

4 Metodologias de análise

A interpretação da técnica de bulbos de compactação como melhoramento de solos é uma tarefa complexa que envolve aspectos relacionados com o comportamento de solos e características do processo de injeção. Dependendo do grau de sofisticação necessário para um projeto, as seguintes metodologias podem ser empregadas, com diferentes graus de precisão e necessidades de conhecimento dos parâmetros que controlam o problema:

- A. Métodos empíricos. – empregados desde a origem desta técnica, são baseados em experiências anteriores, do próprio engenheiro ou de outros profissionais registradas como casos históricos em publicações de congressos ou periódicos. Apresentam a vantagem de que suas recomendações são simples e fáceis de seguir, mas ao mesmo tempo são geralmente bastante conservadoras.
- B. Métodos analíticos. - baseados em soluções matemáticas que analisam a variação dos campos de tensão e deslocamentos produzidos pela expansão de uma cavidade esférica ou cilíndrica no interior de um maciço de solo, representado como um meio linearmente elástico ou perfeitamente plástico. Incorporam várias hipóteses simplificadoras para obtenção da solução matemática do problema.
- C. Métodos numéricos. – permitem realizar simulações 2D (axissimétricas) ou 3D da execução sequencial de bulbos de compactação, incluindo modelos constitutivos específicos para uma melhor representação do comportamento mecânico de solos. Ainda que uma maior precisão dos resultados possa em princípio ser alcançada, é importante lembrar que as respostas do modelo numérico (elementos finitos ou diferenças finitas) não podem ser melhores do que a qualidade dos parâmetros (dados de entrada) determinados em ensaios de campo ou laboratório.

4.1.

Método analítico - expansão de cavidade esférica (Vesic,1972)

O problema da expansão de cavidade esférica em uma massa de solo atraiu o interesse de muitos pesquisadores que o relacionaram com várias situações da engenharia geotécnica, como na capacidade de carga de fundações profundas, na interpretação de ensaios pressiométricos, no estudo de ancoragens em solo e no projeto de injeções de argamassa como na técnica de bulbos de compactação aqui estudada.

Bishop *et al.* (1945) resolveram analiticamente o caso da expansão de uma cavidade esférica ou cilíndrica considerando a situação $\phi = 0$, com Gibson (1950, 1961) aplicado a solução de cavidade esférica para avaliar a capacidade de carga de estacas em argilas saturadas. A solução para cavidades cilíndricas foi utilizada por vários pesquisadores na interpretação de ensaios pressiométricos (Gibson, 1961; Kérisel, 1958; Ménard, 1957). Uma solução geral para expansão de cavidade esférica em solos na condição $\phi \neq 0$ foi apresentada por Chadwick (1959), porém com resultados pouco confiáveis.

Todos os pesquisadores acima mencionados consideraram o solo como um material rígido – perfeitamente plástico e incompressível na região circundante ao bulbo, e apresentando um comportamento linear elástico fora dessa região. Assim nenhuma mudança de volume na região plástica foi considerada de modo geral, embora algumas tentativas tivessem sido realizadas para avaliar a sua importância numericamente.

Vesic (1972) estudou o problema da expansão de uma cavidade esférica ou cilíndrica, porém introduzindo efeitos de mudança de volume na região plástica, mecanicamente descrita pelo modelo constitutivo de Mohr-Coulomb. A solução de Vesic (1972) para uma cavidade esférica é a base do método analítico utilizado para interpretação de tratamento de solos por bulbos de compactação (Figura 4.1).

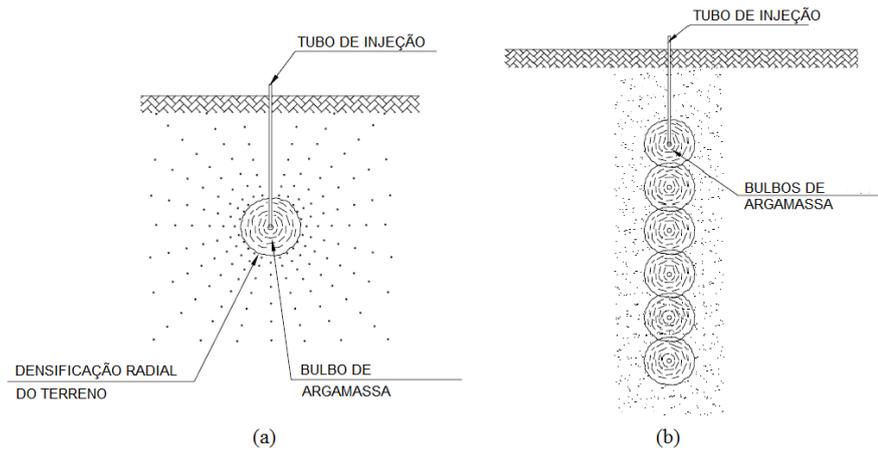


Figura 4.1 - (a) Bulbo injetado representado pela expansão de cavidade esférica; (b) coluna de argamassa injetada formada por bulbos esféricos individuais.

Considere o problema de uma cavidade esférica de raio inicial R_{ini} que pela aplicação de uma pressão interna uniformemente distribuída P se expande até atingir um raio final R , que inclui uma zona esférica de raio plástico R_p circundante à cavidade (Figura 4.2) a qual está definido pelos parâmetros de resistência de Mohr-Coulomb, c e ϕ . Esta zona plástica é expandida até que a pressão na cavidade atinja um valor último. Externamente à zona plástica o material permanece em um estado de equilíbrio elástico, definidos pelo módulo de elasticidade E e do coeficiente de Poisson ν . Adicionalmente, considera-se que antes da aplicação da pressão o solo está em um estado de tensão efetiva isotrópica, q , e que as forças de volume dentro da zona plástica são desprezíveis quando comparadas com as tensões aplicadas na cavidade.

Para aplicações de engenharia, é de interesse conhecer o valor da pressão máxima que pode ser aplicada na cavidade bem como o raio plástico R_p atingido.

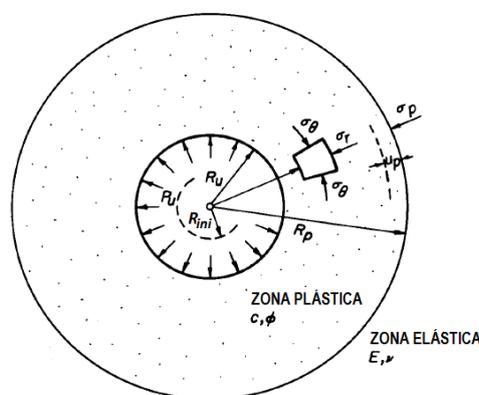


Figura 4.2 - Expansão de cavidade esférica (Vesic, 1972).

Como o problema é esfericamente simétrico, as tensões de cisalhamento atuantes sobre um elemento infinitesimal são nulas (Figura 4.2) e as equações de equilíbrio, desconsiderando o peso próprio do material, podem ser expressas como

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + 2 \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (4.1)$$

onde σ_r é a tensão radial (tensão principal maior), σ_θ a tensão tangencial (tensão principal menor) e r é a distância radial do centro da cavidade.

A condição de ruptura pelo critério de Mohr-Coulomb é escrita como

$$(\sigma_r - \sigma_\theta) = (\sigma_r + \sigma_\theta) \operatorname{sen} \phi + 2c \cos \phi \quad (4.2a)$$

ou

$$\sigma_r + c \cot \phi = N(\sigma_\theta + c \cot \phi) \quad (4.2b)$$

com

$$N = \frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} \quad (4.3)$$

Na condição última, para $\sigma_r = p_u$ e $r = R_u$, combinando as expressões (4.1) e (4.2), resulta

$$\sigma_r = (p_u + c \cot \phi) \left(\frac{R_u}{r} \right)^{\frac{4 \operatorname{sen} \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi}} - c \cot \phi \quad (4.4)$$

A equação (4.4) mostra que na zona plástica a taxa de decréscimo da tensão radial com a distância depende da inclinação da envoltória de Mohr-Coulomb. Considerando-se $\phi=0$, obtém-se:

$$\sigma_r = p_u - 4c \ln \left(\frac{r}{R_u} \right) \quad (4.5)$$

O raio da zona plástica R_p e a pressão última p_u podem ser determinados relacionando a mudança de volume da cavidade (dependente da variação do seu raio) como sendo igual à variação de volume das zonas elástica e plástica. Considerando a variação do comprimento do raio nas zonas elástica e plástica, é possível escrever que

$$R_u^3 - R_{ini}^3 = R_p^3 - (R_p - u_p)^3 + (R_p^3 - R_u^3) \Delta \quad (4.6)$$

onde Δ é a variação volumétrica na zona plástica e u_p é determinado a partir da solução de Lamé (equação 4.7).

$$u_p = \frac{1+\nu}{2E} R_p (\sigma_p - q) \quad (4.7)$$

onde o estado de tensão efetiva isotrópica é $q = \frac{\sigma'_v + 2\sigma'_h}{3}$

Para $r = R_p$ tem-se $\sigma_p = \sigma_r$

$$\sigma_p = (p_u + c \cot \phi) \left(\frac{R_u}{R_p} \right)^{\frac{4 \operatorname{sen} \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi}} - c \cot \phi \quad (4.8)$$

Combinando as equações (4.7) e (4.8), e desprezando valores altos de u_p e R_u^3 , a equação (4.6) pode ser reescrita como

$$3 \frac{R_p^3}{R_u^3} \frac{1+\nu}{2E} \left[(p_u + c \cot \phi) \left(\frac{R_u}{R_p} \right)^{\frac{4 \operatorname{sen} \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi}} - (q + c \cot \phi) \right] + \frac{R_p^3}{R_u^3} \Delta = 1 + \Delta \quad (4.9)$$

Devido à condição de continuidade em $r = R_p$ as tensões nas zonas plástica e elástica ao longo desta interface são iguais,

$$(p_u + c \cot \phi) \left(\frac{R_u}{R_p} \right)^{\frac{4 \operatorname{sen} \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi}} = \frac{3(q + c \cot \phi)(1 + \operatorname{sen} \phi)}{3 - \operatorname{sen} \phi} \quad (4.10)$$

Inserindo a equação (4.10) na equação (4.9), uma expressão para o raio plástico R_p é então obtida,

$$\frac{R_p^3}{R_u^3} \left[\frac{2(1+\nu)(c + q \tan \phi)}{E} \frac{3 \cos \phi}{3 - \operatorname{sen} \phi} + \Delta \right] = 1 + \Delta \quad (4.11)$$

que pode ser ainda simplificada considerando $\sqrt[3]{1 + \Delta} \approx 1$ e $(3 - \operatorname{sen} \phi)/3 \cos \phi \approx 1$ para valores de $\Delta < 0,15$ e $0 < \phi < 45^\circ$, situação que engloba a grande maioria dos solos granulares. Dessa forma, uma expressão mais simples, porém suficientemente exata, para caso da expansão de uma cavidade esférica foi obtida por Vesic (1972) como

$$\frac{R_p}{R_u} = \sqrt[3]{I_{rr}} \quad (4.12)$$

onde

$$I_{rr} = \frac{I_r}{1 + I_r \Delta} \quad (4.13)$$

$$I_r = \frac{E}{2(1+\nu)(c + q \tan \phi)} = \frac{G}{\tau} \quad (4.14)$$

sendo

I_{rr} = índice de rigidez reduzida, I_r = índice de rigidez que representa a relação entre o módulo de cisalhamento G e a resistência ao cisalhamento inicial do solo, $\tau = c \tan \phi$, E = módulo de elasticidade, c = coesão, ν = coeficiente de Poisson, q = tensão efetiva isotrópica inicial do solo no ponto de expansão de cavidade e ϕ = ângulo de atrito interno.

Conhecida a relação R_p/R_u , a pressão última na cavidade pode ser calculada por meio da equação (4.15),

$$p_u = cF_c + qF_q \quad (4.15)$$

na qual, F_c , F_q são os fatores adimensionais de expansão de cavidade esférica, definidos por

$$F_q = \frac{3(1 + \text{sen} \phi)}{3 - \text{sen} \phi} [I_{rr}]^{4 \text{sen} \phi / [3(1 + \text{sen} \phi)]} \quad (4.16)$$

$$F_c = (F_q - 1) \cot \phi \quad (4.17)$$

sendo que para a condição $\phi=0$ com $\Delta=0$ (zona plástica incompressível), o fator F_c torna-se equivalente àquele obtido por Bishop *et al.* (1945).

$$F_c = \frac{4}{3} (\ln I_r + 1) \quad (4.18)$$

As equações (4.12) a (4.18) descrevem matematicamente a solução de um problema de expansão de cavidade esférica em um solo que exibe variação de volume Δ na zona plástica. Em casos onde a variação volumétrica for negativa (aumento de volume), Vesic (1972) recomenda utilizar as equações acima considerando a hipótese de incompressibilidade do meio na zona plástica ($\Delta=0$).

4.2.

Método analítico - ruptura por cisalhamento Wong (1974)

Um tipo de ruptura de forma cônica ocorre quando o material circundante ao bulbo injetado atingir sua capacidade máxima. Este fenômeno foi observado por Graf (1969, 1992) para um solo granular sem coesão, com elevação do terreno e, em consequência, no levantamento de estruturas localizadas na superfície (Figura 4.3).

Estes movimentos verticais na superfície do terreno se manifestam em forma do sino de Gauss, cuja extensão é função da profundidade do ponto de

injeção, das propriedades de resistência do solo e do ângulo de inclinação da superfície de ruptura. Wong (1974), com base na investigação de Graf (1969), estudou o fenômeno da ruptura cônica apresentando uma relação para a verificação das pressões de injeção máximas permissíveis.

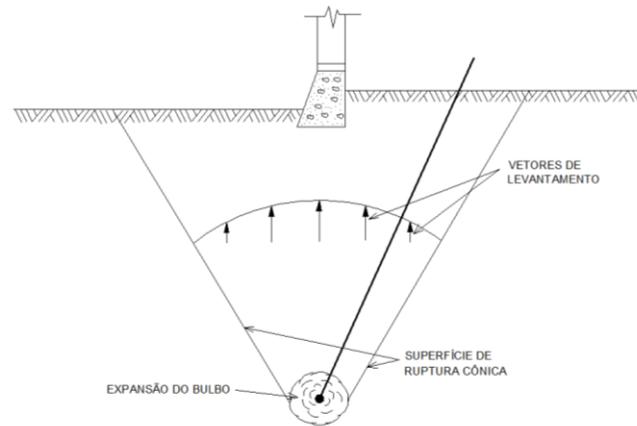


Figura 4.3 - Ruptura por cisalhamento cônica causada pela injeção de argamassa (Graf, 1969).

Considere o caso de uma massa esférica de argamassa injetada de raio R , cujo centro está localizado a uma profundidade h medida a partir superfície do terreno, como indicado na Figura 4.3. Considerando que o tubo de injeção está perfeitamente selado em um solo granular fofo, sem coesão, e que a pressão de injeção máxima coincidirá com o início dos movimentos verticais na superfície, então na condição de pressão limite (pressão máxima de injeção) a massa de solo será mobilizada em forma de um cone truncado sobre o ponto de injeção.

A superfície de cisalhamento cônica apresentará um ângulo de inclinação θ em relação ao plano horizontal na qual é aplicável o critério de ruptura de Mohr-Coulomb, em algum ponto ao longo da superfície cônica. De acordo com Wong (1974), o ângulo de atrito interno ϕ para areias fofas é usualmente da ordem de 30° , e as tensões principais, máxima e mínima, atuam sobre planos horizontal e vertical, respectivamente, obtendo-se então o valor aproximado $\theta = 45^\circ + \phi/2 = 60^\circ$.

Admitindo-se que a pressão de injeção é essencialmente uniforme na superfície da massa de argamassa injetada, então o valor da pressão limite de injeção p , para um determinado raio do bulbo R , pode ser determinada por equilíbrio de forças atuantes no tronco de cone da Figura 4.4, envolvendo o peso

do volume de solo, a força vertical decorrente da pressão exercida pelo bulbo e as forças desenvolvidas ao longo das superfícies cônicas de ruptura calculadas com base no critério de Mohr-Coulomb. Esta pressão de injeção máxima foi calculada por Wong (1974) como

$$p = \gamma \cdot h \frac{\left(\frac{h}{R}\right)^2 + 3\left(\frac{h}{R}\right)\tan\theta + 3\tan^2\theta}{3\tan^2\theta} \left[1 + \frac{2(1 - \sin\phi)\cos(180 - (\theta + \phi))}{\cos\phi\cos\theta} \right] \quad (4.19)$$

onde h = profundidade de injeção, R = raio da cavidade injetada, p = pressão de injeção, γ = peso específico do solo, ϕ = ângulo de atrito interno e θ = ângulo de inclinação da superfície cônica (na condição de ruptura) em relação ao plano horizontal.

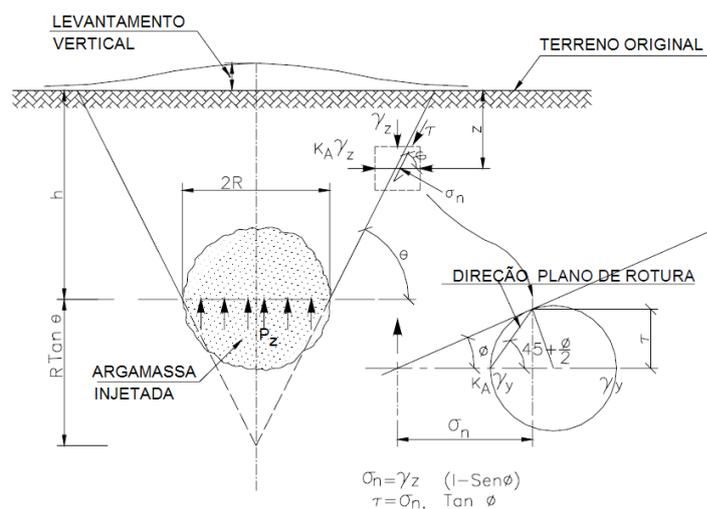


Figura 4.4 - Ruptura por cisalhamento do solo devido à expansão do bulbo (Wong, 1974).

A equação (4.19) representa um método conveniente para prever a magnitude da máxima pressão de injeção permissível na técnica de bulbos de compactação, calculada a partir dos valores de ϕ e h conhecidos. O diâmetro da massa da argamassa $2R$ pode também ser calculado em função do volume de argamassa que se planeja injetar.

Wong *et al.* (1996) sugerem simplificar a Eq. (4.19) argumentando que a parcela entre colchetes, devido à resistência ao cisalhamento desenvolvida ao longo da superfície cônica, é difícil de ser quantificada.

Neste caso, o equilíbrio das forças verticais é realizado considerando-se apenas o peso do volume de solo e a força causada pela pressão de injeção p , resultando em

$$p = \gamma \cdot h \frac{\left(\frac{h}{R}\right)^2 + 3\left(\frac{h}{R}\right) \tan \theta + 3 \tan^2 \theta}{3 \tan^2 \theta} \quad (4.20)$$

Para areias com ângulo de atrito $\phi = 30^\circ$ a inclinação da superfície cônica em relação à direção horizontal é $\theta = 45^\circ + \phi/2 = 60^\circ$, valor também considerado por Graf (1969). Nesta situação, a expressão entre colchetes da Eq. (4.19) torna-se nula e os resultados calculados pelas Eqs. (4.19) e (4.20) são iguais.

4.3. Método analítico - modelo de bulbos de compactação El-Kelesh *et al.* (2001)

Nesta seção serão abordadas as bases teóricas empregadas para o desenvolvimento do modelo proposto por El-Kelesh *et al.* (2001) aplicado à tecnologia de injeção com argamassa para a verificação do processo de injeção de bulbos.

As soluções analíticas apresentadas anteriormente estão baseadas na teoria de expansão de cavidade esférica proposta por Vesic (1972) e na hipótese de ruptura por cisalhamento cônica proposta por Wong (1974). A partir delas, El-Kelesh *et al.* (2001) desenvolveram um método analítico específico para projetos de melhoramento de solos pela técnica de bulbos de compactação.

O processo de injeção foi definido com base na teoria da expansão de cavidade esférica de Vesic (1972), porém com modificação da simbologia de algumas variáveis em relação à solução original. No início do processo, o raio do bulbo é o raio do furo R_{ini} e o solo está em um estado isotrópico de tensões efetivas q' . Quando uma pressão uniformemente distribuída na interface solo-bulbo é incrementada para um valor p , o raio do bulbo se expande em todas as direções para um valor R e uma zona esférica de raio R_p passa a exibir um comportamento plástico. Fora da interface elastoplástica, o solo permanece no estado elástico. Admitindo-se que qualquer variação de tensão devido a forças de

volume (peso próprio do material) é desprezível em comparação às tensões existentes ou aplicadas. A condição de simetria esférica para o processo de expansão da cavidade foi apresentada por El-Kelesh *et al.* (2001) em termos de coordenadas polares esféricas (r, θ, ω), como mostrado na Figura 4.5.

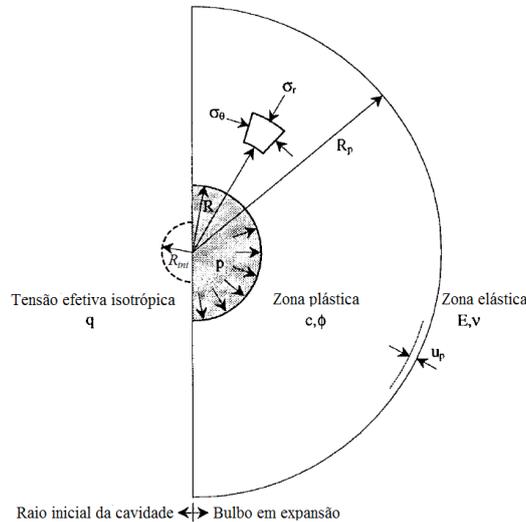


Figura 4.5 - Modelo de expansão do bulbo de argamassa (El-Kelesh *et al.*, 2001).

No contorno $r = R$ (parede do furo) a tensão radial é igual à pressão aplicada $p = \sigma_r$. Substituindo-se a relação R_p/R (equação 4.12) na equação (4.10) obtém-se o valor da pressão p durante o processo de injeção como

$$p = \frac{3(1 + \text{sen}\phi)}{3 - \text{sen}\phi} (q + c \cot \phi) \left(\frac{I_{rr}}{I_{r0}} \right)^{\frac{4\text{sen}\phi}{3(1+\text{sen}\phi)}} - c \cot \phi \quad (4.21)$$

Na interface entre as zonas elástica e plástica $r = R_p$ a tensão atuante σ_p pode ser obtida inserindo-se a relação R_p/R (equação 4.12) e a pressão de injeção p (equação 4.21) na equação (4.8):

$$\sigma_p = \frac{3(1 + \text{sen}\phi)}{3 - \text{sen}\phi} (q + c \cot \phi) - c \cot \phi \quad (4.22)$$

Assim, uma relação u_p/R_p entre o deslocamento radial na interface elasto-plástica e o raio plástico pode ser obtida, substituindo-se a equação (4.22) na equação (4.7),

$$\frac{u_p}{R_p} = \frac{1 + \nu}{2E} \left(\frac{4\text{sen}\phi}{3 - \text{sen}\phi} \right) (q + c \cot \phi) \quad (4.23)$$

A partir da equação (4.13), uma expressão para cálculo da variação volumétrica média Δ na zona plástica pode ser escrita como

$$\Delta = \frac{1}{I_{rr}} - \frac{1}{I_r} \quad (4.24)$$

O valor do raio R durante o processo de injeção pode ser determinado introduzindo a variação volumétrica (equação 4.24) e a relação u_p/R_p (equação 4.23) na equação (4.6) e dividindo-a por R^3 para obter

$$\left(\frac{R_{ini}}{R}\right)^3 = \left(\frac{R_p}{R}\right)^3 \left[-1 + \left(1 - \frac{u_p}{R_p}\right)^3 - \left(1 - \frac{R^3}{R_p^3}\right)\Delta \right] + 1 \quad (4.25)$$

Com base nas equações (4.12), (4.23), (4.24) e (4.25) a razão R_{ini}/R pode ser expressa como

$$\left(\frac{R_{ini}}{R}\right)^3 = a_1 I_{rr} + \frac{1}{I_{rr}} - \frac{1}{I_r} \quad (4.26)$$

onde

$$a_1 = \frac{1}{I_r} - 1 + \left(1 - \frac{1+\nu}{2E} \frac{4\text{sen}\phi}{3 - \text{sen}\phi} (q + c \cot \phi)\right)^3 \quad (4.27)$$

O índice de rigidez reduzido I_{rr} pode ser expresso em termos da pressão p , com base na equação (4.21),

$$I_{rr} = \left(\frac{p + a_2}{a_3}\right)^{a_4} \quad (4.28)$$

onde

$$a_2 = c \cot \phi \quad (4.29)$$

$$a_3 = \frac{3(1 + \text{sen}\phi)}{3 - \text{sen}\phi} (q + c \cot \phi) \quad (4.30)$$

$$a_4 = \frac{3(1 + \text{sen}\phi)}{4\text{sen}\phi} \quad (4.31)$$

Combinando as equações (4.28) e (4.26), a relação R_{ini}/R também pode ser escrita em função da pressão p

$$\left(\frac{R_{ini}}{R}\right)^3 = a_1 \left(\frac{p + a_2}{a_3}\right)^{a_4} + \left(\frac{a_3}{p + a_2}\right)^{a_4} - a_5 \quad (4.32)$$

onde

$$a_5 = \frac{1}{I_r} \quad (4.33)$$

Finalmente, o raio durante o processo de injeção R é calculado a partir da equação (4.32)

$$R = R_{ini} \sqrt[3]{\left[a_1 \left(\frac{p + a_2}{a_3} \right)^{a_4} + \left(\frac{a_3}{p + a_2} \right)^{a_4} - a_5 \right]} \quad (4.34)$$

onde p = pressão aplicada na interface bulbo-solo, R = raio do bulbo correspondente a uma pressão aplicada p , a_1, a_2, a_3, a_4 e a_5 são constantes dependentes do tipo de solo e da profundidade de injeção, conforme equações (4.27), (4.29), (4.30), (4.31) e (4.33).

A equação (4.34) representa o mecanismo e a resposta do solo durante o processo de injeção. Considerando valores crescentes de pressão p obtém-se valores de raios crescentes, correspondentes a estas pressões.

O modelo proposto por El-Kelesh *et al.* (2001) tem como objetivo estabelecer um método analítico para um projeto com bulbos de compactação, que permite verificar a evolução das pressões durante o processo de formação dos bulbos até atingir a pressão limite, possibilitando também comparar os valores calculados com aqueles registrados em campo por diferentes autores.

Para isto, El-Kelesh *et al.* (2001) combinaram dos tipos de análise:

1. uma análise do processo de injeção, consistindo no estudo da evolução das pressões necessárias para expansão do bulbo (equação 4.34);
2. uma análise da condição de ruptura, onde os movimentos verticais na superfície do terreno estão relacionados com uma ruptura cônica do solo acima do ponto de injeção (equação 4.20).

Finalmente, os autores ainda combinaram as duas curvas resultantes de ambas as análises para estabelecer uma única relação que forneça a pressão de injeção limite, como será examinado a seguir.

4.3.1. Cálculo da pressão de injeção limite

Na modelagem da técnica de bulbos de compactação pelo método de El-Kelesh *et al.* (2001) considera-se que o processo de injeção continua até atingir uma condição limite. Em muitos casos, uma condição de deslocamento vertical da superfície do terreno representa esta condição limite. O levantamento vertical é ocasionado por forças ascendentes decorrentes da pressão de injeção, que também

podem provocar uma ruptura por cisalhamento em forma cônica na massa de solo acima do ponto de injeção.

O valor da pressão de injeção limite, com seu respectivo raio limite, e a resposta do solo na condição de ruptura podem ser calculados com este modelo. Estes dois tipos de análise são representados como curvas, definidas pelas equações 4.20 e 4.34, que ao se interceptarem indicam o valor de pressão limite, conhecida como a pressão de levantamento do terreno p_{uph} e seu respectivo raio limite (Figura 4.6a).

À medida que a pressão aumenta, o raio da cavidade cresce, tendendo para o infinito assintoticamente quando a pressão de injeção atingir o seu valor limite P_{ult} . Em outras palavras, qualquer incremento de pressão acima deste valor provocaria deformações plásticas excessivas no solo circundante e a ruptura por cisalhamento aconteceria.

Apesar da pressão limite ter um valor finito (equação 4.34), esta não poderia ser atingida por requerer um crescimento infinito do raio do bulbo. Aqueles autores então definiram uma pressão associada com deformação plástica excessiva P_{ex-df} que, por sua vez, pode ser correlacionada com a pressão limite P_{ult} ou com a tensão de escoamento σ_{yield} :

$$\begin{aligned} P_{ex-df} &= \alpha \cdot P_{ult} \\ P_{ex-df} &= \beta \cdot \sigma_{yield} \end{aligned} \quad (4.35)$$

onde α e β fatores de ruptura adimensionais ($\alpha < 1.0$ e $\beta < 1.0$).

A pressão de injeção limite P_{lim} é controlada pela menor das duas pressões: a pressão de levantamento P_{uph} ou a pressão associada com deformação plástica excessiva P_{ex-df} . O valor da pressão limite (P_{uph} ou P_{ex-df}) é função da profundidade do ponto de injeção, chamada de profundidade crítica (Figura 4.6b). A partir desta figura, El-Kelesh *et al.* (2001) concluíram que:

- (1) para determinado depósito de solo existe uma profundidade crítica na qual $P_{lim} = P_{uph} = P_{ex-df}$.
- (2) para injeções superficiais (localizadas acima da profundidade crítica), a pressão limite P_{lim} é governada pela pressão de levantamento ($P_{lim} = P_{uph} < P_{ex-df}$). Neste caso o processo de injeção passa a ser controlado pelo levantamento da superfície do terreno.

- (3) para injeções profundas (localizadas abaixo da profundidade crítica), a pressão limite P_{lim} é governada pela pressão associada com a deformação plástica excessiva ($P_{lim} = P_{ex-df} < P_{uph}$). Neste caso o solo circundante pode ser melhorado sem possibilidade de ocorrência de levantamento na superfície do terreno.

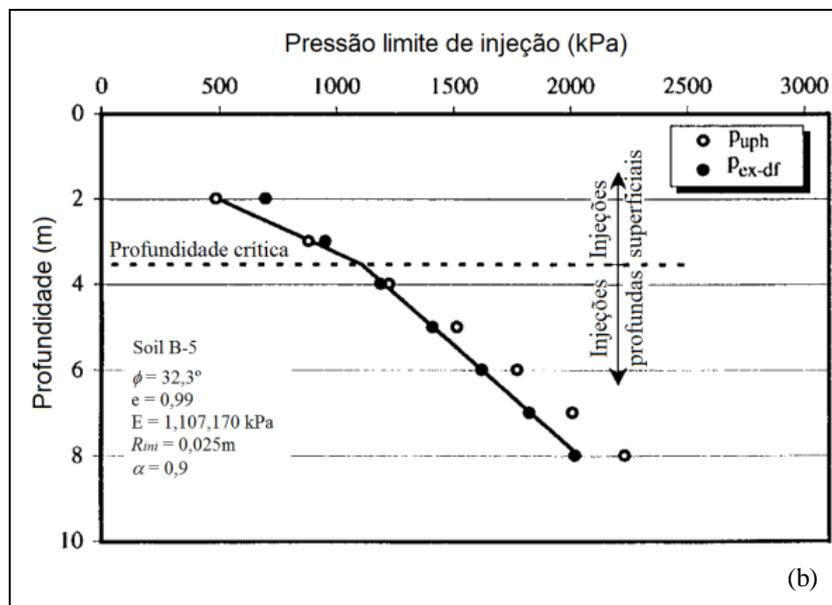
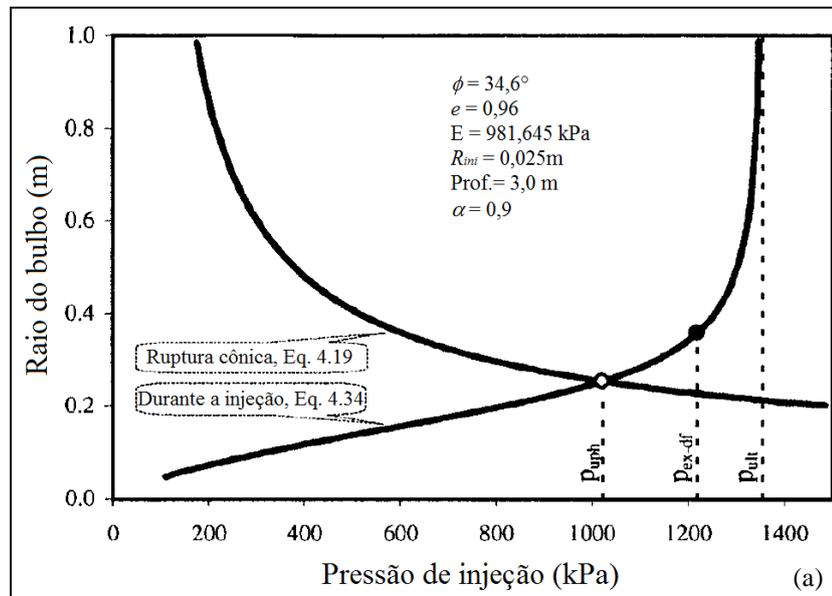


Figura 4.6 - (a) Expansão do bulbo até atingir uma condição limite; (b) variação da pressão limite antes e após a profundidade crítica (adaptado de El-Kelesh *et al.* 2001).

4.3.2. Espaçamento das colunas de bulbos

O modelo considera que a zona plástica de raio plástico R_p , formada pela aplicação de pressão equivalente à pressão limite P_{lim} , é a zona afetada pela execução dos bulbos de compactação, i.e., sem a superposição de zonas plásticas de colunas de injeção como mostra a Figura 4.7. Portanto, o máximo espaçamento S entre colunas de bulbos, correspondente a uma compactação uniforme média, é estabelecida como

$$S = 2R_p \quad (4.36)$$

A expressão (4.36) considera de modo conservativo que a densidade relativa do solo na zona elástica não é modificada pelo processo de injeção.

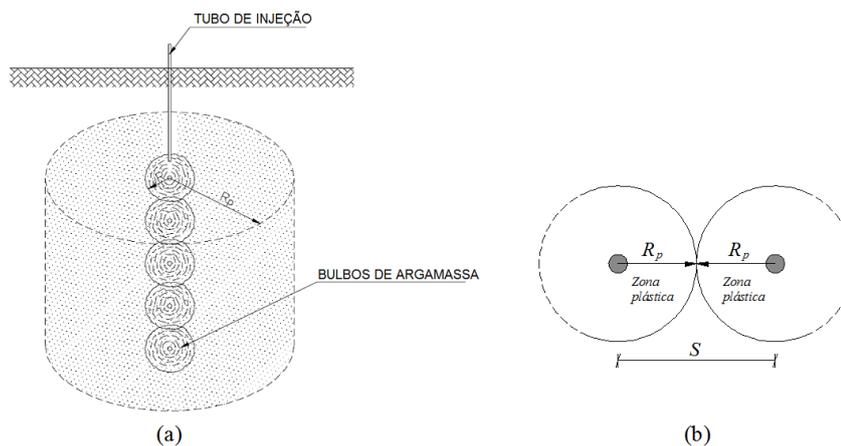


Figura 4.7 – (a) Zona de influência de uma coluna de bulbos, (b) vista em planta da zona de influência entre duas colunas de bulbos adjacentes.

4.3.3. Verificação do melhoramento do solo

O melhoramento resultante do solo na zona afetada pela aplicação dos bulbos de compactação pode ser estimado em termos da variação volumétrica média na zona plástica Δ , que corresponde à pressão aplicada na condição limite. A variação volumétrica média Δ é definida como a relação da mudança de volume da zona plástica e o seu volume inicial, isto é $\Delta = \Delta V / V_o$. El-Kelesh *et al.* (2001) verificaram o melhoramento do solo em termos do peso específico seco γ_{d1}

$$\gamma_{d1} = \frac{G_s \gamma_w}{(1 + e_{ini})(1 - \Delta)} \quad (4.37)$$

onde γ_{d1} = peso específico seco da zona afetada pela injeção, G_s = gravidade específica dos sólidos, γ_w = peso específico da água, e_{ini} = índice de vazios inicial e Δ = variação volumétrica média na zona plástica do solo correspondente à aplicação da pressão limite.

O melhoramento expresso em relação à densidade relativa $R(\%)$ pode ser escrito em termos dos pesos específicos secos de antes (γ_{do}) e após o tratamento (γ_{d1}) como

$$R(\%) = \left(\frac{\gamma_{d1} - \gamma_{do}}{\gamma_{do}} \right) \cdot 100 \quad (4.38)$$

4.3.4. Aplicação do modelo El-Kelesh *et al.* (2001)

O modelo de El-Kelesh *et al.* (2001) é aplicável para melhoramento de solos granulares através da aplicação da técnica de bulbos de compactação se:

- o solo for constituído por areias fofas, com teor de finos inferiores a 20-30% e com um índice de plasticidade (IP) inferior a 10%;
- as pressões aplicadas não forem muito elevadas para evitar a quebra de partículas com a consequente mudança de granulometria, como observado por Vesic e Clough (1968);
- durante a execução, a taxa de injeção deverá manter-se baixa o suficiente para não produzir incrementos na poropressão;
- o processo de injeção deve ser contínuo até atingir uma pressão limite de injeção P_{lim} , definida como o menor valor entre a pressão de levantamento P_{uph} e a pressão associada a deformação plástica excessiva P_{ex-df} (pressão admissível).

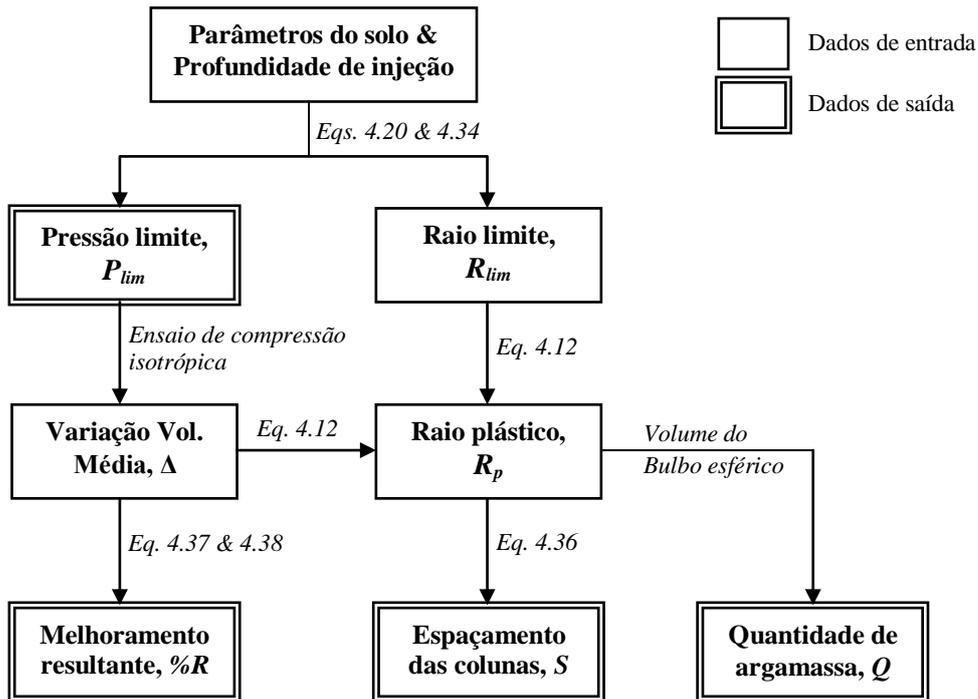


Figura 4.8 - Procedimento para utilização do modelo de El-Kelesh *et al.* (2001) para melhoramento de solos por bulbos de compactação.

A Figura 4.8 apresenta um esquema do procedimento a ser utilizado para aplicação do modelo de El-Kelesh *et al.* (2001) em projetos de tratamento de solos através da aplicação de bulbos de compactação. Os resultados que o modelo fornece são a pressão limite (P_{lim}), o espaçamento máximo entre as colunas de bulbos (S), a quantidade de argamassa injetada (Q) e a porcentagem do melhoramento em termos de densidade relativa ($\%R$).

4.3.5. Verificação da melhora do terreno – Henriquez (2007)

O modelo El-Kelesh *et al.* (2001) considera de forma conservativa que a densidade do solo na zona elástica (fora da zona plástica) não muda sob aplicação de tensões radiais. Portanto, o melhoramento do solo ocorre apenas na zona delimitada pelo raio plástico R_p .

A partir da determinação da pressão limite de injeção (P_{lim}) e do raio correspondente raio (R_{lim}), Henriquez (2007) propôs estimar a melhoria alcançada pelo solo incluindo a variação do índice de vazios e da densidade relativa na zona

delimitada pelo raio plástico (R_p) e o raio limite (R_{lim}) de acordo com os seguintes passos de cálculo:

- calcular o índice de rigidez reduzida (I_{rr}) pela equação (4.28), com base no valor da pressão limite considerando $p = P_{lim}$.

$$I_{rr} = \left(\frac{P_{lim} + a_2}{a_3} \right)^{a_4} \quad (4.39)$$

onde a_1, a_2, a_3, a_4 e a_5 são constantes que dependem do tipo de solo definidos nas equações (4.27), (4.29), (4.30), (4.31) e (4.33), respectivamente.

- calcular o raio plástico (R_p) pela equação (4.12) na condição limite, considerando $R = R_{lim}$.

$$R_p = R_{lim} \cdot \sqrt[3]{I_{rr}} \quad (4.40)$$

- calcular o volume da cavidade expandida (volume do bulbo) a partir do raio limite (R_{lim}) correspondente à pressão limite (P_{lim}), considerando a ocorrência de uma expansão de cavidade esférica.

$$V_{cav} = \frac{4}{3} \pi \cdot R_{lim}^3 \quad (4.41)$$

- calcular a redução de volume (ΔV_p) na zona plástica, com base no volume da cavidade esférica definido pelo raio limite (R_{lim}), do volume do tubo de perfuração com raio (R_{ini}) e do volume produzido pela deformação radial entre os limites das zonas plástica e elástica.

$$\Delta V_p = \frac{4}{3} \pi \cdot R_{lim}^3 - \frac{4}{3} \pi \cdot R_i^3 - \frac{4}{3} \pi \cdot [R_p^3 - (R_p - u_p)^3] \quad (4.42)$$

onde u_p e σ_p são calculados a partir das equações (4.7) e (4.8), respectivamente.

- calcular o índice de vazios final (e_{final}) ou a densidade relativa final (D_r), em função da porosidade final, considerando:

$n_{final} = n_{ini} - (\text{diminuição do volume por bulbo (Eq. 4.42) / volume da zona plástica por bulbo}$

onde o volume da zona plástica formada pela aplicação da injeção corresponde àquela delimitada pelo raio plástico R_p .

Finalmente, o índice de vazios final e a densidade relativa podem ser expressos como

$$e_{final} = \frac{n_{final}}{1 - n_{final}} \quad (4.43)$$

$$Dr = \frac{e_{max} - e_{final}}{e_{max} - e_{min}} = \frac{(n_{max} - n_{final})(1 - n_{min})}{(n_{max} - n_{min})(1 - n_{final})} \quad (4.44)$$

Cabe mencionar que este procedimento para estimativa do melhoramento do solo não leva em consideração a densificação do solo obtida pela superposição de bulbos dentro de uma mesma coluna, podendo ser considerado como uma estimativa conservadora.

4.4. Método dos elementos finitos

Um método numérico muito utilizado para a solução aproximada de problemas de engenharia, principalmente em geotecnia, é o método dos elementos finitos, devido a sua grande versatilidade em simular relações tensão-deformação não lineares, complexas condições de contorno, carregamentos estáticos, dinâmicos, etc.

A grande maioria dos métodos de análise de obras geotécnicas se baseia na hipótese da condição de deformação plana e/ou axissimétrica, onde o comportamento de uma seção representativa do problema é investigado através de análises bidimensionais. Há inúmeras outras situações, no entanto, em que este tipo de simplificação não é possível, sendo necessária uma simulação 3D do problema que considere a variação espacial das propriedades dos materiais, do carregamento, das condições de contorno, da geometria do problema, etc.

Nesta dissertação o estudo sobre os bulbos de compactação como técnica de melhoramento de solos granulares fofos será feito com o método dos elementos finitos utilizando os programas computacionais Plaxis 2D e Plaxis 3D. O primeiro para a simulação da construção de uma coluna de bulbos, numa análise

axissimétrica, e o segundo programa para verificação da influência no melhoramento do solo devido à interação entre colunas vizinhas.

Uma descrição do método dos elementos finitos não é necessária, visto que o mesmo é amplamente explicado em vários textos dedicados sobre o assunto, inclusive envolvendo aplicações da engenharia geotécnica como construção de aterros, percolação e adensamento, fundações, túneis, estruturas de contenção, etc.

O ponto de interesse, no contexto da aplicação do método dos elementos finitos para estudo da compactação de solos através da expansão de bulbos, consiste em fazer uma breve descrição do modelo constitutivo HSM (*Hardening Soil Model*) utilizado nas simulações computacionais para verificar as diferenças das características de melhoramento do solo obtidas com a aplicação do HSM e o conhecido modelo constitutivo de Mohr-Coulomb.

4.4.1. Hardening Soil Model (HSM)

O modelo HSM, desenvolvido por Schanz *et al.* (1997), praticamente reformula o tradicional modelo constitutivo hiperbólico, com fundamentação na teoria da plasticidade, ao qual foi também adicionada a representação do fenômeno da dilatação de solos. É um modelo com endurecimento isotrópico que reproduz com maior precisão o comportamento progressivamente elastoplástico da resposta mecânica de solos reais, evidenciado em ensaios de campo e de laboratório. Pode-se dizer que o modelo HSM reúne dois modelos clássicos: o hiperbólico e o de Mohr-Coulomb, conservando a simplicidade dos mesmos, a experiência de engenharia acumulada na utilização dos mesmos em inúmeros problemas de engenharia, ao mesmo tempo em que os aperfeiçoa pela introdução de superfícies de escoamento móveis (Figura 4.9) que gradualmente se expandem para representar o endurecimento de solos à medida que escoamentos plásticos ocorrem.

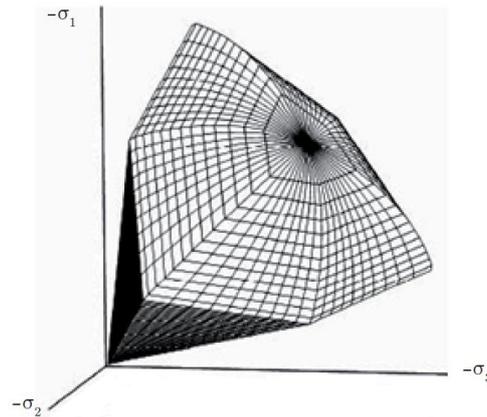


Figura 4.9 - Superfície de escoamento no espaço das tensões principais. (Schanz *et al.*, 1999)

Segundo o Brinkgreve *et al.* (2012) a característica básica do modelo HSM é permitir a variação da rigidez do solo com o estado de tensão, através de um parâmetro m , que controla os valores do módulo triaxial de carregamento E_{50} , do módulo de descarregamento / recarregamento E_{ur} e do módulo de compressão confinada E_{oed} conforme equações (4.45) a (4.47), respectivamente. Esta característica constitui uma importante vantagem do modelo HSM sobre o modelo de Mohr-Coulomb, pois neste o valor do módulo de Young permanece fixo, geralmente estimado em relação ao nível médio de tensões esperado no projeto de engenharia.

$$E_{50} = E_{50}^{ref} \left(\frac{c \cos \phi + \sigma'_3 \text{sen} \phi}{c \cos \phi + p^{ref} \text{sen} \phi} \right)^m \quad (4.45)$$

$$E_{ur} = E_{ur}^{ref} \left(\frac{c \cos \phi + \sigma'_3 \text{sen} \phi}{c \cos \phi + p^{ref} \text{sen} \phi} \right)^m \quad (4.46)$$

$$E_{oed} = E_{oed}^{ref} \left(\frac{c \cos \phi + \sigma'_1 \text{sen} \phi}{c \cos \phi + p^{ref} \text{sen} \phi} \right)^m \quad (4.47)$$

onde m é o parâmetro que controla a variação da rigidez do solo e E_{50}^{ref} , E_{ur}^{ref} e E_{oed}^{ref} são módulos de referência, correspondentes a valores de σ'_1 ou σ'_3 iguais à pressão de referência arbitrária p^{ref} . O valor de m geralmente varia entre 0,5 a 1.

Com as equações (4.46) e (4.47) o modelo simula o comportamento do solo em trajetórias de carregamento / descarregamento e de compressão unidimensional. Também inclui efeitos da dilatância dos solos e incorpora dois tipos de superfícies de escoamento plástico: uma superfície fixa de ruptura por

cisalhamento, controlado pelo módulo triaxial E_{50} (Figura 4.10) e superfícies móveis de compressão (*caps*), controladas pelo módulo de compressão confinada E_{oed} (Figura 4.11).

As componentes elásticas de deformação axial e radial são dadas pelas expressões

$$\varepsilon_a^e = \frac{q}{E_{ur}} \quad \varepsilon_r^e = \nu_{ur} \frac{q}{E_{ur}} \quad (4.48)$$

onde ν_{ur} é o coeficiente de Poisson em carregamento/descarregamento e q a tensão de desvio.

Quando uma amostra de solo é submetida a uma tensão de desvio, o solo apresenta um decréscimo na rigidez ao mesmo tempo em que se desenvolvem deformações plásticas irreversíveis. No ensaio convencional de compressão triaxial, em solo drenado e normalmente adensado, o comportamento da curva tensão deformação pode ser matematicamente representado por uma hipérbole (Kondner & Zelasko, 1963; Duncan & Chang, 1970), conforma ilustra Figura 4.10. A formulação do modelo HSM esta baseada no tradicional modelo constitutivo hiperbólico, porém o supera em três aspectos: utiliza a teoria da plasticidade na sua formulação, inclui o efeito da dilatância do solo e introduz superfícies móveis de escoamento plástico (*yield caps*) para cálculo das deformações plásticas no material, sem necessitar que a superfície fixa de ruptura seja atingida, como no modelo de Mohr-Coulomb.

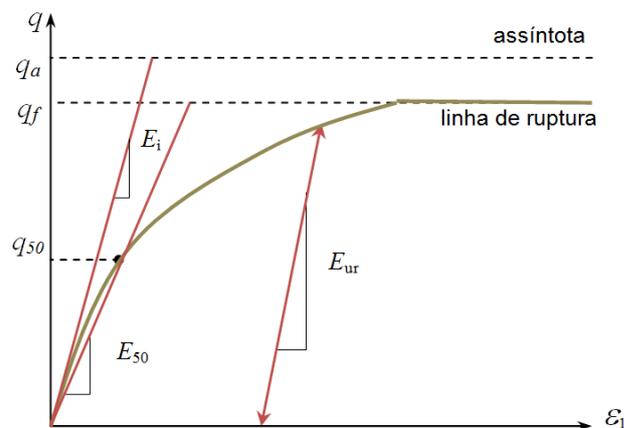


Figura 4.10 - Relação tensão-deformação hiperbólica em ensaios triaxiais convencionais, consolidados e drenados (Schanz *et al.*, 1999)

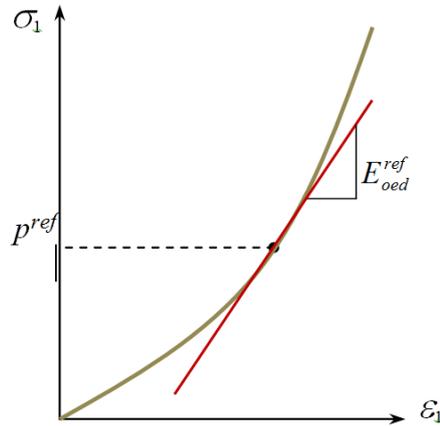


Figura 4.11 - Módulo E_{oed}^{ref} obtido a partir do ensaio odométrico (Brinkgreve *et al.*, 2012)

A seguinte equação descreve a relação tensão vs deformação hiperbólica em ensaios triaxiais drenados

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2E_{50}} \frac{q}{1 - q/q_a} \quad \text{para } q < q_f \quad (4.49)$$

onde q_a é o valor assintótico da resistência ao cisalhamento, E_{50} o módulo de Young correspondente a 50% da tensão de desvio na ruptura q_f (Figura 4.10). Estes valores são definidos a partir dos parâmetros do modelo de Mohr-Coulomb como segue:

$$q_f = (p + c' \cot \phi') \frac{6 \text{sen} \phi'}{3 - \text{sen} \phi'} \quad q_a = \frac{q_f}{R_f} \quad (4.50)$$

onde c' e ϕ' são os parâmetros de resistência do critério de Mohr-Coulomb, R_f é a razão de ruptura entre q_f e q_a , que deve ser menor de 1, geralmente próxima ao valor $R_f = 0,9$.

Uma descrição completa do modelo HSM necessita do conhecimento de 11 parâmetros, listados na Tabela 4.1, e determinados em laboratório pela execução de ensaios convencionais de compressão triaxial e ensaios edométricos (compressão confinada).

Tabela 4.1 - Parâmetros do modelo HSM (Brinkgreve *et al.* 2012)

Resistência	c	kPa	Coesão	
	ϕ	°	Ângulo de atrito interno	
	ψ	°	Ângulo de dilatância	
Rigidez	E_{50}^{ref}	kPa	Módulo secante em ensaios triaxiais	
	E_{eod}^{ref}	kPa	Módulo tangente em ensaios de edométricos.	$E_{50}^{ref} = E_{eod}^{ref}$
	E_{ur}^{ref}	kPa	Módulo de carregamento-descarregamento	* $E_{ur}^{ref} = 3E_{50}^{ref}$
	m	-	Parâmetro de dependência da rigidez do solo com o estado de tensão	entre 0,5 e 1 0,5 para argilas 1,0 para areias
Avançados	ν_{ur}	-	Coefficiente de Poisson no carregamento descarregamento.	* $\nu_{ur} = 0.2$
	p'_{ref}	kPa	Tensão de referência	* $p'_{ref} = 100$ kPa
	K_0^{nc}	-	Coefficiente de empuxo no repouso	* $K_0^{nc} = 1 - \tan \theta$
	R_f	-	Razão de ruptura, relação entre q_f e q_a	* $R_f = 0.90$

(* Valores padrão)