library
PAR(p)	Periódico auto-regressivo de ordem p
PD	Programação Dinâmica
PDD	Programação Dinâmica Dual
PDDE	Programação Dinâmica Dual Estocástica
PL	Programação Linear
PLD	Preço de Liquidação De Diferenças
PMO	Plano mensal de operação
PROB	Probabilidade
PROB CGC	Probabilidade do método usando o código de Genz
PROB DIF	Probabilidade do método das diferenças finitas
PVAR	Periódico Vetorial Autorregressivo
RAM	Random Access Memory (Memória de acesso randômico)
REE	Reservatório Equivalente
SAR	Superfície de Aversão a risco
SIN	Sistema Interligado Nacional
SUISHI	Modelo de Simulação a Usinas Individualizadas de Subsistemas Hidrotérmicos Interligados
v.a.	Variável aleatória
VaR	Value-at-Risk (Valor em Risco)
$FCF_t(.,.)$	Função de custo futuro da operação do sistema para o problema LTHTP em função da energia armazenada e do conjunto de realizações da afluência passada
$META^i$	Meta do reservatório i ao final do tempo T_{SAR} para o subproblema de aversão a risco
$PVAR_m$	Periódico Vetorial Autorregressivo Multiplicativo
$cdef$	Custo de déficit
$cgterm$	Custo de geração térmica

1

Introdução

O sistema elétrico brasileiro é predominantemente hidroelétrico, e a complexidade para resolver o problema de planejamento hidrotérmico é gerada principalmente pela incerteza das afluições naturais às usinas hidroelétricas. É possível citar ainda como dificuldades adicionais a existência de múltiplos reservatórios em cascata, limitações no nível de armazenamento dos reservatórios, dependência temporal entre as variáveis, não linearidade no custo das térmicas, e um longo horizonte temporal que não é possível ser separado no tempo, já que a decisão tomada hoje influencia diretamente as decisões que devem ser tomadas amanhã. Portanto, de maneira geral, o problema de planejamento e operação do sistema elétrico brasileiro é um problema de otimização estocástica, não linear, multi-estágio e de grande porte [1] [2].

No Brasil, para realizar o planejamento da operação hidrotérmica utiliza-se uma série de modelos computacionais desenvolvidos pelo Centro de Pesquisa de Energia Elétrica (CEPEL) [3], estes modelos são classificados por longo, médio e curto prazo, de acordo com o horizonte temporal do estudo. No planejamento de longo prazo utiliza-se o modelo NEWAVE, executado mensalmente com horizonte temporal de cinco a dez anos [4], e resolvido utilizando a técnica de Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) [2], com interdependência temporal entre as variáveis aleatórias representadas por meio de um modelo autorregressivo periódico [5]. Por outro lado, o modelo DECOMP é de médio/curto prazo, executado mensalmente, e com discretização semanal durante o primeiro mês e mensal a partir do segundo mês [6]. Neste modelo o problema é resolvido usando decomposição de Benders multi-estágio [7], também conhecida como programação dinâmica dual (PDD).

Tradicionalmente, o objetivo do problema de planejamento era encontrar uma política ótima que minimizasse o valor esperado do custo da operação, sendo portanto tratada como uma política neutra a qualquer risco de operação (em termos de princípios econômicos). Todavia, esta abordagem poderia acarretar

estados críticos no sistema ou até mesmo escassez de energia em casos de cenários de afluições mais severos, já que o sistema estaria sem critérios adicionais de risco.

No segundo semestre de 2001, o Brasil se viu diante de uma crise energética devido a um período de seca, carência de investimento em geração e transmissão de energia e planejamento inadequado para suportar período de secas como aquele. Diante disso, questionamentos com relação à política adotada foram abordados. Portanto, surgiram inúmeras propostas para o sistema brasileiro utilizar a aversão ao risco durante a resolução do problema hidrotérmico, diminuindo assim a probabilidade de alcançar estados críticos.

A primeira medida utilizada foi a curva de aversão a risco (CAR), proposta pelo Comitê de Revitalização do Modelo do Setor Elétrico [8]. A CAR é uma curva de valores mínimos de armazenamento para cada reservatório equivalente¹ que compõe o sistema, seguindo a característica de cada região [9]. O objetivo era que o sistema operasse respeitando o nível mínimo de armazenamento independente do custo que pudesse gerar ao despachar térmicas para assegurar o nível mínimo. A CAR foi utilizada até setembro de 2013, quando deu lugar ao *Conditional Value-at-Risk* (CVaR), após um longo processo de validação realizado pela Comissão Permanente para Análise de Metodologias e Programas Computacionais do Setor Elétrico– CPAMP [8].

O CVaR é uma medida de risco que, para um quantil associado ao percentil α , retorna o valor esperado dos valores inferiores a esse quantil². Assim, é introduzida uma nova medida de risco aplicada ao planejamento da operação e despacho, construção do preço spot e com impacto no planejamento da expansão.

Outra alternativa para caracterizar aversão à risco no problema de planejamento da operação é a superfície de aversão a risco (SAR) [10] [11] [12], considerada como um aperfeiçoamento da curva de aversão a risco (CAR) e que também foi avaliada pela CPAMP nos estudos realizados em 2013. A SAR considera de forma explícita o intercâmbio de energia entre subsistemas, enquanto a CAR define níveis metas individuais para cada reservatório equivalente em

¹ No planejamento de longo prazo, as usinas hidroelétricas são representadas de forma simplificada, por meio de reservatórios equivalentes de energia

² Considerando problemas de maximização. Em problemas de minimização de custo, como o considerado neste trabalho, aplica-se o CVaR a valores acima de determinado quantil associado ao percentil α .

todos os períodos com base em determinadas hipóteses de intercâmbio. Entretanto, os estudos em [10] apontam que a SAR levou ao aumento computacional da resolução do problema NEWAVE onde é utilizada a programação dinâmica dual estocástica, além de aumentos excessivos no custo marginal de operação do sistema.

O objetivo da SAR é estabelecer uma condição para o sistema de abril a novembro de cada ano que possa garantir 100% de atendimento a um nível meta ao final de novembro, na ocorrência de um determinado cenário crítico. O subproblema SAR é convexo, portanto pode ser introduzido no problema da PDDE utilizando aproximações de primeira ordem (decomposição de Benders) de dois estágios em cada subproblema no NEWAVE, não acarretando uma modificação substancial no problema da programação dual estocástica implementado no modelo NEWAVE. Uma descrição mais detalhada da metodologia SAR aplicada originalmente no NEWAVE é apresentada em [13], a qual foi aprimorada em [14] de forma a reduzir o tempo computacional e evitar aumentos exagerados no custo marginal de operação.

1.1 Motivação

A superfície de aversão a risco utiliza cenários de afliências críticas determinísticas, portanto os recursos disponíveis devem atender à demanda com probabilidade 100% para estas séries. A principal motivação deste trabalho é a utilização das restrições probabilísticas como uma modelagem alternativa ao subproblema da SAR, em que se leva em consideração que a afliência é uma variável aleatória contínua do problema com uma distribuição multivariada, supostamente conhecida. Neste caso, a demanda deve ser atendida com um determinado nível de probabilidade, considerando todo o espectro de possíveis ocorrências para as vazões estocásticas às usinas hidroelétricas. Portanto, o enfoque é trazer uma abordagem menos conservadora, no atendimento do nível meta, que a superfície de aversão a risco.

A programação com restrições probabilísticas (CCP³), que é uma técnica proposta a partir do final da década de 1950 [15] [16] [17], é uma abordagem antiga todavia não está consolidada no problema de planejamento hidrotérmico reais e com dimensões maiores. Recentemente, ocorreu uma série de desenvolvimentos desta metodologia [18] [19], devido ao desafio imposto pela dificuldade de representação do problema e do grau de importância sob o ponto de visto matemático.

1.2 Objetivos

A proposta deste trabalho é estudar o uso de restrições probabilísticas no problema de planejamento de médio/longo prazo, em particular no subproblema associado à superfície de aversão a risco, será denominado CCP-SAR nesta dissertação. Para isso utiliza-se uma distribuição de probabilidade multivariada para as energias afluentes aos reservatórios equivalentes do sistema, com demanda conhecida que deve ser atendida em um nível de probabilidade prédefinido. Para resolução do problema por PDDE, as restrições probabilísticas devem seguir os requisitos de convexidade, o que leva a alguns requisitos de log-concavidade para as funções de distribuição da variável aleatória. Além disso, devem ser calculados os valores da distribuição de probabilidade e gradientes associados a essa função.

O método da bisseção é utilizado para encontrar os pontos de fronteira que atendam as restrição probabilística no subproblema da SAR, ou seja, que sigam o atendimento à demanda com o exato nível de probabilidade desejado. Utiliza-se o código de Genz [55] para o cálculo das probabilidades e gradientes, e a região viável do subproblema SAR é caracterizada por aproximações de primeira ordem, pelo método de planos cortantes.

A abordagem proposta é dividida em dois módulos: primeiramente resolve-se o subproblema CCP-SAR estático, para um dado nível de armazenamento final no subproblema da PDDE; em uma segunda etapa, calculam-se os cortes que o subproblema CCP-SAR devem fornecer à PDDE, estabelecendo condições para o armazenamento final dos reservatórios no seu subproblema correspondente. As

³indicado pela sigla associada ao termo em inglês: "*chance-constrained programming*".

variáveis aleatórias serão assumidas seguindo uma distribuição Gaussiana com correlação não só temporal e espacial, mas também espaço-temporal⁴.

Finalmente, esta dissertação objetiva contribuir com o avanço do uso de restrições probabilísticas (CCP) em problema de planejamento hidrotérmico, como um critério de segurança da operação.

1.3

Estrutura da Dissertação

Esta dissertação está dividida da maneira descrita a seguir:

- no Capítulo 2 o problema de planejamento hidrotérmico será caracterizado e realizada uma revisão sobre medidas de risco e suas aplicações no planejamento hidrotérmico brasileiro será realizado;
- o Capítulo 3 dedica-se a apresentar a superfície de aversão a risco (SAR) e suas abordagens na literatura;
- no Capítulo 4 é feita uma revisão sobre restrições probabilísticas, suas características, classificações e aplicações no planejamento da operação hidrotérmica. Ainda neste capítulo é verificado o método iterativo de cálculo do gradiente de uma distribuição gaussiana;
- o Capítulo 5 trata da aplicação do CCP em contexto de um problema multi-estágio estático. Realizam-se estudos de convexidade de distribuições de probabilidade, dependência temporal, dependência espacial e dependência espaço temporal entre as variáveis aleatórias do problema. Formula-se o subproblema de CCP-SAR, estuda-se a convexidade da região viável para restrições probabilísticas e desenvolve-se uma estratégia de solução que envolve a construção de planos cortantes para aproximar as restrições probabilísticas, utilizando método da bisseção e uso do código de Genz para cálculo do gradiente dessas restrições o subproblema CCP-SAR é resolvido então pelo método de “PL único” (sem decomposição), de forma iterativa;
- no Capítulo 6 é feita a abordagem de integração do subproblema de CCP-SAR de forma *a priori* na PDDE;e

⁴ Isto significa que se modela explicitamente também a relação entre afluência a um reservatório em um período t com a afluência em outro reservatório em outro período t' .

- resultados numéricos são apresentados no Capítulo 7, tanto da modelagem estática quanto da modelagem dinâmica *a priori* da PDDE.

2 Problema de Planejamento Hidrotérmico

O sistema de geração brasileiro é predominantemente hidroelétrico, onde uma variável de importância significativa para o planejamento da operação é o nível de armazenamento dos reservatórios equivalentes de energia (REE). Este nível de armazenamento é influenciado por uma série de incertezas com relação às afluições futuras, visto que estudos na série histórica de afluição apuram períodos de seca [3], tornando o problema de planejamento estocástico e complexo. Por esta incerteza e um longo período de planejamento, os reservatórios devem operar a um nível de armazenamento de segurança para que não se esgotem os recursos quando vier um período de seca, dado que existe forte acoplamento temporal no problema, em que a decisão operativa realizada hoje influencia a decisão que será tomada amanhã.

Para garantir maior segurança ao sistema, adiciona-se a geração térmica, a um custo maior, o que permite atenderá demanda sem esgotarem os recursos dos reservatórios. Tradicionalmente, o problema do planejamento consiste em realizar um despacho ótimo entre térmicas e hidroelétricas que resulte no atendimento da demanda ao menor custo.

O problema de planejamento hidrotérmico possui como características:(i) a incerteza sobre as afluições aos reservatórios,e por esse motivo é um problema estocástico;(ii) a existência de múltiplos reservatórios em cascata;(iii) a necessidade da otimização multi-período, (iv) a função objetivo é não linear devido ao custo de operação térmica e a função de produção das usinas hidroelétricas;(v) a limitação do volume armazenado nos reservatórios, influenciando ainda mais a relação entre as decisões presentes e as consequências futuras. Por todas essas questões, o problema do planejamento da operação do sistema hidrotérmico é estocástico, multi-estágio e de grande porte [1], sendo desta forma bastante complexo e não separável no tempo.

No Brasil, o Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) é responsável pela operação do sistema hidrotérmico, assegurando as condições de segurança para o futuro, com o auxílio de modelos computacionais desenvolvidos pelo Centro de Pesquisa de Energia Elétrica (CEPEL) [3]. O principal objetivo do planejamento tradicional da operação é minimizar o custo de atendimento à demanda, que é composto pelo custo do combustível das unidades termoeletricas somada às penalidades de eventuais déficits de energia, tendo em vista as futuras condições do sistema, como por exemplo a disponibilidade de recursos e restrições físicas.

Por ser um problema de planejamento de longo prazo, o nível de detalhamento necessário e a complexidade no processo de modelagem da representação do sistema físico é menor do que no curto prazo. Porém, na operação de curto prazo a incerteza da afluência afeta de forma menos significativa o problema. Com o objetivo de lidar com a diversidade do problema e melhoria na resolução do tempo computacional, o CEPEL desenvolveu modelos diferentes para tratar operação de longo, médio e curto prazo, que possuem níveis de detalhamento específicos para cada caso.

O programa NEWAVE [4] representa o modelo de longo/médio prazo, executado mensalmente, com discretização mensal e cinco a dez anos de horizonte temporal. O modelo DECOMP trata do de médio/curto prazo, executado semanalmente, com discretização semanal durante o primeiro mês e mensal a partir do segundo mês [3]. Através desses modelos o operador do sistema obtém uma política de operação, que resulta na otimização do despacho hidrotérmico, atendendo à demanda ao longo do período de planejamento. Como modelo de médio/curto prazo é possível citar também DESSEM [20], desenvolvido para a programação diária da operação utilizando a Programação Dinâmica Dual (PDD).

O modelo de médio/longo prazo utiliza como janela temporal 120 meses (10 anos) à frente e o objetivo do planejamento é minimizar o custo de operação, ou uma combinação convexa entre valor esperado e medida de risco CVaR [21], atendendo à demanda e as restrições do problema. A fim de reduzir a dimensão do problema, criou-se o conceito de reservatório equivalente [22] [23]. Basicamente, as usinas hidroelétricas nas regiões com comportamentos hidrológicos

semelhantes são agregadas em um único reservatório de energia. A representação considera uma distinção entre as usinas que possuem reservatórios e as usinas a fio d'água, pelo conceito de que para o segundo tipo de usinas não existe decisão sobre a vazão de fluente. A partir de janeiro de 2016, foi aprovado o uso de diferentes reservatórios equivalentes de energia (REE) em um mesmo subsistema [24] [25], para cálculo do preço de liquidação de diferenças (PLD) e no planejamento da operação do Sistema Interligado Nacional (SIN).

A Figura 2.1 representa de forma ilustrativa os 9 REE e os subsistemas correspondentes do SIN em 2016, interligados por grandes troncos de transmissão. Nesta disposição o subsistema norte possui os REE Norte e Belo Monte; o Nordeste possui o REE Nordeste; o Sudeste é composto pelos REE Sudeste, Madeira, Itaipu, Paraná Teles Pires, e o subsistema Sul o REE Sul [26].

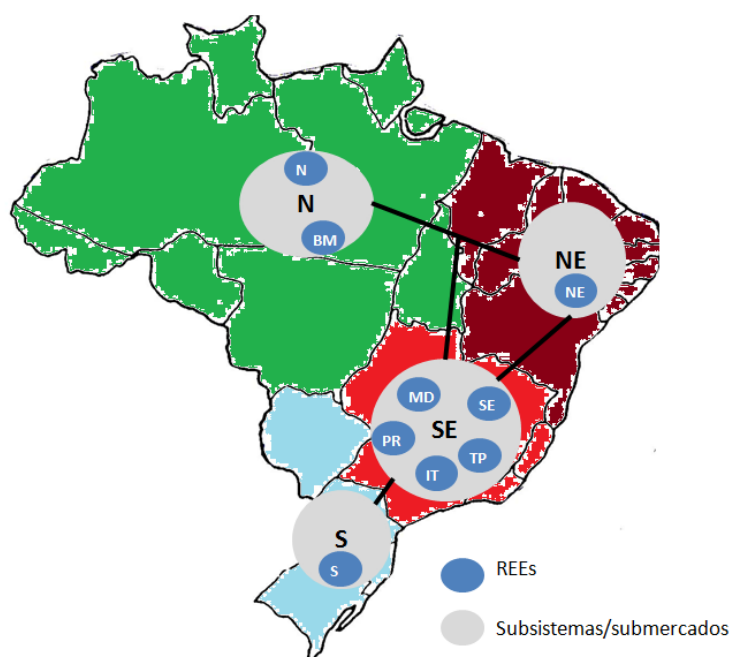


Figura 2.1 – Representação REE's e subsistemas brasileiro em 2016.

As usinas térmicas são representadas individualmente, com limites mínimos e máximos de geração e custos de geração modelados por funções lineares ou lineares por partes. Entretanto, esses custos podem ser representados no problema de planejamento por funções quadráticas, utilizando-se a abordagem linear por partes dinâmica apresentada em [27].

No Brasil a afluência é modelada por um modelo autorregressivo periódico (PAR(p)) [28] e os cenários são gerados usando a combinação de PAR(p) e um termo de ruído com a distribuição log-normal e parâmetros, garantindo assim que os valores de afluência não sejam negativos. A geração da série de cenários é feita utilizando a técnica de amostragem seletiva [29].

Com relação à metodologia, os modelos NEWAVE e DECOMP representam a incerteza da afluência nos reservatórios através de uma árvore de cenários, considerando a estocasticidade da afluência. O algoritmo para determinar a alocação ótima entre hidroelétricas e térmicas de curto/médio prazo é decomposição de Benders multi-estágio [7], conhecida no Brasil como programação dinâmica dual (PDD). Todavia, como o modelo NEWAVE possui um longo horizonte de cálculo, torna-se inviável resolver o problema pela PDD, devido ao aumento exponencial do número de nós da árvore de cenários. Por esse motivo utiliza-se no CEPEL, desde 1991, a programação dinâmica dual estocástica (PDDE) para resolver este problema [2] [5]. Este método resolve problemas de grande porte de maneira eficiente, visitando apenas um subconjunto da árvore total do problema em cada iteração.

2.1 Estratégia de PDDE

A estratégia da PDDE [2] [5] é baseada na decomposição de Benders multi-estágio, e consiste em resolver subproblemas de minimização para cada intervalo de tempo (estágio) obtendo a solução dual e assim, funções recursivas⁵ são construídas para aproximar a função de custo futuro de cada estágio. Desta maneira, não é necessária a discretização dos estados, como utilizado na Programação dinâmica tradicional de Bellman [30].

As funções recursivas são construídas através dos passos *Forward* e *Backward*. O passo *Forward* consiste em extrair via simulação um subconjunto de séries que percorre o caminho da árvore de cenários (imagem à esquerda da Figura 2.2), enquanto o passo *Backward* resolve todos os cenários de cada estágio para o conjunto de estados do sistema atingidos nessas séries (imagem à direita da

⁵ Em programação estocástica, essas funções são chamadas de "função de recurso (*recourse function*)"

Figura 2.2). Então, a aproximação da função de custo futuro é construída para cada estágio obtida através da solução dual do problema de otimização, sendo denominada cortes de Benders. O procedimento de solução termina quando ocorrer a convergência do algoritmo, segundo um intervalo de confiança para a estimativa do limite superior, já que, ao contrário da PDD [7], não são percorridos todos os nós da árvore de cenários multi-estágio.

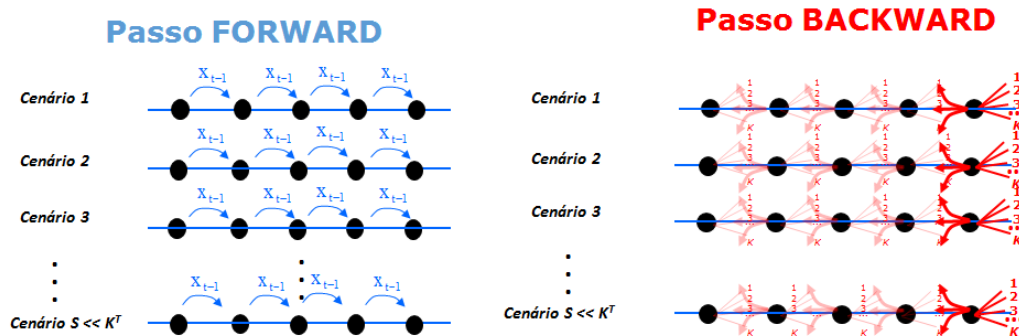


Figura 2.2 – Passo *Forward* (esquerda) e passo *Backward* (direita)-PDDE.

Um requisito estabelecido para resolver o problema de planejamento hidrotérmico através da PDDE é que a função de custo futuro seja convexa nas variáveis de estado e, portanto, possa ser aproximada por uma série de planos cortantes (aproximações de primeira ordem).

2.2 Abordagem Neutra ao Risco

A abordagem utilizada pelo Brasil por anos foi a representação neutra ao risco, onde cenários favoráveis ou críticos são considerados de igual importância para o sistema, dependendo apenas da probabilidade de ocorrência dos cenários aos quais estão associados. O critério de neutralidade ao risco aplicado ao problema de planejamento se expressa como a minimização do valor esperado do custo de operação, o qual está vinculado aos custos de geração das termoeletricas e valores de penalidades pelo não atendimento da demanda (custo de déficit).

A formulação do problema planejamento da operação longo prazo (LTHTP, do termo em inglês *Long Term Hydrothermal Planning*), em sua versão neutra ao risco, utilizada no sistema brasileiro até agosto de 2013, está

representada de forma recursiva nas equações(2.1) - (2.6)e pode ser encontrada por exemplo nos trabalhos [4] e [31].

Para $t = 1$

$$Z^* = \mathbb{E}_{\xi_1}[FCF_1(x_0, \xi_1)] \quad (2.1)$$

Sujeito a:

$$g_1(x_1) = b_1(x_0, \xi_{-1,-2,\dots,-p}) \quad (2.2)$$

$$x_1 \in X \quad (2.3)$$

onde

$$FCF_1(x_0, \xi_1) = \min_{x_1} c_1 x_1 + \left(\frac{1}{1+\beta_{tx}} \right) \mathbb{E}_{\xi_2|\xi_1}[(FCF_2(x_1, \xi_2))]$$

Para $t = 2, \dots, NPER$

$$Z^* = \mathbb{E}_{\xi_t}[FCF_t(x_{t-1}, \xi_t)] \quad (2.4)$$

Sujeito a:

$$g_t(x_t) = b_t(x_{t-1}, \xi_{t-j,j=1,\dots,p}) \quad (2.5)$$

$$x_t \in X \quad (2.6)$$

onde

$$FCF_t(x_{t-1}, \xi_t) = \min_{x_t} c_t x_t + \left(\frac{1}{1+\beta_{tx}} \right) \mathbb{E}_{\xi_t|\xi_{t-j,j=1,\dots,p}}[(FCF_{t+1}(x_t, \xi_{t+1}))]$$

O vetor de variáveis x_t representa as decisões, que no problema de planejamento hidrotérmico são a geração hidroelétrica ($GHID$), a geração térmica ($GTERM$), e intercâmbio entre reservatórios (INT). A energia armazenada ($EARM$), apesar de ser formulada como variável de decisão, na verdade corresponde ao estado do sistema, pois pode ser obtido em função dos valores das demais variáveis de decisão.

Durante a resolução no algoritmo da PDDE, visitando o nó (t, s) da série s da fase *Forward* em cada cenário ω da fase *Backward*, a formulação dada nas equações de (2.1) - (2.6) é formulada com mais detalhes nas equações (2.7)-(2.11).

$$Z = \mathbb{E}_{\xi_t}[FCF_t(x_{t-1}^{s,\omega}, \xi_t^{s,\omega})] \quad (2.7)$$

Sujeito a:

$$GTERM_t^{s,\omega} + GHID_t^{s,\omega} + INT_t^{s,\omega} + Def_t^{s,\omega} = D_t \quad (2.8)$$

$$EARM_t^{s,\omega} - EARM_{t-1}^{s,\omega} + GHID_t^{s,\omega} = \xi_t^{s,\omega} | \xi_{t-j}^{s,\omega} \quad j=1, \dots, p \quad (2.9)$$

$$x_{t-1}^{s,\omega} \in X \quad (2.10)$$

Onde de forma recursiva:

$$\begin{aligned} & FCF_t(x_{t-1}^{s,\omega}, \xi_t^{s,\omega}) \\ &= \min_{x_t^{s,\omega}} cgterm_t GTERM_t^{s,\omega} + cdef_t Def_t^{s,\omega} \\ &+ \left(\frac{1}{1 + \beta_{tx}} \right) \mathbb{E}_{\xi_t | \xi_{t-j}^{s,\omega}, j=1, \dots, p} [(FCF_{t+1}(x_t^{s,\omega}, \xi_{t+1}^{s,\omega}))] \end{aligned} \quad (2.11)$$

Sujeito às restrições do estágio $t+1$.

O objetivo do problema é minimizar o valor esperado da soma do custo de geração térmica ($cgterm_t$) e custo de déficit ($cdef$) (2.7), atendendo às equações de atendimento a demanda (2.8) e balanço hídrico(2.9), além de limites representado pelo conjunto limitado de todas as variáveis de decisão X_t (2.10).

A abordagem neutra a risco poderia acarretar em estados críticos no sistema ou até mesmo escassez de energia em casos de cenários de afluência mais severos, já que o sistema estava no passado sem critérios adequados de risco. Devido ao racionamento energético ocorrido em 2001/2002 questionamentos com relação à política adotada foram levantados. Surgiram algumas propostas para o sistema brasileiro utilizar a aversão ao risco durante a solução do problema hidrotérmico, diminuindo assim a probabilidade de alcançar estados críticos.

No planejamento hidrotérmico a Figura 2.3 representa as opções que o tomador de decisão deve realizar no instante de tempo t que geram impactos, dependendo da realização que ocorrerá no instante $t + 1$. Caso o tomador de decisão escolha não utilizar os reservatórios no planejamento do sistema em t e chova em $t + 1$, ele estará desperdiçando água, devido ao risco de vertimento. O maior risco do sistema está representando na utilização dos reservatórios no instante de tempo t e falta de chuva em $t + 1$, o que poderia acarretar possíveis déficits e altos custos da operação. Assim, a seguir serão discutidas medidas de risco e, em seguida, uma descrição dos procedimentos adotados ao longo do tempo no caso brasileiro.

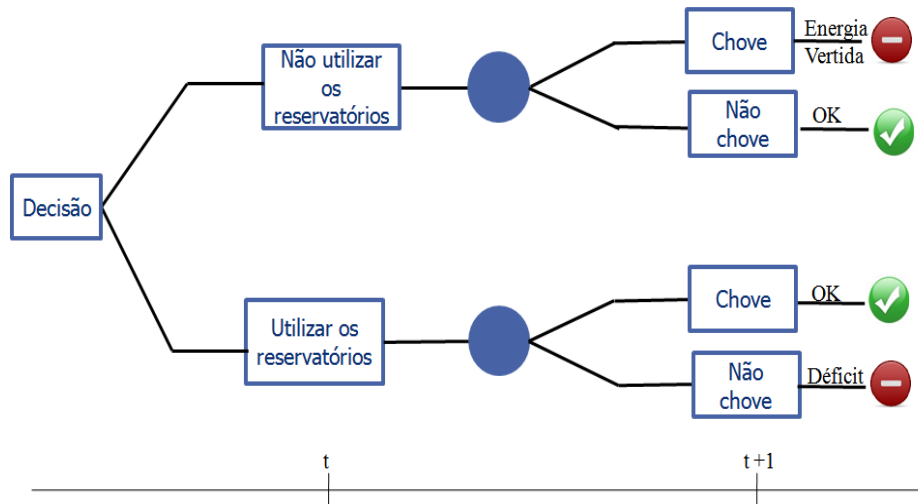


Figura 2.3 – Dilema do decisor no problema de planejamento hidrotérmico.

2.3 Uso de Medida de Risco

Para definir aversão a risco, suponha um agente em que o impacto resultado pela perda de certo investimento é maior do que o impacto resultado pelo ganho em mesma quantidade desse investimento. Este agente é conhecido como avesso ao risco, cujo *payoff* negativo possui maior impacto que o *payoff* positivo.

Definição de função utilidade:

A função utilidade mapeia o valor monetário no nível de satisfação de um agente [32]. Seja um subconjunto \mathcal{R} que representa todos os valores de *payoff* monetário, ($\mathcal{R} \subset \mathbb{R}$), de cada opção disponível para tomar uma decisão. Uma função $u: \mathcal{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é dita função utilidade.

Um agente avesso ao risco percebe as perdas numa magnitude maior do que os ganhos: para uma variação c em torno de um ponto que representa o aumento de riqueza deste agente x_0 , a distância entre a função utilidade de $x_0 + c$ em torno de x_0 é menor do que em torno de $x_0 - c$. Assim, a função utilidade de um agente avesso a risco é côncava conforme apresentado na Figura 2.4.

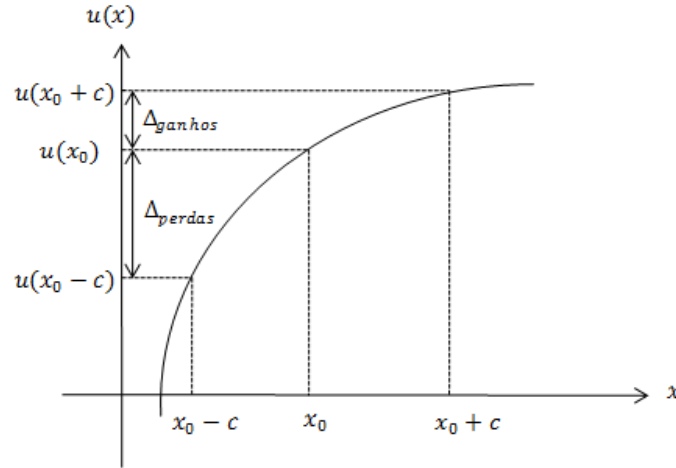


Figura 2.4 – Função utilidade de um agente avesso ao Risco

A seguir serão descritas algumas medidas de risco, como valor em risco (VaR – “*Value at Risk*”), semivariância e semidesvio, e valor condicional em risco ($CVaR$ – “*Conditional Value at Risk*”), que são medidas de aversão a risco alternativas à abordagem utilizada nesta dissertação de superfície da aversão a risco com restrições probabilística, descrita com mais detalhes no capítulo 4.

2.3.1 Valor em Risco (VAR)

O valor em risco (VaR) [33] é utilizado significativamente no mercado financeiro, porém apresenta algumas desvantagens, para as quais existem propostas de melhoria na literatura, como será dissertado a seguir.

O VaR utiliza uma métrica para quantificar o risco que expressa em número o valor de uma perda financeira que não é excedida por um determinado nível de significância (α). Matematicamente, seja $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ um espaço de probabilidade e $x \in X$ uma variável aleatória que representa o fluxo financeiro de um investimento. O valor em risco dado por um nível de significância α é dado por [32]:

$$VaR_{\alpha}(x) = \inf\{z \in \mathbb{R} | \mathbb{P}(x < z) \leq \alpha\}. \quad (2.12)$$

Os valores tipicamente utilizados para nível de significância (α) estão entre 0,01 e 0,1. Em poucas palavras, o VaR representa o α quantil de uma certa distribuição de probabilidade. A Figura 2.5 ilustra o VaR de uma carteira com renda x e distribuição de probabilidade $f(x)$ para dado um nível de significância (α).

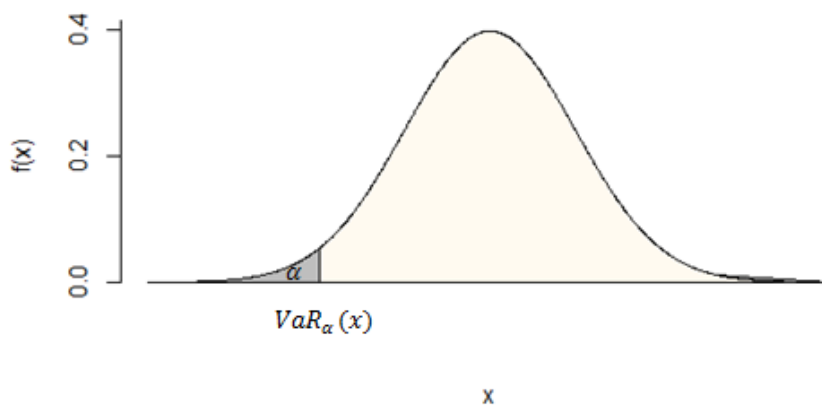


Figura 2.5 – Valor em risco (VaR) de uma distribuição de probabilidade

Um ponto negativo desta medida é que o VaR não mede a magnitude das perdas. Por exemplo, na ocorrência de um cenário de perda severa, o VaR pode indicar o mesmo valor, como mostra o exemplo da Figura 2.6. Desta maneira, duas carteiras distintas possuem valor em risco (VaR) iguais, todavia a primeira carteira apresenta uma perda mais severa do que a segunda. Outra desvantagem é que o valor em risco não é uma medida coerente de risco [34], pois não atende a propriedade de subaditividade, ou seja, a soma do VaR de cada carteira pode ser superior ao VaR da soma das carteiras [35].

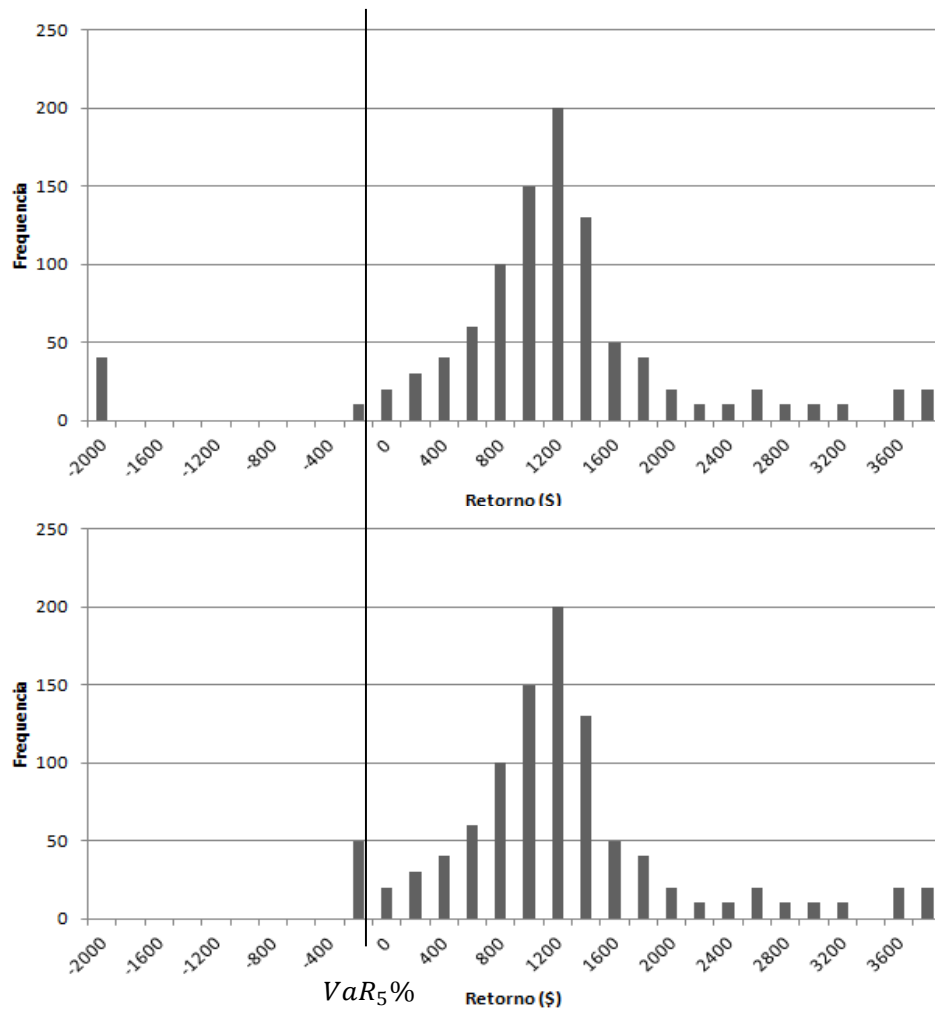


Figura 2.6 – Exemplo de que o VaR não captura perdas severas: o valor do VaR é o mesmo em ambas as distribuições, embora na de cima haja perdas mais severas.

2.3.2 Semivariância e Semidesvio

A semivariância [36] configura o mesmo conceito que a variância em Estatística, porém enquanto a variância é calculada considerando valores tanto abaixo como acima do valor esperado, a semivariância é calculada com relação aos piores cenários, ou seja, com relação somente a perdas que estão acima do valor esperado. Seja $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ um espaço de probabilidade e $x \in X$ uma variável aleatória, a semivariância está representada na equação (2.13)-(2.14) [37].

$$\sigma_r^2[X] = (\mathbb{E}[(X - \mathbb{E}[X])_+^r]) \quad (2.13)$$

onde

$$(y)_+ = \max\{0, y\}.$$

$$\sigma_r^2[X] = (\mathbb{E}[(\max\{0, X - \mathbb{E}[X]\})^r]) \quad (2.14)$$

onde $r \in [1, \infty)$ é um parâmetro fixo. O semidesvio tem a mesma função conceitual do desvio padrão em estatística, porém em relação à semivariância:

$$\begin{aligned} \sigma_r[X] &= (\mathbb{E}[(X - \mathbb{E}[X])_+^r])^{\frac{1}{r}} \\ &= (\mathbb{E}[(\max\{0, X - \mathbb{E}[X]\})^r])^{\frac{1}{r}} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Em [36] foi proposto o cálculo da fronteira entre média e semivariância, representada na equação (2.16).

$$\phi(X) = \mathbb{E}[X] - k \sigma_r^2[X] \quad (2.16)$$

Todavia, este método não é consistente sobre as regras de dominância estocástica [38]. Este mesmo trabalho apresenta como alternativa o uso da média-semidesvio, como mostrado em (2.17), que é uma medida de risco consistente sob o ponto de vista de dominância estocástica de segunda ordem:

$$\varphi(X) = \mathbb{E}[X] - k \sigma_r[X] \quad (2.17)$$

Para maiores informações de aplicações da equação (2.17), vantagens e desvantagens sobre a aplicação vide [37].

2.3.3 Valor Condicional a Risco (CVaR)

Uma proposta alternativa às anteriores, que tem sido utilizada na literatura [39], é o valor condicional em risco (*CVaR*). O *CVaR* calcula a média dos valores inferiores ao *VaR*, assim consegue mensurar cenários críticos que o *VaR* não consegue medir, conforme ilustrado na Figura 2.7. A ilustração é apresentada como visualização da diferença entre o *VaR* e o *CVaR* para uma série de retornos com uma determinada função de distribuição de probabilidade ($F(\text{Retornos})$).

Matematicamente, seja um espaço de probabilidade dado por $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ e uma variável aleatória que representa um portfólio $x \in X$. O *CVaR* é definido $CVaR_\alpha: X \rightarrow \mathbb{R}$, para uma distribuição contínua, como [32]:

$$CVaR_\alpha(x) = \mathbb{E}[x | x \leq VaR_\alpha(x)]. \quad (2.18)$$

O *VaR* pode ser representado [33] como $VaR_\alpha(x) = F_x^{-1}(\alpha)$, e desta forma a equação (2.18) pode ser modificada para a equação (2.19):

$$CVaR_\alpha(x) = \int_{\{\omega \in \Omega | x(\omega) \leq VaR_\alpha(x)\}} x(\omega) \cdot \frac{\partial \mathbb{P}(\omega)}{F_x(VaR_\alpha(x))}. \quad (2.19)$$

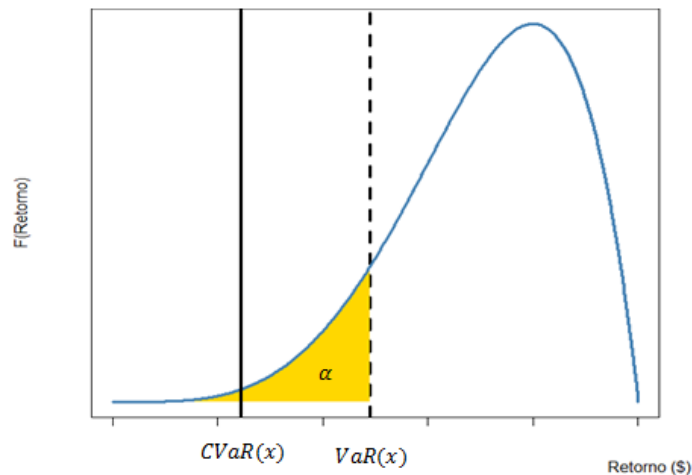


Figura 2.7 – Comparação entre VaR e CVaR. Percebe-se que a segunda medida é influenciada pelos valores da cauda.

O $CVaR$ é uma medida coerente de risco [34], diferentemente do VaR , e portanto possui a propriedade de subaditividade, garantindo que o $CVaR$ da soma de dois portfólios seja superior ou igual ao $CVaR$ individual de cada portfólio, conforme equação (2.20) a seguir.

$$CVaR(x_1 + x_2) \geq CVaR(x_1) + CVaR(x_2). \quad (2.20)$$

O $CVaR$ possui uma aplicação de extrema importância, que é o fato de ser possível expressar como uma fórmula de minimização, de forma a ser incorporado num problema de otimização, como a minimização do risco por exemplo. O trabalho[40] propõe uma aproximação equivalente da equação(2.19) para resolver o problema de otimização (2.19), a qual é indicada em (2.21).

$$CVaR_{1-\alpha}(x) = \sup_z \left\{ z - \frac{\mathbb{E}[(z - x)^+]}{\alpha} \mid z \in \mathbb{R} \right\}, \quad (2.21)$$

onde $(y)^+ = \max[y, 0]$, $z = VaR_\alpha(x)$ e $\alpha \in (0,1)$.

Na próxima seção serão apresentados os critérios de segurança que foram propostos e utilizados para o planejamento hidrotérmico brasileiro.

2.4

Consideração de Aversão a Risco no Brasil

Como medida alternativa inicial para utilizar um nível de segurança no modelo [4], a curva de aversão a risco (CAR) surgiu em 2002 para teste, tendo sido utilizada posteriormente uma penalização diferente para o caso de não cumprimento da meta de armazenamento. A CAR foi utilizada até agosto de 2013, quando deu lugar para o valor condicional ao risco ($CVaR$). Esta seção objetiva dissertar sobre as modificações e critérios de segurança adotados pelo setor elétrico brasileiro, a fim de promover uma maior segurança no suprimento.

2.4.1

Curva de Aversão a Risco (CAR)

A curva de aversão a risco foi proposta pelo Comitê de Revitalização do Modelo do Setor Elétrico [8], devido ao racionamento energético entre 2000 e 2001, onde foram propostas metodologias de aversão a risco no cálculo da política ótima de operação do sistema de geração. A CAR é uma curva de valores mínimos de armazenamento para cada subsistema, seguindo a característica de cada região [9]. Para construção de um nível de segurança para a CAR são considerados alguns cenários de hidrologia crítica. Esta curva foi originalmente concebida como bianual, e mais adiante estendida para cinco anos.

O objetivo principal desta metodologia é que, dada a CAR para cada subsistema e uma penalidade, caso o armazenamento previsto seja inferior ao armazenamento mínimo ao final de cada mês, o sistema deve operar respeitando o nível mínimo de armazenamento, independente do custo que possa gerar ao despachar térmicas para assegurar esse nível. A violação da CAR seria permitida apenas se evitasse déficits de energia no presente.

Em junho de 2002, foi implementada no modelo NEWAVE a “penalidade original”. Esta penalidade resultaria em despachar térmicas adicionais para que o volume mínimo fosse estabelecido. Porém, após testes com a metodologia, foi visto que poderia acarretar elevados custos marginais de operação dos subsistemas [11]. Visto isso, a chamada “penalidade criativa” [11] foi proposta pelo ONS e consultores, sendo atualizada ao longo das iterações da PDDE, para assim diminuir os efeitos de elevação dos custos marginais da operação. Este tipo de penalidade foi implementada na CAR no modelo NEWAVE em 2004 e utilizada como procedimento oficial no sistema brasileiro até agosto de 2013.

A CAR apresentou algumas desvantagens, sendo a principal o fato de não considerar explicitamente o intercâmbio entre subsistemas, pois as energias de intercâmbio não podem ser previstas *a priori*, já que são sujeitas às condições atuais dos sistemas e condições hidrológicas ao longo do ano. Assim, embora a CAR assuma valores univariados para níveis de armazenamento, o nível de armazenamento de um reservatório equivalente depende do nível de armazenamento de outro reservatório equivalente.

A Figura 2.8 apresenta a região viável em cinza da curva de aversão a risco para dois subsistemas, desta forma o intercâmbio energético nessa metodologia é suposta na construção das curvas.

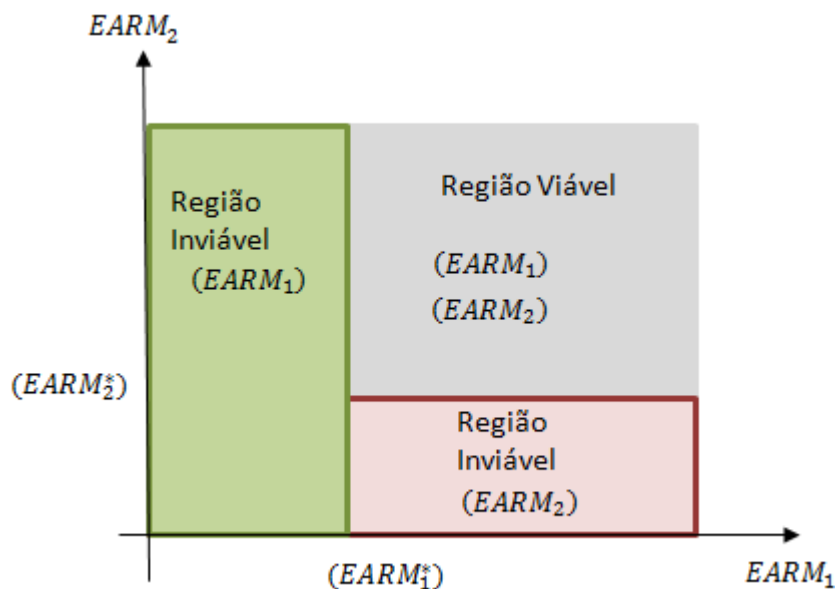


Figura 2.8 – Representação das regiões viável e inviável de operação para um sistema interligado, de acordo com a metodologia da CAR.

2.4.2 Aplicação do CVaR

A primeira aplicação de CVaR em um problema hidrotérmico foi feita em [41] em um problema de dois estágios de otimização de Portfólio. A metodologia de CVaR para um problema multi-estágio foi proposta em [42],[85] e estendida posteriormente para a PDDE em [43], com o uso de uma variável artificial, e posteriormente em [44] e [45], de forma direta. Variantes de aplicação do CVaR foram propostas também em [46], [84] e [86]. A metodologia de CVaR foi incorporada em setembro de 2013 [21] no planejamento da operação hidrotérmica do sistema brasileiro, segundo a abordagem direta, para as atividades de planejamento da operação e despacho, construção do preço *spot* e auxílio ao planejamento de expansão.

O cálculo do CVaR no problema LTHTP considerando apenas os cenários críticos (secas severas) tornaria o problema conservador e teria um alto custo. Para

isso foi proposta a combinação convexa entre o $CVaR_\alpha(x)$ e o valor esperado $\mathbb{E}[x]$ [42], como mostrado na equação (2.22). Esta combinação convexa é definida como o valor mínimo no qual um agente torna-se indiferente ao risco de perdas. Ou seja, o agente possui um índice de preferência (λ) entre a aversão ao risco ($CVaR_\alpha[x]$) ou neutralidade ao risco ($\mathbb{E}[x]$):

$$\Phi_{\alpha,\lambda}(x) = \lambda CVaR_\alpha[x] + (1 - \lambda)\mathbb{E}[x] \quad (2.22)$$

sendo $\lambda \in (0,1)$. O balanço existente entre aversão a risco e neutralidade a risco pode ser controlado calibrando os valores dos parâmetros λ e α , os quais não são obtidos de forma intuitiva. Um estudo de calibragem destes parâmetros para planejamento do sistema brasileiro é apresentado nos trabalhos [21] e [8].

O problema inicial brasileiro será portanto reformulado como na equação a seguir, para considerar um *trade-off* entre segurança e custo. A introdução do $CVaR$ preserva a característica de um problema de otimização convexa:

$$Z^* = (1 - \lambda)\mathbb{E} [FCF_1(x_0, \xi_1)] + \lambda CVaR_\alpha (FCF_1(x_0, \xi_1)) \quad (2.23)$$

Onde:

$$FCF_t(x_{t-1}, \xi_t) = \min_{x_t} cgterm_t GTERM_t^{s,\omega} + cdef Def_t^{s,\omega} \\ + FCF_{t+1}(x_t, \xi_{t+1}) \quad \forall t = 2, NPER$$

Desta forma, o uso do $CVaR$ no problema LTHTP é computado a cada nó da fase *Backward* por uma abordagem direta [44] [45] e não altera significativamente a metodologia neutra ao risco [4].

A estratégia de aversão a risco usando o $CVaR$ possui a limitação de que não é possível o cálculo do estimador do limite superior de acordo com a forma tradicional, pois leva em conta apenas o custo presente, e o valor do $CVaR$ somente é incorporado na função de custo futuro, não aparecendo no custo

presente [43]. Por este motivo, o critério de parada para a PDDE com a metodologia CVaR passou a ser a estabilidade do limite inferior (ZINF) do custo da solução ótima, ao longo das iterações.

2.4.3

Aprimoramentos da CAR: Superfície de Aversão ao Risco

Como aprimoramento da CAR, surgiu inicialmente em [10] a utilização da superfície de aversão a risco, visando corrigir problemas gerados, por exemplo, pela individualização da curva por reservatório equivalente, não levando em consideração a variação do intercâmbio entre as regiões de acordo com os cenários hidrológicos. No próximo capítulo será retratada a superfície de aversão a risco e as alternativas propostas na literatura para sua utilização no problema de planejamento hidrotérmico no Brasil.

3 Superfície de Aversão ao Risco (SAR)

A superfície de aversão a risco (SAR) foi utilizada como uma proposta de melhoria da CAR [10], sendo assim uma estratégia alternativa para aumentar a segurança do sistema. Na CAR o objetivo era estabelecer níveis meta de armazenamento em cada período t do problema de planejamento hidrotérmico, objetivando a garantia de não violação destes níveis em caso de um cenário de afluência desfavorável [11]. A SAR pode ser considerada uma extensão da CAR para o caso multivariado, onde se considera de forma explícita, sem regras de operação pré-definidas, o impacto dos intercâmbios de energia entre os subsistemas interligados [12] na operação do sistema em condições críticas.

A SAR possui as seguintes vantagens em relação à CAR: a otimização conjunta dos níveis de armazenamento em cada reservatório equivalente, a melhor integração entre procedimento operativo e política operativa, e melhor integração entre planejamento da operação e planejamento de expansão [11].

A Figura 3.1 apresenta a região viável em cinza da superfície de aversão a risco para dois subsistemas, desta forma o intercambio energético é apresentado de forma explícita diferentemente da curva de aversão a risco.

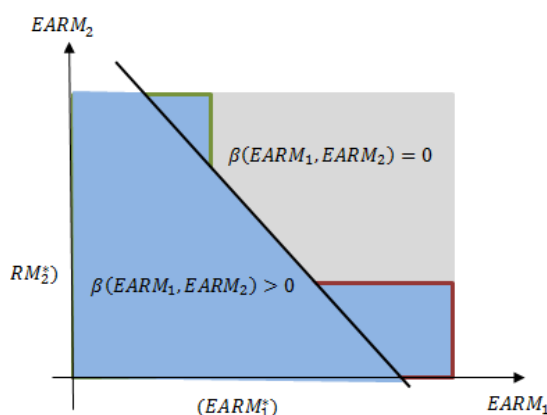


Figura 3.1 – Representação das regiões viável e inviável de operação de um sistema interligado, segundo a metodologia SAR

A SAR para cada instante de tempo (τ) é uma curva multivariada, que define as condições requeridas pelo estado do sistema (energia armazenada nos reservatórios ao final do instante τ e energias afluentes passadas anteriores a τ), para que não haja ocorrência de déficit em um problema determinístico de despacho da operação do sistema, para um cenário crítico de afluência, do instante de tempo de $\tau + 1$ até $\tau + T_{SAR}$, onde T_{SAR} é o numero de meses até o final do cenário crítico [31]. Ao final do período crítico os reservatórios deverão atender determinado nível meta, para que não se esgotem os recursos de geração do sistema.

Este problema SAR pode ser formulado matematicamente como um problema determinístico, onde a função objetivo minimiza o déficit no cenário crítico escolhido e possui a restrição de chegar ao final do período com armazenamento superior ou igual a um nível meta, conforme expressões (3.1)-(3.7). A ocorrência ou não de déficit no subproblema da SAR depende dos níveis iniciais individuais de armazenamento de cada subsistema ($EARM_t^i, i = 1, \dots, NREQV$) ao final de um período t , além de afluências passadas, para o caso da SAR condicionada. Neste trabalho utilizou-se a SAR não condicionada, que por definição não considera, na construção da série hidrologia críticas futura, as afluências recém verificadas em períodos passados. Desta forma, a série utilizada no subproblema da SAR não condicionada é uma série selecionada do histórico de vazões. (vide [14]).

$$\beta(EARM_t^i) = \min_{Def, EARM, GHID, GTERM, INT} \sum_{\tau=t+1}^{T_{SAR}} \sum_{i=1}^{NSIST} Def_{\tau}^i \quad (3.1)$$

Sujeito a:

$$EARM_{\tau+1}^i + GHID_{\tau}^i = EARM_{\tau}^i + \xi_{\tau}^i \quad i = 1, \dots, NREQV \\ \tau = t + 1, \dots, T_{SAR} \quad (3.2)$$

$$GHID_{\tau}^i + GTERM_{\tau}^i + \sum_{j \in \Omega_i} INT_{\tau}^{i,j} + Def_{\tau}^i \\ = D_{\tau}^i \quad i = 1, \dots, NSIST \\ \tau = t + 1, \dots, T_{SAR} \quad (3.3)$$

$$Def_{\tau}, \xi_{\tau}, GHID_{\tau}, GTERM_{\tau}, INT_{\tau} \geq 0 \quad \tau = t + 1, \dots, T_{SAR} \quad (3.4)$$

$$EARM^i \geq META^i \quad i = 1, \dots, NREQV \quad (3.5)$$

$$GHID_{\tau}^i \leq \overline{GHID^i} \quad i = 1, \dots, NREQV \quad \tau = t + 1, \dots, T_{SAR} \quad (3.6)$$

$$EARMMIN_{\tau}^i \leq EARM_{\tau}^i \leq EARMAX_{\tau}^i \quad i = 1, \dots, NREQV \quad \tau = t + 1, \dots, T_{SAR} \quad (3.7)$$

O número de reservatórios equivalente de energia é $NREQV$, e cada REQV i tem limites de energia armazenada máxima e mínima ($EARMIN^i$ e $EARMAX^i$). Além disso, cada REQV possui capacidade máxima de geração hidráulica máxima $\overline{GHID^i}$. O número de subsistemas é denominado $NSIST$ e a variável $INT_{\tau}^{i,j}$ denota o a exportação de energia que o subsistema i exporta para o subsistema j vizinho, identificado pelo conjunto Ω_i . A afluência para cada REQV em cada período de tempo é representada por ξ_{τ}^i e a demanda para cada subsistema por D_{τ}^i . Caso necessário o déficit em cada subsistema/período é denominado Def_{τ}^i . Finalmente o objetivo do problema é dado por β tal que ocorra a minimização da soma do déficit, obtendo condições mínimas necessárias para o vetor de armazenamento inicial $EARM_0^i$.

Desta forma, a função objetivo do subproblema da SAR é minimizar o déficit Def_{τ}^i (3.1), atendendo à equação de balanço hídrico (3.2), a equação de atendimento da demanda (3.3), a restrição de satisfação do nível meta (3.5) e limites de armazenamento e gerações (3.6) e (3.4), sendo que nesta última expressão a omissão dos supra-índices indica que se trata de uma inequação vetorial. Como a situação desejada para o subproblema SAR é que β ($EARM_{\tau}^i$) seja igual a zero (ou seja, não ocorrência de déficit), as restrições que definem a SAR serão construídas apenas quando necessário, ou seja, quando a solução de um determinado subproblema da PDDE leva a armazenamentos iniciais que violam o nível meta (β ($EARM_{\tau+1}$) > 0).

Como o objetivo do subproblema SAR é minimizar o déficit, não é necessário incluir custos de gerações térmica, nem uma curva linear por partes do custo de déficit como é utilizada no problema LTHTP usual.

A fronteira eficiente que separa as regiões de armazenamento para $\beta (EARM_t^i) = 0$ e $\beta (EARM_t^i) > 0$ define uma região convexa para o conjunto de combinações de armazenamento que atendem aos requisitos desejados, ou seja, onde $\beta (EARM_t^i) = 0$. Portanto, é possível adicionar ao problema da PDDE aproximações lineares por parte para essa região (como será visto na seção 6) para serem introduzidas no subproblema de planejamento de médio prazo, que irá estabelecer os valores de armazenamento $EARM_t^i$ em cada série a ser simulada, e que são parâmetros de entrada para o subproblema da SAR.

3.1

SAR na PDDE - abordagem tradicional

A superfície de aversão a risco SAR é composta por vários reservatórios equivalentes, o que resulta no aumento da complexidade do problema em representar todos os hiperplanos da região. Outro ponto relevante é a relação não linear existente entre a capacidade máxima de geração e nível de armazenamento do reservatório [4], o que torna a região da SAR não suave, sendo impossível representar a superfície SAR como um conjunto finito de restrições lineares. Aproximações lineares por parte são possíveis, mas essas restrições devem ser adicionadas ao problema LTHTP, observando-se um impacto no esforço computacional para sua resolução.

Conceitualmente, a SAR representa a operação do sistema durante cenários críticos, sendo tratada como um subproblema de segundo nível para os subproblemas do problema de LTHTP, que é resolvido por PDDE. A proposta em [10] [31] busca uma identificação dinâmica das restrições do subproblema SAR, e adicionar apenas cortes necessários ao problema LTHTP, ou seja, quando as soluções de seus subproblemas violam as restrições da SAR. Portanto, a SAR pode ser construída de maneira iterativa ao se resolver o LTHTP por PDDE, com um subproblema nos passos *Backward* e *Forward*, sem modificações significativas no algoritmo.

Considere o subproblema LTHTP de cada nó (τ, s) da fase *Forward* e cada cenário ω no passo *Backward* da PDDE, para um estágio τ , onde S é o número de séries *forward* e Ω é o número de possíveis cenários *backward* para esse estágio. Sendo verificado o nível final dos reservatórios ($EARM_t$) no subproblema correspondente, esse é um dado de entrada para resolver o subproblema SAR. Conforme mencionado anteriormente, a condição suficiente deste subproblema SAR é se o sistema está apto para operar em $\tau + 1$ até $\tau + T_{SAR}$ sobre determinado cenário crítico de afluições, sem gerar déficit e cumprir o nível de armazenamento meta preestabelecido ao final do período T_{SAR} . A interação entre o problema LTHTP e o subproblema da SAR é ilustrada na Figura 3.2, onde a violação do subproblema SAR (em vermelho) gera cortes a serem integrados no problema LTHTP.

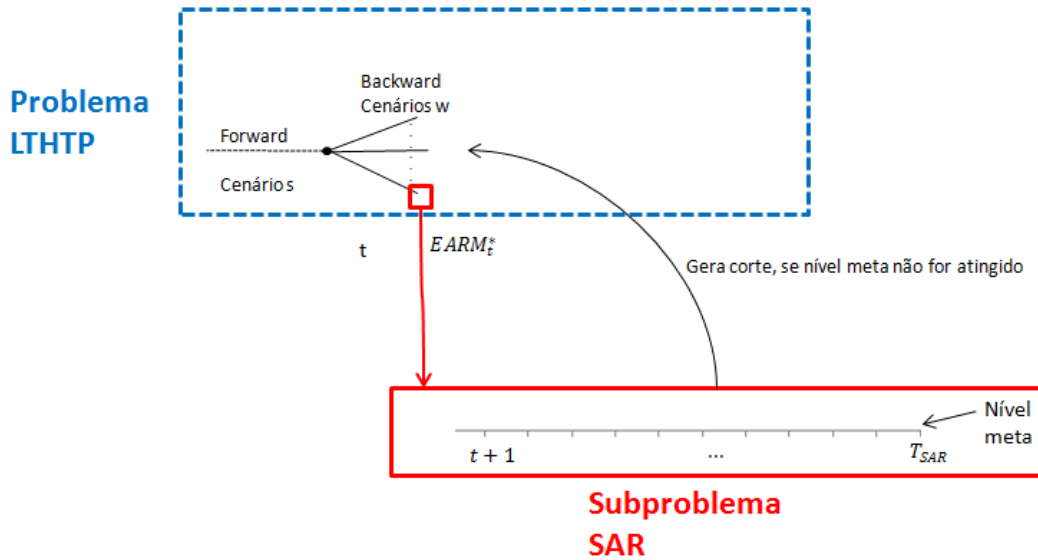


Figura 3.2 – Esquema da interação entre o subproblema da PDDE de determinado cenário (LTHTP) e seu respectivo subproblema SAR.

Caso ocorra déficit no subproblema da SAR, a solução encontrada no passo da PDDE não é viável para o subproblema de aversão a risco e assim constrói-se um corte de viabilidade do déficit da forma $\beta + \Delta_{Sar} \leq 0$. Essas restrições geradas pelo subproblema SAR para o subproblema LTHTP serão construídas apenas em caso de descumprimento do nível meta e/ou se houver ocorrência de déficit no subproblema da SAR. Estas restrições construídas a cada estado e cenário (fases *Forward/Backward*) do problema como um todo podem ser compartilhadas para

todos os estados e cenários do mesmo estágio, que serão visitados nas próximas iterações da PDDE, conforme algoritmo apresentado na Figura3.3.

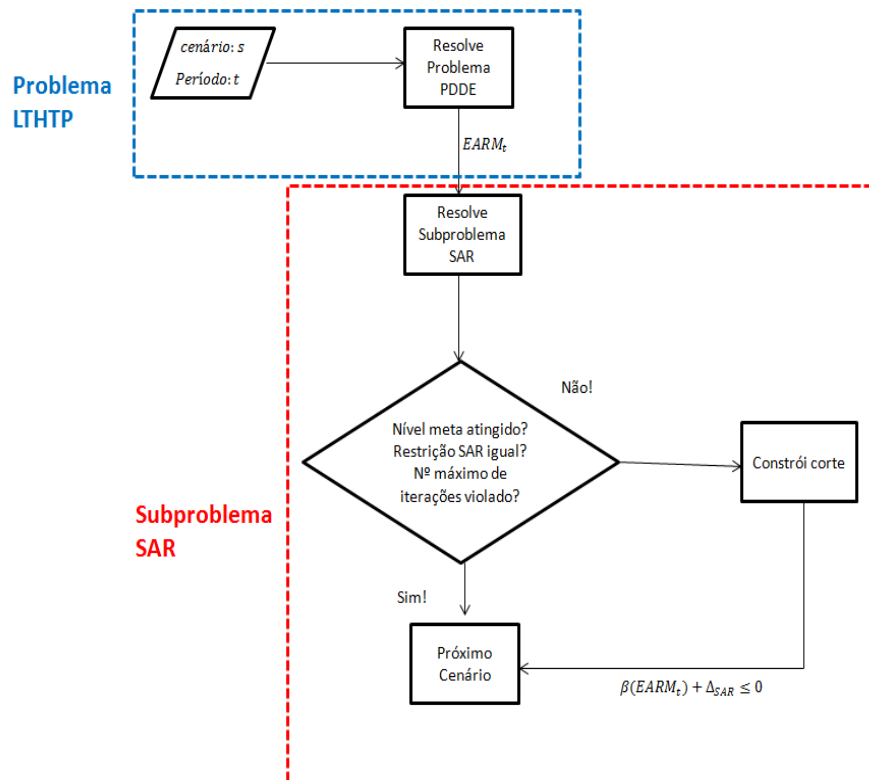


Figura3.3 – Fluxograma do algoritmo para resolução do subproblema SAR, incorporado à resolução de determinado subproblema no LTHTP.

Em alguns casos é possível que o subproblema LTHTP do NEWAVE seja inviável, ou seja, nem com todos os recursos disponíveis é possível atender às restrições de armazenamento impostas pelos cortes (restrições) fornecidos pelo subproblema da SAR. Essa inviabilidade do subproblema pode ocorrer em caso de condições muito severas e/ou porque as decisões tomadas anteriormente ao estágio τ da PDDE não se adequaram ainda a essas restrições impostas pela SAR. Para isso, tornou-se necessário adicionar no subproblema de LTHTP uma variável folga Δ_{SAR} , para cada período de tempo, para permitir a violação das restrições SAR, com uma penalidade alta na função objetivo (c_{SAR}). Na metodologia original da SAR, proposta em [10], a penalização é aplicada em todos os períodos, podendo gerar acúmulo de penalidades quando se viola a restrição em vários estágios consecutivos.

No problema LTHTP a correlação entre afluições é modelada de acordo com o modelo autorregressivo periódico PAR(p) [28]. Neste trabalho não será abordada a modelagem das afluições como um modelo PAR(p) e as modificações correspondentes no corte criado na violação do subproblema SAR. Para maiores informações vide a seção 4 do trabalho [31].

Na realização de teste da implementação da SAR na PDDE, foram observadas duas desvantagens: (i) com relação ao tempo computacional, pelo fato de ser necessária resolução de um subproblema de otimização adicional para cada subproblema LTHTP, durante o processo de convergência da PDDE; (ii) o efeito acumulativo das penalizações da SAR, pelo fato de serem aplicadas a cada período, o que causa um aumento expressivo no Custo Marginal de Operação (CMO). A seguir será dissertado sobre a proposta feita por [14], com uma alternativa de aprimoramento na forma de computar a penalização e construção da SAR na PDDE, com o objetivo de contornar os inconvenientes da proposta original da SAR.

3.2 SAR formulação na PDDE

Adicionando a superfície de aversão a risco no problema do planejamento hidrotérmico é dada pela nas equações (3.8)-(3.15). Assim, como o subproblema SAR é convexo e não negativo é possível introduzir na formulação inicialmente neutra a risco.

Para $t = 1$

$$Z^* = \mathbb{E}_{\xi_1}[FCF_1(x_0, \xi_1)] \quad (3.8)$$

Sujeito a:

$$g_1(x_1) = b_1(x_0, \xi_{-1,-2,\dots,-p}) \quad (3.9)$$

$$\beta \left(EARM_1^i \right) + \Delta_{Sar} \geq 0 \quad (3.10)$$

$$x_1 \in X \quad (3.11)$$

$$\text{onde } FCF_1(x_0, \xi_1) = \min_{x_1} c_1 x_1 + \Delta_{Sar} c_{Sar} + \left(\frac{1}{1+\beta_{tx}} \right) \mathbb{E}_{\xi_2|\xi_1} [FCF_2(x_1, \xi_2)]$$

Para $t = 2, \dots, NPER$

$$Z^* = \mathbb{E}_{\xi_t} [FCF_t(x_{t-1}, \xi_t)] \quad (3.12)$$

Sujeito a:

$$g_t(x_t) = b_t(x_{t-1}, \xi_{t-j}, j=1, \dots, p) \quad (3.13)$$

$$\beta \left(EARM_t^i \right) + \Delta_{Sar} \geq 0 \quad (3.14)$$

$$x_t \in X \quad (3.15)$$

$$\text{onde } FCF_t(x_{t-1}, \xi_t) = \min_{x_t} c_t x_t + \Delta_{Sar} c_{Sar} + \left(\frac{1}{1+\beta_{tx}} \right) \mathbb{E}_{\xi_t|\xi_{t-j}, j=1, \dots, p} [FCF_{t+1}(x_t, \xi_{t+1})]$$

3.3

SAR na PDDE - Aprimoramentos na penalização

A alternativa feita por [14] para diminuir o acúmulo de penalização é penalizar apenas a maior violação de meta ocorrida nos subproblemas de LTHTP

nos $T_{sar} - 1$ períodos. Nesta implementação foram incluídas duas novas restrições e uma variável de estado nos subproblemas de LTHTP, com o objetivo de capturar a maior violação entre todos os períodos.

Com relação ao aperfeiçoamento do tempo computacional, é sugerido o cálculo *a priori* da SAR, onde serão construídas as restrições antes do início do processo de convergência da PDDE. Primeiramente, definem-se valores discretizados para a energia armazenada final. Depois resolve-se o problema SAR para cada combinação discretizada da energia armazenada final e, caso ocorra déficit, é construído uma restrição SAR. Desta maneira é obtida a região SAR anteriormente ao processo de resolução da PDDE.

Este processo de resolução da SAR *a priori* está bem alinhada ao propósito deste trabalho, já que o principal resultado da implementação proposta é a obtenção de uma SAR *a priori*, porém considerando o subproblema da SAR como sendo um problema de CCP.

4 Restrições probabilísticas (CCP)

Programação com restrições probabilísticas, [47], na literatura conhecida como CCP (*Chance Constrained Programming*), é um tipo de problema de otimização estocástica que envolve, em sua forma mais comum⁶, restrições de desigualdade envolvendo variáveis aleatórias, cujo atendimento deve ser feito a um determinado nível de probabilidade. Em outras palavras, a região viável deste problema é construída através da satisfação da restrição a uma probabilidade superior a dado valor p , pré-fixado.

Como exemplo de um problema de otimização, um produtor deseja saber a quantidade x_i de cada produto $i = 1, \dots, N$ que deve produzir para atender a uma demanda aleatória \tilde{d}_i , com o objetivo de minimizar o custo de produção c_i .

$$\min \sum_{i=1}^N c_i x_i \quad (4.1)$$

Sujeito a:

$$x_i \geq \tilde{d}_i \quad i = 1, \dots, N \quad (4.2)$$

A variável de decisão x_i deve atender à demanda \tilde{d}_i , assim, deve-se tomar uma decisão sem saber o valor que a demanda irá assumir. Este problema é conhecido como decisão “*here and now*” (aqui e agora) e não é possível encontrar um valor de x_i que atenda exatamente à demanda, já que ela é incerta. Caso este problema seja estendido para um problema em que a decisão de hoje pode ser reavaliada amanhã, é possível compensar possíveis decisões equivocadas.

⁶ Uma outra forma de CCP envolve a maximização (ou minimização) de determinada probabilidade, que se localiza na função objetivo do problema.

Uma alternativa é considerar penalizações caso a restrição seja violada, dado que o custo de violação é conhecido. Este problema é conhecido como problema de otimização estocástica multi-estágio. No entanto, em algumas situações a restrição não pode ser violada em hipótese alguma, independente das variações geradas na variável aleatória (v.a), o que caracteriza um problema do tipo “*worst-case*”, comum em otimização robusta [48]. Outra alternativa é garantir que a restrição seja atendida “tanto quanto possível”, dada a distribuição da v.a, estabelecendo-se um nível de probabilidade tolerado de violação da restrição. Esta probabilidade especificada deve gerar um percentual alto de atendimento, sendo comumente utilizado um valor entre 0.9 e 0.99. A equação a seguir representa um exemplo de restrição probabilística, do tipo restrição probabilística conjunta (*joint probability constraint*) que será aprofundado adiante (vide seção 4.1.2):

$$\mathbb{P}(g_i(x, \xi) \geq 0 \quad i = 1, \dots, N) \geq p, \quad (4.3)$$

onde o conjunto de restrições é $N - dimensional$ e ξ o vetor de v.a que, ao longo deste trabalho, também será N -dimensional; \mathbb{P} é a medida de probabilidade e p a probabilidade ou nível de segurança, situada entre 0 e 1, e a função $g_i(x, \xi)$ expressa a restrição original (no exemplo anterior $g_i(x, \widetilde{d}) = x_i - \widetilde{d}_i$). A restrição (4.3) adicionada a um problema de otimização resulta em um problema de programação estocástico com restrição probabilística (CCP). Isto significa que a condição do sistema de desigualdades deve ser satisfeita em pelo menos $(100 \times p)\%$ de todos os possíveis cenários que podem ocorrer no futuro.

Por outro lado, existe um elevado grau de dificuldade para calcular de forma explícita os valores da função distribuição de probabilidade acumulada e do gradiente da função correspondente à restrição probabilística. Este fato levou a sociedade acadêmica a desenvolver uma investigação sobre estrutura da forma da região viável (convexidade), cálculo de derivadas/gradientes [49], estabilidade (estudos de aproximação da distribuição teórica com dados históricos) e algoritmos para a solução da CCP [47] [50] [37] [51].

4.1

Tipos de Modelagem CCP

4.1.1

Modelo Individual

A modelagem da CCP individual [15] está vinculada ao fato de que cada restrição probabilística é utilizada para cada valor de i , $i = 1, \dots, N$. Dado um sistema de desigualdades $g_i(x, \xi) \geq 0$ (para $i = 1, \dots, N$) podemos adicionar individualmente a desigualdade com uma probabilidade comum p ou uma probabilidade p_i para cada índice i (equação (4.4)).

$$\mathbb{P}(g_i(x, \xi) \geq 0) \geq p_i \quad i = 1, \dots, N \quad (4.4)$$

Para simplificar a equação (4.4), considere uma função h_i , tal que seja possível representar $g_i(x, \xi) = h_i(x) - \xi_i$ para $i = 1, \dots, N$. É possível representar a equação (4.4), como uma das duas formas equivalentes:

$$\mathbb{P}(h_i(x) \geq \xi_i) \geq p_i \quad i = 1, \dots, N. \quad (4.5)$$

$$F_{\xi_i}(h_i(x)) \geq p_i \quad i = 1, \dots, N. \quad (4.6)$$

A equação (4.6) está relacionada ao p_i – *quantil* da distribuição, que é de fácil obtenção numérica para o caso de uma variável aleatória unidimensional. Pode-se, portanto, reescrever o conjunto de equações (4.6) em função dos quantis q_{p_i} associados a cada componente da restrição:

$$h_i(x) \geq q_{p_i} \quad i = 1, \dots, N. \quad (4.7)$$

A representação geral da restrição probabilística individual no contexto de otimização está nas expressões (4.8)-(4.10), que pode ser resolvido por algoritmos de otimização não linear. Caso g_i seja linear e separável tanto em

h_i como em ξ_i , restringe-se a um problema de programação linear, ao se utilizar a forma de quantis descrita em (4.7).

$$\min f(x) \quad (4.8)$$

sujeito a :

$$\mathbb{P}(g_i(x, \xi) \geq 0) \geq p_i \quad i = 1, \dots, M \quad (4.9)$$

$$a_i x \geq b_i \quad i = 1, \dots, M \quad (4.10)$$

A equação (4.9) garante que cada restrição i respeite o limite da probabilidade p_i . A vantagem da utilização da CCP individual é a simplificação numérica, pois se utiliza a distribuição marginal de cada componente da v.a. Como desvantagens, a CCP individual não mede violações conjuntas da v.a, ignorando possíveis correlações temporais ou espaciais. O modelo de restrições probabilísticas individuais possui uma resolução mais simples, porém possui desvantagens de não refletir a medida de segurança de forma apropriada. Por exemplo, atender todas as restrições individuais com probabilidade p_i pode levar a um nível de atendimento muito baixo ao conjunto de todas as restrições.

4.1.2 Modelo Conjunto

No modelo de restrições probabilísticas conjuntas [52] (*joint probability constraints*), adicionam-se restrições probabilísticas conjuntas para que todas as desigualdades do sistema sejam satisfeitas em conjunto com probabilidade p . Assim, um critério de maior segurança é estabelecido, e as N restrições individuais são substituídas por uma única restrição probabilística conjunta.

$$\mathbb{P}(g_i(x, \xi) \geq 0 \quad i = 1, \dots, N) \geq p \quad (4.11)$$

Este problema lidará com distribuições de probabilidade multidimensionais, sendo mais complexo que o anterior. A representação geral da restrição probabilística conjunta no contexto de otimização, está nas equações de (4.12)-(4.14), que pode ser resolvido por algoritmos de otimização não linear.

$$\min f(x) \quad (4.12)$$

sujeito a :

$$\mathbb{P}(g_i(x, \xi) \geq 0 \quad i = 1, \dots, N) \geq p \quad (4.13)$$

$$a_i x \geq b_i \quad i = 1, \dots, M \quad (4.14)$$

A vantagem da CCP conjunta é a utilização da distribuição conjunta, multivariada, proporcionando um nível de segurança maior para o sistema do que a CCP individual. Comparando o CCP conjunto com o CCP individual para $p_i = p, \forall i$, o atendimento da CCP conjunta implica no atendimento da CCP individual, porém o contrário em geral não é verdadeiro. Para cada componente i o nível de segurança pode satisfazer todas as componentes, porém para satisfazer as componentes simultaneamente esta probabilidade possivelmente será menor. A desvantagem na utilização da CCP conjunta é a complexidade na resolução, que não é simplesmente utilizando o quantil da distribuição, pois o conjunto de pontos que atendem a restrição no limite forma uma superfície multidimensional.

4.1.3 CCP Separável

Um problema de CCP separável ocorre quando a função g_i pode ser representada na forma separada da variável aleatória, sendo possível isolar o

termo da v.a do lado direito. Denominada CCP separável [52], temos que, $g_i(x, \xi) = h_{1i}(x) - h_{2i}(\xi_i)$, onde h_{1i} e h_{2i} são funções. Pode-se reescrever a restrição como nas equações (4.15) e (4.16):

$$\mathbb{P}(h_{1i}(x) \geq h_{2i}(\xi_i), \quad i = 1, \dots, N) \geq p \quad (4.15)$$

$$F_{h_{2i}(\xi_i)}(h_{1i}(x)) \geq p \quad (4.16)$$

onde $F_{h_{2i}(\xi_i)}$ é a função acumulada do vetor da distribuição (multidimensional) da variável aleatória $h_{2i}(\xi_i)$, conforme representação da equação (4.17). Conceitualmente, a forma (4.15) resume em avaliar a função de distribuição F_η de uma variável aleatória η .

$$F_\eta(z) = \mathbb{P}(\eta_i \leq z_i \quad i = 1, \dots, s) \quad (4.17)$$

4.1.4 CCP Linear

Uma classe importante e de grande utilização é a restrição probabilística linear [52], na qual a função g_i é linear no vetor aleatório ξ . Uma forma particular é mostrada abaixo:

$$\mathbb{P}(h_i(x) - \xi \leq b_i \quad i = 1, \dots, m) \geq p. \quad (4.18)$$

onde h_i é uma função analítica dada e b_i um vetor de escalares. Este caso é mais simples que o anterior, pois se avalia diretamente a distribuição acumulada da variável aleatória ξ . Assim, a equação (4.18) pode ser reescrita como a distribuição acumulada da variável aleatória ξ (4.19). Esta classe de problemas corresponde à abordagem considerada nesse trabalho, onde a variável aleatória

possui distribuição multivariada (tal como normal e t -student), como será abordado na seção 5.1 deste trabalho.

$$F_{\xi}(b_i \quad i = 1, \dots, m) \geq p. \quad (4.19)$$

Caso seja utilizada a CCP individual a equação anterior (4.19) resulta simplesmente no quantil da distribuição da variável aleatória, desenvolvida na equação (4.20)-(4.21)

$$F_{\xi}(b_i) \geq p \quad i = 1, \dots, m \quad (4.20)$$

$$b_i \geq q_p \quad i = 1, \dots, m \quad (4.21)$$

4.1.5 CCP Estático

O conceito que envolve a classificação da CCP estático é que não são levadas em considerações realizações passadas no processo de construção da informação da variável aleatória futura. Em problemas dependentes temporalmente, isto significa que a decisão é fixa em todo o horizonte temporal, sem qualquer conhecimento ou sem qualquer consideração de observações do processo aleatório. Assim, as decisões em todos os estágios são fixas *a priori* e não agregam informação sobre a realização do processo estocástico ao longo do tempo.

4.1.6 CCP dinâmico

O CCP dinâmico [18], diferentemente da CCP estático, constrói cada componente do vetor de variável de decisão x em função das observações passadas da variável de decisão. O modelo dinâmico permite a atualização das variáveis de decisão de acordo com o resultado da v.a observada, capturando a

memória das observações e gerando uma dependência temporal entre as decisões e os valores da v.a. O trabalho [18] apresenta um modelo aplicado para um número limitado de estágios, por exemplo 2 ou 3 estágios. E para problema com dimensões maiores e regras de decisões lineares projetadas foram utilizadas em [81] e um algoritmo de programação dinâmica para ruídos independentes e discretos foi proposto em [82]. Considerando uma aplicação para o controle da trajetória de um robô aterrissando em marte encontra-se em [83].

Matematicamente a variável de decisão será construída na forma: $x_1, x_2(\xi_1), x_3(\xi_1, \xi_2), \dots, x_T(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{T-1})$. Esta configuração atual gera um problema mais complexo, de dimensão infinita. Para diminuir essa complexidade é comum utilizar a CCP individual no contexto dinâmico, mas conforme mencionado anteriormente este modelo ignora o vetor da v.a conjunta. Adicionando a CCP conjunta no contexto dinâmico dado por [19], obtêm-se:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(g(x_1, x_2(\xi_1), x_3(\xi_1, \xi_2), \dots, x_T(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{T-1}))) &\geq 0 \\ i = 1, \dots, N) &\geq p. \end{aligned} \quad (4.22)$$

4.2

Gradiente de restrições probabilísticas

A expressão analítica para avaliação da função $g_i(x, \xi)$ é a maior dificuldade para a utilização das restrições probabilísticas. Calcular os valores de $g_i(x, \xi)$ não é suficiente no contexto de otimização, sendo necessário o cálculo do gradiente desta função $\nabla g_i(x, \xi)$. Propostas realizadas entre 1994 e 2005 foram feitas para realizar o cálculo do gradiente [51] [53] [54], onde é possível calcular o valor de $\nabla g_i(x, \xi)$ via simulação de Monte Carlo.

Por outro lado, existem métodos mais eficientes que o descrito anteriormente, para o caso de uma restrição probabilística separável. A v.a deve ser proveniente de uma distribuição de probabilidade conhecida, como Gaussiana, t-student, gama, Dirichlet, exponencial, log-normal, normal truncada [55] [56] [57] [58]. A distribuição de probabilidade Gaussiana é um caso especial, pois é possível reduzir de forma analítica o cálculo do seu gradiente utilizando uma

fórmula recursiva a partir do valor da sua própria função distribuição de probabilidade, em uma dimensão menor. A seguir será dissertado sobre essa metodologia do cálculo do gradiente para uma distribuição normal multivariada. A vantagem da utilização deste modelo recursivo de cálculo do gradiente é a aplicação do código do cálculo de valores de uma distribuição Gaussiana desenvolvida por Alan Genz [59].

4.3

Cálculo do Gradiente sobre uma normal multivariada

Neste trabalho será utilizado o próprio código de Genz para calcular o gradiente de restrições probabilísticas envolvendo variáveis aleatórias Gaussianas, através de um algoritmo recursivo apresentado em [47].

Seja ξ um vetor de variáveis aleatórias tendo a distribuição normal multivariada com um vetor média μ e matriz de covariância Σ . Temos que $\xi \sim \mathcal{N}(\mu, \Sigma)$. Denotamos:

$$\phi_{\xi}(z) = \mathbb{P}(\xi \leq z) \quad \forall z \in \mathbb{R}^n. \quad (4.23)$$

Teorema 1.1 (Prékopa [[49] p.203]) Assumindo que $\xi \sim \mathcal{N}(\mu, \Sigma)$ com matriz de covariância denotada por $\Sigma = (\sigma_{ij})$. Então, ϕ_{ξ} é uma função continuamente diferenciável, cuja derivada é dada por:

$$\frac{\partial \phi_{\xi}}{\partial z_i}(z) = f_{\xi_i}(z_i) \phi_{\xi(z_i)}(z_1, \dots, z_{i-1}, z_{i+1}, \dots, z_n) \quad (i = 1, \dots, n). \quad (4.24)$$

onde f_{ξ_i} é a função densidade de probabilidade da componente ξ_i , $\xi(z_i)$ é uma variável aleatória $(n - 1)$ dimensional com distribuição normal, obtida a partir de ξ por: $\xi(z_i) \sim \mathcal{N}(\hat{\mu}, \hat{\Sigma})$, $\hat{\mu} = \mu + \sigma_{ii}^{-1}(z_i - \mu_i) \cdot \sigma_i$, excluindo a componente i e $\hat{\Sigma} = \Sigma - \sigma_{ii}^{-1} \sigma_i \sigma_i^T$ excluindo a linha i e coluna i referente a matriz de covariância Σ .

4.4

Aplicação de restrições probabilísticas ao gerenciamento de reservatórios

Em 1972 um exemplo de modelagem utilizando restrições probabilísticas em um problema de reservatório foi aplicado em [60]. A aplicação de restrições probabilísticas no contexto de níveis de armazenamento de reservatório foi abordada em 1978 [61], com o objetivo de minimizar o custo de construção do reservatório e eventuais penalidades do problema. Posteriormente o uso na CCP foi introduzido num problema real de armazenamento do lago Balaton (Hungria) em 1979 [62]. Outras abordagens da CCP no ambiente de reservatórios de água podem ser encontradas nos trabalhos[63] [64] [65].

As restrições probabilísticas podem se encaixar no contexto do planejamento hidrotérmico, ao considerar a afluência e/ou a demanda como estocásticos. Considerando a afluência incerta no problema da operação, os trabalhos [19] e [18] expressam que o volume final do reservatório do problema deve estar entre o nível de volume morto (mínimo) e o nível de volume máximo. Considere V_f , \underline{V} e \bar{V} , respectivamente os volumes final, mínimo e máximo dos reservatórios. A variável de decisão é $x = (x_1, \dots, x_t)$, onde a componente i refere-se à quantidade de água turbinada no intervalo i . As afluências naturais a cada período compõem a variável aleatória $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_t)$ e denota-se por V_0 o armazenamento inicial no instante 0. Como mencionado anteriormente o volume depende das afluências e do turbinamento conforme equação (4.25).

$$V_t = V_0 + \xi_1 + \dots + \xi_t - x_1 - \dots - x_t. \quad (4.25)$$

Uma restrição exige que o volume esteja entre os limites de mínimo e máximo. Assim, deve-se escolher uma política ótima de turbinamento x que garanta que os limites dependentes do tempo para o reservatório de armazenamento sejam satisfeitos ao longo de todo o horizonte temporal com pelo menos alguma probabilidade p . Formula-se em (4.26) o uso da CCP conjunto utilizando os limites entre volumes a serem atendidos:

$$\mathbb{P}(\underline{V} \leq V_0 + \xi_1 + \dots + \xi_t - x_1 - \dots - x_t \leq \bar{V}) \geq p \quad (4.26)$$

Outro trabalho na literatura que utiliza a CCP na gestão energética vinculado aos volumes do reservatório é [18] onde se utilizam CCP conjuntas num modelo dinâmico de solução, aplicando como exemplo um problema de dois e três estágios.

No planeamento hidrotérmico brasileiro, a CCP proposta num sistema de médio e longo prazo como uma alternativa de aversão ao risco pode ser encontrada em [66] e [67]. Em ambos os trabalhos as afluições são modeladas como um modelo autorregressivo periódico de ordem p ($PAR(p)$).

Na proposta [67] assume-se que a demanda e as afluições são variáveis incertas e a CCP é composto por uma restrição de atendimento à demanda e no nível meta de volume final mínimo do reservatório, conforme equação (4.27). São apresentadas ainda três abordagens diferentes para o problema de planeamento da operação hidrotérmica, para mais informações verifique [67]:

$$\mathbb{P}(x_{t+1} \geq x_{t+1}^{crit} | \xi_0) \geq 1 - p \quad (4.27)$$

Após a abordagem descrita anteriormente, utiliza-se a CCP e o $CVaR$ como medidas avessas ao risco no planeamento da operação em [66]. A CCP individual é utilizada junto com o $CVaR$, onde a variável aleatória é a afluição. Em um segundo instante é utilizada uma demanda aleatória e um problema prático é resolvido e comparado a diferentes metodologias.

Como foi visto em trabalhos mencionados anteriormente, existe a utilização da CCP como uma restrição no processo de resolução de um problema multi-estágio. Porém, considera-se que a substituição do uso da PDDE por um modelo puramente CCP hoje ainda não é viável pois o uso de CCP gera uma série de limitações que não existem na PDDE, tais como a dificuldade de utilização de uma abordagem dinâmica num horizonte temporal longo, e a dificuldade no cálculo das probabilidades e gradientes, caso seja utilizada uma modelagem mais

realista para a variável aleatória. Especificamente no cálculo do gradiente, representar a variável aleatória por um modelo que melhor representa o comportamento observado acarreta em limitações para a acurácia, visto que nem todas as distribuições possuem uma fórmula direta com um algoritmo eficiente como a distribuição gaussiana [49]. Como o caso em estudo é de longo prazo torna-se viável a utilização da CCP como uma restrição do problema, porém, em um problema de programação diária pode ser viável resolvê-la com um modelo puramente CCP.

No capítulo 5 será abordada a modelagem CCP em um estudado num ambiente estático, onde a técnica de CCP é mais sedimentada na literatura, e no capítulo 6 discute-se a integração da CCP com a PDDE, na resolução do problema LTHTP.

5

LTHTP com restrições probabilísticas – Abordagem de CCP Estática para os subproblemas da SAR

Na abordagem estática de um problema de CCP, a restrição probabilística induz um conjunto de decisões ao longo de um horizonte de tempo, as quais não são reajustadas à medida que os valores da variável aleatória vão sendo observados no tempo. Embora em uma estratégia de planejamento com horizonte rolante esta hipótese não seja adequada, considera-se que no subproblema da SAR esse tipo de abordagem possa ser aplicado, já que:

- o subproblema da SAR é considerado em todos os períodos da PDDE. Portanto a região viável do subproblema da SAR de cada período t se ajusta automaticamente de acordo com a evolução, no tempo, dos níveis dos reservatórios em função dos valores das variáveis aleatórias em cada série *forward/backward* da PDDE;
- no subproblema da SAR considera-se uma operação do sistema em estado de “emergência”, onde todas as usinas térmicas devem ser acionadas. Portanto, as decisões mais impactantes (ligar ou não determinadas térmicas) não se alterariam no tempo com a realização da variável aleatória, apenas a divisão da geração hidroelétrica entre as usinas do sistema já que a geração térmica estaria definida *a priori*.

A metodologia CCP estática deverá ser aplicada a um subproblema da SAR de cada período, série *forward* e cenário *backward* da PDDE, após a resolução do subproblema hidrotérmico (denominado de subproblema LTHTP) correspondente. Os armazenamentos finais nos reservatórios serão as energias armazenadas iniciais (parâmetro de entrada) para fins de consideração da restrição probabilística no subproblema da SAR. Se essa a energia armazenada inicial não for suficiente para tornar viável o subproblema da SAR (isto é, se não for possível atender à demanda e o valor de armazenamento meta ao final do horizonte do subproblema da SAR a um determinado nível de probabilidade), o método da bissecção será aplicado até que se encontre um ponto de armazenamento inicial que

esteja na fronteira da região viável do subproblema da SAR, ou seja, que atenda ao nível de probabilidade a uma certa tolerância ϵ . Através do ponto encontrado na fronteira eficiente, será construído um corte (restrição da SAR) para compor a aproximação linear por partes da região viável do subproblema LTHTP, em relação aos seus armazenamentos finais, de onde se originam as energias armazenadas iniciais do subproblema CCP- SAR. Este processo está descrito na Figura 5.1 para construção do corte da região viável do subproblema CCP-SAR (quadro em verde) e possível integração com o problema LTHTP (quadro em azul).

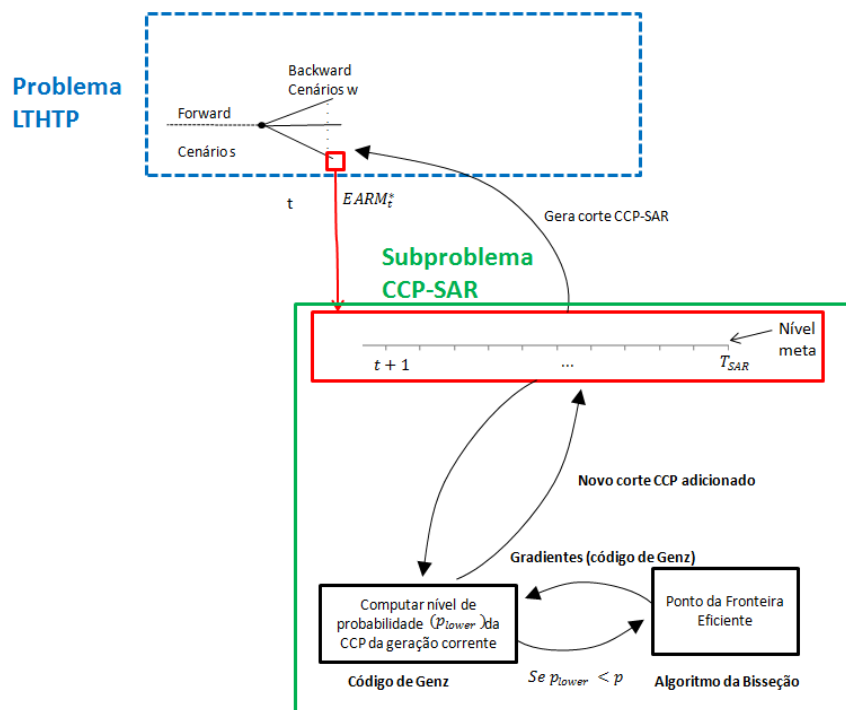


Figura 5.1 – Processo iterativo entre a abordagem estática da CCP e o problema LTHTP, resolvido por PDDE.

O principal objetivo desta parte do trabalho é realizar uma avaliação do uso de CCP antes de uma possível integração ao modelo de planejamento, resolvido por programação dinâmica dual estocástica.

5.1

Representação da variável aleatória

5.1.1

Estudo das distribuições de probabilidade - convexidade e tratabilidade

Um requisito de grande importância na utilização de restrições probabilísticas no contexto de otimização é a preocupação com a convexidade da região viável. Essa análise é realizada avaliando-se propriedades específicas sobre a distribuição de probabilidade utilizada para a variável aleatória. É desejável a concavidade ou quasi-concavidade destas funções.

Definição [4.7 pag. 94 [37]]: Uma função $f(x)$, $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}_+$ definida em um conjunto convexo $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ é dita α -côncava, onde $\alpha \in [-\infty, +\infty]$, se para todo $x, y \in \Omega$ e todo $\lambda \in [0, 1]$ obtém a seguinte desigualdade:

$$f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \geq m_\alpha(f(x), f(y), \lambda), \quad (5.1)$$

onde $m_\alpha: \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ é definido como $m_\alpha(a, b, \lambda) = 0$ se $ab = 0$. E se $a > 0, b > 0, 0 \leq \lambda \leq 1$ é dado na equação (5.2).

$$m_\alpha(a, b, \lambda) = \begin{cases} a^\lambda b^{1-\lambda} & \text{se } \alpha = 0 \\ \max\{a, b\} & \text{se } \alpha = \infty \\ \min\{a, b\} & \text{se } \alpha = -\infty \\ (\lambda a^\alpha + (1 - \lambda)b^\alpha)^{\frac{1}{\alpha}} & \text{c. c} \end{cases} \quad (5.2)$$

Para o caso particular em que $\alpha = 0$, f é dita log-côncava. Se $\alpha = 1$, f é simplesmente côncava. Por fim, se $\alpha = -\infty$ é dita quasi-côncava. Qualquer função log-côncava é quasi-côncava dentro do mesmo conjunto convexo

Uma verificação relevante com relação às propriedades da distribuição da variável aleatória na CCP deve ser avaliar a sua α -concavidade. Desta forma, no trabalho [68] é mostrada uma condição para a função densidade de probabilidade que assegura que a medida de probabilidade é log-côncava, como descrito no teorema a seguir:

Teorema 2 ([66] **pág 8**): Seja $Q(x)$ uma função convexa definida no espaço Euclidiano \mathbb{R}^n . Suponha que $Q(x) \geq a$, onde a é um número real. Seja $\psi(z)$ não-negativa, não-decrescente, diferenciável, e $-\psi(z)$ é log-côncava. Considere a função $f(x) = \psi(Q(x))$ ($x \in \mathbb{R}^n$) e que satisfaça

$$\int_{\mathbb{R}^n} f(x) dx = 1 \quad (5.3)$$

Denotado pela $\mathbb{P}\{C\}$ a integral de $f(x)$ sobre a medida do subconjunto $C \subset \mathbb{R}^n$. Se A e B são dois conjuntos convexos no \mathbb{R}^n , então a seguinte desigualdade é válida:

$$\mathbb{P}\{\lambda A + (1 - \lambda)B\} \geq (\mathbb{P}\{A\})^\lambda (\mathbb{P}\{B\})^{1-\lambda} \quad (0 < \lambda < 1). \quad (5.4)$$

No trabalho [49] seção 4.4, são apresentados exemplos de densidades de probabilidades multivariadas log-côncava e log-convexa. Nestes exemplos incluem as distribuições Normal, Beta, Log-normal, Uniforme, Gama, *Dirichlet* e *Wishart*. Das distribuições citadas anteriormente, todas possuem a concavidade desejável para um problema de programação estocástica. No entanto, apenas a Normal é tratável computacionalmente para cálculo do gradiente. Por este motivo, neste trabalho as variáveis aleatórias serão modeladas a partir de uma distribuição normal multivariada.

Um ponto negativo é devido ao fato da distribuição normal não possibilitar a representatividade do processo estocástico real, como por exemplo a assimetria e a não negatividade da variável, visto que o domínio da v.a é de $[-\infty, +\infty]$. Desta forma, estudos estão sendo realizados para verificar distribuições de probabilidade mais próximas da realidade e que possuam propriedade de convexidade, como por exemplo a distribuição log-normal e a normal truncada [69]. Entretanto, além da necessidade de demonstrar a convexidade do CCP, permanece ainda a dificuldade em relação ao cálculo eficiente de probabilidades e gradientes ao se adotar tais distribuições.

5.1.2 Dependência Temporal

Na modelagem do processo estocástico associado às vazões afluentes às usinas hidroelétricas, é necessário verificar se as características das séries hidrológicas geradas são semelhantes às da série histórica, tal como valores de média, desvio-padrão e correlação.

Normalmente os parâmetros dos modelos hidrológicos são ajustados utilizando os dados da série histórica hidrológica ou por um modelo que agregue informação hidrológicas, possivelmente, em conjunto com informação sobre outros processo como por exemplo, temperatura e vento.

5.1.2.1 Cadeias de Markov

O processo Markoviano de *lag* 1, proposto em [70] para gerar um sequencia sintética é definido como:

$$(x_{t+1} - \mu_x) = \rho_x(1)(x_t - \mu_x) + [1 - \rho_x^2(1)]^{\frac{1}{2}} \sigma_x \epsilon_{t+1}. \quad (5.5)$$

onde x_t e x_{t+1} denotam a ocorrência da variável aleatória nos tempos t e $t + 1$, μ_x e σ_x são respectivamente a média e variância de x , $\rho_x(1)$ a correlação temporal de *lag* 1 da variável aleatória x , e ϵ_{t+1} é o componente aleatório independente de x com média zero e desvio padrão igual a um. Os valores de μ_x , σ_x e $\rho_x(1)$ são desconhecidos mas podem ser estimados utilizando os dados da série histórica produzindo assim os estimadores de média ($\hat{\mu}_x$), desvio padrão ($\hat{\sigma}_x$) e correlação temporal de *lag* ($\hat{\rho}_x(1)$).

Caso os correlogramas da série histórica indiquem dependências temporais desprezível para *lags* maiores do que 1, os estimadores são usados para gerar séries hidrológicas sintéticas com características semelhantes às da série histórica. O valor encontrado na equação anterior (5.5) pode ser utilizado para simular um novo valor um passo até o final do horizonte de interesse. Com este processo, pode-se obter N séries sintéticas.

O processo Markoviano de *lag* 1 também é conhecido como modelo autorregressivo de ordem 1 (AR(1)) [71] , representado em [72] por:

$$w_t = \phi_1 w_{t-1} + a_t. \quad (5.6)$$

onde ϕ_1 é o parâmetro do modelo e a_t é o ruído com distribuição normal padrão. O AR(1) possui propriedades do processo Markoviano, no entanto um AR(p) não possui estas propriedades diretamente [73].

Caso os correlogramas indiquem dependências temporais significativas para *lags* superiores a 1, pode-se utilizar um modelo autorregressivo de ordem p (AR(p)), na qual a previsão no período t depende de p passos atrás. Este modelo é formulado em [72] como:

$$w_t = \phi_1 w_{t-1} + \phi_2 w_{t-2} + \dots + \phi_p w_{t-p} + a_t. \quad (5.7)$$

5.1.2.2

O modelo autorregressivo periódico (par-P)

A representação utilizada recentemente para modelagem de afluência mensal no sistema elétrico brasileiro é baseada no modelo autorregressivo periódico (PAR(p)) [28]. Conforme mencionado anteriormente, as afluências possuem dependência temporal e espacial e a sua modelagem próxima da realidade é de grande importância para o planejamento da operação do sistema elétrico brasileiro, pelo fato de ser predominantemente hidroelétrico.

O primeiro passo é identificar a ordem p do modelo autorregressivo periódico pela função de autocorrelação parcial para cada mês. Em seguida estimam-se os parâmetros do PAR(p) utilizando o sistema de equações Yule-Walker. No entanto, o efeito cascata gera dificuldade, na qual a vazão incremental pode ser relativamente pequena gerando afluências negativas. Para lidar com esse problema, ajusta-se a distribuição dos resíduos mensais por uma distribuição log-normal três parâmetros [74], para evitar a ocorrência de afluências negativas.

5.1.3

Dependência espacial

A dependência espacial entre as energias afluentes aos reservatórios equivalentes não pode ser ignorada na geração de cenários sintéticos, visto que essa dependência pode ser importante [75]. Um exemplo dessa correlação espacial positiva é quando há usinas hidroelétricas que estão na mesma bacia.

5.1.4

Dependência espaço-temporal

Para gerar séries sintéticas hidrológicas para mais de um reservatório, a correlação espacial deve ser considerada assim como os estimadores de média ($\hat{\mu}_x$), desvio padrão ($\hat{\sigma}_x$) e correlação temporal ($\hat{\rho}_x(1)$). A proposta em [70] realiza a captura dessa correlação espacial utilizando a geração de um processo multivariado. Desta forma, seja x^i sendo $i = 1, \dots, m$ as variáveis aleatórias pertencente à m -ésima observação da série temporal. Desta série são extraídos a média, variância, correlação temporal e a correlação espacial entre p e q denotada $\rho_x^{p,q}$ sendo $p, q = 1, \dots, m$. A sequência multivariada gerada será dada por:

$$x_{t+1} = Ax_t + B\epsilon_{t+1}. \quad (5.8)$$

onde x_{t+1} e x_t são matrizes cujo p -ésimo elemento é, respectivamente $x_{t+1}^p - \mu_x$ e $x_t^p - \mu_x$, onde x_{t+1}^p e x_t^p denotam a ocorrência da variável aleatória x^p nos períodos t e $t + 1$, respectivamente. O componente aleatório ϵ_{t+1} é uma matriz $(m \times 1)$ independente de x_t . A e B são matrizes $(m \times m)$, calibradas de tal maneira que as sequências sintéticas multivariadas geradas possam melhor se adequarem à série histórica. A matriz B , que é a correlação entre ruídos, pode ser obtida utilizando técnicas de decomposição espectral ou decomposição de Cholesky. A metodologia empregada no GEVAZP é semelhante a empregada em [70], na qual a matriz B é construída aplicando-se decomposição de Cholesky da matriz de correlação espacial dos ruídos para composição da matriz de cargas. A matriz A é uma matriz diagonal que apresenta o coeficiente de correlação temporal.

Neste trabalho, os dados de correlação espaço-temporal para a variável aleatória normal multivariada (no tempo e no espaço) são obtidos diretamente da série histórica, preservando dessa forma a dependência espaço-temporal.

5.1.5

O modelo GEVAZP

O modelo desenvolvido pelo CEPEL para geração de cenários sintéticos de energia e vazão para o planejamento da operação energética é o GEVAZP [74], o qual gera os cenários de afluência que são utilizados para os modelos DECOMP, NEWAVE e SUIISHI⁷. A consideração de forma conjunta das correlações temporais e espaciais no modelo GEVAZP é melhor detalhada em [74].

5.2

Reformulação do problema original de CCP

Neste trabalho será utilizado o conceito de reservatórios equivalentes de energia, que podem estar distribuídos em diferentes áreas, interconectadas por grandes troncos de transmissão. Cada reservatório equivalente possui como característica níveis de armazenamento mínimo (EARMÍ) e máximo (EARMÁX). Em relação às unidades térmicas, será assumida uma usina térmica equivalente para cada submercado, conforme proposto em [27]. O subproblema de CCP possui T_{SAR} intervalos de tempo, denotando-se por ξ_i^t a afluência do reservatório equivalente i no período t .

Para aplicação das restrições probabilísticas como critério de segurança no subproblema SAR (equação(3.1)-(3.6)) algumas modificações das restrições a este problema serão realizadas, em relação ao apresentado na seção 3, conforme descrito na seção seguinte.

⁷ Modelo de Simulação a Usinas Individualizadas de Subsistemas Hidrotérmicos Interligados-Operação de planejamento hidrotérmico de médio/longo prazo

5.2.1

Equação de balanço hídrico

A equação de balanço hídrico pode ser representada segundo a equação a seguir, onde se representa, em cada período τ , o efeito acumulado de todas as variáveis dos períodos de tempo anteriores:

$$EARM_{\tau+1}^i = EARM_0^i + \sum_{k=1}^{\tau} \xi_k^i - \sum_{k=1}^{\tau} GHID_k^i \quad \forall i = 1, \dots, NREQV \quad \forall \tau = t+1, \dots, T_{SAR} \quad (5.9)$$

Desta forma, a equação (5.9) será substituída nas equações de atendimento ao nível meta e do limite de energia armazenada. Então, a formulação do problema SAR considerando as modificações mencionadas anteriormente é dada por:

$$\beta(EARM_0) = \min_{DEF, EARM, GHID, GTERM, INT} \sum_{\tau=t+1}^{T_{SAR}} \sum_{i=1}^{NSIS} Def_{\tau}^i \quad (5.10)$$

Sujeito a:

$$EARM_{\tau+1}^i = EARM_0^i + \sum_{k=1}^{\tau} \xi_k^i - \sum_{k=1}^{\tau} GHID_k^i \quad i = 1, \dots, NREQV \quad \tau = t+1, \dots, T_{SAR} \quad (5.11)$$

$$EAEARM_0^i + \sum_{k=1}^{\tau} \xi_k^i - \sum_{k=1}^{\tau} GHID_k^i \geq META^i \quad i = 1, \dots, NREQV \quad \tau = t+1, \dots, T_{SAR} \quad (5.12)$$

$$GTERM_{\tau}^i + \sum_{j \in R_i} GHID_{\tau}^j + \sum_{j \in \Omega_i} INT_{\tau}^{i,j} + Def_{\tau}^i = D_{\tau}^i \quad i = 1, \dots, NSIS \quad \tau = t+1, \dots, T_{SAR} \quad (5.13)$$

$$Def_{\tau}, \xi_{\tau}, GHID_{\tau}, GTERM_{\tau} \geq 0 \quad \tau = t+1, \dots, T_{SAR} \quad (5.14)$$

$$GHID_{\tau}^i \leq \overline{GHID}_{\tau}^i \quad i = 1, \dots, NREQV \quad \tau = t+1, \dots, T_{SAR} \quad (5.15)$$

$$\begin{aligned}
 EARMMIN^i &\leq EARM_0^i + \sum_{k=\tau}^{T_{SAR}} \xi_k^i - \sum_{k=\tau}^{T_{SAR}} GHID_k^i \\
 &\leq EARMAX^i \\
 \forall i &= 1, \dots, NREQV \\
 \forall \tau &= t + 1, \dots, T_{SAR}
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

Formulação do problema CCP-SAR

O objetivo do subproblema CCP-SAR é definir condições para a energia armazenada inicial de forma que se atenda a demanda sem déficits ($\beta = 0$) e que não viole os limites de armazenamento preestabelecidos a um nível de probabilidade p . Desta forma a restrição (5.12) será modificada conforme apresentado nas expressões seguintes. O nível de atendimento desejado às restrições será um dado de entrada, comumente localizado entre 0,9 e 0,99.

$$\mathbb{P} \left[EARM_0^i + \sum_{k=1}^{\tau} \xi_k^i - \sum_{k=1}^{\tau} GHID_{\tau}^i \geq META_{\tau=t+1, \dots, T_{SAR}}^i \mid i = 1, \dots, NREQV \right] \geq p \tag{5.17}$$

$$\mathbb{P} \left[\sum_{k=1}^{\tau} \xi_k^i \geq META_{\tau}^i - EARM_0^i + \sum_{k=1}^{\tau} GHID_k^i \mid i = 1, \dots, NREQV, \tau = t + 1, \dots, T_{SAR} \right] \geq p \tag{5.18}$$

$$\mathbb{P} \left[\eta_i^{\tau} \geq META_{\tau}^i - EARM_0^i + \sum_{k=1}^{\tau} GHID_k^i \mid i = 1, \dots, NREQV, \tau = t + 1, \dots, T_{SAR} \right] \geq p \tag{5.19}$$

Na equação (5.19) o lado direito é o requisito de vazão para um período τ necessária para atender a meta 100% das vezes. Definem-se variáveis auxiliares $\{\chi_{\tau}^i, i = 1, \dots, NREQV, \tau = 1, \dots, T_{SAR}\}$ para o lado direito das equações, conforme mostrado a seguir:

Para $\tau = 1$

$$\chi_1^i - GHID_1^i = META^i - EARM_0^i \quad (5.20)$$

Para $\tau = 2$

$$\begin{aligned} \chi_2^i &= META^i - EARM_0^i + GHID_1^i + GHID_2^i \\ \Rightarrow \chi_2^i &= \chi_1^i + GHID_2^i \end{aligned} \quad (5.21)$$

Para $\tau = 3$

$$\begin{aligned} \chi_3^i &= META^i - EARM_0^i + GHID_1^i + GHID_2^i + GHID_3^i \\ \Rightarrow \chi_3^i &= \chi_2^i + GHID_3^i \end{aligned} \quad (5.22)$$

E, de forma geral, para $\tau = t$:

$$\chi_t^i = \chi_{t-1}^i + GHID_t^i. \quad (5.23)$$

Com estas modificações adicionais, a equação de balanço hídrico não estará de forma explícita na formulação do problema e todos os cortes construídos na construção da região viável do CCP dependerão apenas das variáveis adicionais χ_τ^i , que são dadas por:

$$\chi_\tau^i = META_\tau^i - EARM_0^i + \sum_{k=1}^{\tau} GHID_k^i \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, NREQV \\ \tau = t + 1, \dots, T_{SAR} \end{matrix} \quad (5.24)$$

5.3

Formulação geral CCP-SAR

A formulação final do subproblema CCP-SAR considerado neste trabalho é dada por:

$$\beta(EARM_0) = \min_{Def, EARM, GHID, GTERM, INT} \sum_{\tau=t+1}^{T_{SAR}} \sum_{i=1}^{NSIS} Def_{\tau}^i \quad (5.25)$$

Sujeito a:

$$\chi_1^i - GHID_1^i = META^i - EARM_0^i \quad i = 1, \dots, NSIS \quad (5.26)$$

$$\chi_t^i = \chi_{t-1}^i + GHID_t^i \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, NSIS \\ \tau = t + 2, \dots, T_{SAR} \end{matrix} \quad (5.27)$$

$$\mathbb{P} \left[\eta_{\tau}^i \geq \chi_{\tau}^i \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, NREQV \\ \tau = t + 1, \dots, T_{SAR} \end{matrix} \right] \geq p \quad (5.28)$$

$$\begin{aligned} GTERM_{\tau}^i + \sum_{j \in R_i} GHID_{\tau}^j + \sum_{j \in \Omega_i} INT_{\tau}^{i,j} + Def_{\tau}^i \\ = D_{\tau} \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, NSIS \\ \tau = t + 1, \dots, T_{SAR} \end{matrix} \end{aligned} \quad (5.29)$$

$$Def_{\tau}, \xi_{\tau}, GHID_{\tau}, GTERM_{\tau} \geq 0 \quad \tau = t + 1, \dots, T_{SAR} \quad (5.30)$$

$$GHID_{\tau}^i \leq \overline{GHID}^i \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, NREQV \\ \tau = t + 1, \dots, T_{SAR} \end{matrix} \quad (5.31)$$

A equação (5.16), limites de armazenamento máximo e mínimo, pode ser retirada da formulação CCP-SAR já que o nível de armazenamento mínimo será atendido com uma certa probabilidade que é colocada na restrição probabilística para um determinado nível meta. Em relação ao nível de armazenamento máximo é possível que ocorra o vertimento de energia.

5.4

Convexidade da região viável para as restrições probabilísticas

Conforme mencionada anteriormente, a distribuição Normal pertence ao grupo de funções densidade de probabilidade log-côncavas ([49], pág. 97). Um estudo ilustrativo a fim de verificar a região viável da distribuição Normal padronizada bivariada foi realizado neste trabalho, para diferentes níveis de probabilidades e diferentes correlações entre as variáveis aleatórias. Para criação dessas figuras foi programado em Fortran a captura dos valores da variável aleatória para diferentes probabilidades (0,8; 0,9; 0,975; 0,99) e correlação entre essas variável de (0; 0,25; 0,5; 0,99) de uma distribuição normal com média nula e desvio-padrão um.

Na Figura 5.2, o gráfico superior à esquerda possui correlação nula entre as variáveis, enquanto no gráfico inferior à direita a correlação é 0,99. Nesta ilustração é possível verificar que a correlação influencia a curvatura da região viável. Assim, quanto maior a correlação, maior a área da região viável, fixado o nível de probabilidade p . Outro aspecto relevante é o impacto desse nível de probabilidade, que variou de 0,8 até 0,99: observa-se que o valor de p é inversamente proporcional ao tamanho da região viável.

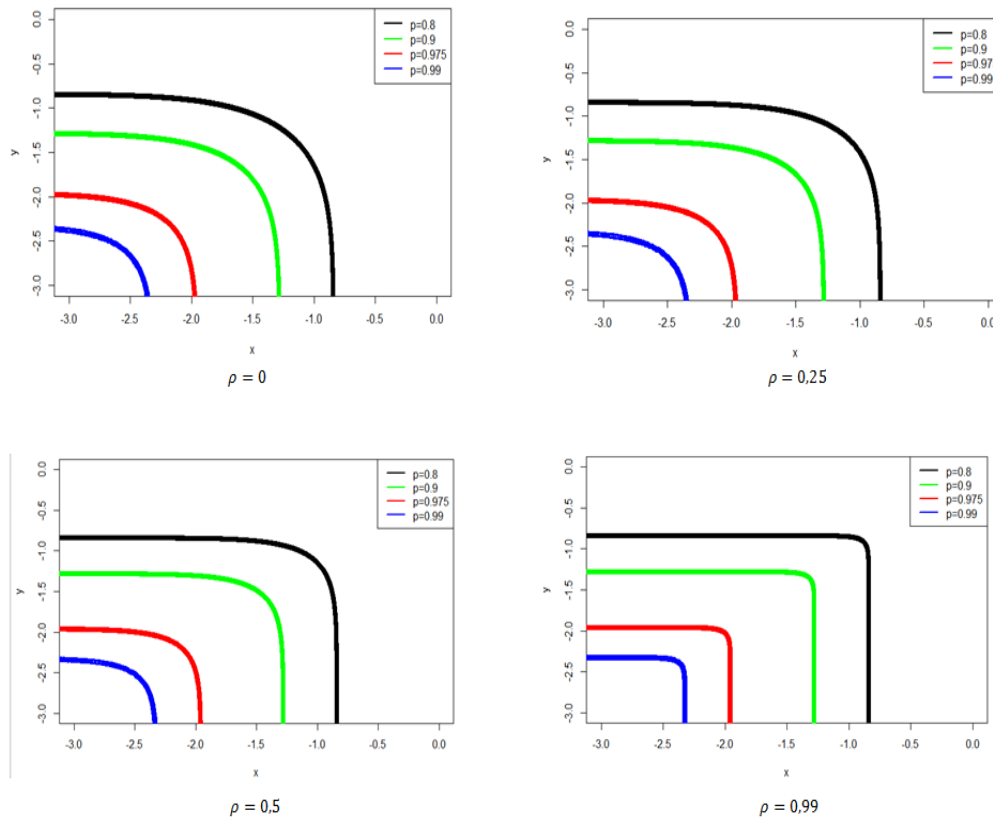


Figura 5.2 – Estudo ilustrativo da convexidade da distribuição Normal para níveis de probabilidades e correlações diferentes.

A Figura 5.3 apresenta a diferença da região viável para correlações com sinais diferentes, com um nível de probabilidade de 0,90. Observa-se que a correlação negativa produz um impacto menor na curvatura da fronteira eficiente do que a curvatura com correlação positiva. Como referência, mostra-se também a curva com correlação nula.

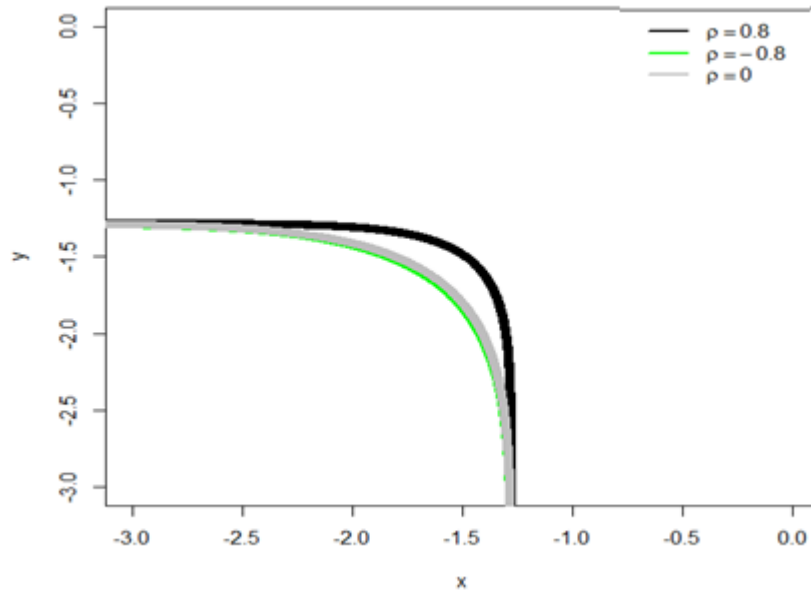


Figura 5.3 – Estudo ilustrativo da convexidade da distribuição Normal para correlações com sinais opostos.

5.5 Estratégias de solução - Planos cortantes

A estratégia de solução para representar a região viável da restrição probabilística será a de planos cortantes [76]. A região viável para um problema convexo não linear é aproximada por uma sequência finita de inequações lineares (cortes) até que seja obtida uma solução aproximada suficientemente adequada. Assim, o problema não linear é aproximado por um problema linear, que pode ser resolvido por inúmeros pacotes de programação linear já implementados e consolidados. Esta estratégia será utilizada devida à falta de uma fórmula explícita para representar a região viável do CCP.

Como neste trabalho será utilizada a variável aleatória seguindo uma distribuição Gaussiana, torna-se viável o uso da aproximação por planos cortantes, já que a região viável do CCP com tal distribuição é convexa [47]. Conforme mencionado na seção 4.3 existe uma fórmula explícita para o cálculo do gradiente e uma formulação computacionalmente eficiente para verificar a probabilidade de uma distribuição normal multivariada (seção 5.5.4).

O objetivo desse trabalho é utilizar o CCP-SAR como um problema de segundo nível do subproblema de LTHTP. No caso de se obter uma probabilidade inferior à estabelecida para as restrições probabilísticas, para um vetor de energia armazenada finais do subproblema de LTHTP, o subproblema CCP-SAR irá gerar cortes para o problema LTHTP, conforme será apresentado no capítulo 6. Portanto, esse método de solução apresentado nesse capítulo dará subsídios para o que foi desenvolvido no próximo capítulo.

Construção do Corte para aproximação da região viável

No momento que for encontrado o ponto que atenda ao nível de probabilidade p com uma tolerância ϵ , será construído um corte tangente à região viável passando por esse ponto, conforme ilustrado na Figura 5.4 através do ponto em azul aproximado pelo corte vermelho.

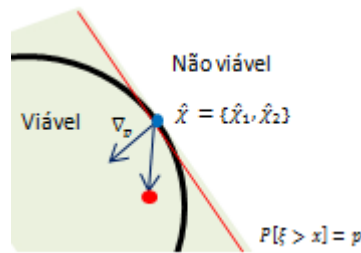


Figura 5.4 – Construção do corte para aproximação da região viável do subproblema CCP-SAR

Seja \tilde{x}_i o vetor normalizado encontrado na iteração corrente, para as variáveis de decisão de cada período associadas ao reservatório i . Assim, o corte será dado por $\langle \nabla_p(\hat{x}), x - \hat{x} \rangle \geq 0$, onde ∇_p é o gradiente da restrição probabilística para o nível de probabilidade p . No caso mais simples de 2 reservatórios equivalentes ($NREQV$) e 1 período ($NPER$), tem-se:

$$\frac{\partial p}{\partial x_1}(\hat{x}_1) \cdot (\tilde{x}_1 - \tilde{x}_1) + \frac{\partial p}{\partial x_2}(\hat{x}_1) \cdot (\tilde{x}_2 - \tilde{x}_2) \geq 0 \quad (5.32)$$

Seja, $\frac{\partial p}{\partial x_1^1} = d_1$ e $\frac{\partial p}{\partial x_1^2} = d_2$. Então,

$$d_1 \left(\frac{\chi_1 - \mu_1}{\sigma_1} - Lower_1 \right) + d_2 \left(\frac{\chi_2 - \mu_2}{\sigma_2} - Lower_2 \right) \geq 0. \quad (5.33)$$

onde $Lower_1$ e $Lower_2$ são dois pontos padronizados da normal da variável χ encontrada no resolução do subproblema LTHTP. Essa variável é modificada utilizado o método da bisseção, descrito na seção 5.5.2.2, a fim de se encontrar um ponto na fronteira da região viável.

Isolando o lado direito em (5.33) e arrumando os termos em (5.34), temos que:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d_1}{\sigma_1} \right) \cdot \chi_1 + \left(\frac{d_2}{\sigma_2} \right) \cdot \chi_2 \\ \geq \frac{d_1 \mu_1}{\sigma_1} + d_1 Lower_1 + \frac{d_2 \mu_2}{\sigma_2} + d_2 Lower_2 \end{aligned} \quad (5.34)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{d_1}{\sigma_1} \right) \cdot \chi_1 + \left(\frac{d_2}{\sigma_2} \right) \cdot \chi_2 \\ \geq d_1 \left(\frac{\mu_1}{\sigma_1} + Lower_1 \right) \\ + d_2 \left(\frac{\mu_2}{\sigma_2} + Lower_2 \right) \end{aligned} \quad (5.35)$$

De forma ilustrativa, a Figura 5.5 apresenta a região viável do problema de CCP, construída através da metodologia de planos cortantes, obtida utilizando a expressão (5.35).

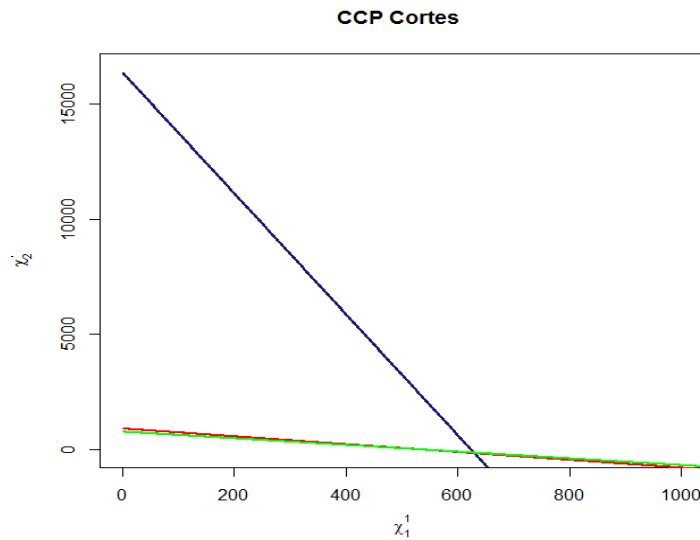


Figura 5.5 – Cortes CCP para um estudo de caso (caso 01).

5.5.1 Resolução por usinas térmicas equivalentes

O processo iterativo utilizado para aproximação da função de custo de geração da usina térmica será o utilizado por [77], onde cortes iterativos são adicionados no processo de linearização de uma expressão não linear. Denominada como abordagem linear por partes dinâmica (LPPD), adicionam-se novos cortes em torno da última solução e o processo é repetido até que a solução do problema e o custo associado a esta solução atinjam limites de tolerância pré-estabelecidos.

O algoritmo descrito em [77] é resumido a seguir:

Passo 1- Resolver o subproblema com um subconjunto do total de cortes da função de custo térmico equivalente (ECF): obtém-se a geração térmica.

Passo 2- Cálculo do custo referente a geração térmica encontrada no passo 1, utilizando a função não linear exata.

Passo 3 a- Verificar se a distância entre o custo da solução corrente e o custo da solução do passo 2 é menor ou igual a uma tolerância. Se for verdade, vá para o passo 4. Se não, vá para o passo 3b.

Passo 3 b- Calcular a distância entre o valor de geração térmica e as interseções dos cortes ativos com os próximos cortes adjacentes. Se a tolerância estiver entre essas distâncias, o algoritmo para. Se não, vá para o passo 4.

Passo 4- Adicionam-se novos cortes para um conjunto de pontos de 1 até um número adicional de cortes por iteração pré-determinado. Excluem-se os cortes que coincidam com os adicionados em iterações anteriores. Volta ao passo 1.

Esta metodologia será utilizada nesta pesquisa, com o número de cortes adicionais igual a 4 em cada iteração e uma tolerância de 0,0001% para a aproximação no custo de geração térmica.

5.5.2

Método de bisseção para obter um ponto na fronteira da região viável

5.5.2.1

Teoria do Método de bisseção

O método da bisseção é considerado por alguns autores como o primeiro método numérico para encontrar as raízes de equações não lineares. O objetivo deste método é encontrar a raiz de uma determinada função contínua, dados dois pontos x_{inf} e x_{sup} desta função com sinais opostos, como ilustrado por duas funções na Figura 5.6.

Teorema [[78] capítulo 3]:

Seja $f(x)$ uma função real contínua. Para a equação $f(x) = 0$, existe uma raiz entre x_{inf} e x_{sup} se $f(x_{inf}) \cdot f(x_{sup}) < 0$.

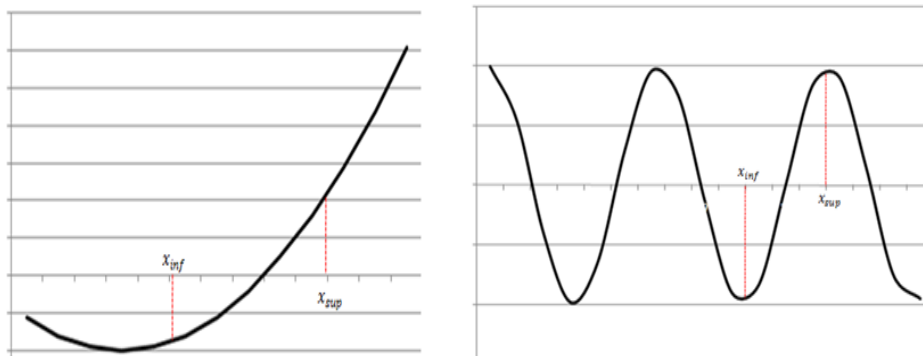


Figura 5.6 – Situações em que se garante obter uma raiz para a equação $f(x) = 0$ pelo método da bisseção.

O teorema anterior não é garantido para o caso em que $f(x_{inf}) \cdot f(x_{sup}) > 0$, de maneira ilustrativa a Figura 5.7 apresenta a não garantia da obtenção da raiz para o caso em que $f(x_{inf}) \cdot f(x_{sup}) > 0$.

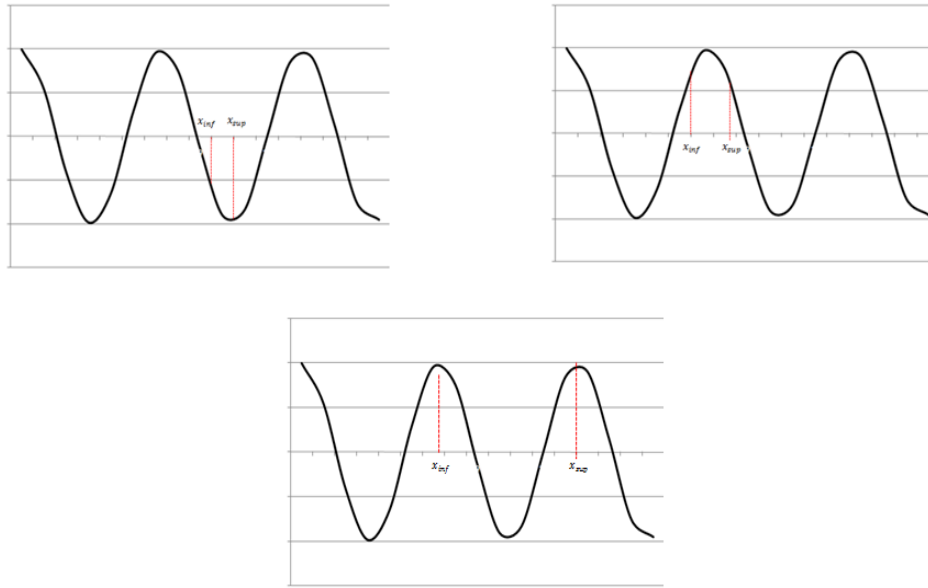


Figura 5.7 – Situações em que o método da bissecção não garante a obtenção de uma raiz para $f(x) = 0$, ou ela não é única.

Para encontrar a raiz da equação, deve-se inicialmente obter um ponto médio entre os dois pontos dados x_{inf} e x_{sup} , separando o intervalo original em dois intervalos distintos $[x_{inf} \text{ e } x_m]$ e $[x_m \text{ e } x_{sup}]$. A raiz desta função estará em um desses intervalos, para isso será verificado se $f(x_m) \cdot f(x_{sup}) < 0$. Caso seja verdadeiro, o novo intervalo será entre x_{inf} e x_m , senão será o intervalo entre x_m e x_{sup} . Este procedimento será repetido neste trabalho até atingir um número máximo de iterações, ou até que a diferença entre x_{inf} e x_{sup} seja inferior a uma certa tolerância ϵ .

Enumerando os passos descritos anteriormente, tem-se:

- 1) Escolha x_{inf} e x_{sup} , dois pontos tais que $f(x_{inf}) \cdot f(x_{sup}) > 0$.
- 2) Estime a raiz, pela expressão $x_m = \frac{x_{inf} + x_{sup}}{2}$.
- 3) Verifique:
 - a. Se $f(x_{inf}) \cdot f(x_m) < 0$, a raiz está entre x_{inf} e x_m , então, $x_{inf} = x_{inf}$ e $x_m = x_{sup}$.
 - b. Se $f(x_m) \cdot f(x_{sup}) < 0$, a raiz está entre x_m e x_{sup} , então $x_{inf} = x_m$ e $x_{sup} = x_{sup}$.
 - c. Se $f(x_m) \cdot f(x_{sup}) = 0$ então a raiz é x_m . Parar Algoritmo

- 4) Encontre o novo estimador da raiz:

$$x_m = \frac{x_{inf} + x_{sup}}{2}$$

- 5) Encontre o erro absoluto estimado

$$|\epsilon_{alpha}| = \left| \frac{x_m^{novo} - x_m^{velho}}{x_m^{novo}} \right| \cdot 100\%$$

onde x_m^{novo} é o estimador da raiz da iteração presente e x_m^{velho} o estimador da raiz da iteração passada.

- 6) Compare se o erro absoluto relativo é menor que uma tolerância pré-estabelecida ϵ . Se $|\epsilon_{alpha}| < \epsilon$, volte ao passo 3, se não pare.
- 7) Se número iterações \geq número máximo de iterações, pare o algoritmo.

5.5.2.2

Método da Bisseção implementado no Fortran

O fluxograma do método de bisseção aplicado para obter pontos na fronteira da restrição probabilística é apresentado na Figura 5.8, onde p é a probabilidade a ser atingida, p_{curr} é a probabilidade associada ao valor corrente da variável aleatória, ϵ é a tolerância admitida para a diferença entre p e a p_{curr} , $Lower_{last}$ é um ponto inicial para realizar a bisseção (caso seja necessário), e $Lower_{ref}$ é o ponto referência para cálculo do método da bisseção. Este procedimento está ilustrado graficamente na Figura 5.9, onde dois pontos tomados por valores da função com sinais opostos aproximam através da interpolação para o ponto na raiz da função.

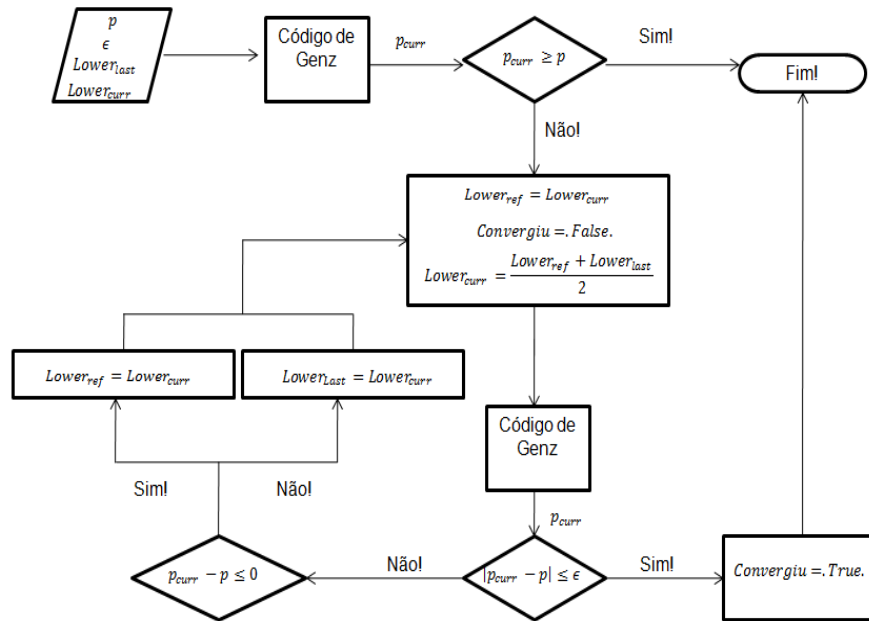


Figura 5.8 –Método da Bissecção implementado para obter pontos na fronteira da região viável para a restrição probabilística.

Para ilustrar a captura do ponto que atende o nível de probabilidade desejado respeitando uma determinada tolerância (Figura 5.9). Primeiramente ocorreu a discretização da variável do eixo x (ξ_1^1) entre valores de $(-4 e + 4)$, depois é realizada a aproximação do ponto da fronteira eficiente pelo método da bissecção considerando uma distribuição normal padrão com distribuição das variáveis aleatórias. Considerando dois pontos com sinais contrários $(-2 e + 2)$ do eixo y (ξ_2^1) para essa construção da região.

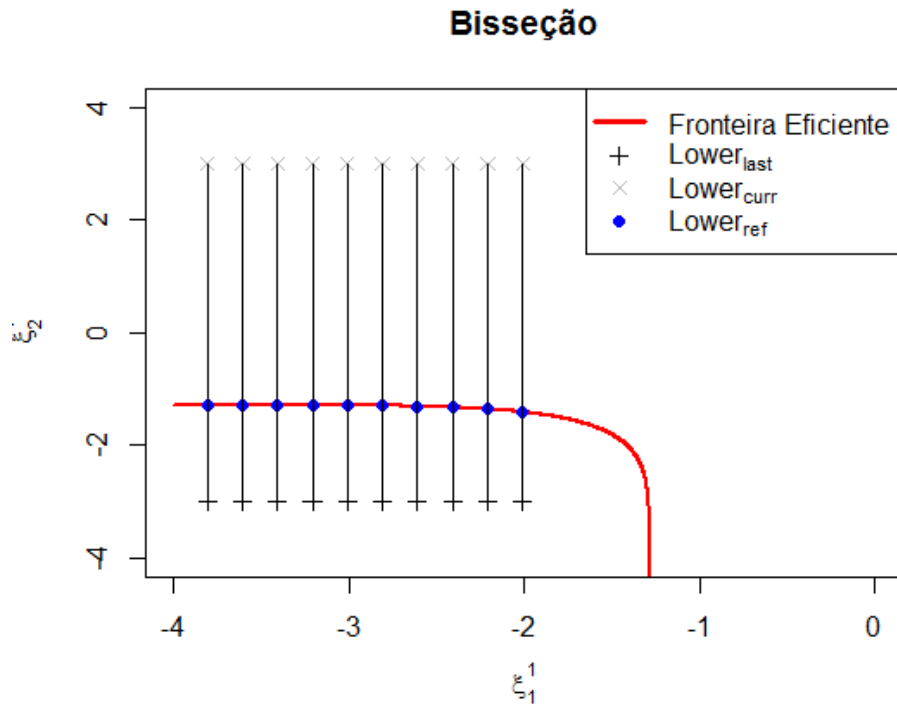


Figura 5.9 – Ilustração da fronteira eficiente da região viável para a restrição probabilística, obtida pelo método da bisseção a partir de diversos valores fixos para a variável aleatória ξ_1^1 .

Existem métodos alternativos ao método da bisseção para encontrar a raiz de equações não lineares, como por exemplo: o método falso positivo; método Newton-Raphson e método da secante (vide [78] para maiores informações destes métodos). Estes métodos possuem vantagens com relação à eficiência quando comparados ao método da bisseção, no entanto a forma de calcular é mais trabalhosa, como por exemplo o requerimento de derivadas parciais.

5.5.3 Cálculo do gradiente

O cálculo do gradiente tem o objetivo de determinar a direção, no espaço de variáveis independentes x , de máxima variação de determinada função $f(x)$, avaliada em um ponto \hat{x} . No contexto desta pesquisa é necessária para construção dos cortes das restrições probabilísticas, já que as curvas de nível para $\mathbb{P}(g(x, \xi) \geq 0) = p$ são tangentes ao gradiente da restrição probabilística, avaliado em cada ponto.

Duas abordagens foram utilizadas para o cálculo do gradiente das probabilidades: a primeira utiliza o código de Genz e foi apresentada na seção 4.3; a segunda é pelo método de diferenças finitas, apresentado a seguir, que foi implementado apenas para fins de validação do uso do código de Genz nesse trabalho.

5.5.3.1

Aproximação da derivada por diferenças finitas

A derivada de uma função unidimensional $f(x)$ no ponto x é definido como:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (5.36)$$

Utilizado métodos de aproximação por diferenças finitas, a equação anterior pode ser escrita como:

$$f'(x) \approx \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (5.37)$$

Conhecendo o valor de x , dado um valor de Δx é possível encontrar $f'(x)$.

A aproximação da derivada por diferenças finitas será utilizada apenas como um instrumento de validação para os valores de derivadas obtidos na fórmula recursiva da distribuição Gaussiana com o uso do código de Genz. Evidentemente, devido à sua perda de acurácia para dimensões maiores, conforme será visto no capítulo de resultados, sua utilização não é recomendada quando se dispõe de uma expressão para o cálculo da derivada para as probabilidades, como é o caso da distribuição normal.

5.5.3.2

Comparação entre as duas abordagens

Considere uma distribuição normal univariada e seja $\mathbb{P}(\xi \leq z)$, tal que, $z \in \mathbb{R}$ e $\xi \sim \mathcal{N}(0,1)$. Utilizando uma variação $\Delta z \rightarrow 0$, ilustrada na Figura 5.10, e

segundo a equação (5.37), o interesse para o cálculo da derivada é a região ilustrada em vermelho conforme Figura 5.11.

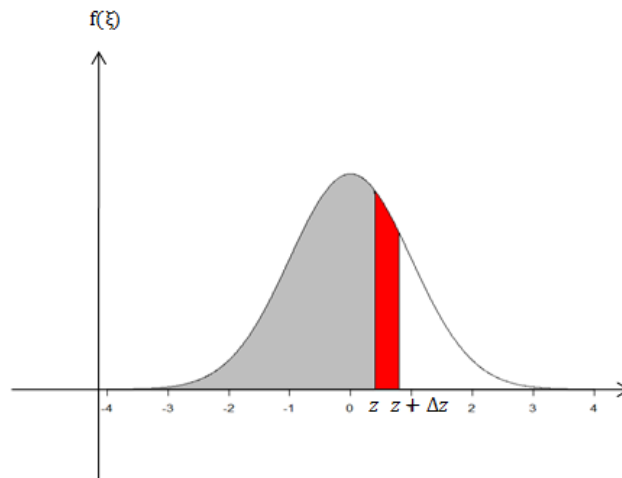


Figura 5.10 – Exemplo de cálculo da derivada da probabilidade de um a distribuição normal.

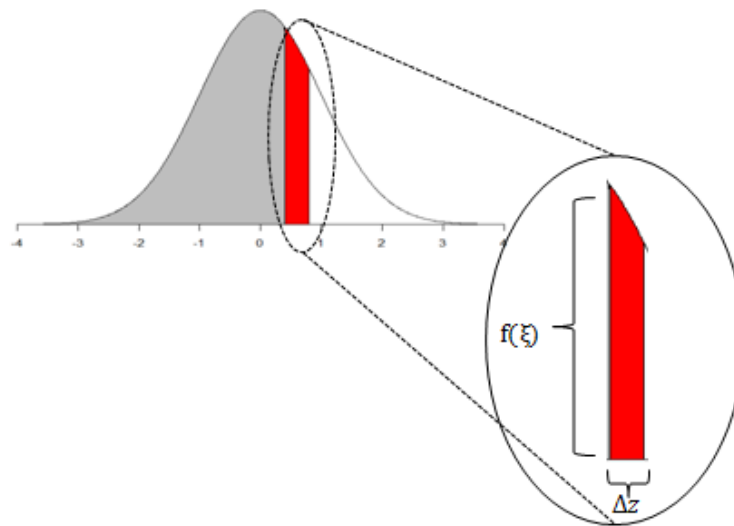


Figura 5.11 – Exemplo de cálculo da derivada da probabilidade de um a distribuição normal extraíndo um Δz .

Desenvolvendo o numerador da equação (5.37):

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \mathbb{P}[\xi \leq z + \Delta z] - \mathbb{P}[\xi \leq z] \quad (5.38)$$

$$\mathbb{P}[\xi \leq z + \Delta z] - \mathbb{P}[\xi \leq z] = \text{Área}_A \quad (5.39)$$

$$\text{Área}_A = \text{base} \cdot \text{altura} = f(z) \cdot \Delta z \quad (5.40)$$

Adiciona-se em seguida a equação (5.40) em (5.37)

$$f'(x) = \frac{\partial \mathbb{P}(\hat{z})}{\partial z} \approx \frac{\mathbb{P}[\xi \leq z + \Delta z] - \mathbb{P}[\xi \leq z]}{\Delta z} \approx \frac{f(\xi) \cdot \Delta z}{\Delta z} \approx f(\xi) \quad (5.41)$$

Desta forma é verificada a possibilidade em utilizar apenas a função densidade de probabilidade no cálculo da derivada.

Pode-se estender o caso univariado para o caso bivariado $\mathbb{P}(\xi_i \leq z_i)$, tal que, $z_i \in \mathbb{R}$, $\xi_i \sim \mathcal{N}(0,1)$ e $i = 1, 2$. A equação (5.37) será escrita como a equação (5.42).

$$\frac{\partial f(\hat{x}, \hat{y})}{\partial x} \approx \frac{f(\hat{x} + \Delta x, y) - f(\hat{x}, y)}{\Delta x} \quad (5.42)$$

Utilizando uma variação $\Delta z_2 \rightarrow 0$ ilustrada na Figura 5.12 para a derivação da variável ξ_2 , pode-se desenvolver o numerador da equação (5.42).

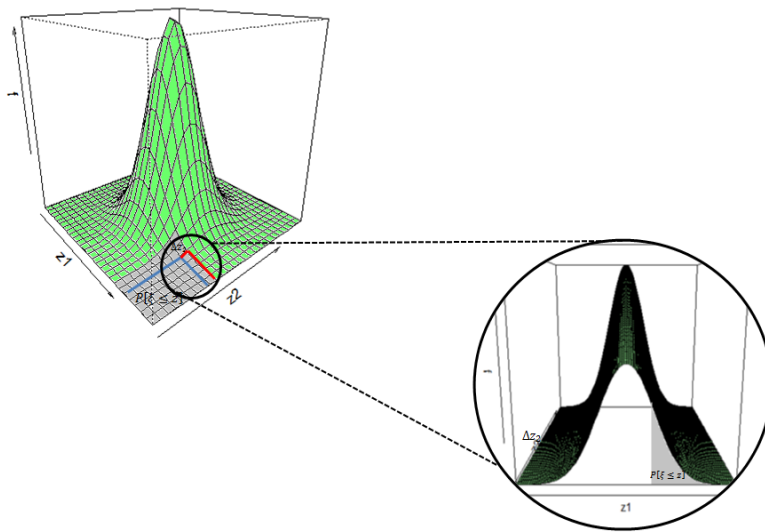


Figura 5.12 – Ilustração da derivação parcial da probabilidade da distribuição normal bivariada.

$$f(\hat{x}, y + \Delta y) - f(\hat{x}, \hat{y}) = \mathbb{P} \left[\begin{matrix} \xi_1 \leq z_1 \\ \xi_2 \leq z_2 + \Delta z_2 \end{matrix} \right] - \mathbb{P}[\xi \leq z] \quad (5.43)$$

$$\mathbb{P} \left[\begin{matrix} \xi_1 \leq z_1 \\ \xi_2 \leq z_2 + \Delta z_2 \end{matrix} \right] - \mathbb{P}[\xi \leq z] = Volume \quad (5.44)$$

$$Volume = \text{Área}_{base} \cdot \text{Altura} \quad (5.45)$$

$$Volume = \text{Área}_{base} \cdot \Delta z_2 \quad (5.46)$$

$$\text{Área}_{base} \cdot \Delta z_2 = f(\xi_2) \cdot \mathbb{P}[\xi_1 \leq z_1] \cdot \Delta z_2 \quad (5.47)$$

Adiciona-se em seguida a equação(5.43) em (5.37)

$$\frac{\partial f(\hat{x}, \hat{y})}{\partial y} = \frac{\partial \mathbb{P}(\hat{z})}{\partial z_2} \approx \frac{\mathbb{P} \left[\begin{matrix} \xi_2 \leq z_2 + \Delta z_2 \\ \xi_1 \leq z_1 \end{matrix} \right] - \mathbb{P}[\xi \leq z]}{\Delta z_2} \quad (5.48)$$

$$\frac{\mathbb{P} \left[\begin{matrix} \xi_2 \leq z_2 + \Delta z_2 \\ \xi_1 \leq z_1 \end{matrix} \right] - \mathbb{P}[\xi \leq z]}{\Delta z_2} \approx \frac{\text{Área} \cdot \Delta z_2}{\Delta z_2} \quad (5.49)$$

$$\frac{\text{Área} \cdot \Delta z_2}{\Delta z_2} \approx f(\xi_2) \cdot \mathbb{P}[\xi_1 \leq z_1] \quad (5.50)$$

Desta forma é possível mostrar a forma de derivação presente na seção 4.3 no contexto de derivação pelo método das diferenças finitas.

5.5.4

Uso do código de Genz

A proposta em [59] para cálculo eficiente da probabilidade de uma distribuição padronizada normal multivariada é realizada através de transformações simples. A implementação deste algoritmo pode ser encontrada

em várias linguagens de programação como *R*, *Matlab* e *Fortran*. Pode ser encontrada também de forma acessível em [79].

A implementação o código de Genz foi programada para calcular $\mathbb{P}(\xi \geq z)$, $\forall z \in \mathbb{R}^n$ conforme ilustração na Figura 5.13.

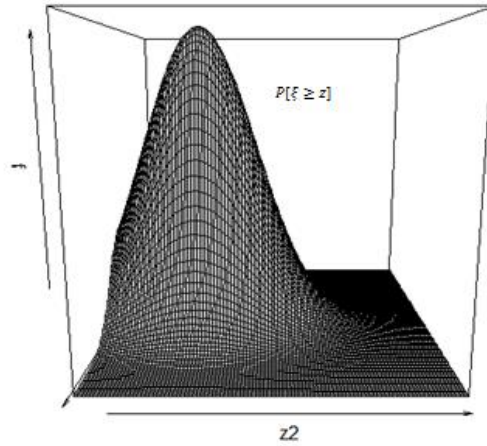


Figura 5.13- Ilustração da probabilidade $(\xi \geq z)$.

Para utilização do código de Genz neste trabalho foi necessária a inversão de sinal da equação (4.23) para melhor adaptação. Assim:

$$\Phi_{\xi}(z) = \mathbb{P}(-\xi \leq -z) \quad \forall z \in \mathbb{R}^n. \quad (5.51)$$

E o cálculo do gradiente será dado por:

$$\frac{\partial \Phi_{\xi}}{\partial z_i}(z) = -f_{\xi_i}(z_i) \Phi_{\xi(z_i)}(z_1, \dots, z_{i-1}, z_{i+1}, \dots, z_s) \quad (i = 1, \dots, n). \quad (5.52)$$

5.5.4.1 Implementação no Fortran

A entrada para a derivação pelo código de Genz é a matriz de covariância, que possui como dimensão o número de reservatórios multiplicado pelo número de períodos $(nreqv \cdot nper \times nreqv \cdot nper)$.

O primeiro passo é calcular $\xi(z_i) \sim \mathcal{N}(\hat{\mu}, \hat{\Sigma})$ para cada componente i cuja derivada parcial está sendo calculada. Assim, se a derivada parcial para a componente i está sendo obtida, então devemos calcular a média e variância sem a componente i .

A “nova” média $\hat{\mu}$ sem a componente i será dada por:

$$\hat{\mu} = \mu + \sigma_{ii}^{-1}(z_i - \mu_i) \cdot \sigma_i \quad (5.53)$$

onde μ é a média da variável aleatória, σ_{ii}^{-1} é o inverso da variância da variável i , z_i é o valor encontrado para a componente i , μ_i é a média da variável associada à componente i e σ_i a matriz Σ excluindo-se as linhas e colunas referentes à componente i

Com relação à variância, teremos uma matriz de covariâncias para cada componente da variável aleatória, cuja dimensão é $nvar = nper \cdot nreqv$. Portanto, a matriz de covariância da variável que i cuja derivada está sendo calculada será:

$$\Sigma_{aux}(i, :, :) = \Sigma - \sigma_{ii}^{-1} \sigma_i \sigma_i^T, \quad (5.54)$$

onde Σ_{aux} é a matriz de covariância atrelada a saída da variável i , que possui dimensão $(nvar \times nvar - 1 \times nvar - 1)$, σ_i a matriz Σ eliminando o ponto i , σ_{ii}^{-1} o inverso da variância da variável i

Através dessa matriz de covariâncias é possível encontrar a correlação a ser aplicada no código de Genz implementado no Fortran. Ao realizar a padronização da normal é possível, portanto, encontrar $\phi_{\xi(z_i)}$.

O passo seguinte é obter a função densidade de probabilidade da variável a ser derivada, que da normal será dada por:

$$FDP_i = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{z_i^2}{2}\right)}. \quad (5.55)$$

Assim é possível aplicar a fórmula:

$$\frac{\partial \phi_{\xi}}{\partial z_i}(z) = FDP_i \cdot \phi_{\xi(z_i)}(z_1, \dots, z_{i-1}, z_{i+1}, \dots, z_s)(i = 1, \dots, n). \quad (5.56)$$

6

LTHTP com restrições probabilísticas - Integração à PDDE

O principal objetivo desta abordagem é a construção da região viável no subproblema LTHTP do NEWAVE, em relação aos valores de energia armazenada final (EARM) desse subproblema, que correspondem aos armazenamentos iniciais no subproblema CCP-SAR. Desta forma, serão construídos cortes de modo que não ocorra déficit no subproblema CCP-SAR com uma probabilidade igual ou superior ao valor p especificado como dado de entrada.

Existe a possibilidade de aplicar dois métodos iterativos para construir a superfície de aversão ao risco CCP-SAR: o primeiro é *a posteriori*, no qual a CCP-SAR seja calculada ao longo da PDDE; o outro é o *a priori* em que a região viável é construída antes da PDDE [14]. Neste trabalho será considerada a SAR *a priori*, portanto será dissertado sobre a utilização da CCP neste contexto.

Nos itens subsequentes serão explicadas as formas de discretização dos valores de energia armazenada e a construção do corte da superfície da CCP-SAR para o subproblema LTHTP, conforme realizado neste trabalho.

6.1

Discretização da Energia Armazenada

O processo de discretização da energia armazenada objetiva gerar cortes para introduzir a CCP-SAR *a priori* na PDDE. A discretização é realizada pela combinação de $(nreqv - 1)$ armazenamentos, pois o armazenamento de um reservatório equivalente é fixado. Este reservatório equivalente fixo é mantido com a energia armazenada no valor máximo, enquanto os demais reservatórios variam entre a energia armazenada máxima e mínima. O armazenamento do reservatório que teve seu valor fixado inicialmente irá ser modificado pelo método de bisseção, para se chegar à fronteira eficiente da restrição probabilística, em função dos armazenamentos iniciais.

O número total de discretização ($ndisc$) e o passo entre as energias armazenadas discretizados (Δ) são dados de entrada para o processo de partição das energias armazenadas iniciais dos reservatórios equivalentes. Para diminuir o esforço computacional neste processo, é estabelecido um número de discretizações ($liminf$) onde os passos são maiores do que as demais discretizações ($ndisc - liminf$). A Figura 6.1 ilustra para dois reservatórios equivalentes a forma de realizar a discretização e a representação das variáveis de entrada com o número de discretização ($ndisc$), limite inferior ($liminf$) e passo da discretização (Δ).

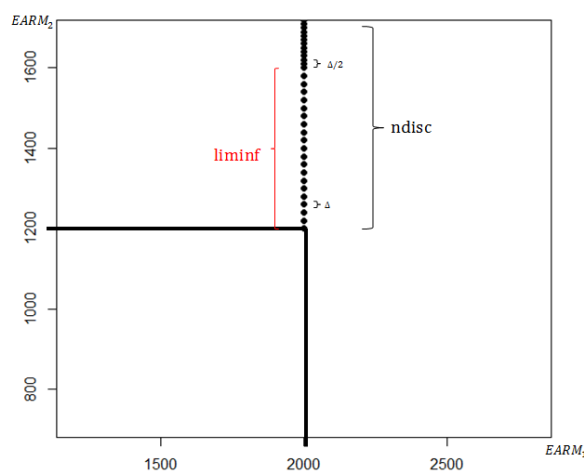


Figura 6.1- Discretização dos valores de Energia Armazenada para obtenção da superfície CCP-SAR *a priori*.

Na construção da região viável do subproblema CCP-SAR, é necessário encontrar o valor da função objetivo na origem (energia armazenada inicial dos reservatórios equivalentes igual a zero) tal que esses armazenamentos provoquem déficit nesse subproblema. O ponto para construção do corte do problema SAR será encontrado através da distância entre a origem e o ponto da discretização, conforme ilustrado na Figura 6.2.

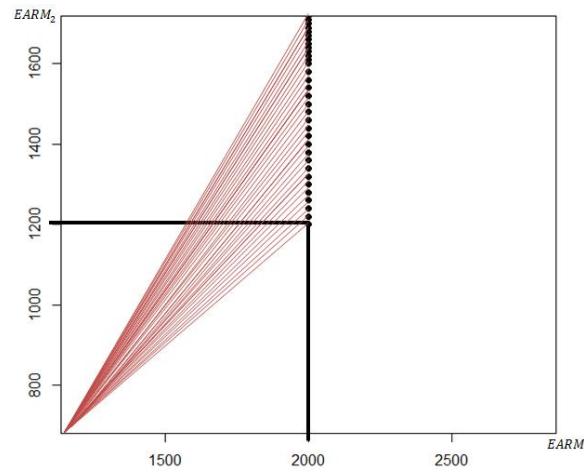


Figura 6.2- Distância entre cada ponto de discretização dos armazenados e a origem.

A construção da região do subproblema CCP-SAR *a priori* é realizada encontrando o valor da função objetivo na origem que cause déficit e o valor do ponto da discretização que não cause déficit. Desta forma, o processo iterativo da bisseção é aplicado de tal forma que encontre um ponto na fronteira que atenda à tolerância do método e retorne um valor β positivo (porém suficientemente próximo de zero), para que seja possível capturar os multiplicadores de Lagrange. Estes multiplicadores serão utilizados para construir os cortes para aproximação da região viável do subproblema LTHTP, em relação aos armazenamentos finais dos reservatórios, que são dados de entrada para o subproblema CCP-SAR.

6.2 Construção do Corte CCP-SAR *a priori*

Assim como na abordagem estática da CCP, será utilizada a metodologia de planos cortantes para aproximar da região viável do subproblema LTHTP em relação à CCP-SAR *a priori*. Na Figura 6.3 é ilustrada a construção do corte para esse problema, que será realizada assim que um ponto atenda à tolerância do processo da bisseção e retorne uma função objetivo positiva. O corte construído será do tipo $\langle \Delta V_0, V_0 - \hat{V}_0 \rangle \leq 0$, onde $\Delta V_0 = \frac{\partial \beta}{\partial V_0}(\hat{V}_0)$, obtido a partir dos multiplicadores de Lagrange do subproblema CCP-SAR para todas as restrições que envolvem o ponto \hat{V}_0 , que é o ponto final encontrado após a utilização do método da bisseção.

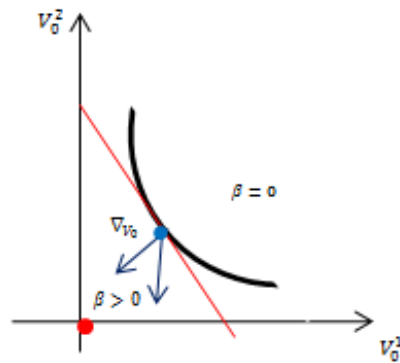


Figura 6.3- Região viável CCP-SAR *a priori*.

O processo iterativo do método da bisseção está representado na Figura 6.4, por pontos azuis, e o ponto vermelho encontrado nesse método é o que atende todos os requisitos para construção do corte, representado pela linha vermelha. Na Figura 6.5 mostra-se o fluxograma para cálculo do corte da CCP-SAR, a partir da escolha de um dos pontos de discretização para os armazenamentos.

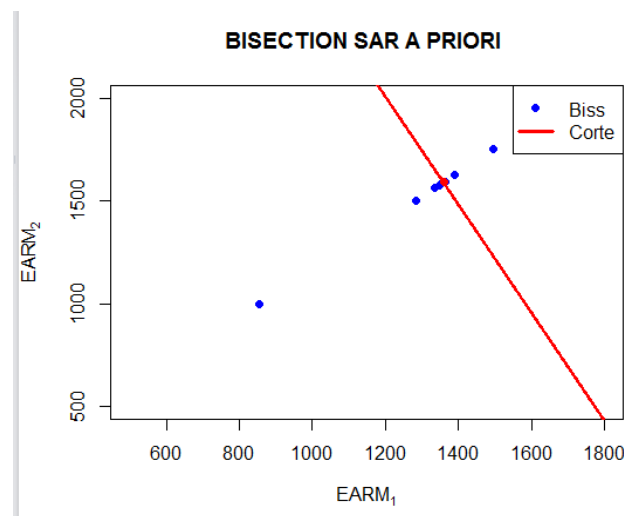
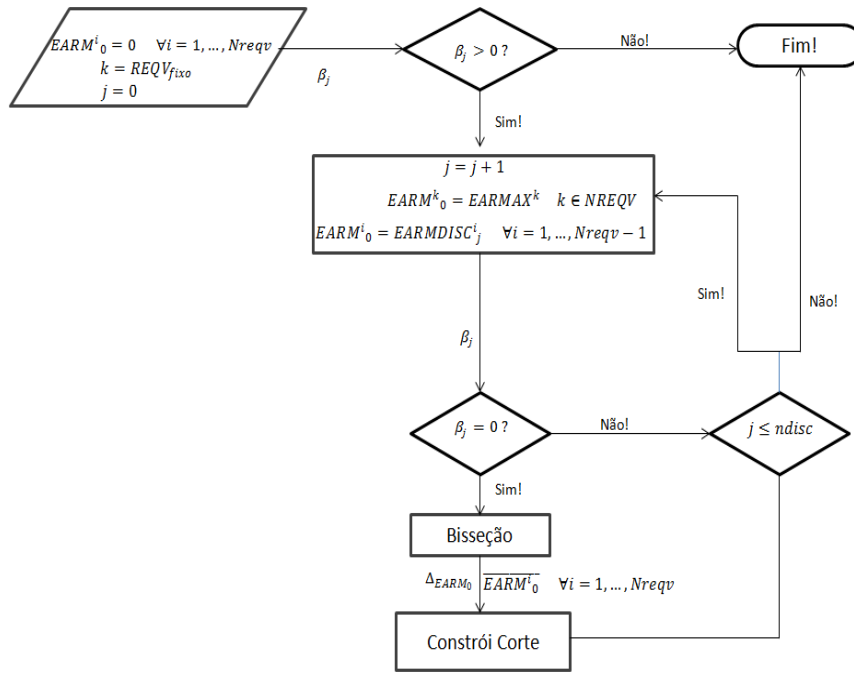


Figura 6.4- Pontos da bisseção e corte.

Figura6.5- Algoritmo CCP-SAR *a priori*.

Ao realizar uma comparação da superfície de aversão a risco (SAR) com a superfície de aversão a risco com restrições probabilísticas (CCP-SAR), o sistema será protegido para determinado cenário crítica através de uma probabilidade de risco de déficit no futuro considerando uma dada distribuição de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias.

Como o trabalho [69] está em fase de preparação houve a necessidade da realização de comparação com essa pesquisa. Desta forma, o trabalho [69] também utiliza o conceito de restrições probabilísticas na superfície de aversão a risco (CCP-SAR), todavia o cálculo dos gradientes é realizado utilizando o conceito de diferenças finitas e a abordagem estática foi implementada. Nessa pesquisa utilizou-se a fórmula recursiva para obtenção de gradiente e duas metodologias foram apresentadas a abordagem estática e *a priori* na PDDE.

7 Resultados Numéricos

Neste capítulo, serão explicados os testes realizados neste trabalho e análises em relação aos resultados obtidos. Após a descrição da configuração do sistema na seção 7.1 e da modelagem da variável aleatória na seção 7.2, será realizada na seção 7.3 uma validação do uso do código de Genz para cálculo das derivadas de distribuições normais multivariadas na abordagem estática de um problema de CCP. Para tal, é feita uma análise comparativa entre a obtenção do gradiente, para aplicação do método de planos cortantes, utilizando diferenças finitas (vide seção 5.5.3) e a fórmula recursiva aplicando o código de Genz (seção 4.3).

Em seguida, serão mostrados na seção 7.4 os resultados da resolução do subproblema da CCP-SAR em um caso bidimensional (2 reservatórios equivalentes e 1 período de tempo), para que sejam construídas ilustrações de todo o processo iterativo para obtenção da região viável do subproblema em relação às restrições probabilísticas. Posteriormente serão mostrados resultados com mais dimensões.

Finalmente, na seção 7.5 serão ilustrados e apresentados os resultados de integração com a PDDE, por meio da obtenção "*a priori*" da superfície de aversão a risco (conforme realizado em [14]). Porém, neste trabalho utilizam-se restrições probabilísticas (CCP-SAR), ao invés de uma série crítica.

Os testes realizados neste trabalho foram executados em um computador Pentium Intel Quad Core de 2.83 GHz e 4 GB de memória RAM. Toda a implementação deste trabalho foi executada através da linguagem de programação Fortran e os problemas de programação linear foram resolvidos através do pacote OSL [80] .

7.1

Descrição do Sistema

O primeiro caso em estudo é de dimensão pequena, $nper = 1$ e $nreqv = 2$, para que resultados ilustrativos sejam construídos. Estes resultados exemplificarão a construção do corte no processo de resolução do problema de otimização com restrições probabilísticas. Visando avaliar a estratégia para dimensões maiores, o número de períodos tornará a ser $nper = 5$ e o número de reservatórios será o mesmo do primeiro caso ($nreqv = 2$).

Para avançar ainda mais no aumento da dimensão, o terceiro caso terá o dobro de reservatórios equivalentes ($nreqv = 4$) e um número de períodos igual ao do segundo caso ($nper = 5$).

7.2

Modelagem da variável aleatória

A limitação em relação à distribuição de probabilidade pela qual a variável aleatória será modelada é causada pela exigência da convexidade da região viável induzida pela restrição probabilística. Desta forma, a função densidade de probabilidade deve ser log-cônvava ou quasi-cônvava, como já descrito na seção 5.1.1.

Do ponto de vista matemático a distribuição Gaussiana possui propriedades de convexidade para a região viável da restrição probabilista [47]. Além disso, existe um código eficiente para cálculo de sua probabilidade [59] e uma fórmula recursiva para cálculo do gradiente, como descrito na seção 4.3.

No entanto, o uso da distribuição Gaussiana para representar a afluência gera certa perda de acurácia na representação da realidade, pois não é possível capturar a assimetria que é comum em series de vazão, e há a possibilidade de gerar cenários de afluências negativas. De qualquer forma, como o objetivo de estudo deste trabalho é a utilização da restrição probabilística no problema de superfície de aversão a risco, um primeiro passo nesse sentido será representar a afluência como uma distribuição normal. Ressalta-se que é possível ajustar os parâmetros da distribuição normal para melhor representar a cauda da distribuição, conforme discutido em [69].

No trabalho [69] são realizados estudos com relação à convexidade da modelagem da variável aleatória seguindo uma distribuição normal truncada e log-normal. Esse trabalho não descarta a utilização da primeira alternativa, que possui a vantagem de utilizar o código de Genz. Entretanto, para a segunda alternativa ainda não existe na literatura um código eficiente para cálculo das derivadas da distribuição de probabilidade conjunta.

O arquivo utilizado para cálculo de correlação (“*parp-conf1.dat*”) contém o histórico das energias naturais afluentes (ENAS) para os nove reservatórios equivalentes do Sistema Interligado Nacional (SIN), utilizado para o programa mensal da operação (PMO) de Janeiro/2016. Este arquivo contém a energia natural afluente mensal de cada reservatório equivalente de 1931 até 2014.

Para tornar o processo mais iterativo e eficiente, foi realizada a programação em Fortran para cálculo das correlações, onde a entrada do programa é o arquivo *parp-conf1.dat*. Deve-se fornecer como entrada a quantidade de reservatórios equivalentes ($Nreqv$) e a quantidade de períodos ($Nper$). O primeiro passo é calcular a variável soma de afluições, $\eta_t^i = \sum_{\tau=1}^t \xi_{\tau}^i$, para cada período t , na janela de tempo correspondente ao subproblema da SAR considerado⁸. Assim, a partir dos valores da variável "soma" é possível encontrar a média, variância e matriz de correlação. Como saída foram criados três arquivos: o primeiro com a média, nomeado como *CCP_MEDIA.dat*, como ilustrado na Figura7.1; o segundo arquivo *CCP_VAR.dat* apresenta a variância, ilustrado na Figura7.2; e o terceiro arquivo contém a correlação entre reservatórios equivalentes e períodos, que será abordado a seguir.

⁸ Por exemplo, se o subproblema da SAR envolver os meses de Julho, a novembro, teremos $T_{SAR} = 5$ e as variáveis η_t^i envolverão a soma das energias afluentes deste $t=1$ (Julho) até cada período $t = \tau$, em cada ano do histórico.

CCP	REQV	PER	VALOR
MEDIA	1	1	10512.6777
MEDIA	1	2	21094.8652
MEDIA	1	3	31082.0195
MEDIA	1	4	38551.9141
MEDIA	1	5	43232.2656
MEDIA	2	1	7645.0625
MEDIA	2	2	17581.4727
MEDIA	2	3	29012.0703
MEDIA	2	4	39994.1289
MEDIA	2	5	48319.6797
MEDIA	3	1	1832.9161
MEDIA	3	2	3966.6377
MEDIA	3	3	6190.1377
MEDIA	3	4	7966.3145
MEDIA	3	5	9102.5801
MEDIA	4	1	3192.0220
MEDIA	4	2	7095.9917
MEDIA	4	3	10774.9736
MEDIA	4	4	14264.2910
MEDIA	4	5	17680.4746

Figura7.1- Média dos dados de entrada com nreqv = 4 reqv enper = 5 (Janeiro até Maio), em MWmês.

CCP	REQV	PER	VALOR
VAR	1	1	12541553.4461
VAR	1	2	49264105.0442
VAR	1	3	81022765.6239
VAR	1	4	111739216.6334
VAR	1	5	132066249.8168
VAR	2	1	1894655.2096
VAR	2	2	7768912.4514
VAR	2	3	17640361.4376
VAR	2	4	32227774.5054
VAR	2	5	48310855.7106
VAR	3	1	229426.3053
VAR	3	2	661111.4792
VAR	3	3	1538966.8538
VAR	3	4	2593577.8245
VAR	3	5	3397356.1102
VAR	4	1	3007628.3441
VAR	4	2	12352503.9781
VAR	4	3	21166515.9692
VAR	4	4	35001710.2916
VAR	4	5	50647470.3625

Figura7.2- Variância dos dados de entrada com nreqv = 4 reqv e nper = 5(Janeiro até Maio), em MWmês2.

No contexto deste trabalho será considerada a correlação temporal, espacial e espaço temporal da variável aleatória. Estes dados serão apresentados como entrada em um arquivo separado chamado “CCP_CORREL.dat”. A organização do arquivo está apresentada na Figura 7.3 .

CCP	REQV1	REQV	PER1	PER2	VALOR
CORREL	1	1	1	2	0.8722
CORREL	1	1	1	3	0.8258
CORREL	1	1	1	4	0.7882
CORREL	1	1	1	5	0.7706
CORREL	1	1	2	3	0.9577
CORREL	1	1	2	4	0.9199
CORREL	1	1	2	5	0.9048
CORREL	1	1	3	4	0.9868
CORREL	1	1	3	5	0.9779
CORREL	1	1	4	5	0.9983

Figura 7.3- Correlações dos dados de entrada, calculadas a partir dos dados históricos.

A Figura 7.4 apresenta a nova estrutura a matriz de correlação preenchida pelos dados da Figura 7.3: as células de cor verde indicam as correlações temporais, as células de cor amarelo as correlações espaciais e as células de cor vermelha as correlações espaço-temporais. Neste trabalho a matriz de correlação será estruturada no reservatório equivalente $i = 1, \dots, 9$, para cada período $t = 1, \dots, 12$, conforme mostrado na Figura 7.4.

<div></div>	Correlação Temporal					<div></div>	Correlação Espacial					<div></div>	Correlação Espaço-Temporal				
i		1					2					...	9				
i	t	1	2	...	12	1	2	...	12	...	1	2	...	12			
1	1																
	2																
	...																
	12																
2	1																
	2																
	...																
	12																
...			
9	1																
	2																
	...																
	12																

Figura 7.4- Matriz de correlações dos dados de entrada.

7.3

Validação do uso do código de Genz

Nesta seção serão comparados os resultados obtidos na utilização das diferenças finitas e a fórmula recursiva (seção 4.3) aplicando o código de Genz. O objetivo é verificar a correção na obtenção das probabilidades e gradientes associados à restrição probabilística. Além disso, essa análise é importante no

sentido de calcular a acurácia dos gradientes obtidos pelo método das diferenças finitas, já que este seria o método utilizado para algumas distribuições que não possuam fórmula eficiente para cálculo do gradiente. Desta forma, a utilização do método das diferenças finitas é utilizado neste trabalho como uma forma de validação dos valores de gradiente obtidos na fórmula recursiva da distribuição Gaussiana aplicando o código de Genz.

Inicialmente, na seção 7.3.1 será comparado o cálculo do gradiente necessário para criar a aproximação linear por partes da região viável da restrição probabilística. Em seguida, na seção 7.3.2 a convergência para resolução da CCP será comparada, a fim de verificar se uma metodologia leva a um número de iterações maior do que a outra. O último aspecto comparativo será com realização ao tempo computacional gerado nas duas metodologias, presente na seção 7.3.3.

7.3.1

Comparação do cálculo do gradiente e restrições criadas

A verificação do cálculo do gradiente ocorrerá através da comparação entre as restrições criadas dos coeficientes dos cortes obtidos para aproximação da região viável da restrição probabilísticas.

Como métrica de comparação será utilizado o conceito de erro médio absoluto percentual (MAPE), definido na expressão (7.1) a seguir:

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^{ncut} \frac{|Y_{dif} - Y_{gcd}|}{Y_{gcd}}}{ncut} \times 100 \quad (7.1)$$

onde $ncut$ é total de cortes gerados no processo iterativo até convergência da probabilidade, Y_{dif} é o valor encontrado utilizando diferenças finitas, e Y_{gcd} é o valor encontrado utilizando o código de Genz.

7.3.1.1**Caso 01: $N_{per} = 1$ $N_{reqv} = 2$ -Sem correlação**

No primeiro caso, $N_{per} = 1$ $N_{reqv} = 2$, a comparação dos cortes será apresentada exatamente conforme a saída construída na sub-rotina implementada. Desta maneira, a Figura 7.5 compõe os cortes construídos utilizando diferenças finitas e a Figura 7.6 utilizando a fórmula recursiva pelo código de Genz;

	IPER	1	1
	IEQV	1	2
		COEF	COEF
0.12066807	>=	0.00019354	0.00000738
0.08774952	>=	0.00016519	0.00009710
0.08486676	>=	0.00016020	0.00011038

Figura 7.5 – Cortes da aproximação das restrições CCP para o caso 01, pelo método de diferenças finitas.

	IPER	1	1
	IEQV	1	2
		COEF	COEF
0.12059357	>=	0.00019342	0.00000737
0.08769419	>=	0.00016508	0.00009700
0.08481327	>=	0.00016009	0.00011027

Figura 7.6 – Cortes da aproximação das restrições CCP para o caso 01, pelo código de Genz.

MAPE- Erro Médio Absoluto Percentual

A Tabela 7.1 apresenta os valores médios dos erros obtidos aplicando a métrica do erro médio absoluto percentual (MAPE). Observa-se que as diferenças são muito pequenas para todos os valores de constante e coeficientes da restrição.

Tabela 7.1 – Tabela MAPE para as diferenças entre os coeficientes dos cortes obtidos pelo método de diferenças finitas e código de Genz - caso 01

RHS	COEF 1	COEF 2
0.0626%	0.0658%	0.1127%

Gráfico Comparativo

Como no caso 01 o problema é bidimensional, é possível a ilustração do resultado comparativo entre os gerados utilizando diferenças finitas ($Cortes_{dif}$) e o código de Genz no cálculo do gradiente ($Cortes_{gcd}$).

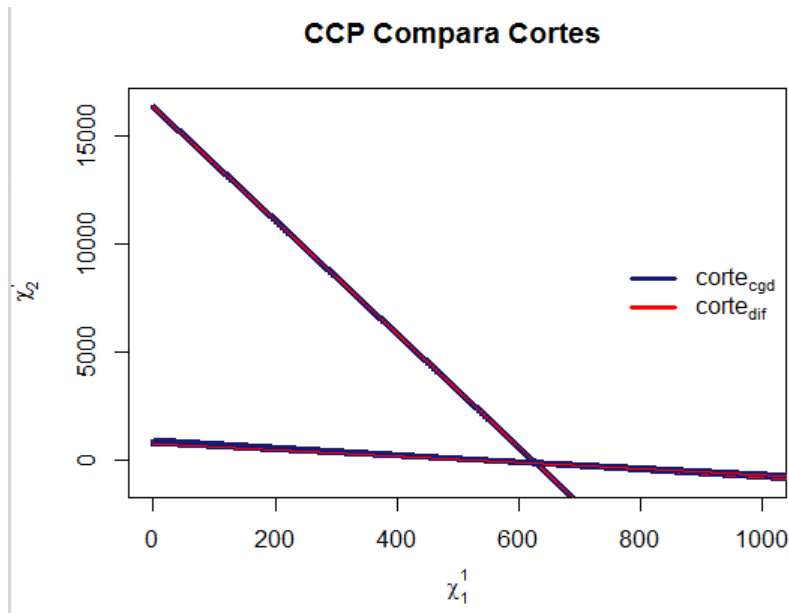


Figura 7.7 – Comparação cortes diferenças finitas x código de Genz.

A Figura 7.7 ilustra os cortes cujos coeficientes constam na Figura 7.5 e Figura 7.6, verificando-se por comparação visual que as diferenças são insignificantes. Nesta ilustração foi necessário o aumento de espessura do corte gerado utilizando o código de Genz ($corte_{cgd}$) para que seja observada a sobreposição dos cortes obtidos com os dois métodos.

7.3.1.2

Caso 02: $N_{per} = 5$ $N_{reqv} = 2$ -Sem correlação

No segundo caso, serão estudados os mesmos resultados do item 7.3.1.1. No entanto a dimensão do problema será maior ($N_{per} = 5$ e $N_{reqv} = 2$). Por este motivo a ilustração da utilização das diferenças finitas (Figura 7.5) e do código de Genz (Figura 7.6) possui número maior de coeficientes.

	IPER IEQV	1 1 COEF	2 1 COEF	3 1 COEF	4 1 COEF	5 1 COEF
0.38529968	>=	0.00000685	0.00001074	0.00001942	0.00003950	0.00008066
0.43843053	>=	0.00000291	0.00000077	0.00000029	0.00000027	0.00000224
0.42314100	>=	0.00002254	0.00000328	0.00000086	0.00000439	0.00006383
0.40064809	>=	0.00002816	0.00000388	0.00000073	0.00000937	0.00011383
0.37107023	>=	0.00003560	0.00000465	0.00001354	0.00002336	0.00007173
0.37964110	>=	0.00003888	0.00000499	0.00000305	0.00000643	0.00008551
0.36469882	>=	0.00003848	0.00000495	0.00000087	0.00001823	0.00006380
0.37558569	>=	0.00004073	0.00000518	0.00000267	0.00001672	0.00006362
0.36926624	>=	0.00004057	0.00000516	0.00000119	0.00001755	0.00008646
0.37135956	>=	0.00004198	0.00000530	0.00000426	0.00001488	0.00008071
0.37359555	>=	0.00004215	0.00000532	0.00000089	0.00000820	0.00007772
0.37762846	>=	0.00004257	0.00000536	0.00000260	0.00000771	0.00007268
0.37034305	>=	0.00004317	0.00000542	0.00000219	0.00001026	0.00008049
0.37211146	>=	0.00004334	0.00000544	0.00000242	0.00001374	0.00007312
0.37139198	>=	0.00004351	0.00000546	0.00000387	0.00001118	0.00007635
0.37272822	>=	0.00004360	0.00000547	0.00000222	0.00001023	0.00007555
0.37058965	>=	0.00004360	0.00000547	0.00000268	0.00001226	0.00007939
0.37087749	>=	0.00004369	0.00000547	0.00000298	0.00001039	0.00007805
0.36998939	>=	0.00004369	0.00000547	0.00000229	0.00001144	0.00007755
0.37132196	>=	0.00004369	0.00000547	0.00000233	0.00000917	0.00007642

2 2 COEF	3 2 COEF	4 2 COEF	5 2 COEF
0.00000455	0.00000786	0.00001470	0.00003019
0.00001695	0.00003505	0.00007494	0.00016642
0.00000038	0.00000651	0.00001987	0.00012946
0.00000031	0.00000389	0.00000197	0.00002923
0.00000136	0.00000025	0.00000636	0.00007448
0.00000052	0.00000119	0.00002004	0.00006916
0.00000225	0.00003046	0.00000750	0.00008645
0.00000098	0.00000485	0.00000915	0.00010127
0.00000057	0.00001007	0.00000390	0.00005761
0.00000055	0.00000086	0.00000540	0.00007283
0.00000047	0.00001016	0.00000887	0.00008315
0.00000043	0.00000138	0.00001101	0.00009477
0.00000058	0.00000345	0.00001202	0.00007433
0.00000059	0.00000313	0.00000696	0.00008750
0.00000056	0.00000112	0.00000941	0.00008247
0.00000053	0.00000280	0.00000936	0.00008583
0.00000053	0.00000217	0.00000741	0.00007685
0.00000055	0.00000183	0.00001052	0.00007960
0.00000058	0.00000333	0.00000958	0.00007956
0.00000055	0.00000297	0.00001327	0.00008247

Figura 7.8 – Cortes da aproximação das restrições CCP para o caso 02, pelo método de diferenças finitas.

	IPER IEQV	1 1 COEF	2 1 COEF	3 1 COEF	4 1 COEF	5 1 COEF
0.38494243	»	0.00000684	0.00001073	0.00001939	0.00003946	0.00008059
0.43806670	»	0.00000291	0.00000077	0.00000029	0.00000027	0.00000224
0.42273813	»	0.00002252	0.00000327	0.00000086	0.00000439	0.00006377
0.40027373	»	0.00002813	0.00000387	0.00000073	0.00000936	0.00011374
0.37070261	»	0.00003556	0.00000465	0.00001353	0.00002333	0.00007167
0.37927073	»	0.00003884	0.00000498	0.00000305	0.00000642	0.00008543
0.36432993	»	0.00003844	0.00000494	0.00000087	0.00001820	0.00006374
0.37521799	»	0.00004068	0.00000517	0.00000266	0.00001670	0.00006356
0.36891717	»	0.00004053	0.00000515	0.00000119	0.00001754	0.00008638
0.37143390	»	0.00004197	0.00000530	0.00000426	0.00001488	0.00008071
0.37364770	»	0.00004210	0.00000531	0.00000089	0.00000814	0.00007788
0.37732863	»	0.00004253	0.00000535	0.00000277	0.00000776	0.00007256
0.36973752	»	0.00004312	0.00000541	0.00000234	0.00001057	0.00007986
0.37238021	»	0.00004338	0.00000544	0.00000273	0.00001283	0.00007433
0.37093135	»	0.00004338	0.00000544	0.00000466	0.00000999	0.00007801
0.37214667	»	0.00004355	0.00000546	0.00000279	0.00000996	0.00007622
0.37069604	»	0.00004355	0.00000546	0.00000249	0.00001248	0.00008012
0.36983813	»	0.00004364	0.00000547	0.00000343	0.00001125	0.00008002
0.36980820	»	0.00004364	0.00000547	0.00000272	0.00001157	0.00007865
0.37008329	»	0.00004364	0.00000547	0.00000340	0.00000958	0.00007919

1 2 COEF	2 2 COEF	3 2 COEF	4 2 COEF	5 2 COEF
0.00000247	0.00000454	0.00000784	0.00001468	0.00003016
0.00000681	0.00001692	0.00003500	0.00007487	0.00016629
0.00000018	0.00000037	0.00000650	0.00001984	0.00012934
0.00000012	0.00000031	0.00000388	0.00000196	0.00002919
0.00000012	0.00000136	0.00000025	0.00000635	0.00007441
0.00000011	0.00000052	0.00000119	0.00002002	0.00006910
0.00000027	0.00000225	0.00003042	0.00000749	0.00008637
0.00000013	0.00000098	0.00000484	0.00000914	0.00010118
0.00000011	0.00000057	0.00001005	0.00000389	0.00005754
0.00000011	0.00000055	0.00000086	0.00000539	0.00007282
0.00000011	0.00000044	0.00000965	0.00000852	0.00008321
0.00000011	0.00000044	0.00000122	0.00001088	0.00009477
0.00000011	0.00000061	0.00000331	0.00001226	0.00007470
0.00000011	0.00000055	0.00000220	0.00000683	0.00008645
0.00000011	0.00000052	0.00000060	0.00000963	0.00007988
0.00000011	0.00000051	0.00000178	0.00000973	0.00008433
0.00000011	0.00000054	0.00000237	0.00000670	0.00007566
0.00000011	0.00000056	0.00000145	0.00000941	0.00007507
0.00000011	0.00000056	0.00000232	0.00000897	0.00007762
0.00000011	0.00000055	0.00000141	0.00001212	0.00007687

Figura 7.9 – Cortes da aproximação das restrições CCP para o caso 02, pelo código de Genz.

MAPE- Erro Médio Absoluto Percentual

Na Tabela 7.2, onde se mostram os desvios médios entre os valores obtidos pelos dois métodos, observa-se que o coeficiente do terceiro período e segundo reservatório equivalente resultou no MAPE de 20%. Ressalta-se, porém, que este resultado é devido aos valores muito pequenos destes coeficientes. Por exemplo, no ultimo corte (iteração 20) a diferença entre os dois métodos é de aproximadamente 10^{-4} , sendo valor deste coeficiente pelo método das diferenças finitas 111% maior do que o código de Genz. Observa-se, portanto, que o método das diferenças finitas tem dificuldades para tratar valores próximos de zero, por este motivo é recomendável o uso do código de Genz.

Tabela 7.2 – Tabela MAPE para as diferenças entre os coeficientes dos cortes obtidos pelo método de diferenças finitas e código de Genz - caso 02

RHS	0.11%
CF11	0.11%

CF21	0.14%
CF31	6.50%
CF41	2.08%
CF51	0.74%
CF12	0.01%
CF22	2.16%
CF32	19.95%
CF42	2.79%
CF52	1.25%

7.3.1.3

Caso 03: $N_{per} = 2$ $N_{reqv} = 2$ – Com correlação temporal

No terceiro caso, $N_{per} = 2$ $N_{reqv} = 2$, observou-se a importância de avaliar casos correlacionados, já que gera impactos na construção da fórmula recursiva de obtenção do gradiente. Esta situação foi construída a fim de testar o uso do código de Genz em relação ao manuseio dos dados da matriz de correlação. Assim, a Figura 7.10 apresenta a saída com o uso das diferenças finitas e a Figura 7.11 saída aplicando a formula recursiva com o uso do código de Genz.

	IPER IEQV	1 1 COEF	2 1 COEF	1 2 COEF	2 2 COEF
0.17406838	Y=	0.00006674	0.00011751	0.00000236	0.00001574
0.17604768	Y=	0.00001962	0.00005707	0.00004450	0.00018502
0.18473304	Y=	0.00003095	0.00010406	0.00000849	0.00010390
0.19379115	Y=	0.00003540	0.00012612	0.00000238	0.00005034
0.18506545	Y=	0.00003757	0.00011296	0.00000353	0.00007756
0.18138449	Y=	0.00003893	0.00010583	0.00000571	0.00009284
0.17948754	Y=	0.00003966	0.00009870	0.00000817	0.00010909
0.17900766	Y=	0.00003893	0.00010097	0.00000636	0.00010132

Figura 7.10 – Cortes da aproximação das restrições CCP para o caso 03, pelo método de diferenças finitas.

IPER		1	2	1	2
IEQV		1	1	2	2
		COEF	COEF	COEF	COEF
0.17918156	>=	0.00007492	0.00012103	0.00000397	0.00001515
0.17786398	>=	0.00002175	0.00005918	0.00005470	0.00018771
0.18723422	>=	0.00003522	0.00010734	0.00001088	0.00010387
0.19874863	>=	0.00004054	0.00013059	0.00000187	0.00004660
0.18871421	>=	0.00004312	0.00011753	0.00000427	0.00007395
0.18478851	>=	0.00004376	0.00011013	0.00000612	0.00008938
0.18277169	>=	0.00004388	0.00010579	0.00000735	0.00009810
0.18085298	>=	0.00004386	0.00010053	0.00000903	0.00010869
0.18149736 ; >= ;		0.00004392 ;	0.00010275 ;	0.00000826 ;	0.00010408 ;

Figura 7.11 – Cortes da aproximação das restrições CCP para o caso 03, pelo código de Genz.

MAPE- Erro Médio Absoluto Percentual

Como houve diferença no número de cortes gerados (8 para o caso de diferenças finitas e 9 para o uso do código de Genz) o erro médio absoluto percentual será calculado para cada corte gerado com índice semelhante (NCUT). Através da Tabela 7.3 grandes diferenças para valores próximos de zero, demonstrando uma possível perda de acuraria do uso das diferenças finitas.

Tabela 7.3 – Tabela MAPE para as diferenças entre os coeficientes dos cortes obtidos pelo método de diferenças finitas e código de Genz - caso 03

NCUT	1	2	3	4	5	6	7	8
RHS	2.85%	1.02%	1.34%	2.49%	1.93%	1.84%	1.80%	1.02%
CF11	10.92%	9.79	12.12%	12.68%	12.87%	11.04%	9.62%	11.24%
CF21	2.91%	3.57%	3.06%	3.42%	3.89%	3.90%	6.70%	0.44%
CF12	40.55%	18.65	21.97%	27.27%	17.33%	6.70%	11.16%	29.57%
CF22	3.89%	1.43%	0.03%	8.03%	4.88%	3.87%	11.20%	6.78%

7.3.1.4

Caso 04: $N_{per} = 5$ $N_{reqv} = 2$ – Com correlação temporal

No quarto caso, além da correlação temporal conforme abordado na seção anterior houve a necessidade de aumentar a dimensão do problema. Desta maneira, o número de períodos ($N_{per} = 5$) e o número dos reservatórios equivalentes ($N_{reqv} = 2$) são utilizados assim como o caso 02 mas neste momento será observado a correlação temporal. Assim, a Figura 7.12 apresenta a saída com o uso das diferenças finitas Figura 7.13e a saída aplicando a fórmula recursiva com o uso do código de Genz.

IPER	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
IEQV	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
	COEF	COEF	COEF	COEF	COEF	COEF	COEF	COEF	COEF	COEF
0.42509009	>= 0.00000061	0.00001878	0.00002445	0.00000762	0.00010153	0.00005713	0.00001764	0.00002873	0.00003142	0.00003354
0.43954084	>= 0.00003736	0.00000095	0.00000206	0.00000763	0.00003871	0.00002977	0.00000919	0.00000012	0.00002014	0.00018711
0.45941420	>= 0.00000774	0.00000523	0.00000412	0.00000290	0.00012862	0.00000309	0.00000271	0.00000119	0.00000768	0.00003280
0.47134544	>= 0.00002579	0.00001903	0.00000349	0.00000724	0.00009875	0.00001367	0.00000121	0.00002137	0.00000644	0.00009919
0.41393651	>= 0.00002424	0.00001248	0.00000737	0.00001175	0.00009549	0.00004509	0.00000478	0.00001121	0.00001044	0.00008837
0.44376867	>= 0.00004052	0.00000277	0.00000552	0.00000690	0.00007851	0.00000713	0.00000059	0.00000594	0.00002837	0.00011380
0.31161875	>= 0.00003987	0.00000359	0.00000395	0.00000376	0.00009383	0.00002890	0.00002641	0.00000977	0.00001656	0.00003724
0.44995048	>= 0.00003448	0.00000273	0.00000427	0.00000353	0.00011033	0.00000272	0.00000292	0.00001740	0.00000810	0.00007236

Figura 7.12 – Cortes da aproximação das restrições CCP para o caso 04, pelo método de diferenças finitas.

IPER	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
IEQV	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
	COEF	COEF	COEF	COEF	COEF	COEF	COEF	COEF	COEF	COEF
0.60718883	>= 0.00000918	0.00001531	0.00002879	0.00005889	0.00011458	0.00000285	0.00000558	0.00001002	0.00001932	0.00004046
0.66460191	>= 0.00000343	0.00000085	0.00000032	0.00000054	0.00000444	0.00000860	0.00002338	0.00005070	0.00010920	0.00022775
0.49429044	>= 0.00001881	0.00000292	0.00000121	0.00000669	0.00007313	0.00000019	0.00000038	0.00000585	0.00002664	0.00014165
0.46565837	>= 0.00002310	0.00000346	0.00000101	0.00001549	0.00013159	0.00000013	0.00000031	0.00000512	0.00000124	0.00001833
0.52138434	>= 0.00003920	0.00000649	0.00002491	0.00004075	0.00009181	0.00000045	0.00000213	0.00000028	0.00000725	0.00008244
0.47529908	>= 0.00003913	0.00000520	0.00001338	0.00002214	0.00009667	0.00000023	0.00000176	0.00000028	0.00000724	0.00008256
0.45046164	>= 0.00003917	0.00000519	0.00000155	0.00001300	0.00009886	0.00000011	0.00000052	0.00000570	0.00000699	0.00008098
0.46400688	>= 0.00004216	0.00000549	0.00001129	0.00001734	0.00007289	0.00000021	0.00000187	0.00000056	0.00001256	0.00012171
0.45239438	>= 0.00004213	0.00000548	0.00000587	0.00001041	0.00007796	0.00000011	0.00000058	0.00000070	0.00001459	0.00011619
0.47639735	>= 0.00004165	0.00000543	0.00000256	0.00000517	0.00008824	0.00000015	0.00000107	0.00000610	0.00006267	0.00008217
0.46541457	>= 0.00004277	0.00000536	0.00000301	0.00000604	0.00009082	0.00000011	0.00000083	0.00000357	0.00004457	0.00008540
0.45885642	>= 0.00004348	0.00000563	0.00000394	0.00000778	0.00009189	0.00000011	0.00000086	0.00000230	0.00003352	0.00008636
0.45521361	>= 0.00004381	0.00000567	0.00000467	0.00000916	0.00009235	0.00000011	0.00000083	0.00000160	0.00002628	0.00008705
0.45271891	>= 0.00004395	0.00000569	0.00000534	0.00001034	0.00009257	0.00000011	0.00000079	0.00000112	0.00002064	0.00008759
0.45453813	>= 0.00004359	0.00000564	0.00000246	0.00000827	0.00008804	0.00000011	0.00000071	0.00000417	0.00002596	0.00009592
0.45135457	>= 0.00004385	0.00000568	0.00000373	0.00000984	0.00008999	0.00000011	0.00000072	0.00000204	0.00002049	0.00009277

Figura 7.13- Cortes da aproximação das restrições CCP para o caso 04, pelo código de Genz.

MAPE- Erro Médio Absoluto Percentual

Como houve diferença no número de cortes gerados (8 para o caso de diferenças finitas e 16 para o uso do código de Genz) o erro médio absoluto percentual ,no caso 4, será calculado apenas aos cortes com índices semelhantes.

Os coeficientes dos cortes gerados pelo do segundo reservatório equivalente resultaram em uma grande variação do erro médio absoluto percentual. Ao analisar individualmente as restrições a primeira iteração do processo de convergência gera um corte diferente, no uso do código de Genz, do corte gerado pelas diferenças finitas, acarretando em diferenças significativas nos cortes posteriores. Portanto, essas diferenças não devem ser interpretadas como inacurácia do método de diferenças finitas em si, mas sim como uma diferença no processo de evolução na resolução do problema por ambos os métodos.

Tabela 7.4 – Tabela MAPE para as diferenças entre os coeficientes dos cortes obtidos pelo método de diferenças finitas e código de Genz - caso 04

NCUT	1	2	3	4	5	6	7	8
RHS	29.9%	33.8%	7.0%	1.2%	20.6%	6.6%	30.8%	3.0%
CF11	93.3%	989.2%	58.8%	11.6%	38.1%	3.5%	1.7%	18.2%
CF21	22.6%	11.7%	79.1%	450%	92.3%	46.7%	30.8%	50.2%
CF31	15.0%	543.7%	240.5%	245.5%	70.4%	58.7%	154.8%	62.1%
CF41	87.0%	1312.9%	56.6%	53.2%	71.1%	68.8%	71.0%	79.6%
CF51	11.3%	771.8%	75.8%	24.9%	4.0%	18.7%	5.0%	51.3%
CF12	1904.5%	246.1%	1526.3%	10415.3%	9920.0%	3000%	26172.7%	1195.2%
CF22	216.1%	60.6%	613.1%	290.3%	124.4%	66.4%	4978.8%	56.1%
CF32	186.7%	99.7%	79.6%	317.3%	3903.5%	2021.4%	71.4%	3007.1%
CF42	62.6%	81.5%	71.1%	419.3%	44%	291.8%	136.9%	35.5%
CF52	17.1%	17.8%	76.8%	441.1%	7.1%	37.8%	54.0%	40.5%

7.3.2

Comparação da convergência para resolução do subproblema CCP-SAR estático

A comparação da convergência para resolução do subproblema CCP- SAR estático possui a intenção de comparar a quantidade de iterações até a convergência da CCP, entre os métodos de diferenças finitas e o código de Genz.

7.3.2.1

Caso 01: $N_{per} = 1$ $N_{reqv} = 2$ – Sem correlação

A convergência da probabilidade da CCP, conforme Tabela 7.5, gerou o mesmo número de iterações entre as duas metodologias. Além disso, o erro médio absoluto percentual da probabilidade para cada corte foi insignificante.

Tabela 7.5 – Tabela convergência para resolução do problema CCP-SAR - caso 01

ICUT	PROB DIF	PROB CGC	MAPE
1	45.35%	45.35%	0.0%
2	88.39%	88.39%	0.0%
3	89.98%	89.97%	0.01%

7.3.2.2**Caso 02: $N_{per} = 5$ $N_{reqv} = 2$ – Sem correlação**

A convergência da probabilidade da CCP, conforme Tabela 7.6, gerou o mesmo número de iteração entre as duas metodologias. Além disso, o erro médio absoluto percentual da probabilidade para cada corte foi insignificante.

Tabela 7.6 – Tabela convergência para resolução do problema CCP-SAR - caso 02

ICUT	PROB DIF	PROB CGC	MAPE
1	0%	0%	0.000%
2	1.4%	1.4%	0.000%
3	78.85%	78.85%	0.000%
4	83.54%	83.55%	0.012%
5	87.41%	87.41%	0.000%
6	88.58%	88.59%	0.011%
7	88.47%	88.47%	0.000%
8	89.16%	89.16%	0.000%
9	89.12%	89.12%	0.000%
10	89.53%	89.53%	0.000%
11	89.58%	89.58%	0.000%
12	89.69%	89.69%	0.000%
13	89.85%	89.85%	0.000%
14	89.88%	89.9%	0.022%
15	89.93%	89.91%	0.022%
16	89.96%	89.96%	0.000%
17	89.96%	89.95%	0.011%
18	89.98%	89.97%	0.011%
19	89.99%	89.98%	0.011%
20	89.98%	89.98%	0.000%

7.3.2.3**Caso 03: $N_{per} = 2$ $N_{reqv} = 2$ – Com correlação Temporal**

A convergência da probabilidade da CCP, conforme Tabela 7.7, produziu um número de iterações maior no método de cálculo do gradiente pela fórmula

recursiva utilizando o código de Genz. Além disso, o erro médio absoluto percentual da probabilidade foi baixo nos casos em que o cálculo foi possível.

Tabela 7.7 – Tabela convergência para resolução do problema CCP-SAR - caso 03

ICUT	PROB DIF	PROB CGC	MAPE
1	11.69%	11.69%	0.00%
2	78.08%	77.95%	0.17%
3	87.34%	87.13%	0.24%
4	89.11%	89.02%	0.10%
5	89.8%	89.78%	0.02%
6	89.94%	89.94%	0.00%
7	89.95%	89.98%	0.03%
8	89.99%	89.97%	0.02%
9	-	89.99%	-

7.3.2.4

Caso 03: $N_{per} = 5$ $N_{reqv} = 2$ – Com correlação Temporal

Na segunda iteração da Tabela 7.8 houve um nível de probabilidade muito inferior na utilização do código de Genz do que na utilização da metodologia de diferenças finitas. A explicação dessa ocorrência é a diferença de resultados no corte criado na primeira iteração do código de Genz, modificando a convergência da probabilidade nos passos seguintes. Neste caso, os valores são próximos de zero e o método das diferenças finitas perde a precisão, conforme já mencionado anteriormente.

Tabela 7.8 – Tabela convergência caso 04

ICUT	PROB DIF	PROB CGC	MAPE
1	0%	0%	0.00%
2	63.02%	7.44%	747.04%
3	73.9%	73.63%	0.37%
4	88.08%	78.93%	11.59%
5	88.56%	88.6%	0.05%
6	88.59%	88.51%	0.09%
7	89.41%	88.5%	1.03%
8	89.35%	89.48%	0.15%
9	-	89.44%	

10	-	89.42%	
11	-	89.68%	
12	-	89.85%	
13	-	89.91%	
14	-	89.93%	
15	-	89.86%	
16	-	89.91%	-

Desta forma é visto que no aumento da dimensão do problema e a utilização da correlação entre as variáveis passa a gerar diferenças significativas na utilização das duas metodologias com relação à quantidade de cortes criados.

7.3.3 Comparação do Tempo Computacional

Um aspecto de grande importância é com relação ao tempo computacional comparando os dois métodos para cálculo do gradiente. Esta seção aborda este ponto e analisa o quadro comparativo entre os casos apresentados nas seções anteriores.

Tabela 7.9 – Tabela de tempo computacional para resolução do subproblema CCP-SAR.

ICUT	Dif. Finitas		Código de Genz	
	Pacotes (s)	Manip. Variaveis / arquivos(s)	Pacotes (s)	Manip. Variaveis / arquivos(s)
$N_{per} = 1$ $N_{reqv} = 2$ - Sem correlação	0.18	0.21	0.08	1.37
$N_{per} = 5$ $N_{reqv} = 2$ - Sem correlação	1.09	35.16	1.05	34.42
$N_{per} = 2$ $N_{reqv} = 2$ - Com correlação Temporal	0.04	0.34	0.02	0.24
$N_{per} = 5$ $N_{reqv} = 2$ - Com correlação Temporal	0.59	29.51	0.92	54.08

O cálculo pela forma recursiva de cálculo de probabilidade e as reconstruções das matrizes de correlação com $n - 1$ variáveis gerou um tempo

maior na resolução e manipulação das variáveis, além de uma maior ocupação da memória, já que a cada derivação é necessário possuir a matriz de correlação sem a componente a ser derivada. Portanto, a utilização do cálculo do gradiente por diferenças finitas possui a vantagem com relação ao tempo de resolução e manipulação de variáveis, sendo este menos trabalhoso. Todavia, existe o lado negativo de ser menos acurado, o que pode gerar resultados pouco satisfatórios.

7.4

Resultados da abordagem estática

Primeiramente será apresentado o resultado para um caso bidimensional, com $Nreqv = 2$ e $Nper = 1$ (caso 01) onde as variáveis aleatórias são independentes. Neste caso é possível criar gráficos ilustrativos para visualização dos cortes gerados na CCP e o processo iterativo da bisseção para criação destes cortes.

Em seguida serão apresentados na forma de tabela os resultados para dimensões maiores:

- $Nper = 5$ e $Nreqv = 2$ (caso 02, onde as variáveis aleatórias são independentes, vide apêndice;
- $Nper = 2$ e $Nreqv = 2$ (caso 03 onde as variáveis aleatórias são dependentes temporalmente)), vide apêndice,
- $Nper = 5$ e $Nreqv = 2$ (caso 04 onde as variáveis aleatórias são dependentes temporalmente), vide apêndice;
- $Nper = 4$ e $Nreqv = 5$ (caso 05 onde as variáveis aleatórias são dependentes temporalmente);
- $Nper = 5$ e $Nreqv = 2$ (caso 06 onde as variáveis aleatórias são dependentes temporalmente e espacialmente).

7.4.1

Caso 01: $Nper = 1$ $Nreqv = 2$ -Sem correlação

Para este problema, a formulação completa é mostrada a seguir:

$$\min \left(\sum_{i=1}^{41} cgterm_i^i GTERM_i^i + cdef Def_1 \right) \quad (7.2)$$

sujeito a:

$$-EVERT_1 + \chi_1 - GHID_1 = \underline{V}_1 \quad (7.3)$$

$$-EVERT_2 + \chi_2 - GHID_2 = \underline{V}_2 \quad (7.4)$$

$$\sum_{i=1}^2 GHID_i^1 + \sum_{i=1}^{41} GTERM_i^1 + Def_1 = D_1 \quad (7.5)$$

$$-\gamma_g^{igter} + cgterm \geq -\gamma_0^{igter} \quad igter = 1, \dots, NCUT_{cgter} \quad (7.6)$$

$$\begin{aligned} CCPCUT\%DERIV^{icut}_1 \cdot \chi^{icut}_1 + CCPCUT\%DERIV^{icut}_2 \cdot \chi^{icut}_2 \\ \geq CCP\%RHS^{icut} \end{aligned} \quad (7.7)$$

$$icut = 1, \dots, NCUT_{ccp}$$

$$0 \leq GHID_1 \leq 2000 \quad (7.8)$$

$$0 \leq GHID_2 \leq 1000 \quad (7.9)$$

$$1760 \leq \sum_{i=1}^{41} GTERM_i \leq 6150 \quad (7.10)$$

Gráfico da região viável para as restrições probabilísticas

A ilustração dos cortes criados no caso 01 para aproximar a região viável da variável aleatória de atendimento de 90% do nível meta está representada na Figura 7.14. Foram necessários apenas três cortes serem construídos até a convergência da probabilidade sendo o primeiro corte o azul, depois o vermelho e por ultimo o corte verde.

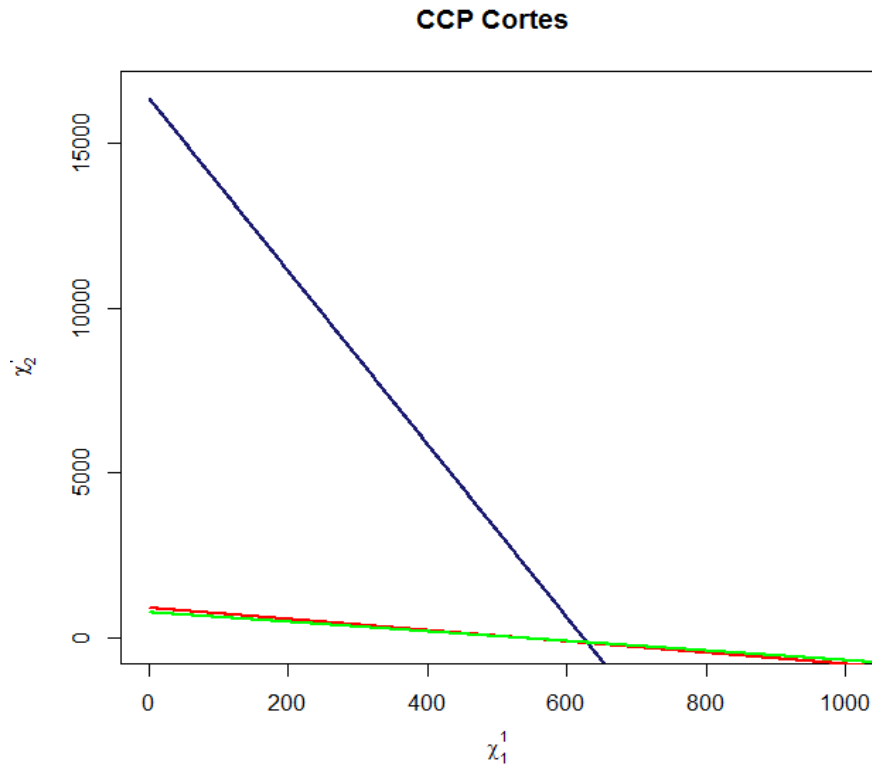


Figura 7.14- Cortes para a aproximação da região viável do subproblema CCP - caso 01.

Gráfico do processo iterativo

A Figura 7.15 ilustra todo o processo de resolução do problema: os cortes são representados pelas linhas coloridas; os pontos encontrados na resolução do problema de programação linear são mostrados como círculo preenchido em preto; os pontos encontrados no método da bisseção para encontrar um ponto mais próximo da fronteira eficiente estão representados pelo quadrado; e a fronteira eficiente como uma função não linear côncava como a representação de uma linha preta.

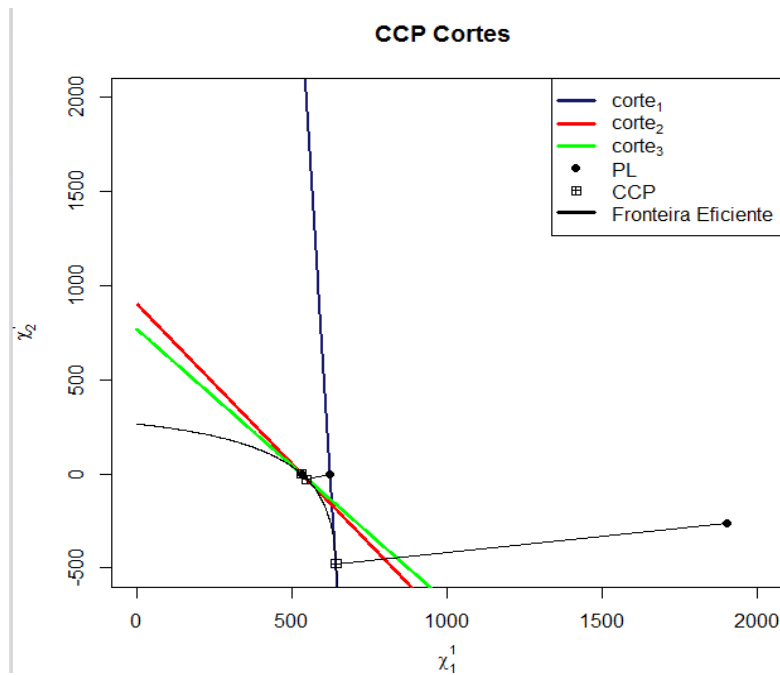


Figura 7.15- Processo iterativo para resolução do subproblema CCP - caso 01.

7.4.2

Caso 05: $N_{per} = 5$ $N_{reqv} = 4$ - Com correlação Temporal

Devido à dificuldade em realizar a ilustração com 9 dimensões ($N_{per} = 5$ e $N_{reqv} = 4$), os resultados serão apresentados conforme saída implementada para a convergência da probabilidade, e o cálculo do corte para construção da região viável CCP. O tempo computacional deste caso será apresentado em formato tabela, já que esse caso não foi estudado na seção 7.3.

O caso 05 objetiva aumentar a dimensão do problema e considerar a correlação temporal. Como saída da implementação a Figura 7.16 apresenta o corte gerado com 9 dimensões e a convergência do nível de probabilidade Figura 7.17.

Corte para construção da região viável da CCP

Figura 7.16- Cortes da aproximação das restrições CCP para o caso 05, pelo código de Genz.

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300	301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320	321	322	323	324	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336	337	338	339	340	341	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352	353	354	355	356	357	358	359	360	361	362	363	364	365	366	367	368	369	370	371	372	373	374	375	376	377	378	379	380	381	382	383	384	385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399	400	401	402	403	404	405	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416	417	418	419	420	421	422	423	424	425	426	427	428	429	430	431	432	433	434	435	436	437	438	439	440	441	442	443	444	445	446	447	448	449	450	451	452	453	454	455	456	457	458	459	460	461	462	463	464	465	466	467	468	469	470	471	472	473	474	475	476	477	478	479	480	481	482	483	484	485	486	487	488	489	490	491	492	493	494	495	496	497	498	499	500	501	502	503	504	505	506	507	508	509	510	511	512	513	514	515	516	517	518	519	520	521	522	523
--	--	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Figura7.17- Convergência do atendimento à restrição probabilística para o subproblema CCP-SAR - caso 05.

Tempo Computacional

O tempo computacional para o caso com uma dimensão maior começa a ficar intratável, visto que aproximadamente 40 minutos foram necessários para resolver o problema CCP-SAR *a priori*. Entretanto, ressalta-se que não se investiu muito, nesse trabalho, na eficiência computacional da implementação

Tabela 7.10 – Tabela Tempo Computacional Caso 05

	Pacotes (s)	Manip. Variaveis / arquivos(s)
Caso 05	0.68	2399.31

7.4.3

Caso 06: $N_{per} = 5$ $N_{reqv} = 2$ -Com correlação Espaço-Temporal

A mesma dificuldade da seção anterior em gerar um gráfico ilustrativo ocorre neste caso. O principal objetivo do caso 06 é apresentar um caso com correlação espaço-temporal. Como saída da implementação a Figura 7.16 apresenta o corte gerado com 10 dimensões e a convergência do nível de probabilidade Figura 7.17.

Corte para construção da região viável da CCP

	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
IPER	1	1	1	1	1	1	2	3	4	5
IEQV	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
	COEF	COEF	COEF	COEF	COEF	COEF	COEF	COEF	COEF	COEF
0.92174908 ; >= ;	0.00003387 ;	0.00006302 ;	0.00006264 ;	0.00014171 ;	0.00011123 ;	0.00000177 ;	0.00000053 ;	0.00000018 ;	0.00000099 ;	0.00000053 ;
0.57356615 ; >= ;	0.00008482 ;	0.00001809 ;	0.00000566 ;	0.00001697 ;	0.00001034 ;	0.00000389 ;	0.00002254 ;	0.00000552 ;	0.00016308 ;	0.00010238 ;
0.28300974 ; >= ;	0.00018422 ;	0.00004026 ;	0.00001160 ;	0.00003790 ;	0.00002248 ;	0.00000561 ;	0.00000089 ;	0.00000114 ;	0.00001067 ;	0.00000466 ;
0.28050351 ; >= ;	0.00017482 ;	0.00003020 ;	0.00000624 ;	0.00003955 ;	0.00002036 ;	0.00001265 ;	0.00000140 ;	0.00000195 ;	0.00002878 ;	0.00001108 ;
0.24977426 ; >= ;	0.00017701 ;	0.00003060 ;	0.00000631 ;	0.00003072 ;	0.00001529 ;	0.00001286 ;	0.00000141 ;	0.00000197 ;	0.00002933 ;	0.00001128 ;
0.22717724 ; >= ;	0.00017826 ;	0.00003083 ;	0.00000635 ;	0.00002382 ;	0.00001149 ;	0.00001300 ;	0.00000142 ;	0.00000199 ;	0.00002969 ;	0.00001140 ;
0.20931607 ; >= ;	0.00017889 ;	0.00003095 ;	0.00000637 ;	0.00001806 ;	0.00000845 ;	0.00001309 ;	0.00000143 ;	0.00000200 ;	0.00002991 ;	0.00001148 ;
0.26376953 ; >= ;	0.00018360 ;	0.00003184 ;	0.00000653 ;	0.00004121 ;	0.00002115 ;	0.00001303 ;	0.00000142 ;	0.00000206 ;	0.00000739 ;	0.00000242 ;
0.19513505 ; >= ;	0.00017952 ;	0.00003107 ;	0.00000639 ;	0.00001294 ;	0.00000584 ;	0.00001317 ;	0.00000144 ;	0.00000201 ;	0.00003011 ;	0.00001155 ;
0.18386599 ; >= ;	0.00017983 ;	0.00003113 ;	0.00000640 ;	0.00000846 ;	0.00000367 ;	0.00001322 ;	0.00000144 ;	0.00000202 ;	0.00003025 ;	0.00001160 ;
0.25901919 ; >= ;	0.00018436 ;	0.00003199 ;	0.00000655 ;	0.00004034 ;	0.00002063 ;	0.00001308 ;	0.00000142 ;	0.00000207 ;	0.00000557 ;	0.00000178 ;
0.17497051 ; >= ;	0.00017983 ;	0.00003113 ;	0.00000640 ;	0.00000446 ;	0.00000183 ;	0.00001325 ;	0.00000145 ;	0.00000203 ;	0.00003032 ;	0.00001163 ;
0.16736115 ; >= ;	0.00018134 ;	0.00003141 ;	0.00000699 ;	0.00000934 ;	0.00000077 ;	0.00001333 ;	0.00000145 ;	0.00000211 ;	0.00002717 ;	0.00001026 ;
0.25540385 ; >= ;	0.00018469 ;	0.00003205 ;	0.00000656 ;	0.00003939 ;	0.00002005 ;	0.00001310 ;	0.00000142 ;	0.00000171 ;	0.00000558 ;	0.00000178 ;
0.16238613 ; >= ;	0.00018403 ;	0.00003192 ;	0.00000843 ;	0.00000245 ;	0.00000095 ;	0.00001345 ;	0.00000146 ;	0.00000117 ;	0.00002110 ;	0.00000770 ;
0.25325245 ; >= ;	0.00018501 ;	0.00003211 ;	0.00000657 ;	0.00003869 ;	0.00001967 ;	0.00001313 ;	0.00000142 ;	0.00000107 ;	0.00000559 ;	0.00000178 ;

Figura 7.18- Cortes da aproximação das restrições CCP para o caso 06, pelo código de Genz.

Convergência do nível de probabilidade

ICUT	PROB	1 x()	2 x()	3 x()	4 x()	5 x()	1 x()	2 x()	3 x()	4 x()	5 x()
1	4,46	1514,5430	3514,5430	4554,5430	6554,5430	6554,5430	-384,1629	-344,1629	-344,1629	655,8371	655,8371
2	38,17	1399,1074	1399,1074	1399,1074	2746,3041	2746,3041	-384,1629	615,8371	1615,8371	2615,8371	2615,8371
3	66,17	1399,1074	1399,1074	1399,1074	2758,9356	2758,9356	-384,1629	-384,1629	52,4269	1052,4269	1052,4269
4	89,35	614,5430	614,5430	614,5430	2057,4988	2057,4988	-384,1629	-384,1629	52,4269	1052,4269	1052,4269
5	89,51	614,5430	614,5430	614,5430	1903,1165	1903,1165	-384,1629	-384,1629	52,4269	1052,4269	1052,4269
6	89,61	614,5430	614,5430	614,5430	1759,3929	1759,3929	-384,1629	-384,1629	52,4269	1052,4269	1052,4269
7	89,66	614,5430	614,5430	614,5430	1613,3504	1613,3504	-384,1629	-384,1629	52,4269	1052,4269	1052,4269
8	89,69	614,5430	614,5430	614,5430	2051,1328	2051,1328	-384,1629	-384,1629	-316,6553	683,3447	683,3447
9	89,70	614,5430	614,5430	614,5430	1446,9872	1446,9872	-384,1629	-384,1629	52,4269	1052,4269	1052,4269
10	89,72	614,5430	614,5430	614,5430	1248,6455	1248,6455	-384,1629	-384,1629	52,4269	1052,4269	1052,4269
11	89,94	614,5430	614,5430	614,5430	2035,7965	2035,7965	-384,1629	-384,1629	-384,1629	615,8371	615,8371
12	89,72	614,5430	614,5430	614,5430	971,1705	971,1705	-384,1629	-384,1629	52,4269	1052,4269	1052,4269
13	89,81	614,5430	614,5430	614,5430	648,5685	648,5685	-384,1629	-384,1629	18,4014	1018,4014	1018,4014
14	89,96	614,5430	614,5430	614,5430	2019,7930	2019,7930	-384,1629	-384,1629	-384,1629	615,8371	615,8371
15	89,97	614,5430	614,5430	614,5430	722,7377	722,7377	-384,1629	-384,1629	-53,7678	944,2322	944,2322
16	89,97	614,5430	614,5430	614,5430	2008,8975	2008,8975	-384,1629	-384,1629	-384,1629	615,8371	615,8371
0	90,00	614,5430	614,5430	737,7539	737,7539	737,7539	-384,1629	-384,1629	-70,7840	929,2160	929,2160

Figura 7.19- Convergência do atendimento à restrição probabilística para o subproblema CCP-SAR - caso 06.

Tempo Computacional

Tabela 7.11 – Tabela Tempo Computacional Caso 06

	Pacotes (s)	Manip. Variáveis / arquivos(s)
Caso 06	0.41	94.02

Na verificação do tempo de manipulação das variáveis e arquivos para o caso 02 e caso 04 (respectivamente sem correlação, correlação temporal) que possuem a mesma dimensão que o caso 06 é visto que houve um aumento significativo (aproximadamente 63,4% em relação ao caso 02 e 42,5% em relação ao caso 04).

7.5

Resultados da integração com a PDDE

Os casos abordados na integração com a PDDE possuem valores de armazenamento e demanda diferentes da abordagem estática. Por este motivo foram modificados os nomes dos casos.

Para que o corte seja produzido, houve a necessidade da calibragem da demanda e do nível de armazenamento para que resulte em casos que não gerem déficit no sistema no subproblema de CCP com armazenamentos iniciais

máximos. Então o método da bisseção é aplicável possibilitando retorna um ponto para construção de cortes da região viável do problema. Nesta perspectiva, o método da bisseção é aplicável a fim de encontrar o ponto para construção do corte.

Seguindo a mesma linha de raciocínio da seção 7.4 um caso bidimensional será abordado para que sejam criados exemplos ilustrativos dos cortes da CCP-SAR *a priori* e dos cortes gerados pelo CCP em uma iteração do processo de solução da CCP-SAR *a priori*. Em seguida serão apresentados na forma os resultados para dimensões maiores:

- $N_{per} = 2$ e $N_{reqv} = 2$ (caso 08 onde as variáveis aleatórias são dependentes temporalmente) ,
- $N_{per} = 5$ e $N_{reqv} = 2$ (caso 09 onde as variáveis aleatórias são dependentes temporalmente)
- $N_{per} = 5$ e $N_{reqv} = 2$ (caso 10 onde as variáveis aleatórias são dependentes temporalmente e espacialmente).

7.5.1

Caso 07: $N_{per} = 1$ $N_{reqv} = 2$ -Sem correlação

A superfície de aversão a risco CCP-SAR está ilustrada na Figura 7.20, na qual os cortes estão representados em vermelho e foram gerados pelos pontos em preto, que delimitam a região viável do problema CCP-SAR *a priori*. Desta forma é possível observar claramente a aproximação da região não convexa por cortes para uma região linear por partes.

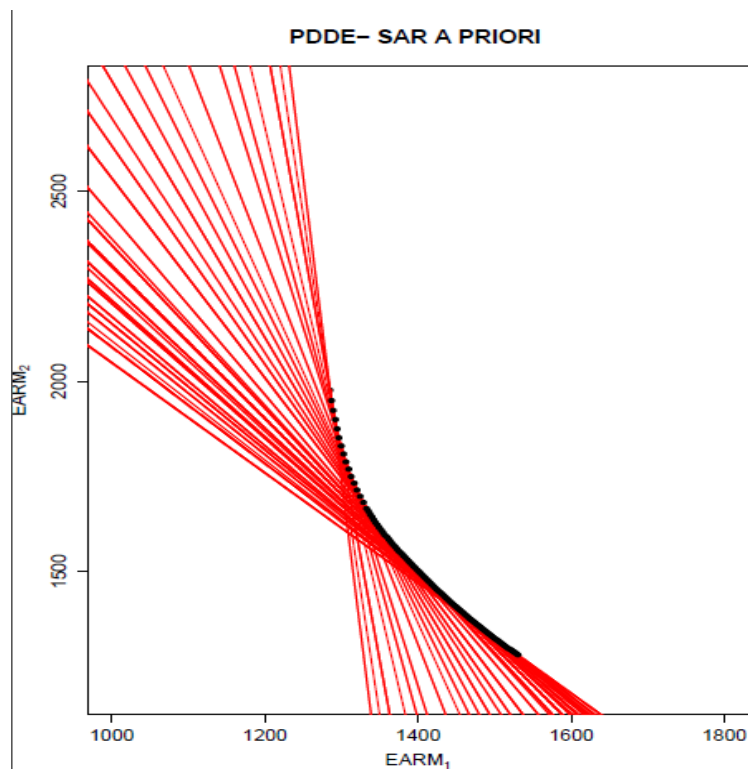


Figura 7.20-Gráfico da superfície de aversão a risco CCP-SAR, construída *a priori* - caso 07.

A tabela da Figura 7.21 contém os coeficientes dos cortes que construíram a superfície de aversão a risco CCP-SAR mostrada na Figura 7.20, que são representados conforme o arquivo de saída da implementação. As colunas indicam o índice do corte (ICUT), o valor da função objetivo (BETA), os pontos de energia armazenada inicial de cada reservatório equivalente (EARM1) e em sequência o corte gerado composto pelo lado direito e os coeficientes para cada componente.

ICUT	BETA	1 EARM1(°)	2 EARM1(°)		IEQV	1 COEF	2 COEF
1	0.06	1284.9839	1976.8983	1408913.114180	>=	1000.000000	62.688713
2	0.45	1286.6984	1949.5430	1408912.721142	>=	1000.000000	62.688713
3	4.91	1288.8268	1923.6221	1434997.475211	>=	1000.000000	75.987194
4	0.90	1291.8013	1899.7078	1465676.794469	>=	1000.000000	91.527494
5	0.61	1294.0264	1875.4005	1465677.087460	>=	1000.000000	91.527494
6	0.33	1296.1952	1851.7075	1465677.364913	>=	1000.000000	91.527494
7	0.12	1299.3775	1830.1091	1516673.496082	>=	1000.000000	118.733915
8	0.72	1302.4759	1808.9943	1555138.126852	>=	1000.000000	139.670002
9	0.43	1305.3814	1788.1937	1555138.420199	>=	1000.000000	139.670002
10	1.46	1309.1511	1769.1231	1590054.739916	>=	1000.000000	158.781300
11	0.93	1312.2425	1749.6567	1590055.270252	>=	1000.000000	158.781300
12	0.26	1316.3913	1732.0938	1636729.787862	>=	1000.000000	196.489641
13	0.10	1319.9128	1714.1725	1636729.947577	>=	1000.000000	196.489641
14	0.07	1324.1053	1697.5709	1709275.457590	>=	1000.000000	226.894874
15	4.77	1328.4177	1681.5414	1745288.152578	>=	1000.000000	247.909687
16	0.67	1332.3990	1665.4987	1745292.256473	>=	1000.000000	247.909687
17	3.73	1334.8842	1658.2413	1784570.735462	>=	1000.000000	271.182800
18	0.47	1336.9663	1650.5756	1784573.990021	>=	1000.000000	271.182800
19	2.89	1339.5282	1643.5928	1826329.464322	>=	1000.000000	296.181204
20	0.53	1341.7105	1636.2324	1826331.823206	>=	1000.000000	296.181204
21	7.63	1343.8665	1628.9291	1826334.732010	>=	1000.000000	296.181204
22	0.20	1346.5218	1622.3154	1872022.176628	>=	1000.000000	323.919989
23	2.13	1348.7876	1615.3145	1872020.243873	>=	1000.000000	323.919989
24	2.62	1351.5097	1608.9401	1911240.330879	>=	1000.000000	347.887791
25	3.22	1353.8554	1602.1957	1911239.737254	>=	1000.000000	347.887791
26	2.71	1356.1823	1595.5086	1911240.243471	>=	1000.000000	347.887791
27	0.82	1359.4110	1589.9544	1964452.400429	>=	1000.000000	380.540107
28	1.29	1361.8493	1583.5457	1964451.933586	>=	1000.000000	380.540107
29	4.07	1364.2664	1577.1866	1964449.147488	>=	1000.000000	380.540107
30	3.67	1366.6664	1570.8809	1964449.556434	>=	1000.000000	380.540107
31	0.17	1369.5407	1565.1894	2033847.794139	>=	1000.000000	424.426027
32	0.21	1372.0870	1559.1898	2033847.752046	>=	1000.000000	424.426027
33	7.80	1374.6088	1553.2303	2033840.162472	>=	1000.000000	424.426027
34	2.20	1377.6167	1547.8840	2084590.765308	>=	1000.000000	456.735790
35	10.37	1380.2264	1542.1524	2084582.599853	>=	1000.000000	456.735790
36	1.90	1382.9659	1536.6287	2099470.792090	>=	1000.000000	466.283710
37	3.15	1385.5776	1531.0249	2099469.549379	>=	1000.000000	466.283710
38	7.93	1388.1680	1525.4593	2099464.769821	>=	1000.000000	466.283710
39	10.40	1390.7411	1519.9356	2099462.294802	>=	1000.000000	466.283710
40	4.65	1393.3011	1514.4577	2099468.041998	>=	1000.000000	466.283710
41	0.21	1395.9554	1509.1410	2147191.341216	>=	1000.000000	497.790439
42	4.84	1398.5831	1503.8528	2147186.713049	>=	1000.000000	497.790439
43	6.33	1401.1946	1498.6038	2147185.226673	>=	1000.000000	497.790439
44	2.71	1403.7912	1493.3949	2147188.839783	>=	1000.000000	497.790439
45	0.28	1406.3690	1488.2212	2147191.273433	>=	1000.000000	497.790439
46	2.64	1408.9259	1483.0799	2147188.914751	>=	1000.000000	497.790439
47	5.15	1411.4651	1477.9739	2147186.406576	>=	1000.000000	497.790439
48	0.32	1413.9917	1472.9080	2147191.229485	>=	1000.000000	497.790439
49	1.52	1416.4971	1467.8726	2147190.034036	>=	1000.000000	497.790439
50	8.28	1418.9817	1462.8677	2147183.277992	>=	1000.000000	497.790439
51	51.97	1421.4609	1457.9086	2151185.413373	>=	1000.000000	500.528280
52	1.46	1423.9588	1453.0191	2151235.930942	>=	1000.000000	500.528280
53	444.55	1426.4509	1448.1735	2192776.070058	>=	1000.000000	529.166663
54	1.41	1429.2619	1443.6989	2193219.213921	>=	1000.000000	529.166663
55	10.01	1431.7624	1438.9572	2193210.614977	>=	1000.000000	529.166663
56	1.86	1434.2575	1434.2575	2193218.765732	>=	1000.000000	529.166663
57	2.66	1436.7305	1429.5826	2193217.959897	>=	1000.000000	529.166663
58	9.12	1439.1837	1424.9344	2193211.505130	>=	1000.000000	529.166663
59	0.19	1441.6582	1420.3529	2207485.185813	>=	1000.000000	539.180746
60	6.05	1444.1103	1415.7944	2207479.376469	>=	1000.000000	539.180746

Figura 7.21- Cortes da superfície de aversão a risco CCP-SAR, construída *a priori* - caso 07.

O processo iterativo do método da bisseção está representado na Figura 7.22, na qual o índice do corte (ICUT) está vinculado ao índice do processo da bisseção (IBIS) e os seus valores para a energia inicial armazenada (EARM1). A diminuição do valor da função objetivo até um ponto próximo de zero é vista na coluna “BETA”. Ressalta-se que o processo continua mesmo após a obtenção do primeiro valor de $\beta = 0$, a fim de encontrar um ponto com valor de β positivo mas suficientemente próximo de zero, a fim de obter os gradientes para construção do corte da superfície CCP-SAR.

ICUT	IBIS	IEQV BETA	1 EARM()	2 EARM()
1	1	1808682.93	650.0000	1000.0000
1	2	332903.47	975.0000	1500.0000
1	3	158086.95	1137.5000	1750.0000
1	4	70678.69	1218.7500	1875.0000
1	5	26974.56	1259.3750	1937.5000
1	6	5122.49	1279.6875	1968.7500
1	7	0.00	1289.8438	1984.3750
1	8	239.39	1284.7656	1976.5625
1	9	0.00	1287.3047	1980.4688
1	10	0.00	1286.0352	1978.5156
1	11	0.00	1285.4004	1977.5391
1	12	0.00	1285.0830	1977.0508
1	13	65.39	1284.9243	1976.8066
1	14	0.00	1285.0037	1976.9287
1	15	21.89	1284.9640	1976.8677
1	16	0.14	1284.9838	1976.8982
1	17	0.00	1284.9937	1976.9135
1	18	0.00	1284.9888	1976.9058
1	19	0.00	1284.9863	1976.9020
1	20	0.00	1284.9851	1976.9001
1	21	0.00	1284.9844	1976.8991
1	22	0.00	1284.9841	1976.8987
1	23	0.00	1284.9840	1976.8984
1	24	0.06	1284.9839	1976.8983
2	1	1789049.94	660.0000	1000.0000
2	2	324880.10	990.0000	1500.0000
2	3	144207.92	1155.0000	1750.0000
2	4	53871.83	1237.5000	1875.0000
2	5	8703.79	1278.7500	1937.5000
2	6	0.00	1299.3750	1968.7500
2	7	0.00	1289.0625	1953.1250
2	8	3057.78	1283.9062	1945.3125
2	9	234.78	1286.4844	1949.2188
2	10	0.00	1287.7734	1951.1719
2	11	0.00	1287.1289	1950.1953
2	12	0.00	1286.8066	1949.7070
2	13	58.34	1286.6455	1949.4629
2	14	0.00	1286.7261	1949.5850
2	15	14.23	1286.6858	1949.5239
2	16	0.00	1286.7059	1949.5544
2	17	3.21	1286.6959	1949.5392
2	18	0.00	1286.7009	1949.5468
2	19	0.45	1286.6984	1949.5430
3	1	1759049.94	670.0000	1000.0000
3	2	309880.10	1005.0000	1500.0000
3	3	126707.92	1172.5000	1750.0000
3	4	35121.83	1256.2500	1875.0000
3	5	0.00	1298.1250	1937.5000
3	6	12964.30	1277.1875	1906.2500
3	7	1308.25	1287.6562	1921.8750

Figura 7.22-Processo Iterativo da bisseção para construção dos cortes da superfície CCP-SAR - caso 07.

Para ilustrar os cortes produzidos no subproblema da CCP-SAR foi capturada uma iteração com valor da função objetivo igual a zero (para que o corte CCP seja construído). Desta maneira, a Figura 7.23 apresenta os cortes de cores variadas para aproximação da região viável do subproblema CCP-SAR.

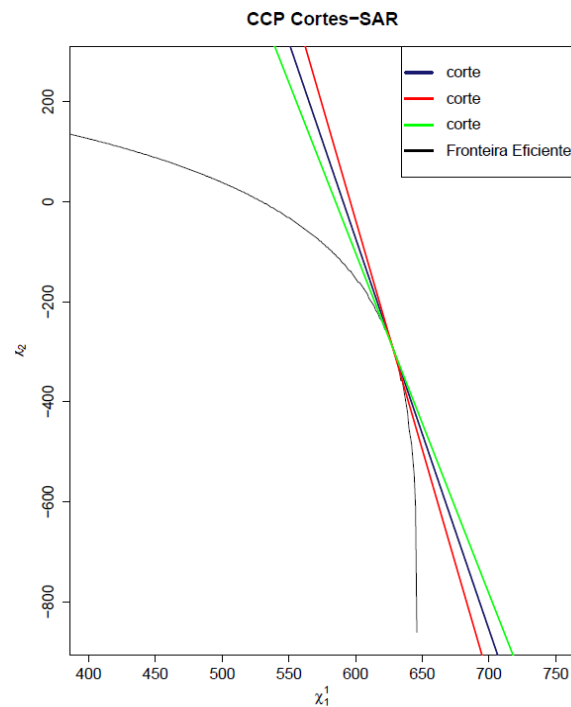


Figura 7.23- Cortes da aproximação linear por partes da região viável do subproblema CCP-SAR, em determinada iteração - caso 07.

7.5.2

Caso 08: $N_{per} = 2$ $N_{reqv} = 2$ -Com correlação Temporal

O caso 08 é um caso diferente do anterior pois apresenta a correlação temporal na variável aleatória. Da mesma maneira que foi apresentada na seção 7.5.1, a Figura 7.24 mostra a superfície de aversão a risco CCP-SAR, com os cortes em vermelho e os pontos para a construção dos cortes em preto.

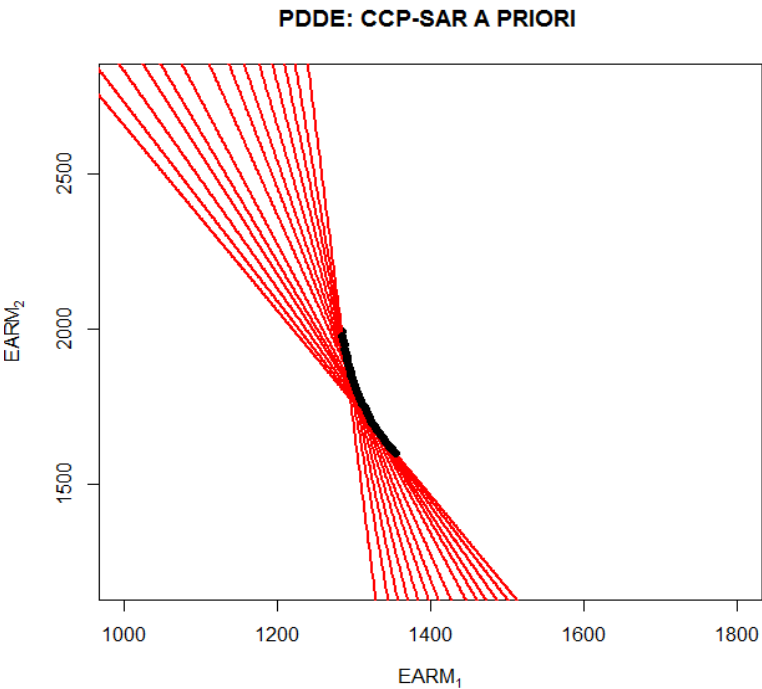


Figura 7.24-Gráfico da superfície de aversão a risco CCP-SAR, construída *a priori* - caso 08.

Uma iteração do processo de convergência do método da bisseção está apresentada na Figura 7.25. Ocorreram 18 iterações da bisseção até encontrar o valor da função objetivo relativamente baixo para processo de construção da superfície de aversão a risco CCP-SAR.

CUT	IBIS	IEQV BETA	1 EARM()	2 EARM()
1	1	1825913.33	645.0000	1000.0000
1	2	341999.34	967.5000	1500.0000
1	3	167879.63	1128.7500	1750.0000
1	4	80819.77	1209.3750	1875.0000
1	5	37289.85	1249.6875	1937.5000
1	6	15524.88	1269.8438	1968.7500
1	7	4642.40	1279.9219	1984.3750
1	8	0.00	1284.9609	1992.1875
1	9	1921.78	1282.4414	1988.2812
1	10	561.47	1283.7012	1990.2344
1	11	0.00	1284.3311	1991.2109
1	12	221.39	1284.0161	1990.7227
1	13	51.35	1284.1736	1990.9668
1	14	0.00	1284.2523	1991.0889
1	15	8.84	1284.2130	1991.0278
1	16	0.00	1284.2326	1991.0583
1	17	0.00	1284.2228	1991.0431
1	18	3.53	1284.2179	1991.0355

Figura 7.25-Processo Iterativo da bisseção para construção dos cortes da superfície CCP-SAR - caso 08.

Como este caso possui uma dimensão inviável para ilustração, o corte CCP para um caso do subproblema CCP-SAR *a priori* é apresentado na Figura 7.26, e a convergência da probabilidade é apresentada na coluna “PROB”.

ICUT	PROB	1	2	1	2	IPER	IEQV	1	2	1	2
		x()	x()	x()	x()			COEF	COEF	COEF	COEF
1	1.64	2000.0000	4000.0000	1000.0000	2000.0000	0.13373230	>=	0.00004798	0.00007511	0.00009605	0.00010454
2	24.11	1500.0000	3500.0000	-1187.0811	-833.2888	0.19539687	>=	0.00006959	0.00012961	0.00000006	0.00000012
3	88.81	420.0000	1282.5143	-1000.0000	0.0000	0.15323664	>=	0.00011891	0.00009027	0.00000011	0.00001066
0	90.00	360.0000	1224.4597	-1000.0000	0.0000						

Figura 7.26-Cortes da aproximação linear por partes da região viável do subproblema CCP-SAR em uma iteração caso 08.

7.5.3

Caso 09: $N_{per} = 5$ $N_{reqv} = 2$ -Com correlação Temporal

O caso 09 é um caso com uma dimensão maior do que as apresentadas anteriormente e com correlação temporal na variável aleatória.

A Figura 7.27 possui a mesma descrição realizada nas seções anteriores para representação da superfície de aversão a risco CCP-SAR.

Um aspecto importante nesse caso são os números de pontos encontrados para a construção da região. Essa quantidade é explicada pela calibragem dos dados, pois apenas pontos da discretização com valores de armazenamentos iniciais mais altos são válidos para utilizar o método da bisseção.

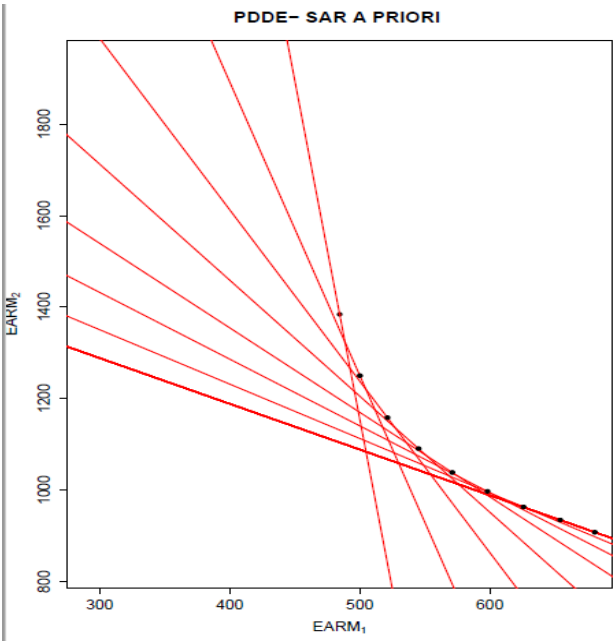


Figura 7.27-Gráfico da superfície de aversão a risco CCP-SAR, construída *a priori* caso 09.

A convergência do método da bisseção está apresentada na Figura 7.28, no qual no primeiro corte foram necessárias 18 iterações do método da bisseção para encontrar o ponto desejado para a construção da região CCP-SAR *a priori*.

ICUT	IBIS	IEQV BETA	1 EARM()	2 EARM()
1	1	123060.40	350.0000	1000.0000
1	2	0.00	525.0000	1500.0000
1	3	60625.26	437.5000	1250.0000
1	4	3283.84	481.2500	1375.0000
1	5	0.00	503.1250	1437.5000
1	6	0.00	492.1875	1406.2500
1	7	0.00	486.7188	1390.6250
1	8	569.50	483.9844	1382.8125
1	9	0.00	485.3516	1386.7188
1	10	0.00	484.6680	1384.7656
1	11	161.80	484.3262	1383.7891
1	12	0.00	484.4971	1384.2773
1	13	59.88	484.4116	1384.0332
1	14	8.91	484.4543	1384.1553
1	15	0.00	484.4757	1384.2163
1	16	0.00	484.4650	1384.1858
1	17	0.00	484.4597	1384.1705
1	18	5.73	484.4570	1384.1629

Figura 7.28-Processo Iterativo da bisseção para construção dos cortes da superfície CCP-SAR - caso 09.

A Figura 7.29 mostra os cortes construídos da CCP para um caso do problema CCP-SAR, e a convergência da probabilidade na coluna “PROB”.

ICUT	PROB		IPER IEQV	1 1 COEF	2 1 COEF	3 1 COEF	4 1 COEF	5 1 COEF
11	88.70	0.27729277	>=	0.00015525	0.00002607	0.00000533	0.00005333	0.00002878
12	88.33	0.25017981	>=	0.00015006	0.00002501	0.00000512	0.00003238	0.00001649
13	89.51	0.23543574	>=	0.00016615	0.00002781	0.00000560	0.00004065	0.00002094
14	89.43	0.22018736	>=	0.00016492	0.00002752	0.00000554	0.00003157	0.00001578
15	89.73	0.20107917	>=	0.00016923	0.00002820	0.00000564	0.00002466	0.00001192
16	89.86	0.19153352	>=	0.00017124	0.00002852	0.00000569	0.00002101	0.00000995
17	89.93	0.18666752	>=	0.00017225	0.00002868	0.00000572	0.00001908	0.00000893
18	89.96	0.18390895	>=	0.00017260	0.00002873	0.00000573	0.00001805	0.00000840
19	89.98	0.18226115	>=	0.00017294	0.00002879	0.00000573	0.00001737	0.00000804

5 1 COEF	1 2 COEF	2 2 COEF	3 2 COEF	4 2 COEF	5 2 COEF
0.00002878	0.00000567	0.00000068	0.00000009	0.00000313	0.00000097
0.00001649	0.00000566	0.00000299	0.00000371	0.00004256	0.00001746
0.00002094	0.00000596	0.00000070	0.00000009	0.00000328	0.00000101
0.00001578	0.00000598	0.00000070	0.00000109	0.00001947	0.00000711
0.00001192	0.00000611	0.00000071	0.00000110	0.00002000	0.00000728
0.00000995	0.00000617	0.00000072	0.00000111	0.00002025	0.00000736
0.00000893	0.00000620	0.00000072	0.00000111	0.00002037	0.00000740
0.00000840	0.00000621	0.00000072	0.00000112	0.00002042	0.00000741
0.00000804	0.00000622	0.00000072	0.00000112	0.00002047	0.00000743

Figura 7.29-Cortes da aproximação linear por partes da região viável do subproblema CCP-SAR em uma iteração caso 09.

7.5.4

Caso 10: $N_{per} = 5$ $N_{reqv} = 2$ -Com correlação Espaço-Temporal

O caso 10 é de dimensão igual ao caso anterior mas agora a v.a possui correlação espaço-temporal representada.

A Figura 7.30 possui a mesma descrição realizada nas seções anteriores para representação da superfície de aversão a risco CCP-SAR.

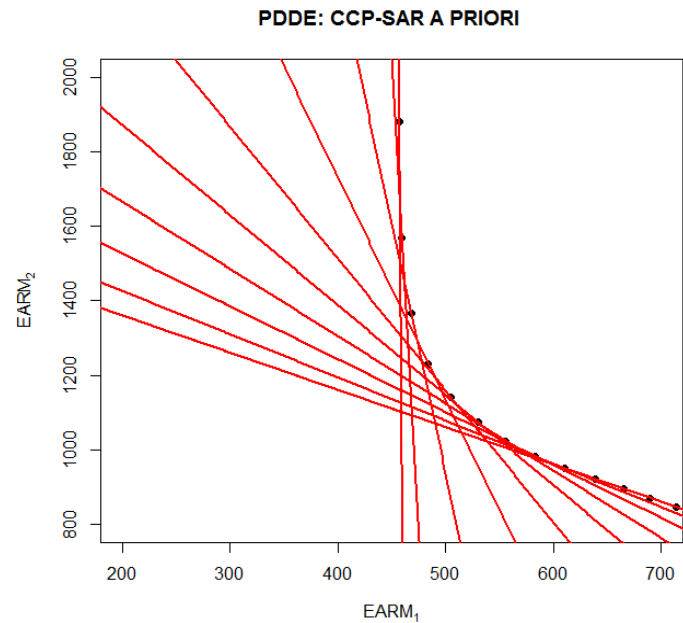


Figura 7.30- Gráfico da superfície de aversão a risco CCP-SAR, construída *a priori* caso 10.

O processo de convergência do método da bisseção para a segundo corte está representado na Figura 7.31, onde no segundo corte foram necessárias 18 iterações do método da bisseção para encontrar o ponto desejado para a construção da região CCP-SAR *a priori*.

ICUT	IBIS	IIQV BETA	1 EARM()	2 EARM()
1	1	167434.15	292.7285	1000.0000
2	2	18545.82	439.0928	1500.0000
3	3	0.00	512.2749	1750.0000
4	4	0.00	475.6838	1625.0000
5	5	92.37	457.3883	1562.5000
6	6	0.00	466.5360	1593.7500
7	7	0.00	461.9622	1578.1250
8	8	0.00	459.6752	1570.3125
9	9	808.79	458.5318	1566.4062
10	10	199.30	459.1035	1568.3594
11	11	0.00	459.3894	1569.3359
12	12	46.93	459.2464	1568.8477
13	13	0.00	459.3179	1569.0918
14	14	8.84	459.2822	1568.9697
15	15	0.00	459.3000	1569.0308
16	16	0.00	459.2911	1569.0002
17	17	0.00	459.2866	1568.9850
18	18	6.46	459.2844	1568.9774

Figura 7.31- Processo Iterativo da bisseção para construção dos cortes da superfície CCP-SAR - caso 10.

Como este caso possui uma dimensão inviável para a ilustração, o corte CCP para um caso do problema CCP-SAR *a priori* é apresentado na Figura 7.32,e a convergência da probabilidade é apresentada na coluna “PROB”.

				IPER	1	2	3	4
				IEQV	1	1	1	1
ICUT	PROB				COEF	COEF	COEF	COEF
15	87.95	0.15321515	>=		0.00019196	0.00003499	0.00000763	0.00000345
16	89.88	0.16061077	>=		0.00019261	0.00003395	0.00000703	0.00000562
17	89.88	0.15680634	>=		0.00019261	0.00003395	0.00000703	0.00000372
18	89.89	0.15368428	>=		0.00019263	0.00003395	0.00000703	0.00000200
19	89.94	0.15271844	>=		0.00019362	0.00003414	0.00000706	0.00000201
20	89.96	0.15249786	>=		0.00019384	0.00003418	0.00000707	0.00000201

5	1	2	3	4	5
1	2	2	2	2	2
COEF	COEF	COEF	COEF	COEF	COEF
0.00000143	0.00000557	0.00000068	0.00000009	0.00000308	0.00000097
0.00000234	0.00000033	0.00000006	0.00000013	0.00000447	0.00000139
0.00000149	0.00000033	0.00000006	0.00000013	0.00000447	0.00000140
0.00000077	0.00000033	0.00000006	0.00000012	0.00000418	0.00000130
0.00000077	0.00000033	0.00000006	0.00000002	0.00000135	0.00000038
0.00000077	0.00000033	0.00000006	0.00000001	0.00000017	0.00000004

Figura 7.32- Cortes da aproximação linear por partes da região viável do subproblema CCP em uma iteração - caso 10.

7.6

Conclusões dos estudos de caso

Validação do uso do código de Genz

Na seção 7.3 foi realizado um estudo comparativo entre o uso das diferenças finitas e a fórmula recursiva aplicando o código de Genz, o objetivo é validar os resultados dos valores dos gradientes. Para realizar essa verificação o número de períodos variou em um, dois e cinco, enquanto o número de reservatórios equivalentes permaneceu fixado em dois.

Em relação aos resultados obtidos para o caso de variáveis aleatórias independentes, os valores obtidos geraram uma diferença pequena. Todavia para o caso com correlação temporal e espacial a diferença foi significativa, constatando-se certa perda de acurácia do uso das diferenças finitas para esses casos. Outro aspecto relevante é em relação a valores próximos de zero, onde o método das diferenças finitas tem dificuldades em tratar esses valores.

A eficiência na implementação da fórmula recursiva não foi a prioridade desta pesquisa e para fins de avaliações, matrizes foram armazenadas gerando uma alocação excessiva de memória. Desta forma, com o aumento da dimensão do

problema CCP-SAR o tempo computacional também aumentou significativamente.

Abordagem estática

A abordagem estática da CCP-SAR possui como dado de entrada a energia armazenada inicial dos reservatórios equivalentes ($NREQV$) e desta forma é verificado se esta armazenada inicial irá atender a probabilidade predeterminada do nível meta para um número de períodos ($NPER$).

Os casos executados na validação do código de Genz são aplicáveis na abordagem estática e dois novos casos foram testados, com 4 reservatórios equivalentes e 5 períodos com correlação temporal e 2 reservatórios equivalentes e 5 períodos com correlação espaço-temporal.

A visualização desejável nessa abordagem é a visualização da região viável CCP-SAR e convergência da probabilidade ao realizar a aproximação dos cortes CCP-SAR. Assim, foi observada a convergência da probabilidade para 90% respeitando a tolerância de 0,01% e os cortes gerados para aproximação da região viável.

Um ponto relevante foi o aumento computacional para a maior dimensão rodada (5 $NPER$ e 4 $NREQV$), no qual a resolução do problema foi obtida em 40 minutos. Desta forma, para dimensões maiores o problema foi intratável.

Integração com a PDDE

A integração da CCP-SAR com a PDDE é proposta para que seja realizada *a priori* a estratégia de solução da PDDE. Assim dado como entrada a demanda, as energias armazenadas iniciais serão discretizados para que cortes gerados aproximam a região CCP-SAR.

O caso bidimensional é abordado para que sejam visualizados os cortes gerados na restrição probabilísticas e outros casos fixando o número de reservatórios equivalentes em 2, variando o número de períodos de 2 a 5 com correlação temporal e com correlação espaço-temporal.

O objetivo dessa abordagem é visualizar os cortes construídos a priori da região viável CCP-SAR sendo estes mais suaves que a região da SAR, visto que a SAR é mais conservadora que a CCP-SAR.

Devido ao aumento computacional gerado, os casos com dimensões maiores foram intratáveis.

8 Conclusões

Nesta dissertação propõe-se uma abordagem alternativa para consideração da aversão a risco como critério de segurança para o planejamento hidrotérmico resolvido por programação dinâmica dual estocástica (PDDE). Esta abordagem utiliza restrições probabilísticas para construir uma superfície de aversão a risco, a partir de um subproblema de segundo nível denominado CCP-SAR. O objetivo é fornecer uma metodologia menos conservadora do que a superfície de aversão a risco (SAR), que já foi avaliada anteriormente para o sistema brasileiro.

Foram abordados dois procedimentos complementares para a introdução desse critério de risco: o primeiro consiste em resolver o subproblema CCP-SAR em um nó da árvore de decisão do problema da PDDE, para um dado vetor de armazenamentos iniciais; o segundo consiste em construir *a priori* uma superfície de aversão a risco para ser inserido na PDDE, a partir de um método de bisseção considerando uma dada discretização para os armazenamentos iniciais no subproblema CCP-SAR. O subproblema CCP-SAR possui características semelhantes ao subproblema da metodologia tradicional da SAR, porém as variáveis aleatórias são representadas por meio de uma distribuição contínua e multivariada, envolvendo todos os períodos de tempo e reservatórios equivalentes.

A variável aleatória foi representada pela distribuição Gaussiana que gera perda de acurácia, já que é representa a afluência. Em relação aos valores negativos gerados é possível solucionar através da modelagem da distribuição normal truncada que também permite o uso do código de Genz.

No trabalho analisou-se a questão da acurácia e eficiência do código de Genz, utilizado para obter os valores de probabilidade e os gradientes para a restrição probabilística, por uma forma recursiva proposta na literatura. Após a validação da correção na utilização desse método ao se comparar com um método de diferenças finitas, vimos que ele exige um maior esforço computacional e

questões de alocação da memória, porém o resultado é mais acurado à medida que se aumentam as dimensões do problema e se introduzem correlações entre as componentes da variável aleatória.

Os resultados mostrados para instâncias pequenas do sistema interligado nacional, modelado a reservatórios equivalentes, mostrou que o método é promissor, visto que foram obtidas as superfícies de aversão a risco probabilísticas para esses casos, que podem ser introduzidas normalmente como restrições ao problema de planejamento da operação, resolvido por PDDE.

8.1 Trabalhos Futuros

Vimos que na abordagem da CCP-SAR *a priori*, quando ocorreu o aumento do o número de reservatórios e períodos a resolução foi intratável, elevando o esforço computacional e tempo de execução. Portanto, um primeiro trabalho futuro é o de aprimoramento na eficiência da implementação realizada neste trabalho.

Como pesquisas adicionais, mencionamos a possibilidade de:

- (i) realizar a integração do subproblema CCP-SAR ao longo do procedimento de resolução da PDDE, ou seja, resolvendo em cada nó o processo iterativo de construção da região CCP-SAR;
- (ii) analisar a concavidade de distribuições de probabilidade alternativas que se assemelham com a distribuição da série histórica e que possuam código eficiente na literatura para cálculo de gradiente e probabilidades;
- (iii) implementar as distribuições que atendam aos requisitos mencionados no item (ii);
- (iv) realizar a adaptação do PAR(p) para a modelagem conjunta da variável aleatória no CCP o que resultaria no aumento da dimensão das restrições SAR que serão utilizadas na PDDE;

(v) aprofundar a pesquisa para desenvolver algoritmos eficientes no processo de discretização do armazenamento dos reservatórios equivalentes para a construção da região viável CCP-SAR *a priori*;

(vi) realizar testes de desempenho ao se aumentar a dimensão do problema, como o número de reservatórios equivalente e número de períodos;

(vii) comparar os resultados com os obtidos para a superfície de aversão a risco (SAR), que considera como subproblema da PDDE a operação para um cenário crítico

(viii) comparar os resultados obtidos no item (v) com o critério de aversão a risco utilizado oficialmente no sistema brasileiro (CVaR).

9

Referências bibliográficas

- [1] FORTUNATO, L. A. M. ; NETO; ALBUQUERQUE; PEREIRA, M.V.F. **Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica**. Niterói. Universidade Federal Fluminense, EDUFF, 1990.
- [2] PEREIRA, M.V. and PINTO, L.M..Multi-Stage Stochastic Optimization Applied to energy Planning. In: **Mathematical Programming**, vol. 52, no. 1-3, pp. 359-375, 1991.
- [3] MACEIRA, M. E. P, TERRY, L. A; DAMAZIO, J. M; MELO, A. C. G;Chain of Optimization Models for Setting the Energy Dispatch and Spot Price in the Brazilian System. **PSCC: Power System Computation Conference**, Seveilla, Spain, June 2002
- [4] MACEIRA, M. E. P. ; DUARTE, V. S.; PENNA, D. D. J; MORAES, L. A. M.; A. C. G. MELO. Ten Years of Application of Stochastic Dual Dynamic Programming in Official and a Agent Studies in Brazil – Description of the Newave program. **PSCC: Power System Computation Conference**. Glasgow, July 2008.
- [5] MACEIRA, M. E. P. **Programação Dinâmica Dual Estocástica Aplicada ao Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos com Representação do Processo Estocástico de Afluências por Modelos Auto-Regressivos Periódicos**. Nota Técnica-CEPEL, Rio de Janeiro,1993.
- [6] PINTO, R. J.; SABÓIA, A. L. G. P.; CABRAL, R. N.; DINIZ, A. L.; MACEIRA, M.E. P. ; COSTA, F.S.Metodologia para Aplicação de Processamento Paralelo no Planjemento de Curto Prazo (Modelo DECOMP). **XX SNPTEE: Seminário Nacional de Produção Transmissão de Energia Elétrica**. 2009.
- [7] BIRGE, J. R. Decomposition and Partitioning Methods for Multistage Stochastic Linear Programs. **Operations Research**, v.33, n.5, pp. 989-1007, 1985.
- [8] CPAMP-Comissão Permanente para Análisede Metodologias e Programas

Computacionais do Setor Elétrico. **Desenvolvimento, Implementação e Testes de Validação das Metodologias para Internalização de Mecanismos de Aversão a Risco nos Programas Computacionais para Estudos Energéticos e Formação de Preço.** Relatório Técnico. 2013.

- [9] ONS. **Curvas Quinquenais de aversão ao Risco para o Sistema Interligado Nacional -CAR5 2013/2017.** Nota Técnica,Rio de Janeiro,2013.
- [10] PSR, Apresentação Possíveis Aperfeiçoamentos da Curva de Aversão a Risco no ONS em 19 de março de 2008. Rio de Janeiro, 2008.
- [11] CEPEL. Apresentação Análise de Proposta e Discussão de Alternativas para Implementação da SAR no NEWAVE para o Comitê de Monitoramento do Setor Elétrico – CMSE em 05 de maio de 2008. Brasília, 2008
- [12] CEPEL. Mecanismos Alternativos de Aversão a Risco - Superfície de Aversão a Risco. **Relatório Técnico**,Rio de Janeiro,2013.
- [13] DINIZ, A. L.; MACEIRA M. E. P., VASCONCELLOS C. L.; PENNA D. D. J. Superfície de Aversão a Risco para o Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos. **XIII SEPOPE - Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica.** Foz do Iguaçu, Maio 2014.
- [14] VASCONCELLOS, C. L. Aprimoramentos na Metodologia de Superfície de Aversão ao Risco (SAR) para o Problema de Planejamento de Médio/Longo Prazo da Operação de Sistemas Hidrotérmicos. Tese de Mestrado, Engenharia Elétrica Universidade Federal do Rio de Janeiro COPPE, Rio de Janeiro, 2016.
- [15] CHARNES, A.; COOPER W. W. Chance-Constrained Programming. **Management Science**, vol. 6, no. 1, pp. 73-79, 1959.
- [16] MILLER, L. B.; WAGNER, H. Chance-Constrained Programming with Joint Constraints.**Operations Research**, vol. 13, pp. 930-945, Nov. 1965.
- [17] HILLIER, F. S. Chance-Constrained Programming with 0-1 or Bounded Continuous Decision Variables. **Institute for Operations Research and the Management Sciences**.vol. 14, pp. 34-57, Sept. 1967

- [18] ANDRIEU, L., HENRION, R. ; ROMISCH, W.A Model for Dynamic Chance Constraints in Hydro Power Reservoir Management.**European Journal of Operational Research** ,vol. 207, pp. 579-589, Nov. 2010.
- [19] HENRION, R. Probabilistic Constraints in Hydro Reservoir Management. **XIII SEPOPE - Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica**. Foz do Iguaçu, Maio 2014.
- [20] SANTOS, T.N; BOAS, C.E. V.; MOURÃO, F.P.; DINIZ, A. Restrições de Metas Semanais na Política de Operação do Sistema Elétrico Brasileiro.**XII SEPOPE- Symposium of Specialists in Electric Operation and Expansion Planning**. Rio de Janeiro, Maio 2012.
- [21] MACEIRA M. E. P; MARZANO L. G. B;PENNA, D. D. J.;DINIZ, A. L.; JUSTINO, T. C. Application of CVaR Risk Aversion Approach in the Expansion and Operation Planning and for Setting the Spot Price in the Brazilian Hydrothermal Interconnected System. **Int. Journal of Electrical Power and Energy Systems**, v.72, pp. 126-125. Nov. 2015.
- [22] ARVANTIDIS, N. V; ROSING J.Composite Representation of Multireservoir Hydroelectric Power System. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. 89, n. 2, pp. 319-326, Feb. 1970
- [23] MACEIRA M. E. P. DUARTE, V. S. ; PENNA, D. D. J.; TCHEO, M. P.An Approach to Consider Hydraulic Coupled Systems in the Construction of Equivalent Reservoir Model in Hydrothermal Operation Planning. **PSCC: Power System Computation Conference**. Stockholm, Sweden 2011.
- [24] ENNES M. I.; PENNA , D.D.J; MACEIRA M. E. P.; DINIZ, A. L.; VASCONCELLOS C. L. V.Representação de Subsistemas e Submercados de Forma Diferenciada no Planejamento da Operação Hidrotérmica.**XXII SNPTEE - Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica**, Brasília, 2013.
- [25] DE MATOS, V.L., FINARDI, E.C., DA SILVA, E.L. “Comparison Between the Energy Equivalent Reservoir per Subsystem and per Cascade in the Long-Term Operational Planning in Brazil”, **International Conference on Engineering Optimization**, Jun. 2008.

- [26] ONS, CCEE. **Relatório de Validação do Modelo NEWAVE Versão 21.1.1** Novembro 2015. Disponível em:
<http://www2.aneel.gov.br/aplicacoes/consulta_publica/documentos/Relat%C3%B3rioValida%C3%A7%C3%A3oNEWAVE_versao_21.1.1_vers%C3%A3oFinal.pdf>. Acesso em jul. 2016.
- [27] ENNES, M. I.; DINIZ, A. L. An Efficient Equivalent Thermal Cost Function Model for Nonlinear Mid Term Hydrothermal Generation Planning. **Int. Journal of Electrical Power and Energy Systems**, vol. 63, pp. 705-712, 2014.
- [28] MACEIRA, M. E. P; BEZERRA, C. V. Stochastic Stream flow Model for Hydroelectric Systems. In: 5th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, pp. 305-310, Vancouver, Canada, Sep. 1997.
- [29] PENNA, D. D. J; MACEIRA M. E. P.; DAMAZIO, J.M. Selective Sampling Applied to Long-Term Hydrothermal Generation Planning. In: **17th PSCC - Power System Computation Conference**, Stockholm, Sweden, Aug. 2011.
- [30] BELLMAN, R.E., DREYFUS, S.E., “Applied Dynamic Programming”, Princeton University Press, 1962
- [31] DINIZ, A.L.; MACEIRA; VASCONCELLOS C. L.V.; PENNA, D. D. J. **Two Level Risk-Averse SDDP Solving Strategy with Secure Multivariate Storage Levels for Long Term Hydrothermal Generation Planning**. Em preparação, 2014.
- [32] FÂNZERES, B. **Notas de Aula: Análise de Decisão e Risco**. Rio de Janeiro **Departamento de Engenharia Industrial PUC-RIO**, Rio de Janeiro, 2015.
- [33] JORION, P. **Value at Risk. A nova fonte de referência para o controle de risco de Mercado**. São Paulo, Bolsa de Mercadorias & Futuros, 1998.
- [34] ARTZNER, P.; DELBAEN, F.; EBER, J-M AND HEATH, D. **Coherent measures of risk**. Mathematical Finance, vol. 9, pp.203-228, 1999.
- [35] OLIVEIRA, E. P. Medidas Coerentes de Risco. Dissertação de Mestrado, IMPA, março 2009. Disponível em:
<http://www.impa.br/opencms/pt/ensino/downloads/dissertacoes_de_mestrado/dissertacoes_2009/Elsio_Paiva_Oliveira.pdf>. Acesso em jul. 2016.
- [36] MARKOWITZ, H.; TODD, P.; XU; G.; YAMANE, Y. Computation of Mean-Semivariance Efficient Sets by Critical Lune Algorithm. Operation Research, vol. 45, pp.307-317, 1993.

- [37] SHAPIRO, A.; DENTCHEVA, D.; RUSZCZYŃSKI, A.. Lectures on Stochastic Programming: Modeling and Theory. MPS/SIAM Series on Optimization. 9. Philadelphia: **Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM)**. pp. xvi+436. 2009.
- [38] OGRYCZAK, W.; Ruszczyński, A. From Stochastic Dominance to Mean-Risk Models: Semideviations as Risk Measures. **Operational Research.**, vol. 116, pp.33-50,1999.
- [39] ROCKAFELLAR, R. T.; URYASEV, S. P. Conditional Value-at-Risk for General Loss Distributions. **Journal of Banking & Finance**, vol. 26, pp. 1443-1471, 2002.
- [40] ROCKAFELLAR, R. T. AND URYASEV, S. P..Optimization of Conditional Value at Risk. **The journal of risk**, vol. 2, No 3, pp. 21-41, 2000.
- [41] MARZANO, L.G **Otimização de Portfólio de Contratos de Energia em Sistemas Hidrotérmicos com Despacho Centralizado**. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Elétrica PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2004.
- [42] SHAPIRO, A. Analysis of Stochastic Dual Dynamic Programming Method. **Operations Research**, v. 209, n.1, pp. 63-72, 2010.
- [43] PHILPOTT, A. B.; MATOS, V. L. de. Dynamic Sampling Algorithms for Multi-Stage Stochastic Programs with Risk Aversion.**Operational Research**, v. 218, pp. 470-483, 2012.
- [44] SHAPIRO, A.; TEKAYA, W.;COSTA, J. P.; SOARES, M. P. Risk Neutral and Risk Averse Stochastic Dual Dynamic Programming Method", **Operational Research**, . 224 , n.2 , pp. 375-391, 2013.
- [45] DINIZ, A.L.;TCHEOU, M.P.;MACEIRA, M.E.P. Uma Abordagem Direta para Consideração do CVAR no Problema de Planejamento da Operação Hidrotérmica **XII SEPOPE – Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning**, Maio de 2012.
- [46] SOARES, M. P. **On the Solution Variability Reduction of Stochastic dual Dynamic Programming Applied to Energy Planning**.Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Elétrica PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2015.
- [47] PRÉKOPA, A. On Probabilistic Constrained Programming, Princeton **University Press**, 1970.
- [48] BEN-TAL, A.; GHAOUI, L. E.; NEMIROVSKI, Robust Optimization. **Princeton University Press**, 2009

- [49] PRÉKOPA, A. **Stochastic Programming**. Kluwer, Dordrecht, 1 ed., 1995
- [50] ACKOOIJ, W. V. HENRION, R.; MOLLER, A.; ZORGATI, R. On Probabilistic Constraints Induced by Rectangular Sets and Multivariate Normal Distributions. **Mathematical Methods of Operations Research**, vol.39, pp. 535-549, 2010.
- [51] PLUG, G.C.; WEISSAUPT, H. Probability Gradient Estimation by Set-Valued Calculus and Applications in Network Design. **Journal on Optimization**, vol. 15; n.2, pp.898-914,2005.
- [52] HENRION, R. Introduction to Chance-Constrained Programming.<
<http://www.stoprog.org>>. Acesso em mai. 2016
- [53] MARTI, K. Differentiation of Probability Functions: **The Transformation Method**. **Computers & Mathematics with Applications**, vol. 30, pp.361-382,1995.
- [54] URYASEV, S. Derivatives of Probability Functions and Integrals Over Sets Given by Inequalities. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, vol. 56, pp. 197-223, 1994.
- [55] GENZ, A.; BRETZ, F. Methods for the Computation of Multivariate t-probabilities. **Journal of Computational and Graphical Statistics**, vol.11, n 4,2002.
- [56] SZÁNTAI, T. Improved Bounds and Simulation Procedures on the Value of the Multivariate Normal Probability Distribution Function. **Operations Research**, vol. 100, n 1, pp 85-101, 2000.
- [57] SZÁNTAI, T; GAUDA A. A.. On Numerical Calculation of Probabilities According to Dirichlet Distribution, **Operations Research**, vol. 117, no 1, pp 185-200, 2010.
- [58] PRÉKOPA, A.; SZÁNTAI, T. A new Multivariate Gamma Distribution and Its Fitting to Empirical Stream flow. **Water resources research**,vol.14, no 1,pp. 19-24, 1978.
- [59] GENZ, A. Numerical Computation of Multivariate Normal Probabilities. **Journal of Computational and Graphical Statistics**,vol.1, no 2,pp. 141-149, 1992.
- [60] PRÉKOPA, A. A Class of Stochastic Programming Decision Problems. **Mathematische Operations forschung and Statistik**, vol. 3, no. 5, pp. 349-354, 1972.
- [61] PRÉKOPA, A.; SZÁNTAI, T. Flood Control Reservoir System Design Using Stochastic Programming. **Mathematical Programming**,vol.9, pp 138-151, 1978.

- [62] PRÉKOPA, A.; SZÁNTAI, T. On Optimal Regulation of a Storage Level with Application to the Water Level Regulation of a Lake. **Operation Research**, vol.3, no 3, pp 175-189, 1979.
- [63] DURANYILDIZ, I.; ONOZ, B.; BAYAZIT, M. A Chance-Constrained LP Model for Short Term Reservoir. **Engineering and Environmental Science**, vol.23, pp 181-186, 1999.
- [64] LOAICIGA, H. A. On the Use of Change Constraints in Reservoir Design and Operation Modeling. **Water Resources Research**, vol 24, no 11, pp. 1969-1975, 1988.
- [65] MORGAN, D.R. Aquifer Remediation Design Under Uncertainty Using a New Chance Constrained Programming Technique. **Water Resources Research**, vol 29, no 3, pp. 551-561, 1993.
- [66] GUIGUES, V.; SAGASTIZÁBAL, C. The Value of Rolling-Horizon Policies for Risk-Averse Hydro-Thermal Planning. **Operational Research**, vol 217, no 1, pp. 129-140, 2012.
- [67] GUIGUES V., SAGASTIZABAL C., Risk averse feasible policies for large-scale multistage stochastic linear programming, **Mathematical Programming**, v. 138,, pp. 167-198, 2013.
- [68] PRÉKOPA, A . Logarithmic Concave Measures with Application to Stochastic Programming. **Acta Scientiarum Mathematicarum**, vol. 32, pp. 301-316, 1971.
- [69] HENRION, R. ; DINIZ, A.L. **An Embedded Chance Constrained Approach for Risk Averse Long Term Power Generation Planning within Stochastic Dual Dynamic Programming**. Em preparação, 2015.
- [70] MATALAS, N.C. Mathematical Assessment of Synthetic Hydrology. **Water Resources Research**, vol 3, no 4, pp. 937-945, 1967.
- [71] BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M. **Time Series Analysis, Forecasting and Control**. 4th edição, 1970.
- [72] SOUZA, R. C.; CARMARGO, M. E. **Análise e Previsão de Séries Temporais: Os Modelos ARIMA**. 1th edição. 2004.
- [73] CHRISTOPHER G. Notas de aula. Disponível em:
<http://www.stat.cmu.edu/~genovese/class/iprob-S06/notes/handout8.pdf>.
 Acesso em jul. 2016.

- [74] MACEIRA, M. E. P; PENNA, D.D. J.; DAMÁZIO, J. M. **Geração de Cenários Sintéticos De Energia e Vazão para o Planejamento da Operação Energética**.ABRH, 2005.
- [75] OLIVEIRA, W. L. DE; PENNA, D. D. J.; DAMÁZIO, J. M. . **Análise da Correlação Cruzada Através da Distribuição Lognormal Três**. XVIII Simpório Brasileiro de Recursos Hídricos, Campo Grande, novembro 2009.
- [76] KELLY, J. E. The cutting planes method for solving convex problem **Siam Journal**,vol. 8, no. 4, pp. 703-712, 1960.
- [77] ENNES, M. I.; DINIZ, A. L. An efficient equivalent thermal cost function model for nonlinear mid-term hydrothermal generation planning. **Int. journal of Electrical Power and Energy Systems**, vol. 63, pp. 705-712, 2014.
- [78] KAW, A.; KALU, E. E. **Numerical Methods with Applications**: Abridged, 2010.
- [79] Alan Genz Software Disponível em:
<<http://www.math.wsu.edu/faculty/genz/software/software.html>>. Acesso em mai. 2016.
- [80] IBM. Optimization Subroutine Library (OSL). Guide and Reference, 1993.
- [81] GUIGUES, V.; HENRION R. Joint dynamic probabilistic constraints with projected linear decision rules, **Optimization Methods & Software**, Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1601.05238>>
- [82] ALAIS, CH.; CARPENTIER P. , DE LARA M., Multi-usage hydropower single dam management: chance-constrained optimization and stochastic viability.**Energy Systems**, pp. 1-24 Nov. 2015
- [83] ONO, M., PAVONE M., KUWATA Y., BALARAM J., Chance-Constrained Dynamic Programming with Application to Risk-Aware Robotic Space Exploration, *Autonomous Robots*, v.39, pp. 555-571, 20015.
- [84] GUIGUES V., ROMISCH W., , SDDP for multistage stochastic linear programs based on spectral risk measures, *Operations Research Letters*, v. 40, pp. 313-318, 2012.
- [85] GUIGUES V., ROMISCH W., Sampling-based decomposition methods for multistage stochastic programs based on extended polyhedral risk measures, *SIAM Journal on Optimization*, v.22 , pp. 286-312, 2012.
- [86] KOZMIK V., MORTON D.P. Evaluating policies in risk-averse multi-stage stochastic programming, *Mathematical Programming*, v. 152 ,pp. 275-300, 2015.

A Apêndice

Sobre os dados utilizados nos resultados abordagem estática

Tabela 9.1 – Tabela Composição do sistema e dados CCP

Caso	p	€	NREQV	NPER
01	0,90	0,0001	2	1
02	0,90	0,0001	2	5
03	0,90	0,0001	2	2
04	0,90	0,0001	2	5
05	0,90	0,0001	4	5
06	0,90	0,0001	2	5

Tabela 9.2 – Tabela Demanda (MWmês)

D^t	Caso					
	01	02	03	04	05	06
01	4500	4500	4500	4500	4500	4500
02	-	5000	5000	5000	5000	5000
03	-	5500	-	5500	5500	5500
04	-	6000	-	6000	6000	6000
05	-	6300	-	6300	6300	6300

Caso 01

Tabela 9.3 – Características Reservatório Equivalente

Reservatório	EARMAX(MWmês)	GHMAX(MWmês)	EARMi(MWmês)
01	3000	2000	100
02	2000	1000	1000

Tabela 9.4 – Dados da variável aleatória (afluência)

Reservatório	Período	MédiaMWmês	Variância MWmês ²
01	1	1800	810000
02	1	900	202500

Tabela 9.5 – Dados da variável aleatória (afluência)

	Reservatório	1	2
Reservatório	Período	1	1
01	1		-
02	1	0	

Caso 02

Tabela 9.6 – Características Reservatório Equivalente

Reservatório	EARMAX(MWmês)	GHMAX(MWmês)	EARMi(MWmês)
01	3000	2000	100
02	2000	1000	1000

Tabela 9.7 – Dados da variável aleatória (afluência)

Reservatório	Período	Média MWmês	Variância MWmês ²
01	1	1800	810000
02	1	900	202500
01	2	3000	117000
02	2	1650	343125
01	3	3900	1372500

02	3	2250	433125
01	4	4500	1462500
02	4	2700	483750
01	5	4900	1502500
02	5	3000	506250

Tabela 9.8 – Dados da variável aleatória (afluência)

Reservatório	Reservatório	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
Reservatório	Período	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
01	1										
01	2	0									
01	3	0	0								
01	4	0	0	0							
01	5	0	0	0	0						
02	1	0	0	0	0	0					
02	2	0	0	0	0	0	0				
02	3	0	0	0	0	0	0	0			
02	4	0	0	0	0	0	0	0	0		
02	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

Caso 03

Tabela 9.9 – Características Reservatório Equivalente

Reservatório	EARMAX(MWmês)	GHMAX(MWmês)	EARMÍ(MWmês)
01	3000	2000	100
02	2000	1000	1000

Tabela 9.10 – Dados da variável aleatória (afluência)

Reservatório	Período	Média MWmês	Variância MWmês²
01	1	1800	810000
02	1	900	202500
01	2	3000	117000
02	2	1650	343125

Tabela 9.11 – Dados da variável aleatória (afluência)

	Reservatório	1	1	2	2
Reservatório	Período	1	2	1	2
01	1				
01	2	0.285			
02	1	0	0		
02	2	0	0	0.3410	

Caso 04

Tabela 9.12 – Características Reservatório Equivalente

Reservatório	EARMAX(MWmês)	GHMAX(MWmês)	EARMI(MWmês)
01	3000	2000	100
02	2000	1000	1000

Tabela 9.13 – Dados da variável aleatória (afluência)

Reservatório	Período	Média MWmês	Variância MWmês²
01	1	1800	810000
02	1	900	202500
01	2	3000	117000
02	2	1650	343125
01	3	3900	1372500
02	3	2250	433125
01	4	4500	1462500
02	4	2700	483750
01	5	4900	1502500
02	5	3000	506250

Tabela 9.14 – Dados da variável aleatória (afluência)

	Reservatório	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
Reservatório	Período	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
01	1										
01	2	0.71									
01	3	0.59	0.81								

01	4	0.53	0.70	0.86						
01	5	0.47	0.63	0.77	0.89					
02	1	0	0	0	0	0				
02	2	0	0	0	0	0	0.71			
02	3	0	0	0	0	0	0.59	0.81		
02	4	0	0	0	0	0	0.52	0.70	0.86	
02	5	0	0	0	0	0	0.46	0.63	0.77	0.89

Caso 05: $N_{per} = 5N_{reqv} = 4$ -Com correlação Temporal

Tabela 9.15 – Características Reservatório Equivalente

Reservatório	EARMAX(MWmês)	GHMAX(MWmês)	EARMI(MWmês)
01	3000	2000	100
02	2000	1000	1000
03	2000	1500	500
04	2000	1000	400

Tabela 9.16 – Dados da variável aleatória (afluência)

Reservatório	Período	Média MWmês	Variância MWmês²
01	1	1800	810000
02	1	900	202500
03	1	1832.91	229426.30
04	1	3192.02	307628.34
01	2	3000	117000
02	2	1650	343125
03	2	3966.63	661111.47
04	2	7095.99	352503.97
01	3	3900	1372500
02	3	2250	433125
03	3	6190.13	738966.85
04	3	8774.97	466515.96
01	4	4500	1462500
02	4	2700	483750
03	4	7966.31	893577.82
04	4	9264.29	501710.29
01	5	4900	1502500

02	5	3000	506250
03	5	9102.50	997356.11
04	5	9680.47	647470.36

Tabela 9.17 – Dados da variável aleatória (afluência) –correlação temporal

	Reservatório	1	1	1	1	1
Reservatório	Período	1	2	3	4	5
01	1					
01	2	0.71				
01	3	0.59	0.81			
01	4	0.52	0.70	0.86		
01	5	0.47	0.63	0.77	0.89	

Tabela 9.18 – Dados da variável aleatória (afluência) –correlação temporal

	Reservatório	1	1	1	1	1
Reservatório	Período	1	2	3	4	5
02	1					
02	2	0				
02	3	0.59	0.81			
02	4	0.53	0.70	0.86		
02	5	0.47	0.63	0.77	0.89	

Tabela 9.19 – Dados da variável aleatória (afluência) –correlação temporal

	Reservatório	1	1	1	1	1
Reservatório	Período	1	2	3	4	5
03	1					
03	2	0.8931				
03	3	0.8023	0.9347			
03	4	0.7382	0.8796	0.9768		
03	5	0.7101	0.8495	0.9568	0.9945	

Tabela 9.20 – Dados da variável aleatória (afluência) –correlação temporal

	Reservatório	1	1	1	1	1
Reservatório	Período	1	2	3	4	5

04	1				
04	2	0.8467			
04	3	0.8122	0.9477		
04	4	0.7826	0.9121	0.9799	
04	5	0.7361	0.8542	0.9393	0.9776

Caso 06: $N_{per} = 5N_{reqv} = 2$ -Com correlação Espaço-Temporal

Tabela 9.21 – Características Reservatório Equivalente

Reservatório	EARMAX(MWmês)	GHMAX(MWmês)	EARMi(MWmês)
01	3000	2000	485
02	2000	1000	1380

Tabela 9.22 – Dados da variável aleatória (afluência)

Reservatório	Período	Média MWmês	Variância MWmês²
01	1	1800	810000
02	1	900	202500
01	2	3000	117000
02	2	1650	343125
01	3	3900	1372500
02	3	2250	433125
01	4	4500	1462500
02	4	2700	483750
01	5	4900	1502500
02	5	3000	506250

Tabela 9.23 – Dados da variável aleatória (afluência)

	Reservatório	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
Reservatório	Período	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
01	1										
01	2	0.87									
01	3	0.82	0.95								
01	4	0.78	0.91	0.98							

01	5	0.77	0.90	0.97	0.99						
02	1	0.05	0.12	0.16	0.19	0.21					
02	2	0.03	0.05	0.10	0.15	0.16	0.96				
02	3	0.06	0.06	0.10	0.15	0.16	0.89	0.96			
02	4	0.10	0.08	0.11	0.16	0.17	0.83	0.91	0.98		
02	5	0.16	0.13	0.15	0.19	0.20	0.79	0.87	0.95	0.98	

B Apêndice

Processo ilustrativo abordagem estática

Passo 1: Resolver o subproblema CCP-SAR com aproximação inicial das restrições probabilísticas.

$$\beta(EARM_0) = \min_x \sum_{\tau=t+1}^{T_{SAR}} \sum_{i=1}^{NSIS} Def_{\tau}^i$$

s. a:

$$\chi_1^i - GHID_1^i = META^i - EARM_0^i$$

$$\chi_{\tau}^i = \chi_{\tau-1}^i + GHID_{\tau}^i$$

+ Outras restrições da operação...

Inicialmente sem aproximações da restrição probabilística

Resultado : $x^{(1)}$

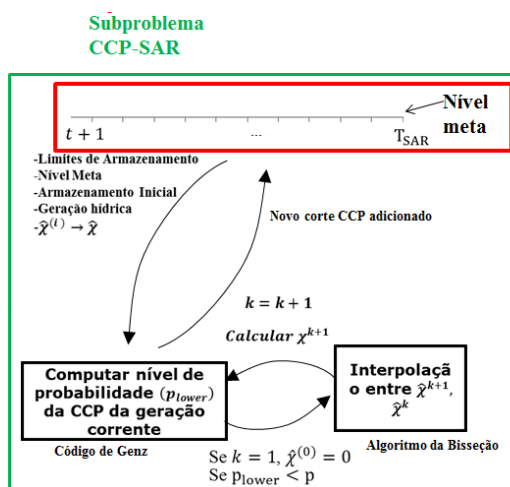


Figura 9.1- Passo 01 do processo Iterativo CCP-SAR abordagem estática.

Passo 2: Checar se o resultado obtido no passo 1 atende o nível de probabilidade desejado.

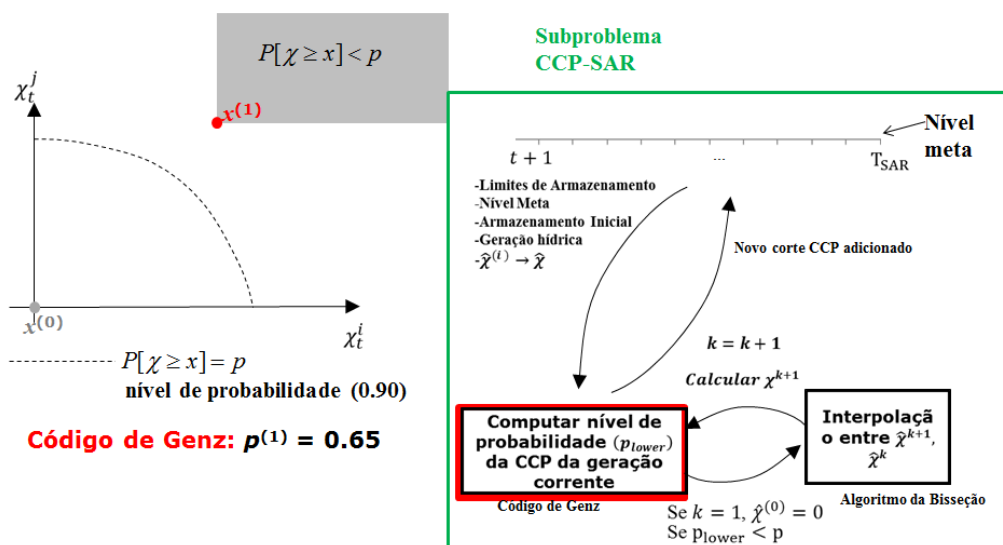


Figura 9.2- Passo 02 do processo Iterativo CCP-SAR abordagem estática.

Passo 3: Se no passo 2 a probabilidade for inferior a desejada, interpolar progressivamente os pontos até encontrar a fronteira da região viável.

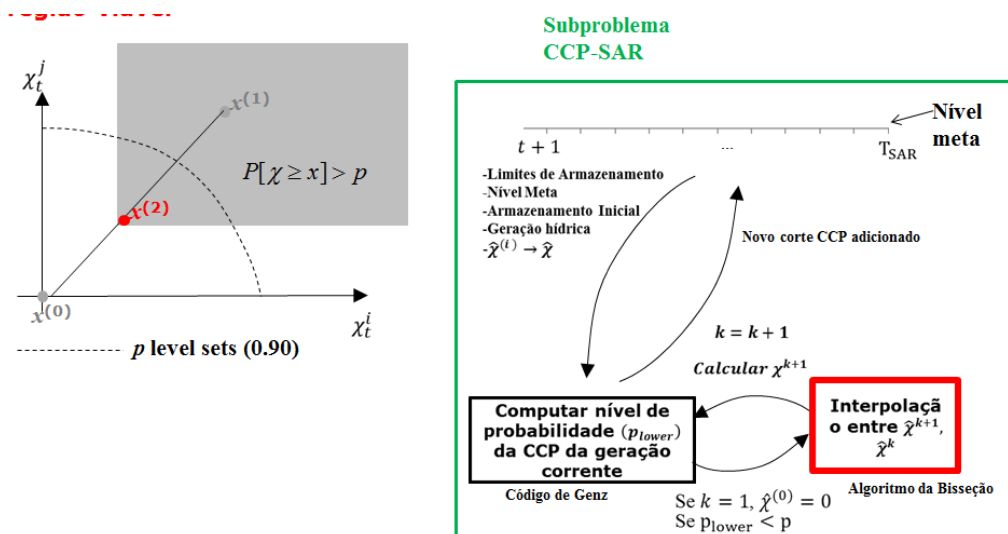


Figura 9.3- Passo 03 do processo Iterativo CCP-SAR abordagem estática.

Passo 4: Checar se a interpolação obtida no passo 3 atende o nível de probabilidade na fronteira da região viável.

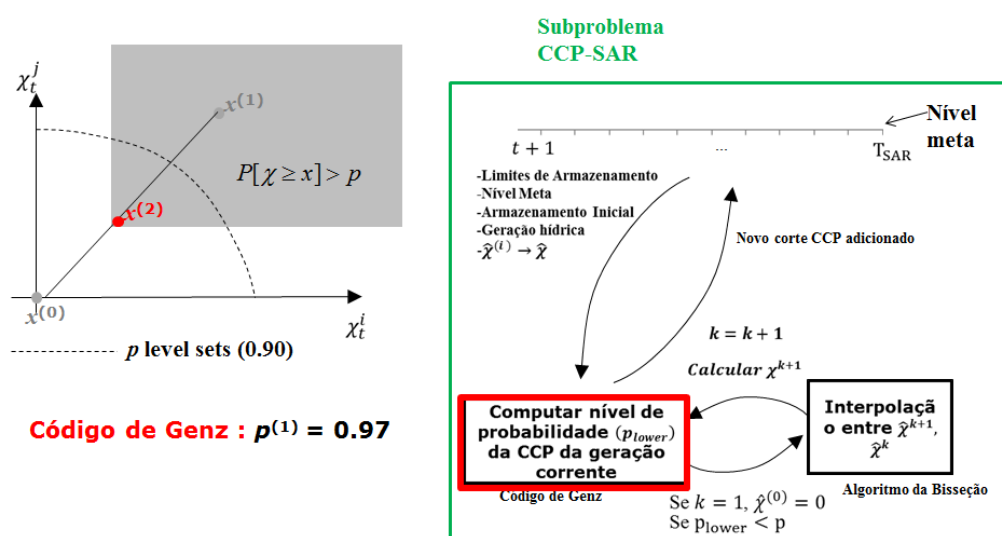


Figura 9.4- Passo 04 do processo Iterativo CCP-SAR abordagem estática.

Passo 5: Se no passo 3 a probabilidade encontrada ao utilizar o código de Genz for diferente do nível de probabilidade respeitando uma certa tolerância, voltar ao passo 3.

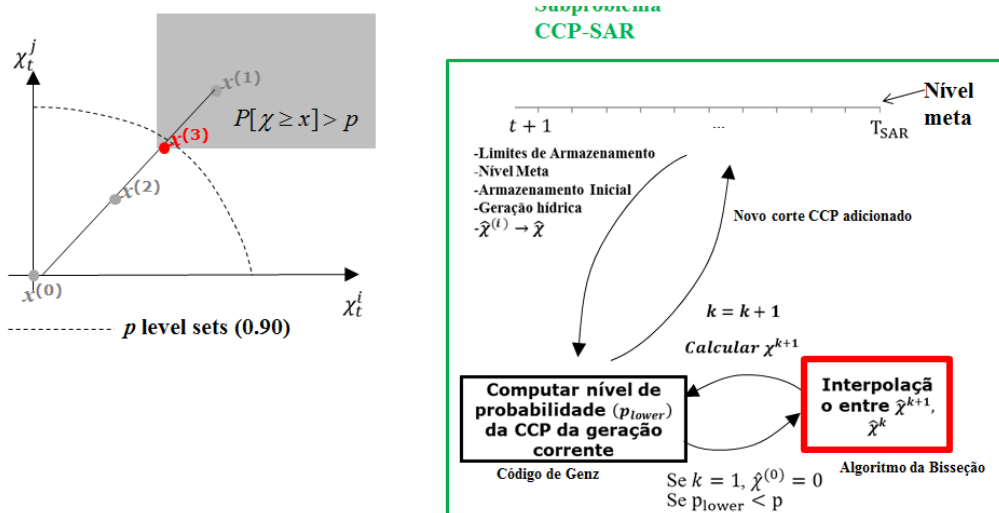


Figura 9.5- Passo 05 do processo Iterativo CCP-SAR abordagem estática.

Passo 4: Checar se a interpolação obtida no passo 3 atende o nível de probabilidade na fronteira da região viável.

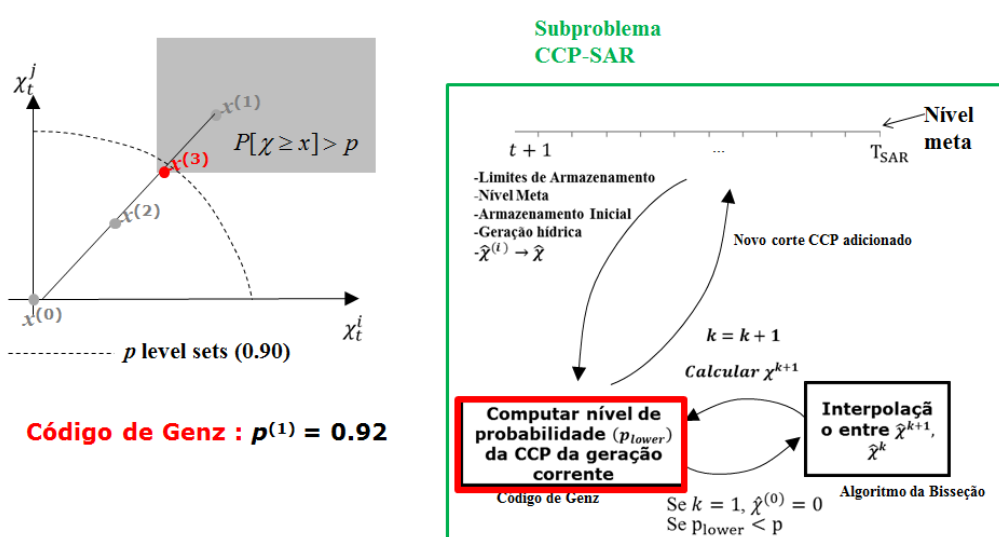


Figura 9.6- Passo 04 do processo Iterativo CCP-SAR abordagem estática.

Passo 5: Voltar ao passo 3 até atender o passo 4.

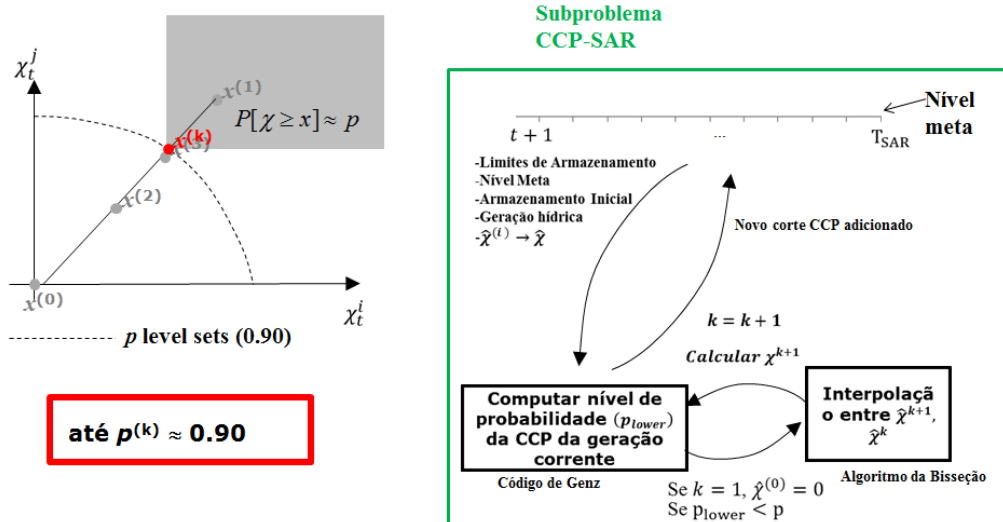


Figura 9.7- Passo 05 do processo Iterativo CCP-SAR abordagem estática.

Passo 6: Construir um novo corte de Benders para aproximação do subproblema CCP-SAR.

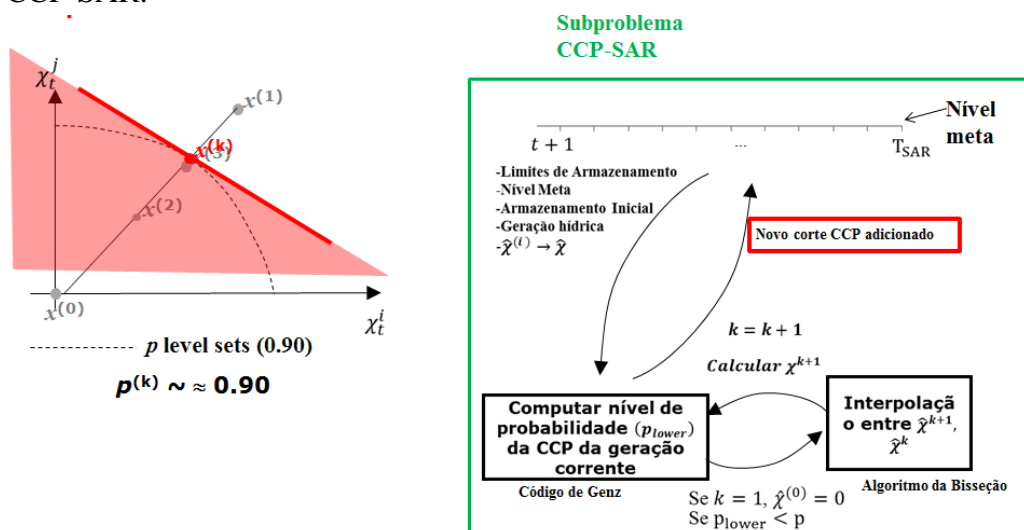


Figura 9.8- Passo 06 do processo Iterativo CCP-SAR abordagem estática.

C Apêndice

Estudo de caso abordagem estática

Caso 02: $N_{per} = 5N_{reqv} = 2$ -Sem correlação

Corte para construção da região viável da CCP

	IPER IEQV	1 1 COEF	2 1 COEF	3 1 COEF	4 1 COEF	5 1 COEF	1 2 COEF	2 2 COEF	3 2 COEF	4 2 COEF	5 2 COEF
0.38494243	Y	0.00000684	0.00001073	0.00001939	0.00003946	0.00008059	0.00000247	0.00000454	0.00000784	0.00001468	0.00003016
0.43806670	Y	0.00000291	0.00000077	0.00000029	0.00000027	0.00000224	0.00000681	0.00001692	0.00003500	0.00007487	0.00016629
0.42273813	Y	0.00002252	0.00000327	0.00000086	0.00000439	0.00006377	0.00000018	0.00000037	0.00000650	0.00001984	0.00012934
0.40027373	Y	0.00002813	0.00000387	0.00000073	0.00000936	0.00011374	0.00000012	0.00000031	0.00000388	0.00000196	0.00002919
0.37070261	Y	0.00003556	0.00000465	0.00001353	0.00002333	0.00007167	0.00000012	0.00000136	0.00000025	0.00000635	0.00007441
0.37927073	Y	0.00003884	0.00000498	0.00000305	0.00000642	0.00008543	0.00000011	0.00000052	0.00000119	0.00002002	0.00006910
0.36432993	Y	0.00003844	0.00000494	0.00000087	0.00001820	0.00006374	0.00000027	0.00000225	0.00003042	0.00000749	0.00008637
0.37521799	Y	0.00004068	0.00000517	0.00000266	0.00001670	0.00006356	0.00000013	0.00000098	0.00000484	0.00000914	0.00010118
0.36891717	Y	0.00004053	0.00000515	0.00000119	0.00001754	0.00008638	0.00000011	0.00000057	0.00001005	0.00000389	0.00005754
0.37143390	Y	0.00004197	0.00000530	0.00000426	0.00001488	0.00008071	0.00000011	0.00000055	0.00000066	0.00000539	0.00007282
0.37364770	Y	0.00004210	0.00000531	0.00000089	0.00000814	0.00007788	0.00000011	0.00000044	0.00000965	0.00000852	0.00008321
0.37732863	Y	0.00004253	0.00000535	0.00000277	0.00000776	0.00007256	0.00000011	0.00000044	0.00000122	0.00001088	0.00009477
0.36973752	Y	0.00004312	0.00000541	0.00000234	0.00001057	0.00007986	0.00000011	0.00000061	0.00000331	0.00001226	0.00007470
0.37238021	Y	0.00004338	0.00000544	0.00000273	0.00001283	0.00007433	0.00000011	0.00000055	0.00000220	0.00000683	0.00008645
0.37093135	Y	0.00004338	0.00000544	0.00000466	0.00000999	0.00007801	0.00000011	0.00000052	0.00000060	0.00000963	0.00007988
0.37214667	Y	0.00004355	0.00000546	0.00000279	0.00000996	0.00007622	0.00000011	0.00000051	0.00000178	0.00000973	0.00008433
0.37069604	Y	0.00004355	0.00000546	0.00000249	0.00001248	0.00008012	0.00000011	0.00000054	0.00000237	0.00000670	0.00007366
0.36983813	Y	0.00004364	0.00000547	0.00000343	0.00001125	0.00008002	0.00000011	0.00000056	0.00000145	0.00000941	0.00007507
0.36980820	Y	0.00004364	0.00000547	0.00000272	0.00001157	0.00007865	0.00000011	0.00000056	0.00000232	0.00000897	0.00007682
0.37008329	Y	0.00004364	0.00000547	0.00000340	0.00000958	0.00007919	0.00000011	0.00000055	0.00000141	0.00001212	0.00007687

Figura 9.9- Corte CCP caso 02.

Convergência do nível de probabilidade

ICUT	PROB	1 1 X()	2 1 X()	3 1 X()	4 1 X()	5 1 X()	1 2 X()	2 2 X()	3 2 X()	4 2 X()	5 2 X()
1	0.00	1640.0000	3640.0000	5640.0000	7640.0000	9640.0000	0.0000	1000.0000	2000.0000	3000.0000	4000.0000
2	1.40	-100.0000	-100.0000	-100.0000	354.4543	2354.4543	0.0000	1000.0000	2000.0000	3000.0000	4000.0000
3	78.83	-100.0000	-100.0000	4.7984	1228.4612	3228.4612	-950.8361	-587.1126	412.8874	1105.2081	2105.2081
4	83.55	-100.0000	-100.0000	-100.0000	1510.2948	3510.2948	-1000.0000	-623.9913	245.2478	431.6780	1431.6780
5	87.41	-100.0000	-100.0000	1062.4310	1876.3329	2957.9525	-993.9905	-382.2841	-325.4131	674.5869	1674.5869
6	88.59	-100.0000	-100.0000	375.3361	1194.2207	3019.7976	-1000.0000	-550.0379	-44.8344	955.1656	1615.1468
7	88.47	-100.0000	-100.0000	-91.8838	1701.4649	2820.0696	-899.3804	-299.7022	700.2978	700.2978	1700.2978
8	89.16	-100.0000	-100.0000	309.6618	1629.1190	2778.9595	-979.8671	-448.0712	237.7705	738.3119	1738.3119
9	89.12	-100.0000	-100.0000	11.3055	1656.0955	2996.1588	-1000.0000	-536.1457	403.8958	536.6557	1536.6557
10	89.53	-100.0000	-100.0000	485.8558	1556.3591	2921.7860	-1000.0000	-544.0678	-110.9489	605.8208	1605.8208
11	89.58	-100.0000	-100.0000	-100.0000	1269.8146	2894.4226	-1000.0000	-577.4675	387.0206	714.2362	1652.4152
12	89.69	-100.0000	-100.0000	312.4785	1244.5196	2838.2841	-1000.0000	-579.3792	-47.0449	772.7308	1696.5121
13	89.85	-100.0000	-100.0000	245.4888	1380.2783	2894.9550	-1000.0000	-528.1736	148.5543	799.8872	1605.1694
14	89.90	-100.0000	-100.0000	302.2646	1469.4165	2840.9537	-1000.0000	-543.2098	65.5495	655.2935	1655.2935
15	89.91	-100.0000	-100.0000	511.6781	1351.4141	2874.4507	-1000.0000	-553.7249	-177.6406	738.3353	1626.8432
16	89.96	-100.0000	-100.0000	309.2134	1348.5822	2855.4121	-1000.0000	-556.4422	23.3279	740.0082	1644.7987
17	89.95	-100.0000	-100.0000	265.8484	1454.2384	2890.2348	-1000.0000	-548.1444	79.4834	650.2927	1606.1459
18	89.97	-100.0000	-100.0000	388.4798	1404.2133	2887.9555	-1000.0000	-540.1509	-16.0650	731.4544	1602.6641
19	89.98	-100.0000	-100.0000	299.4183	1417.5726	2875.8216	-1000.0000	-540.1612	75.0364	719.7317	1614.4289
20	89.98	-100.0000	-100.0000	385.4680	1329.8097	2880.6529	-1000.0000	-543.5767	-21.2628	794.4367	1611.0199
0	89.99	-100.0000	-100.0000	306.6547	1346.7084	2871.0312	-1000.0000	-543.3932	57.7648	778.5902	1620.4863
0	89.99	-100.0000	-100.0000	306.5587	1346.6496	2871.0523	-1000.0000	-543.3932	57.7311	778.5594	1620.4816
0	89.99	-100.0000	-100.0000	306.6193	1346.6719	2871.0419	-1000.0000	-543.3147	57.7568	778.5704	1620.4841
0	89.99	-100.0000	-100.0000	306.6455	1346.6935	2871.0347	-1000.0000	-543.3147	57.7637	778.5820	1620.4856

Figura 9.10- Convergência da probabilidade caso 02.

Tempo Computacional

Tabela 9.24 – Tabela Tempo Computacional Caso 02

	Pacotes (s)	Manip. Variaveis / arquivos(s)
Caso 02	1.05	34.42

Caso 03: $Nper = 2Nreqv = 2$ - Com correlação Temporal**Corte para construção da região viável da CCP**

	IPER IEQV	1 1 COEF	2 1 COEF	1 2 COEF	2 2 COEF
0.17918156	>=	0.00007492	0.00012103	0.00000397	0.00001515
0.17786398	>=	0.00002175	0.00005918	0.00005470	0.00018771
0.18723422	>=	0.00003522	0.00010734	0.00001088	0.00010387
0.19874863	>=	0.00004054	0.00013059	0.00000187	0.00004660
0.18871421	>=	0.00004312	0.00011753	0.00000427	0.00007395
0.18478851	>=	0.00004376	0.00011013	0.00000612	0.00008938
0.18277169	>=	0.00004388	0.00010579	0.00000735	0.00009810
0.18085298	>=	0.00004386	0.00010053	0.00000903	0.00010869
0.18149736	>=	0.00004392	0.00010275	0.00000826	0.00010408

Figura 9.11- Corte CCP caso 03.

Convergência do nível de probabilidade

ICUT	PROB	1 1 x()	2 1 x()	1 2 x()	2 2 x()
1	11.69	1900.0000	3900.0000	-260.0000	740.0000
2	77.95	-100.0000	1417.2162	0.0000	1000.0000
3	87.13	-100.0000	1479.2867	-392.7896	607.2104
4	89.02	-100.0000	1516.6062	-661.4342	338.5658
5	89.78	-100.0000	1401.8375	-554.0768	445.9232
6	89.94	-100.0000	1349.0272	-504.6769	495.3231
7	89.98	-100.0000	1320.9898	-478.4501	521.5499
8	89.97	-100.0000	1288.4042	-447.9687	552.0313
0	89.99	-100.0000	1301.6600	-461.2668	538.7332
0	89.99	-100.0000	1301.6600	-461.2668	538.7332
0	89.99	-100.0000	1301.6600	-461.2668	538.7332
0	89.99	-100.0000	1301.6600	-461.2668	538.7332
0	89.99	-100.0000	1301.6600	-461.2668	538.7332
0	89.99	-100.0000	1301.6600	-461.2668	538.7332
0	89.99	-100.0000	1301.6600	-461.2668	538.7332
0	90.00	-100.0000	1313.3574	-473.0016	526.9984
0	90.00	-100.0000	1313.3574	-473.0016	526.9984
0	90.00	-100.0000	1313.3574	-473.0016	526.9984
0	90.00	-100.0000	1313.3574	-473.0016	526.9984
0	90.00	-100.0000	1313.3574	-473.0016	526.9984
0	90.00	-100.0000	1313.3574	-473.0016	526.9984
0	90.00	-100.0000	1313.3574	-473.0016	526.9984

Figura 9.12- Convergência da probabilidade caso 03.

Tempo Computacional

Tabela 9.25 – Tabela Tempo Computacional Caso 03

	Pacotes (s)	Manip. Variaveis / arquivos(s)
Caso 03	0.04	0.24

Caso 04: $N_{per} = 5N_{reqv} = 2$ - Com correlação Temporal

Corte para construção da região viável da CCP

	IPER IEQV	1 1 COEF	2 1 COEF	3 1 COEF	4 1 COEF	5 1 COEF	1 2 COEF	2 2 COEF	3 2 COEF	4 2 COEF	5 2 COEF
0.60718883	>=	0.00000918	0.00001531	0.00002879	0.00005889	0.00011458	0.00000285	0.00000558	0.00001002	0.00001932	0.00004046
0.66460191	>=	0.00000343	0.00000085	0.00000032	0.00000054	0.00000444	0.00000860	0.00002338	0.00005070	0.00010920	0.00022775
0.49429044	>=	0.00001881	0.00000292	0.00000121	0.00000669	0.00007313	0.00000019	0.00000038	0.00000585	0.00002664	0.00014165
0.46565837	>=	0.00002310	0.00000346	0.00000101	0.00001549	0.00013159	0.00000013	0.00000031	0.00000512	0.00000124	0.00001833
0.52138434	>=	0.00003920	0.00000649	0.00002491	0.00004075	0.00009181	0.00000045	0.00000213	0.00000028	0.00000725	0.00008244
0.47529908	>=	0.00003913	0.00000520	0.00001338	0.00002214	0.00009667	0.00000023	0.00000176	0.00000028	0.00000724	0.00008256
0.45046164	>=	0.00003917	0.00000519	0.00001155	0.00001300	0.00009886	0.00000011	0.00000052	0.000000570	0.00000699	0.00008098
0.46400688	>=	0.00004216	0.00000549	0.00001129	0.00001734	0.00007289	0.00000021	0.00000187	0.00000056	0.00001256	0.00012171
0.45239438	>=	0.00004213	0.00000548	0.00000587	0.00001041	0.00007796	0.00000011	0.00000058	0.00000070	0.00001459	0.00011619
0.47639735	>=	0.00004165	0.00000543	0.00000256	0.00000517	0.00008824	0.00000013	0.00000107	0.00000610	0.00006267	0.00008217
0.46541457	>=	0.00004277	0.00000556	0.00000301	0.00000604	0.00009082	0.00000011	0.00000083	0.00000357	0.00004457	0.00008540
0.45885642	>=	0.00004348	0.00000563	0.00000394	0.00000778	0.00009189	0.00000011	0.00000086	0.00000230	0.00003352	0.00008636
0.45521361	>=	0.00004381	0.00000567	0.00000467	0.00000916	0.00009235	0.00000011	0.00000083	0.00000160	0.00002628	0.00008705
0.45271891	>=	0.00004395	0.00000569	0.00000534	0.00001034	0.00009257	0.00000011	0.00000079	0.00000112	0.00002064	0.00008759
0.45453813	>=	0.00004359	0.00000564	0.00000246	0.00000827	0.00008804	0.00000011	0.00000071	0.00000417	0.00002596	0.00009592
0.45135457	>=	0.00004385	0.00000568	0.00000373	0.00000984	0.00008999	0.00000011	0.00000072	0.00000204	0.00002049	0.00009277

Figura 9.13- Corte CCP caso 04.

Convergência do nível de probabilidade

		1 1 X()	2 1 X()	3 1 X()	4 1 X()	5 1 X()	1 2 X()	2 2 X()	3 2 X()	4 2 X()	5 2 X()
ICUT	PROB										
1	0.00	1640.0000	3640.0000	5640.0000	7640.0000	9640.0000	0.0000	1000.0000	2000.0000	3000.0000	4000.0000
2	7.44	-100.0000	-100.0000	-50.8361	787.0611	2787.0611	0.0000	1000.0000	2000.0000	3000.0000	4000.0000
3	73.63	-100.0000	-100.0000	177.1634	1509.9532	3509.9532	-950.8361	-587.1126	412.8874	1251.8270	2251.8270
4	78.93	-100.0000	-100.0000	39.5962	1847.8824	3847.8824	-995.8562	-619.8475	352.7397	1352.7397	2352.7397
5	88.60	-100.0000	-15.7157	1302.5242	2119.6134	3068.3764	-835.2733	-307.8512	-307.8512	692.1488	1692.1488
6	88.51	-100.0000	-100.0000	992.7409	1772.1093	3114.4649	-916.8000	-343.5565	-310.1069	689.8931	1689.8931
7	88.50	-100.0000	-100.0000	93.6458	1497.4432	3132.9077	-1000.0000	-550.0379	279.3286	679.3705	1679.3705
8	89.48	-100.0000	-100.0000	886.4306	1614.1601	2852.1518	-924.9168	-342.3992	-193.1298	806.8702	1806.8702
9	89.44	-100.0000	-100.0000	600.1324	1364.7506	2901.5477	-1000.0000	-536.1457	-154.4223	845.5777	1785.5777
10	89.42	-100.0000	-100.0000	271.2439	1053.8599	3000.8374	-963.2019	-437.0633	280.1766	1280.1766	1653.7307
11	89.68	-100.0000	-100.0000	325.2234	1110.3406	3001.9875	-998.3766	-479.4170	162.1088	1162.1088	1660.8198
12	89.85	-100.0000	-100.0000	426.0777	1215.4387	2998.3248	-993.1254	-473.8942	71.5097	1071.5097	1660.6591
13	89.91	-100.0000	-100.0000	491.3340	1285.7931	2996.2952	-995.4278	-479.3401	-0.5366	999.4634	1661.9330
14	89.93	-100.0000	-100.0000	544.3780	1339.9339	2995.4708	-999.9732	-488.9720	-68.1730	931.8270	1663.9100
15	89.86	-100.0000	-100.0000	243.9090	1242.5121	2964.9521	-1000.0000	-504.9433	192.2571	995.6467	1698.7858
16	89.91	-100.0000	-100.0000	401.7668	1318.7988	2976.4445	-1000.0000	-503.7151	46.8187	929.4409	1685.4521
0	89.99	-100.0000	-100.0000	688.4762	1481.3624	2991.1202	-993.0010	-476.4209	-192.5446	807.4554	1663.1799
0	89.99	-100.0000	-100.0000	688.5044	1480.8228	2991.1974	-993.5299	-476.2830	-192.6715	807.3285	1663.1915
0	89.99	-100.0000	-100.0000	687.7362	1479.9838	2991.2697	-993.9945	-477.0908	-192.7915	807.2085	1663.2772
0	89.99	-100.0000	-100.0000	687.8467	1480.0235	2991.2704	-993.8121	-476.8921	-192.7942	807.2058	1663.2668
0	89.99	-100.0000	-100.0000	687.7575	1479.9419	2991.2766	-993.8328	-476.9924	-192.8045	807.1955	1663.2763

Figura 9.14- Convergência da probabilidade caso 04.

Tempo Computacional

Tabela 9.26 – Tabela Tempo Computacional Caso 04

	Pacotes (s)	Manip. Variaveis / arquivos(s)
Caso 04	0.92	54.08

D Apêndice

Sobre os dados utilizados nos resultados da integração com a PDDE

Tabela 9.27 – Tabela Composição do sistema e dados CCP

Caso	p	ϵ	NREQV	NPER
07	0,90	0,0001	2	1
08	0,90	0,0001	2	2
09	0,90	0,0001	2	5
10	0,90	0,0001	2	5

Tabela 9.28 – Tabela Demanda (MWmês)

D^t	Casos			
	07	08	09	10
01	7800	8800	7750	7750
02		8000	3800	3800
03			2800	2800
04			4800	4800
05			1540	1540

Caso 07

Tabela 9.29 – Características Reservatório Equivalente

Reservatório	EARMAX(MWmês)	GHMAX(MWmês)	EARMI(MWmês)
01	3000	2000	100

02	2000	1000	500
----	------	------	-----

Tabela 9.30 – Dados da variável aleatória (afluência)

Reservatório	Período	Média MWmês	Variância MWmês²
01	1	1800	810000
02	1	900	202500

Tabela 9.31 – Dados da variável aleatória (afluência)

	Reservatório	1	2
Reservatório	Período	1	1
01	1		-
02	1	0	

Caso 08

Tabela 9.32 – Características Reservatório Equivalente

Reservatório	EARMAX(MWmês)	GHMAX(MWmês)	EARMi(MWmês)
01	3000	2000	500
02	2000	1000	1000

Tabela 9.33 – Dados da variável aleatória (afluência)

Reservatório	Período	Média MWmês	Variância MWmês²
01	1	1800	810000
02	1	900	202500
01	2	3000	117000
02	2	1650	343125

Tabela 9.34 – Dados da variável aleatória (afluência)

	Reservatório	1	1	2	2
Reservatório	Período	1	2	1	2
01	1				

01	2	0.285		
02	1	0	0	
02	2	0	0	0.3410

Caso 09

Tabela 9.35 – Características Reservatório Equivalente

Reservatório	EARMAX(MWmês)	GHMAX(MWmês)	EARMÍ(MWmês)
01	3000	2000	700
02	2000	1000	1000

Tabela 9.36 – Dados da variável aleatória (afluência)

Reservatório	Período	Média MWmês	Variância MWmês²
01	1	1800	810000
02	1	900	202500
01	2	3000	117000
02	2	1650	343125
01	3	3900	1372500
02	3	2250	433125
01	4	4500	1462500
02	4	2700	483750
01	5	4900	1502500
02	5	3000	506250

Tabela 9.37 – Dados da variável aleatória (afluência)

Reservatório	Período	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
Reservatório	Período	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
01	1										
01	2	0.71									
01	3	0.59	0.81								
01	4	0.53	0.70	0.86							
01	5	0.47	0.63	0.77	0.89						
02	1	0	0	0	0	0					
02	2	0	0	0	0	0	0.71				

02	3	0	0	0	0	0	0.59	0.81		
02	4	0	0	0	0	0	0.52	0.70	0.86	
02	5	0	0	0	0	0	0.46	0.63	0.77	0.89

Caso 10: $N_{per} = 5N_{reqv} = 2$ -Com correlação Espaço-Temporal

Tabela 9.38 – Características Reservatório Equivalente

Reservatório	EARMAX(MWmês)	GHMAX(MWmês)	EARMI(MWmês)
01	3000	2000	485
02	2000	1000	1385

Tabela 9.39 – Dados da variável aleatória (afluência)

Reservatório	Período	Média MWmês	Variância MWmês²
01	1	1800	810000
02	1	900	202500
01	2	3000	117000
02	2	1650	343125
01	3	3900	1372500
02	3	2250	433125
01	4	4500	1462500
02	4	2700	483750
01	5	4900	1502500
02	5	3000	506250

Tabela 9.40 – Dados da variável aleatória (afluência)

Reservatório	Reservatório	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
Reservatório	Período	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
01	1										
01	2	0.87									
01	3	0.82	0.95								
01	4	0.78	0.91	0.98							
01	5	0.77	0.90	0.97	0.99						
02	1	0.05	0.12	0.16	0.19	0.21					
02	2	0.03	0.05	0.10	0.15	0.16	0.96				
02	3	0.06	0.06	0.10	0.15	0.16	0.89	0.96			

02	4	0.10	0.08	0.11	0.16	0.17	0.83	0.91	0.98	
02	5	0.16	0.13	0.15	0.19	0.20	0.79	0.87	0.95	0.98

E Apêndice

Processo iterativo para construção da região viável **CCP-SAR: *apriori***

Passo 1: Resolver o problema CCP-SAR para armazenamento inicial de todos os reservatórios equivalentes igual a 0.

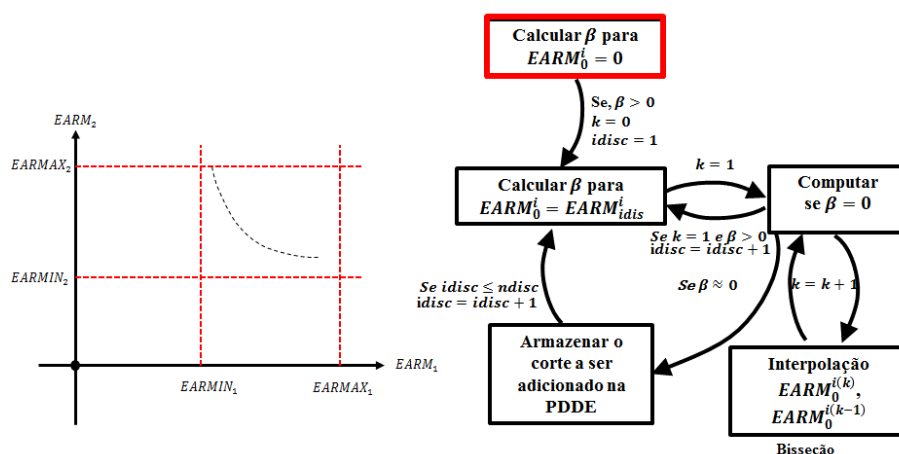


Figura 9.15- Passo 1 processo ilustrativo da CCP-SAR *a priori*

Passo 2: Se o passo 1 gerar déficit no sistema ($\beta > 0$), resolver o problema CCP-SAR para a primeira discretização do nível de armazenamento inicial dos reservatórios equivalentes.

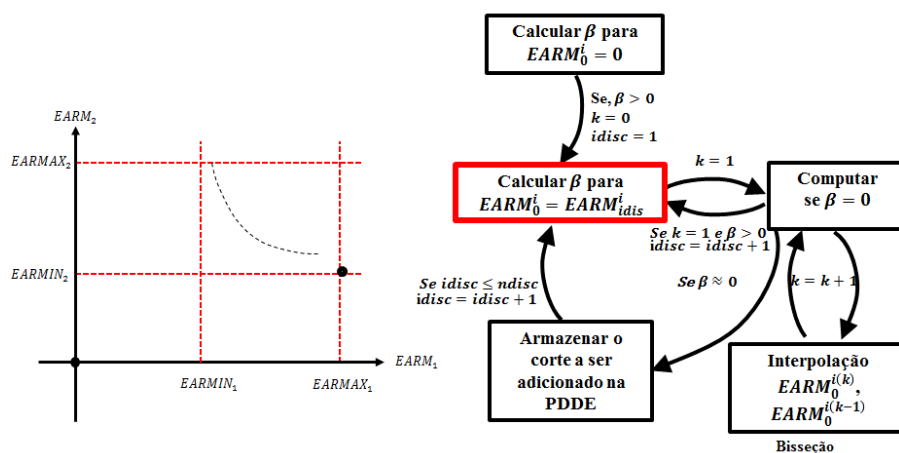


Figura 9.16- Passo 2 processo ilustrativo da CCP-SAR *a priori*

Passo 3: Se no passo 2 gerar déficit no sistema ($\beta > 0$), resolver o problema CCP-SAR para a próxima discretização do nível de armazenamento inicial dos reservatórios equivalentes (voltar ao passo 2). Se não vá para o passo 4.

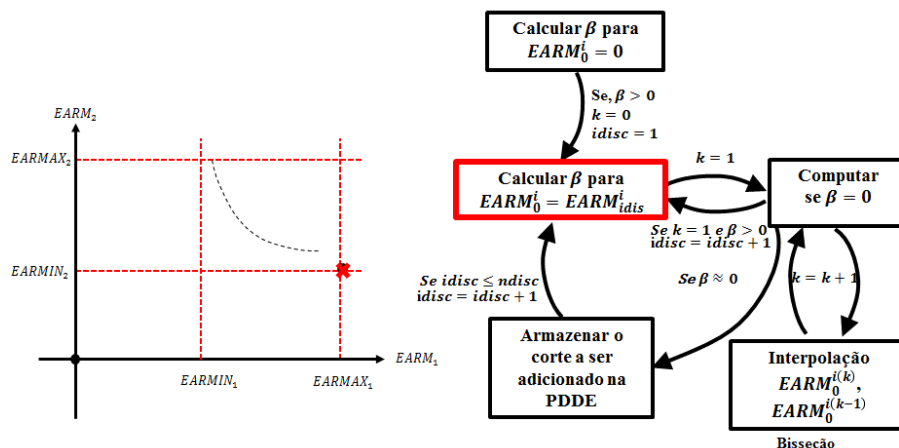


Figura 9.17- Passo 3 processo ilustrativo da CCP-SAR *a priori*

Passo 4: Interpolar progressivamente os pontos até encontrar a fronteira da região viável ($\beta \approx 0$).

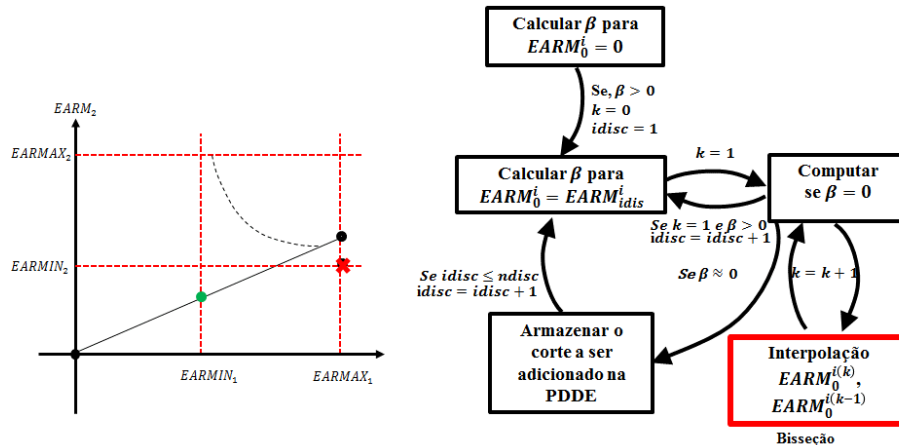


Figura 9.18- Passo 4 processo ilustrativo da CCP-SAR *a priori*

Passo 5: Checar se ponto obtido no passo 4 é ($\beta \approx 0$). Se não voltar para o passo 4.

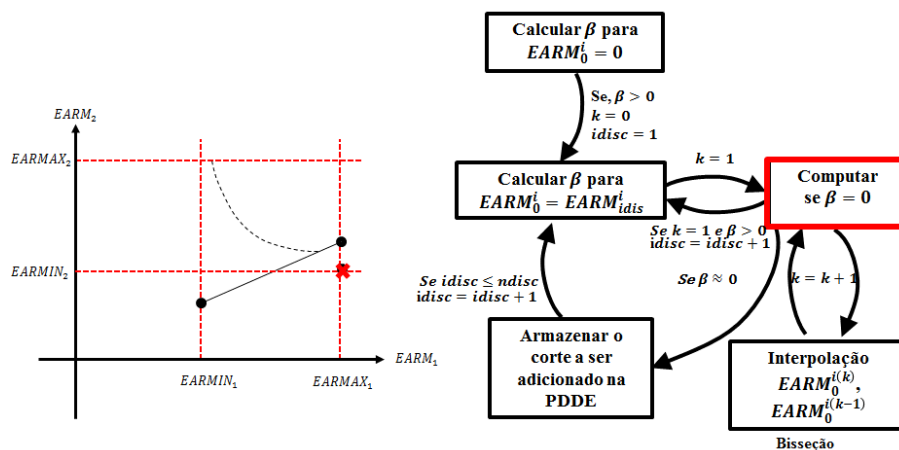


Figura 9.19- Passo 5 processo ilustrativo da CCP-SAR *a priori*

Passo 4: Interpolar progressivamente os pontos até encontrar a fronteira da região viável ($\beta \approx 0$).

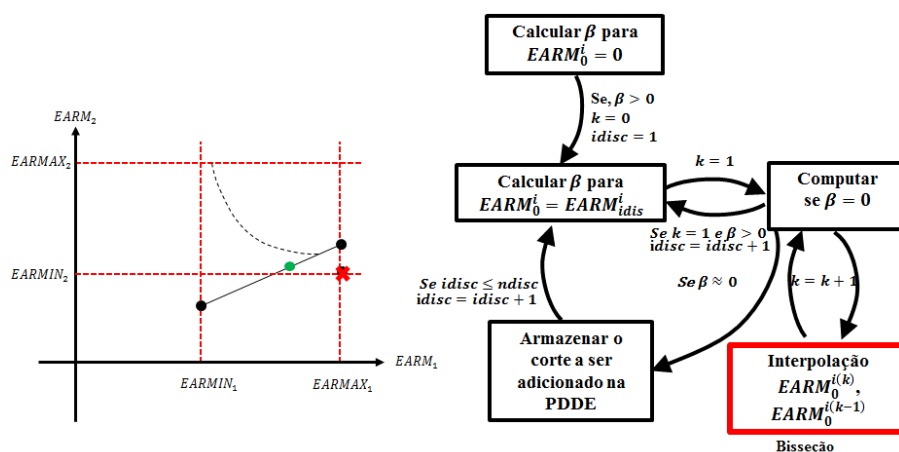


Figura 9.20- Passo 4 processo ilustrativo da CCP-SAR *a priori*

Passo 5: Checar se ponto obtido no passo 4 é ($\beta \approx 0$). Se não voltar para o passo 4.

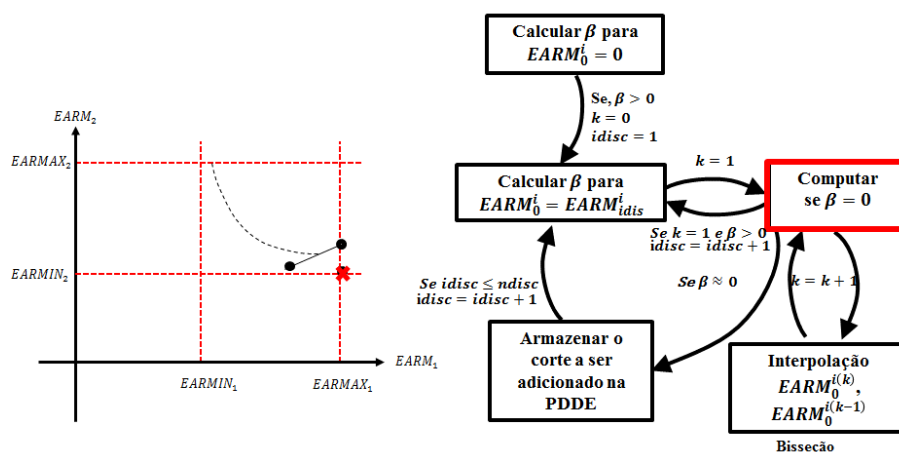


Figura 9.21- Passo 5 processo ilustrativo da CCP-SAR *a priori*

Passo 4: Interpoliar progressivamente os pontos até encontrar a fronteira da região viável ($\beta \approx 0$).

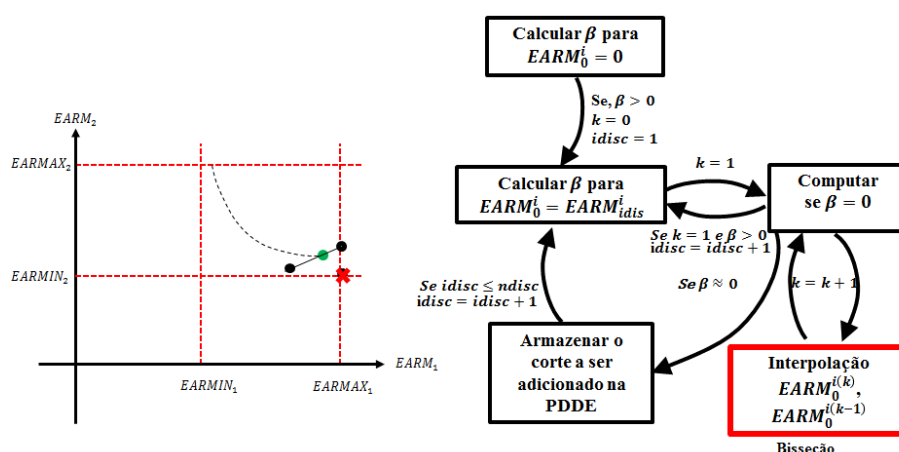


Figura 9.22- Passo 4 processo ilustrativo da CCP-SAR *a priori*

Passo 5: Se ($\beta \approx 0$) armazenar o ponto para construir o corte no passo 6.

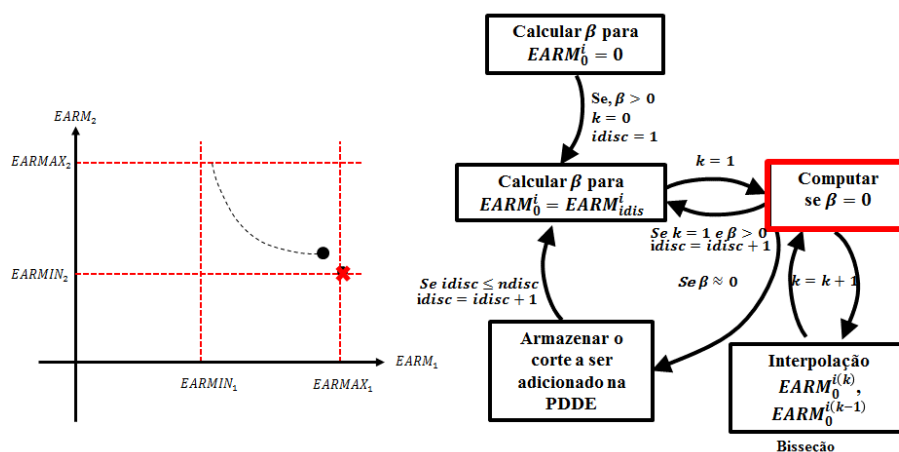


Figura 9.23- Passo 5 processo ilustrativo da CCP-SAR *a priori*

Passo 6: Construir um corte de Benders para aproximação do subproblema CCP-SAR “*a priori*”

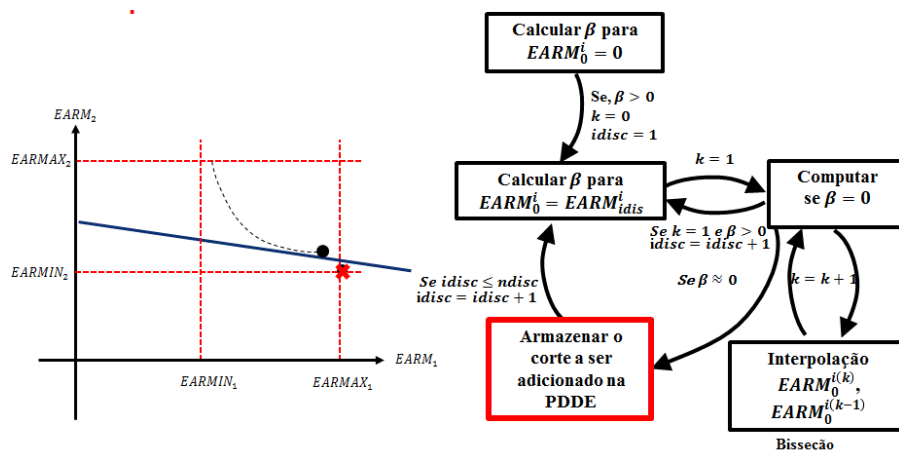


Figura 9.24- Passo 5 processo ilustrativo da CCP-SAR *a priori*

Passo 7: Se as combinações das discretizações foram realizadas, fim de algoritmo. Se não, voltar para o passo 2.

Passo 2: Se o passo 1 gerar déficit no sistema ($\beta > 0$), resolver o problema CCP-SAR para a próxima discretização do nível de armazenamento inicial dos reservatórios equivalentes.

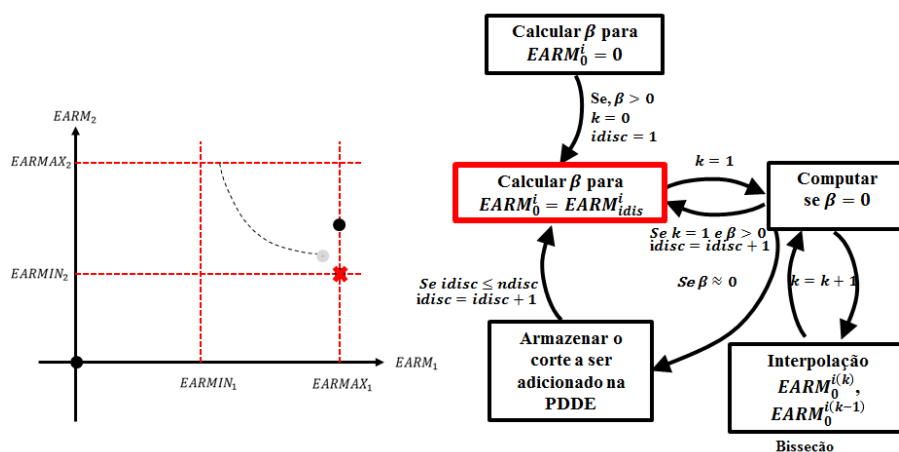


Figura 9.25- Passo 2 processo ilustrativo da CCP-SAR *a priori*

Passo 3: Se no passo 2 gerar déficit no sistema ($\beta > 0$), resolver o problema CCP-SAR para a próxima discretização do nível de armazenamento inicial dos reservatórios equivalentes (voltar ao passo 2). Se não vá para o passo 4.

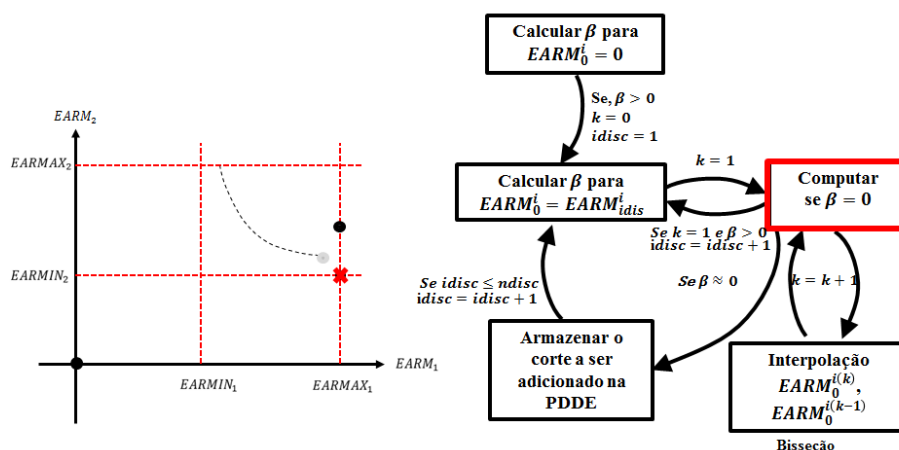


Figura 9.26- Passo 3 processo ilustrativo da CCP-SAR *a priori*

Passo 4: Interpolar progressivamente os pontos até encontrar a fronteira da região viável ($\beta \approx 0$).

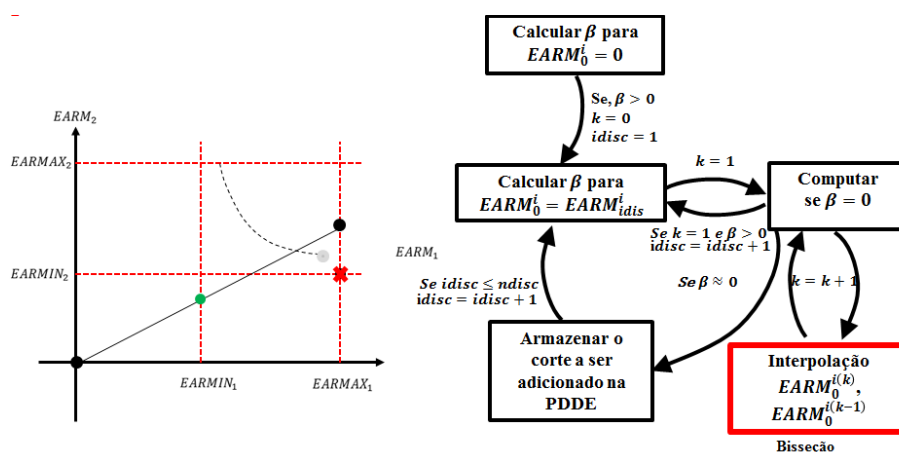


Figura 9.27- Passo 4 processo ilustrativo da CCP-SAR *a priori*

Passo 5: Checar se ponto obtido no passo 4 é ($\beta \approx 0$). Se não voltar para o passo 4.

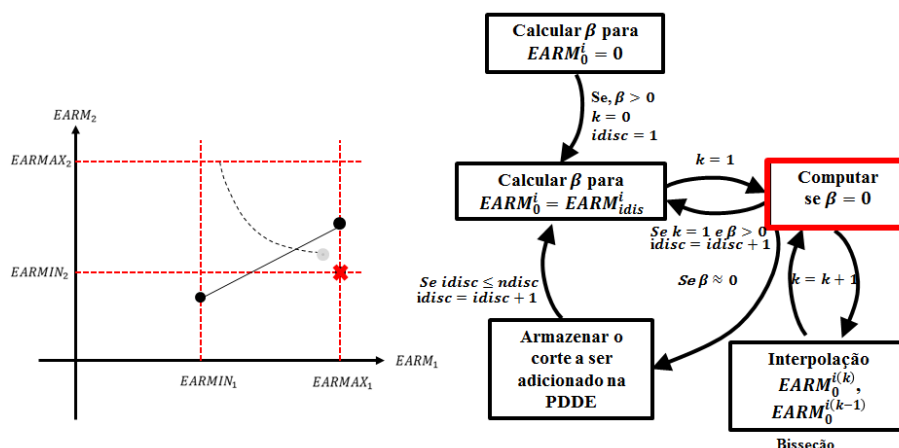


Figura 9.28- Passo 5 processo ilustrativo da CCP-SAR *a priori*

Passo 4: Interpolarm progressivamente os pontos até encontrar a fronteira da região viável ($\beta \approx 0$).

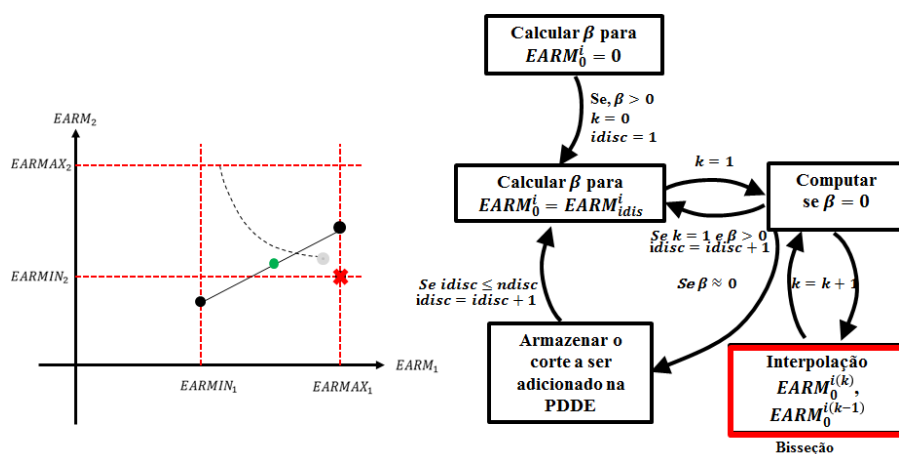


Figura 9.29- Passo 4 processo ilustrativo da CCP-SAR *a priori*

Passo 5: Checar se ponto obtido no passo 4 é ($\beta \approx 0$). Se não voltar para o passo 4.

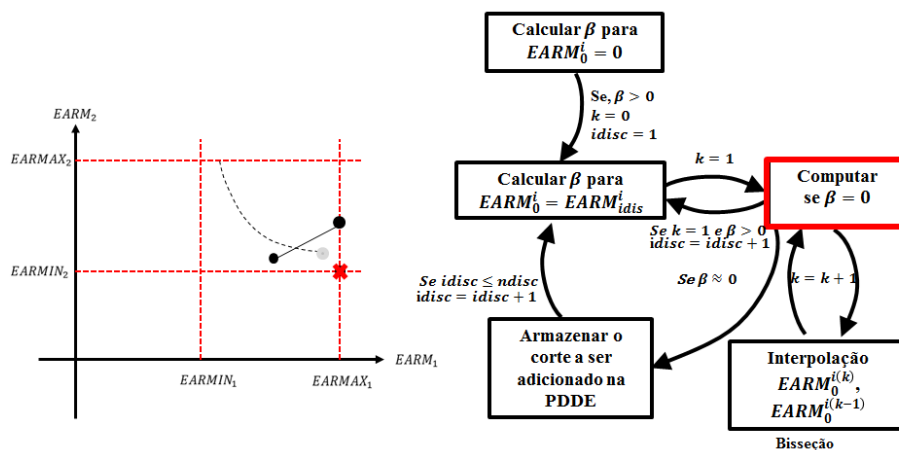


Figura 9.30- Passo 5 processo ilustrativo da CCP-SAR *a priori*

Passo 4: Interpolarm progressivamente os pontos até encontrar a fronteira da região viável ($\beta \approx 0$).

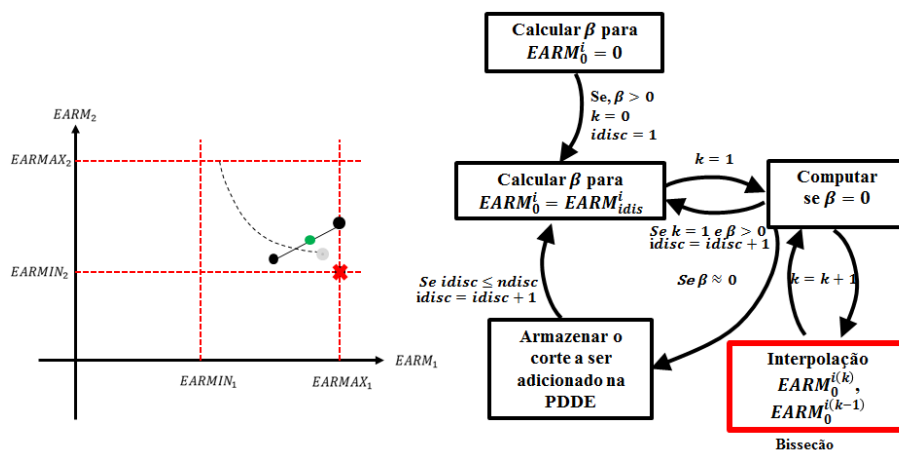


Figura 9.31- Passo 4 processo ilustrativo da CCP-SAR *a priori*

Passo 5: Checar se ponto obtido no passo 4 é ($\beta \approx 0$). Se não voltar para o passo 4.

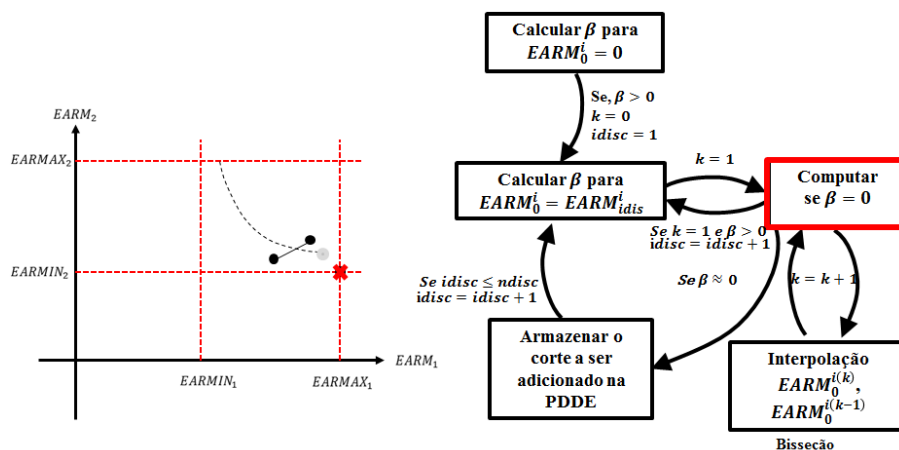


Figura 9.32- Passo 5 processo ilustrativo da CCP-SAR *a priori*

Passo 4: Interpoliar progressivamente os pontos até encontrar a fronteira da região viável ($\beta \approx 0$).

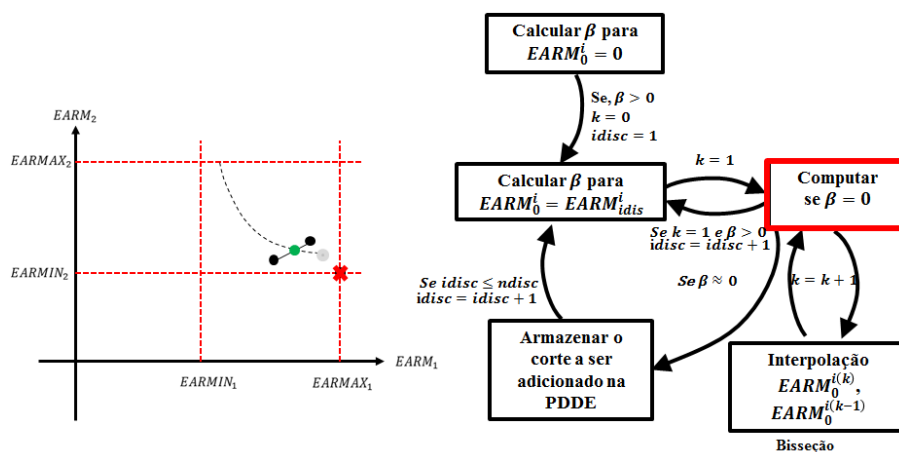


Figura 9.33- Passo 4 processo ilustrativo da CCP-SAR *a priori*

Passo 5: Se ($\beta \approx 0$) armazenar o ponto para construir o corte no passo 6.

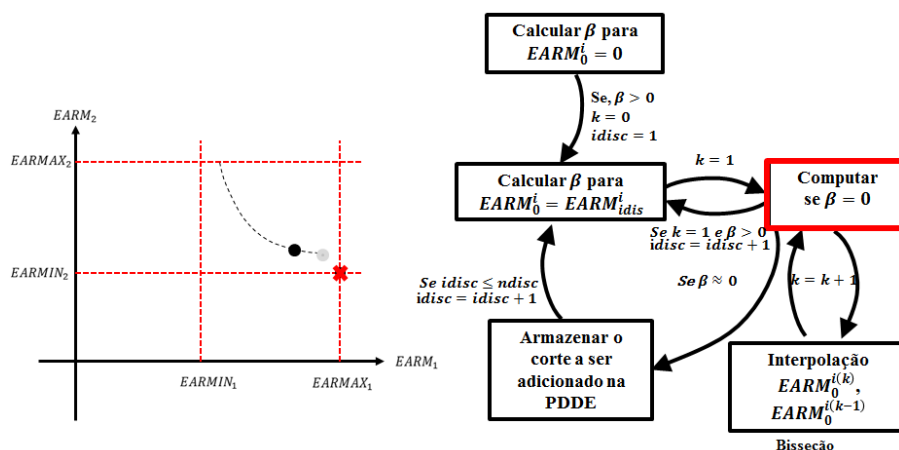
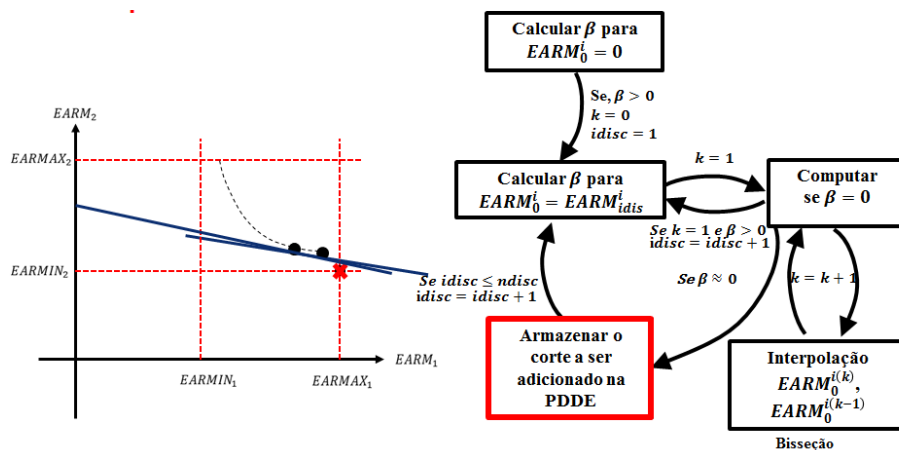
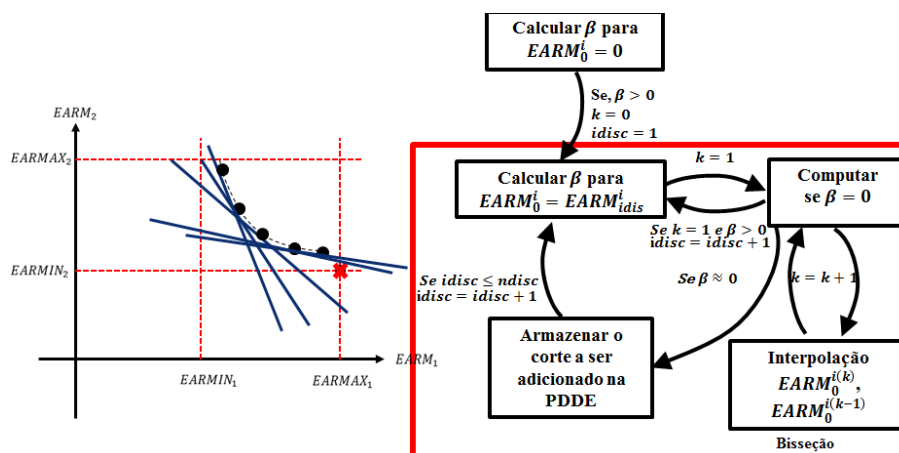


Figura 9.34- Passo 5 processo ilustrativo da CCP-SAR *a priori*

Passo 6: Construir um corte de Benders para aproximação do subproblema CCP-SAR “*a priori*”

Figura 9.35- Passo 6 processo ilustrativo da CCP-SAR *a priori*

Passo 7: Se as combinações das discretizações foram realizadas, fim de algoritmo. Se não, voltar para o passo 2.

Figura 9.36- Passo 7 processo ilustrativo da CCP-SAR *a priori*