

## 3

## Implementação do programa

### 3.1

#### Introdução

O Capítulo 2 apresentou a teoria da protensão e suas perdas. Os métodos de cálculo dados na NBR 6118<sup>1</sup> também foram introduzidos, assim como as verificações necessárias para satisfazer a segurança e performance da estrutura. Esta seção apresenta a implementação computacional adotada no programa **Prestress** para satisfazer estes requisitos teóricos e normativos.

O programa desenvolvido nesta dissertação, nomeado **Prestress**, se trata de um *add-in* para o **Robot**, um programa de análise de estruturas 3D, com elementos lineares de barra, bidimensionais de placa e volumétricos. A interface entre o **Robot** e o **Prestress** é possível devido à API do **Robot**. A API permite que programas externos se liguem à sua estrutura de dados, de tal modo a ler, adicionar ou remover itens (barras, elementos, carregamentos, etc.). Programas externos também podem utilizar o *solver* do **Robot** para calcular a estrutura global.<sup>44</sup>

O **Prestress** alavanca a estrutura de dados do **Robot** para unificar o cálculo da protensão ao da estrutura global. O programa foi escrito na linguagem C# dentro do *.NET Framework* adotando o paradigma de programação orientada a objetos (POO). O uso do programa passa por três etapas:

1. **Entrada de dados:** O usuário seleciona a viga a ser protendida, que pode ser composta por um ou mais elementos de barra colineares no **Robot**. Cada segmento da viga pode ser de seção constante ou variável. Introduzem-se então os dados relativos à protensão da mesma e os demais carregamentos atuantes na estrutura. A interface gráfica foi escrita utilizando o subsistema *Windows Presentation Foundation* (WPF);
2. **Cálculo:** A partir dos dados apresentados, o **Prestress** calcula as perdas e os carregamentos equivalentes devido à protensão e aplica estes na viga no **Robot**. A comunicação entre os programas se faz pela plataforma *Component Object Model* (COM) adotada na API do **Robot**;<sup>44</sup>
3. **Impressão de resultados:** A partir dos esforços da protensão e dos demais carregamentos obtidos pelo **Robot**, o **Prestress** calcula as tensões nos bordos da viga ao longo da mesma. Os resultados para cada bordo de cada seção de estudo, assim como os testes de limites permissíveis,

são apresentados em um arquivo Excel 2010 (extensão .xlsx). A criação deste arquivo é feita através da API do Open Office XML, desenvolvido pela Microsoft.

Outro dado útil para a descrição do programa é o que ele *não* faz. Alguns destes itens podem ainda ser implementados, outros porém são limitados pelo que é possível de se fazer via a API do **Robot**. Muitos destes itens serão vistos novamente na Seção 6.1.

**Pós-tração não-aderente ou pré-tração:** Conforme a Seção 2.1, o **Pre-stress** serve apenas para vigas protendidas por pós-tração aderente. Embora a pós-tração não-aderente e a pré-tração apresentem muitas similaridades com a pós-tração aderente, elas também apresentam diferenças que o programa no momento não considera;

**Verificação à ruptura:** Conforme já dito na Seção 2.4, o programa verifica a viga apenas ao ELS, não ao ELU. A verificação ao estado limite último requer um conhecimento preciso da seção transversal adotada e o procedimento incremental necessário varia de acordo com a espécie de seção transversal adotada (retangular, I, T, etc).

Outra questão é que seções transversais como a da Figura 2.4 são muito comuns em vigas de concreto protendido, mas não podem ser representadas de forma precisa pelas seções paramétricas do **Robot**. É no entanto permitido que o usuário defina seções quaisquer através de arquivos .dxf que permitem a representação exata da seção. Como a protensão depende das propriedades geométricas integrais da seção (altura, área, inércia, posição do centroide e perímetro) sugere-se adotar estas seções personalizadas. O **Robot**, no entanto, não permite que programas externos acessem a geometria (os pontos e as retas que a compõem) de tais seções, apenas suas propriedades geométricas integrais. Ao contrário da verificação ao ELS, que necessita apenas as propriedades geométricas integrais, a verificação ao ELU requer conhecimento da geometria em si (a largura e espessura da mesa de compressão, por exemplo). É assim impossível calcular seções importadas via .dxf ao ELU, porém estas seções podem ser utilizadas para o cálculo ao ELS. Para manter o comportamento do programa igual para qualquer tipo de seção não implementou-se a verificação ao ELU;

**Verificação à serviço de protensão parcial:** A verificação é feita apenas para a protensão limitada ou total. A protensão parcial, que permite tensões de tração acima da resistência do concreto e logo fissuras, não é

considerada. Isto se deve ao volume de dados adicionais necessários para o cálculo ao ELS-W, em especial a taxa de aço doce ao longo da viga que pode naturalmente variar;

**Construtibilidade:** O **Prestress** não faz qualquer verificação da razoabilidade da protensão apresentada. Cabos de protensão e suas bainhas apresentam raios de curvatura mínimos, abaixo do qual estes podem se danificar. Também, o item 18.6.1.5 da NBR 6118<sup>1</sup> obriga que as extremidades dos cabos de protensão apresentem um trecho reto de no mínimo 1,00m para o posicionamento do eixo de cada cabo em relação ao eixo de sua ancoragem. Estes são dois exemplos de verificações que o programa não faz, assim como cobrimentos e interferências entre os cabos. O usuário se responsabiliza por entrar com dados do traçado do cabo que considerem estes e outros aspectos construtivos dos cabos;

**Etapas construtivas:** A protensão é muitas vezes utilizada em estruturas construídas em fases. É comum uma viga pré-moldada ser protendida e então assente em pilares. Uma laje é então concretada sobre a viga, que apresenta estribos e armaduras longitudinais que permitem que a laje trabalhe em conjunto com a viga. Neste caso a seção final da viga com laje colaborante apresenta um perfil de tensões descontínuo: todos os esforços oriundos da protensão e do peso-próprio da viga e da laje são resistidos pela seção da viga isolada, enquanto que eventuais sobrecargas permanentes ou acidentais são resistidas pela seção total. Os efeitos das perdas progressivas na protensão após o endurecimento da laje também são resistidos pela seção composta.

O **Robot** apresenta ferramentas para a modelagem com etapas construtivas, porém o API não permite que programas externos façam uso desta informação.<sup>44</sup> É então impossível considerar etapas construtivas em qualquer *add-in* do **Robot**, inclusive o **Prestress**;

**Metodologia de protensão de cada cabo:** O **Prestress** assume que cada será protendido em apenas uma fase. Não é possível protender o cabo ao longo de diversas fases (50% em uma fase, 50% em outra, por exemplo). Caso o cabo seja protendido por ambas as extremidades, o programa também assume que a protensão é simultânea, não sendo possível protender o cabo por uma ancoragem e então outra;

**Dimensionamento:** O **Prestress** apenas verifica vigas protendidas ao ELS, mas não trata do dimensionamento das mesmas;

**Excentricidade cabo-bainha:** No ato da protensão, é comum o eixo do cabo ser diferente daquele da bainha. Tractionado, o cabo tende a ficar acima do eixo da bainha nas regiões com curvatura positiva e abaixo nas regiões com curvatura negativa.<sup>11,19</sup> O programa não considera tal excentricidade, devendo o usuário desconsiderar possíveis imprecisões que possam ocorrer devido a isto ou entrar com o traçado do cabo após a protensão;

**Deslocamentos horizontais dos cabos:** Em alguns casos é necessário projetar cabos com traçados que variam tanto na vertical quanto na horizontal. Conforme descrito na Seção 2.2, o deslocamento horizontal do cabo gera momentos ao redor do eixo vertical da viga. Tais esforços, no entanto, não são considerados pelo **Prestress** no momento.

As seções seguintes irão apresentar a estrutura de dados adotada no **Prestress**, o procedimento global utilizado pelo programa, o método utilizado para obter o carregamento equivalente dos cabos e a implementação das perdas e da verificação ao ELS.

### 3.2

#### Estrutura de dados

Os cálculos efetuados pelo **Prestress** são efetivamente função de quatro fatores: o tipo da estrutura, a viga, sua protensão, as fases da vida da estrutura e o nível de protensão desejado. Cada um destes fatores foi encapsulado em uma classe, segundo o paradigma POO.

A classe da viga é a mais complexa. Isso se deve ao fato do programa aceitar vigas modeladas no **Robot** com um ou mais elementos de barra, sendo cada barra de seção constante ou variável. Por este motivo foi necessário utilizar aqui o conceito de polimorfismo da POO. Criou-se uma classe abstrata **Beam** que apresenta todos os métodos necessários para representar a viga. Esta classe é implementada por duas subclasses: **BeamSingleSegment** e **BeamMultiSegment**. A primeira é utilizada para vigas compostas por apenas uma barra no **Robot**, já a outra para vigas compostas por diversos segmentos.

É necessário obter para cada segmento de barra suas propriedades geométricas. O modo que isso é feito no **Robot** depende do tipo de seção que foi adotada. O **Robot** apresenta quatro tipos de seção:

1. **Seções criadas pelo usuário:** Esta permite que o usuário desenhe seções com qualquer perfil através do comando *Section Definition*. Não é possível criar seções variáveis desta forma;

2. **Seções paramétricas constantes:** Onde o usuário define o tipo de seção (retangular, perfil I, etc.) e suas dimensões principais ( $b$  e  $h$ , no caso da viga retangular, por exemplo);
3. **Seções paramétricas variáveis:** Iguais às seções paramétricas acima, porém permitindo que o usuário defina dimensões que variam ao longo da extensão da barra;
4. **Seções genéricas:** O usuário entra com as propriedades geométricas diretamente. Este tipo de seção não pode ser utilizado no **Prestress**, pois não é possível definir o perímetro da seção, valor necessário para o cálculo das perdas lentas.

A obtenção de propriedades para as seções desenhadas pelo usuário ou paramétricas constantes através do API do **Robot** é simples. Seria de se esperar que, para barras de seção variável, o **Robot** disponibilizasse métodos para obter as propriedades em um ponto qualquer ao longo da barra, uma vez que este as calcula internamente sempre que são necessárias (para apresentar resultados de tensão, por exemplo).<sup>45</sup> Métodos práticos, no entanto, não são disponibilizados pelo API do **Robot**.<sup>44</sup> É logo necessário também encapsular os segmentos de barra em uma classe abstrata, **BeamSegment**. Esta foi implementada pela classe **BeamSegmentConstant**, para as barras de seção constante, e pelo grupo de classes **BeamSegmentVariable\***, onde o asterisco substitui diferentes tipos de seção (retangular, perfil I, etc.), para as barras de seção variável. Para cada tipo de seção foram implementados os cálculos de todas as propriedades necessárias.

O **Robot** apresenta uma biblioteca de seções paramétricas muito maior para vigas metálicas do que de concreto. Vigas metálicas também podem ter qualquer dimensão variável (espessura da alma, largura da mesa, etc.), enquanto que as de concreto podem variar apenas sua altura. É então plausível que o usuário crie uma seção de viga metálica e então altere o material para concreto para melhor aproximar sua viga real. Como a estrutura de dados do **Robot** coloca os dados das seções variáveis de aço em local diferente dos dados das seções de concreto, foi de fato necessário implementar duas versões da classe **BeamSegmentVariable\*** para cada seção existente nos dois materiais (retangular, perfil T e I simétrico). Desta forma, o **Prestress** permite o uso de todas as seções apresentadas na Figura 3.1 e os cálculos utilizados para cada propriedade são apresentados no Apêndice A. As seções metálicas em cruz constante e poligonal variável não foram implementadas.

As demais classes apresentam estrutura mais simples:

**Phase** não apresenta funções, apenas os dados necessários da fase;

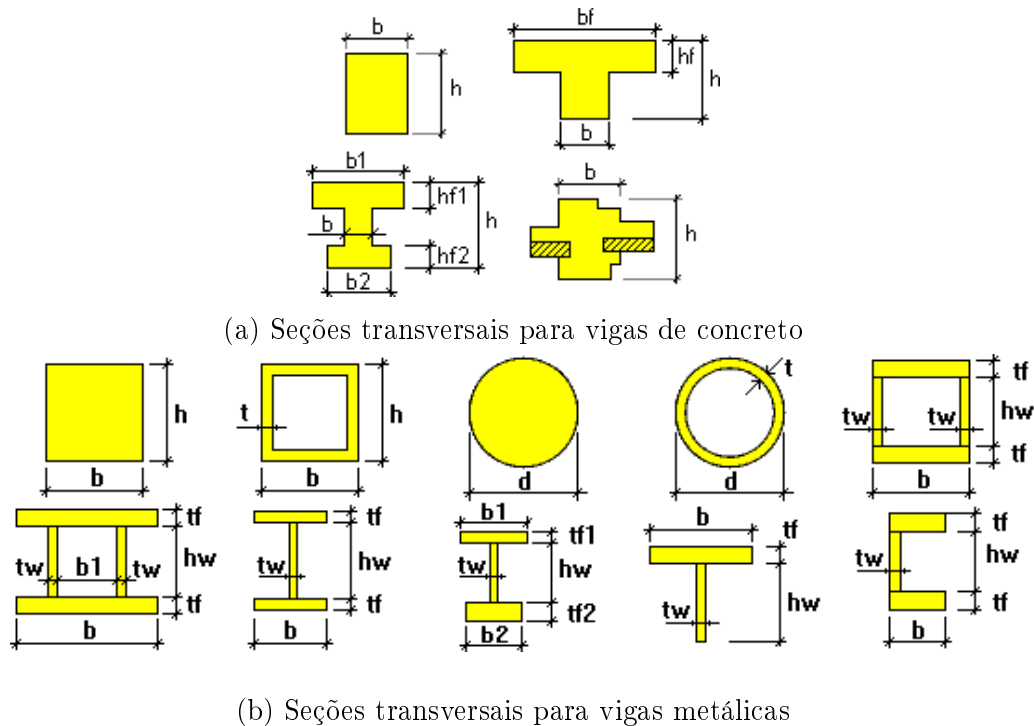


Figura 3.1: Seções transversais paramétricas do **Robot** adotadas pelo **Prestress**

**Cable** apresenta os dados para uma família de cabos com as mesmas propriedades e mesmo traçado. Esta classe também apresenta métodos responsáveis pelo cálculo de todas as perdas de protensão do cabo;

**Properties** contém os dados globais do projeto,  $\psi_1$  e  $\psi_2$ ;

O fluxo do programa é ditado pela classe **Project**. Esta classe contém todas as acima (com exceção de **Properties**, que é definida como uma classe **static**): uma instância de **Beam** representando a viga a ser calculada e coleções de **Phase** e **Cable** contendo uma instância para cada fase e cabo, respectivamente.

### 3.3

#### Procedimento de cálculo do programa

O procedimento utilizado pelo **Prestress** para o cálculo da protensão é similar ao no Capítulo 2, porém com algumas mudanças. O método para obter o carregamento equivalente é apresentado na Seção 3.5 e os métodos para calcular as perdas são detalhados na Seção 3.6. Esta seção simplesmente destaca o procedimento de cálculo do programa.

De forma simplificada, o programa segue a rotina descrita na Figura 3.2. As seções seguintes irão descrever estas etapas. Observa-se que, ao contrário da Seção 2.3, as perdas por deformação elástica do concreto são considera-

das perdas progressivas. Isso permite que o programa considere o efeito de cabos protendidos em fases diferentes. Maiores detalhes serão apresentados na Seção 3.6.2.1.

---

```

1  Usuário seleciona barras que compõem a viga
2  Usuário entra com dados da protensão da viga
3  Validação dos dados apresentados
4  Arquivo .xml escrito
5  para cada Cabo faça
    /* Perdas imediatas */
6    Perdas por atrito
7    Perdas por encunhamento
8  para cada Fase faça
    /* Perdas progressivas */
9    para cada Cabo previamente protendido faça
10     para cada Novo cabo ou carregamento nesta fase faça
11       Perdas por deformação elástica do concreto
12     se Fase ≠ Protensão do cabo então
13       Perdas por retração do concreto
14       Perdas por relaxação do aço
15       Perdas por fluência do concreto
16     Criação dos carregamentos equivalentes para esta fase
17     Cálculo do modelo no Robot
18 Verificação ao ELS
19 Impressão dos resultados

```

---

Figura 3.2: Procedimento de cálculo do **Prestress**

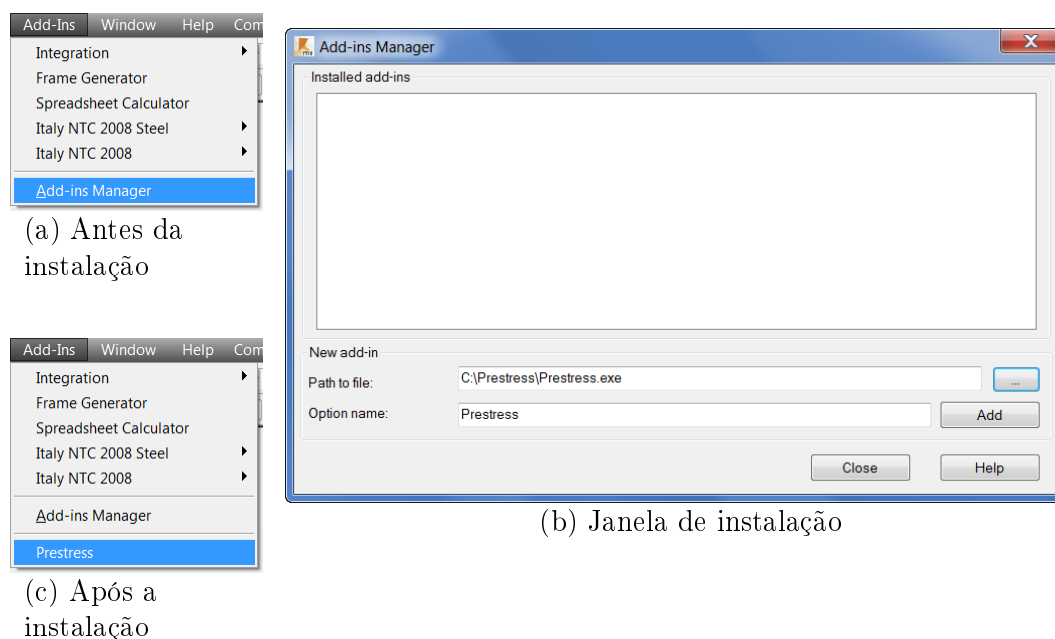
---

### 3.4

#### Instalação e entrada de dados

Para utilizar o *add-in* **Prestress** no **Robot**, é necessário primeiro que este seja “instalado” no **Robot**. Isso é feito através do **Add-ins Manager**, que reside no menu **Add-ins**. Para adicionar o **Prestress**, o usuário deve clicar no botão **...** na janela que aparece, selecionar o arquivo e então clicar em **Add**. O **Prestress** deve então aparecer na lista de *add-ins* instalados. Entrando novamente no menu **Add-ins**, observa-se que o **Prestress** agora está disponível. A Figura 3.3 apresenta as diferentes etapas deste processo. Este processo não precisa ser repetido a cada uso do **Prestress**. Uma vez instalado, o *add-in* permanecerá no menu até que o usuário deseje removê-lo via o **Add-ins Manager**.

Antes de iniciar o **Prestress**, o usuário deve ter o modelo completo da estrutura a ser protendida, incluindo todos os carregamentos relevantes. A modelagem adotada deve ser feita com cuidado, considerando o efeito que esta

Figura 3.3: Instalação do **Prestress** no **Robot**

pode ter no cálculo da protensão. As condições de contorno são especialmente críticas, uma vez que é necessário permitir que a estrutura se deforme de forma realista. Se uma viga for modelada com dois apoios rígidos à deformação axial, por exemplo, toda a força normal da protensão será resistida pelos apoios, sem comprimir a viga. Se este não for o comportamento real da estrutura, o resultado do **Prestress** não condirá com a realidade.

Para permitir o estudo do comportamento real da protensão, o modelo pode sofrer algumas restrições. No caso de uma viga pré-moldada, por exemplo, a protensão é frequentemente aplicada antes da locação da viga e da subsequente concretagem da laje. Isso significa que a protensão é resistida apenas pela viga. Como o **Prestress** não pode calcular estruturas que apresentam uma construção em etapas, um modelo que deseje representar esta estrutura de forma aproximada deve considerar as lajes como “claddings”: objetos que não apresentam rigidez e simplesmente distribuem cargas. Caso as lajes apresentem rigidez, estas irão colaborar na resistência à flexão e compressão da estrutura, reduzindo de forma irreal os esforços atuantes na viga. O mesmo raciocínio pode ser aplicado a transversinas de pontes e outros elementos que possam reduzir os esforços da viga. Evidentemente, caso estes elementos existam no momento do macaqueamento, eles devem ser inclusos no modelo, uma vez que suas rigidezes alteram o comportamento real da estrutura e da protensão.

No caso de vigas de seção variável outra limitação deve ser imposta à modelagem. A Figura 3.4(a) apresenta uma viga de seção variável. A forma



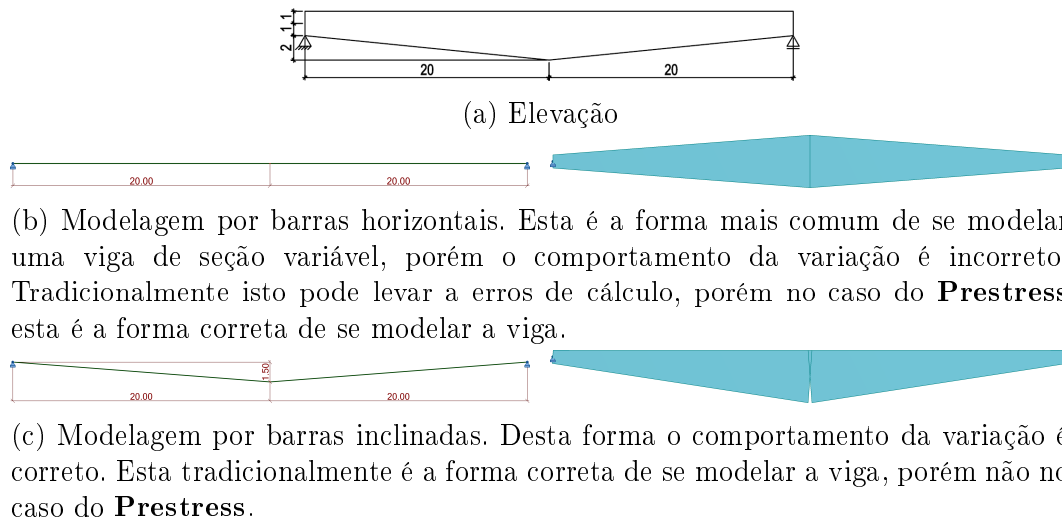


Figura 3.4: Modelagem de viga de seção variável no **Prestress**

mais comum de modelar esta viga é de simplesmente adotar duas barras horizontais de seção variável, conforme a Figura 3.4(b). Este método, no entanto, desconsidera a variação da altura do centroide, o que pode levar a erros no cálculo dos esforços. Tradicionalmente, a forma correta de modelar esta viga então seria através de barras inclinadas ou com *offsets*, de tal forma que as barras coincidam com o centroide da viga, conforme a Figura 3.4(c). O **Prestress**, no entanto, já considera o possível efeito da variação do centroide (ver Seção 3.5). Desta forma, o usuário deve criar o modelo desconsiderando este efeito, com as barras horizontais.

Quando o usuário então roda o **Prestress**, o programa pede que o usuário selecione todas as barras que compõem a viga. As barras devem ter a mesma orientação, de tal forma que a partir do nó inicial de uma barra seja possível percorrer todas as demais e chegar ao nó final da última. Caso as barras selecionadas não apresentem orientações iguais, o **Prestress** pede uma nova seleção de barras. É teoricamente possível selecionar barras que não sejam colineares, desde que as orientações permitam, porém os esforços e as perdas relacionados à curvatura em planta dos cabos de protensão não serão considerados, logo isto não é recomendado. A Figura 3.5 apresenta diversos exemplos possíveis e impossíveis. Não há limite no número de segmentos de barra que compõem uma viga.

Vale observar também que o **Robot** permite que uma barra, definida pelos dois nós nas extremidades, apresente um nó isolado no meio do seu vão. No momento de definição da geometria, este nó não está ligado à viga e esta age de forma independente ao nó isolado. Quando o **Robot** calcula o modelo, porém, a barra é dividida pelo nó. Isso permite, por exemplo, a criação de vigas contínuas com balanços, onde uma única barra é definida ao longo de

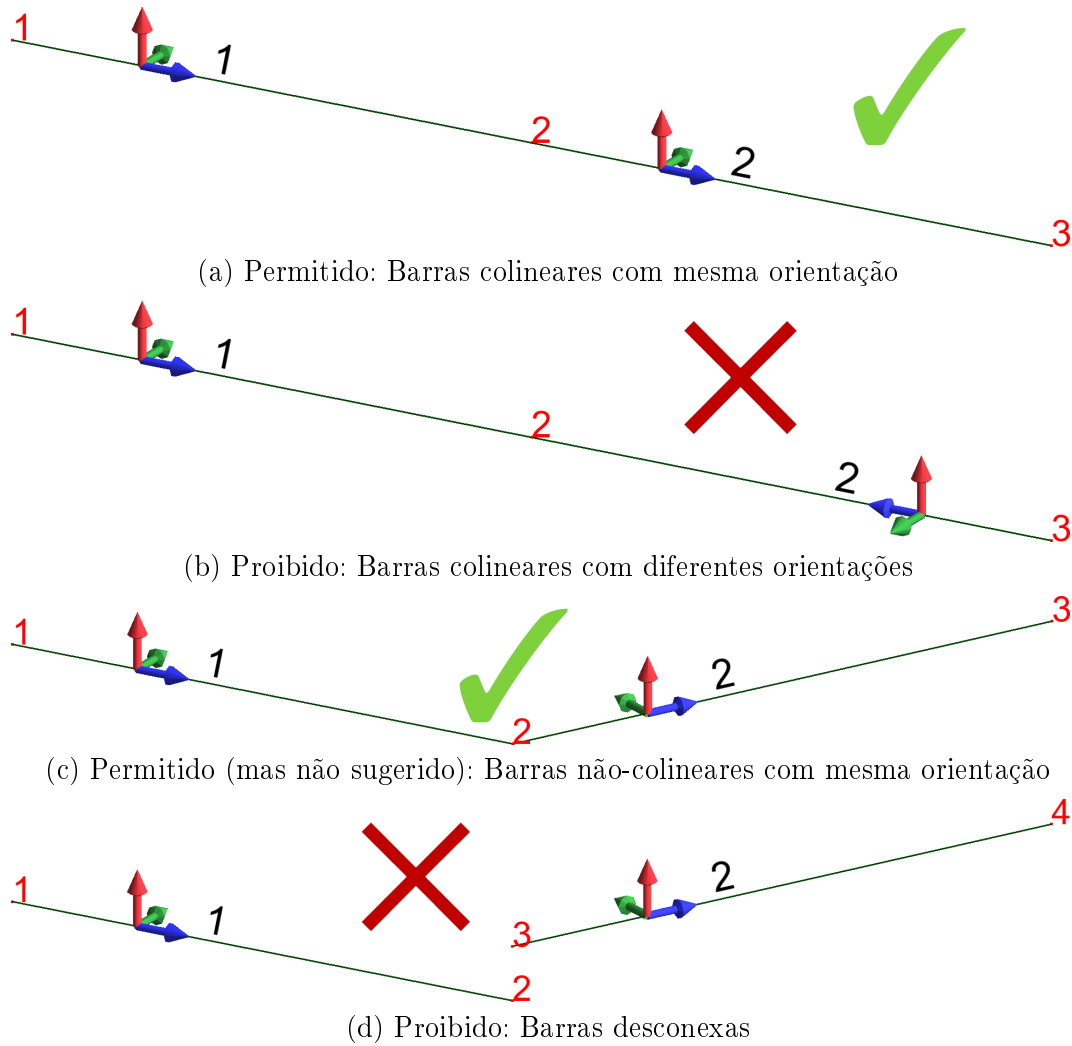


Figura 3.5: Exemplos permitidos e proibidos de barras para o **Prestress**.

toda a extensão da viga e nós isolados são posicionados nos apoios ou nos pontos de carregamentos nodais. O **Prestress** permite o uso deste método, que não altera em nada seu funcionamento.

Após selecionar barras válidas, o programa então apresenta sua interface gráfica para entrada de dados da protensão. A interface consiste em dois tipos de aba: a aba de opções globais, que pode ser vista na Figura 3.6, e as abas para as diferentes famílias de cabos, que serão vistas a seguir.

A definição de tudo exceto os cabos é feita na aba de opções. Para simplificar a utilização do programa, este disponibiliza propriedades padrão para os cabos e as fases, que podem ser definidos nesta aba. Estes valores serão adotados em todos os casos onde valores diferentes não forem definidos. Aqui o usuário também define o número de fases e famílias de cabos, assim como as propriedades gerais do projeto.

Todos os valores-padrão adotados pelo programa são definidos no arquivo `Defaults.xml`. O usuário pode editar este arquivo para que o **Prestress** se

inicialize com valores mais comuns no seu dia-a-dia.

Cada fase deve ter um nome e sua data de início em relação ao lançamento do concreto. O usuário também define quais as cargas permanentes e acidentais aplicadas em cada fase, os cabos protendidos naquela fase e, caso necessário, as propriedades que não sejam iguais ao padrão.

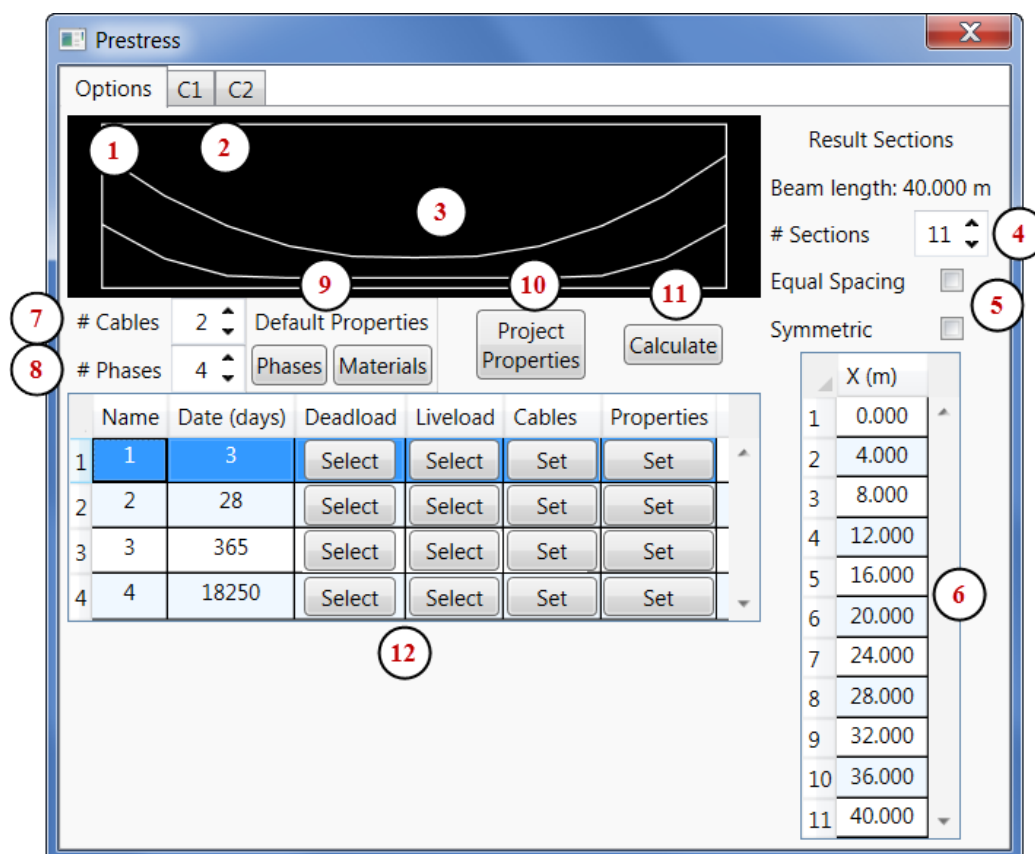
Também é importante definir quais serão as seções verificadas ao ELS. O usuário define o número de tais seções e suas coordenadas ao longo da viga. O programa facilita esta entrada, permitindo que o usuário defina que as seções são: igualmente espaçadas, cujo caso somente é necessário definir o valor das seções inicial e final; ou simétricas, onde é então necessário definir apenas a primeira metade das seções, e o programa espelhará estes valores.

A Figura 3.7 apresenta as diferentes janelas que podem ser abertas nesta aba. Todas as unidades utilizadas no **Prestress** são obtidas do **Robot**, mantendo assim a compatibilidade com o padrão adotado pelo usuário sem maiores esforços. O programa, porém, não aceita unidades criadas pelo usuário, apenas as padrão do **Robot**.

Tendo inserido os dados necessários na aba de opções, é agora necessário entrar na aba dos cabos. Cada família de cabos é representada por uma aba, vista na Figura 3.8. Nesta aba o usuário deve entrar com os dados de cada cabo. O traçado é definido pela tabela de coordenadas, onde a coordenada  $X$  é a distância a partir da extremidade inicial da viga e  $Y$  é a distância do cabo à fibra superior da viga. Ao preencher a tabela o usuário pode visualizar o traçado do cabo no diagrama esquemático da viga para observar se algum erro foi cometido.

O **Prestress** assume no caso de vigas de seção variável que a fibra superior da viga é constante. Se este não for o caso, o traçado do cabo pode ser interpretado de forma incorreta. Um exemplo é apresentado na Figura 3.9, onde tem-se duas vigas de seção variável, ambas com um cabo a uma mesma distância constante do bordo superior. Embora o traçado definido no **Prestress** seja idêntico para ambas as vigas, na Figura 3.9(a) o bordo superior, e logo o cabo, é horizontal, enquanto que na Figura 3.9(b) estes são poligonais. Se o bordo superior não for horizontal no caso real, o cálculo pode apresentar erros nos carregamentos equivalentes e nas perdas por atrito entre o cabo e a bainha e por encunhamento das ancoragens.

Ao voltar à aba de opções, o usuário pode então visualizar os traçados de todos os cabos de forma simultânea e então clicar Calculate. Isso inicia o procedimento de cálculo do programa e a etapa de entrada de dados do programa termina.



1. Aba de opções
2. Abas para cada cabo
3. Gráfico esquemático de todos os cabos
4. Número de seções de resultados
5. Indicam se as seções de resultados são igualmente espaçadas ou simétricas.
6. As seções de resultados. Estas são as seções onde o **Prestress** irá fazer as verificações ao ELS
7. Número de famílias de cabos de protensão
8. Número de fases da vida útil da estrutura
9. Abrem janelas para definir as propriedades padrão das fases e dos materiais (concreto e aço)
10. Abre janela para definir as propriedades do projeto
11. Inicia o cálculo do modelo
12. Tabela das fases. Permite alterar o nome e data de início de cada fase. Os botões abrem janelas que permitem a definição das propriedades e cargas permanentes e acidentais aplicadas na fase, assim como a definição dos cabos protendidos na fase.

Figura 3.6: Aba de opções

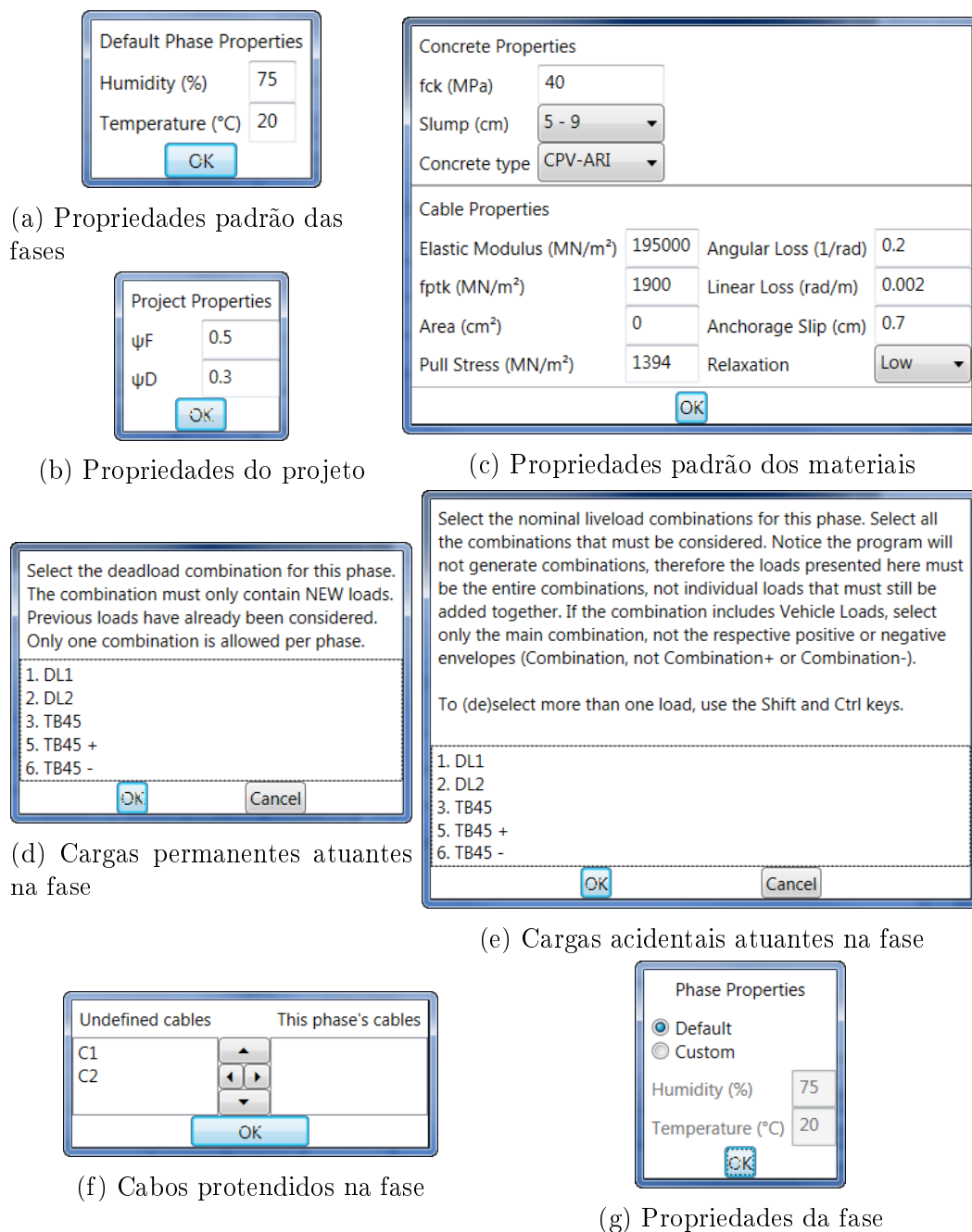
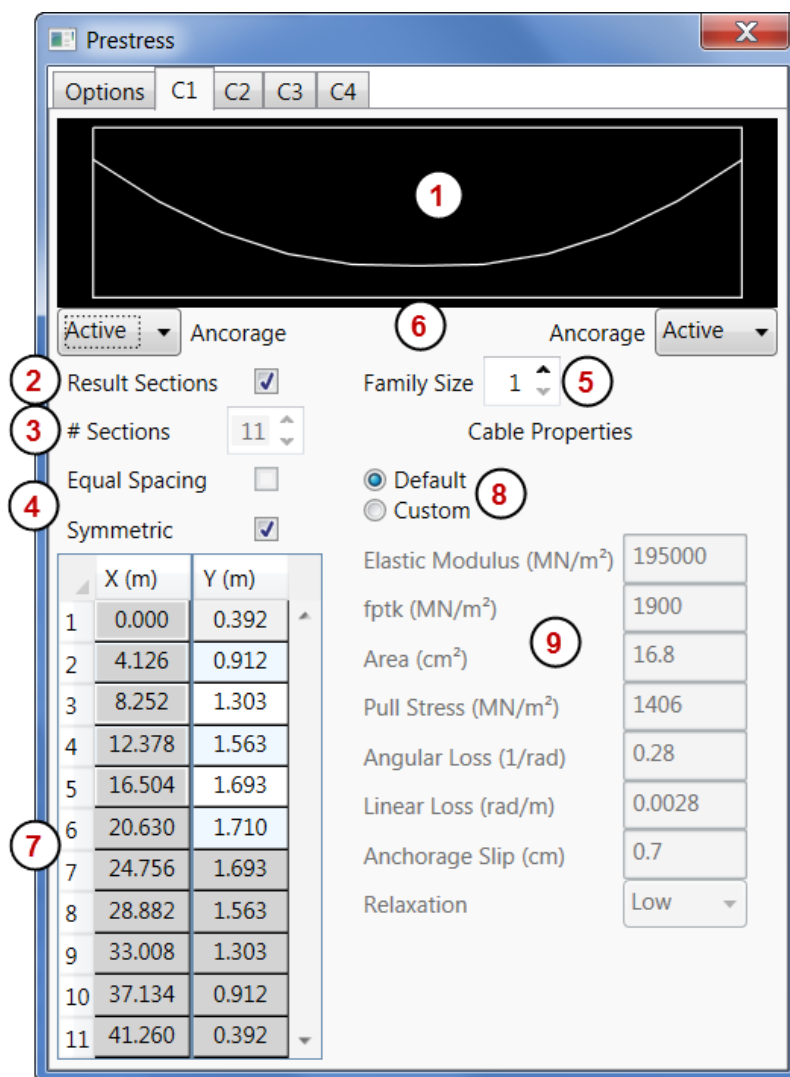


Figura 3.7: Janelas da aba de opções



1. Gráfico esquemático do cabo
2. Define se as coordenadas X do cabo são iguais às dos resultados
3. Número de seções no traçado do cabo
4. Indicam se as seções de resultados são igualmente espaçadas ou simétricas.
5. Número de cabos nesta família
6. Define se as ancoragens são ativas ou passivas
7. Tabela de coordenadas do cabo
8. Define as propriedades do cabo são padrão ou customizadas
9. Define as propriedades customizadas do cabo

Figura 3.8: Aba de definição dos cabos

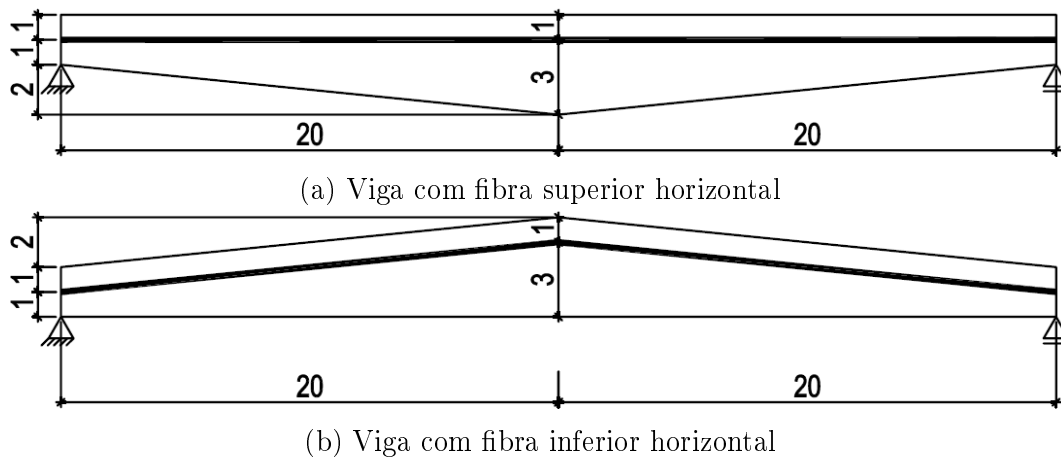


Figura 3.9: Cabos centrados em diferentes vigas variáveis. Os cabos são definidos com os mesmos dados, porém as diferentes formas que a viga pode apresentar implicam em traçados diferentes. O caso (a) apresenta um traçado reto, enquanto que o (b) apresenta traçado poligonal.

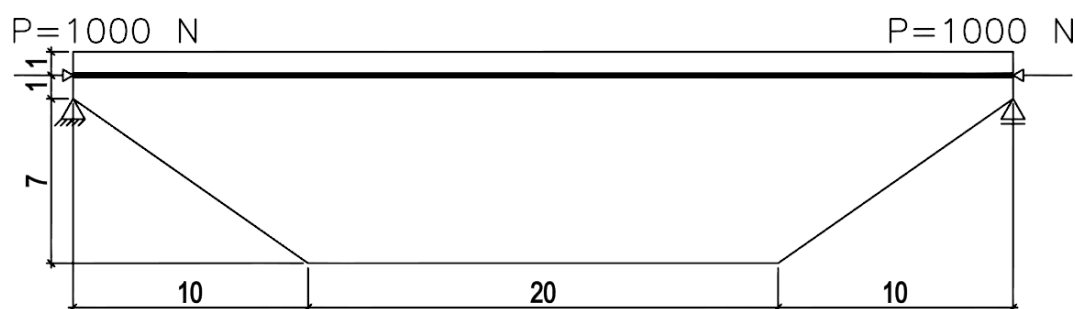
### 3.5

#### Método de carregamento adotado pelo programa

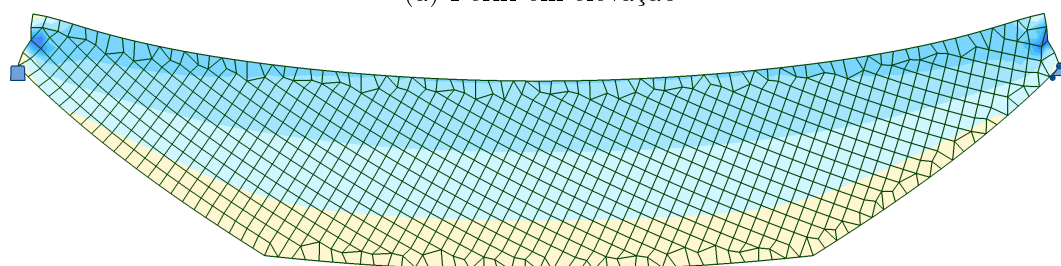
A partir dos dados definidos pelo usuário, o **Prestress** deve calcular os esforços oriundos da protensão. O método apresentado na Seção 2.2, porém, não é satisfatório, uma vez que o método do carregamento equivalente vale apenas para casos de vigas constantes.<sup>46</sup> Isso se deve à observação feita na Seção 2.2 de que, em uma viga isostática, o momento devido à protensão é igual ao produto da força de protensão e da excentricidade do cabo ao centroide da viga. Vigas de seção variável adicionam uma variável que não é considerada no método do carregamento equivalente: a variação da posição do centroide. Evidentemente, seções variáveis cujo centroide é constante (seções retangulares que alteram apenas sua largura, por exemplo), apresentam comportamento neste quesito igual ao das seções constantes.

Para demonstrar o erro de aplicar o método do carregamento equivalente em vigas variáveis, iremos estudar alguns casos apresentados nas Figuras 3.10, 3.11 e 3.12. Os casos são vigas fictícias com seções exageradas, porém apresentam a questão de forma bem clara.

Na Figura 3.10(a) temos uma viga apresentando trechos variáveis e um segmento no meio do vão de seção constante. A protensão é feita por um cabo reto ancorado nas extremidades da viga à meia-altura da seção do apoio. Pelo método do carregamento equivalente, este cabo não geraria esforços de flexão na viga, já que este não apresenta curvatura. Criando um modelo de elementos finitos desta viga com os carregamentos apresentados na Figura (a), porém, obtemos os resultados apresentados na Figura 3.10(b) que demonstram que este não é o caso. O comportamento da viga frente aos



(a) Perfil em elevação



(b) Tensões e deformação devido à protensão

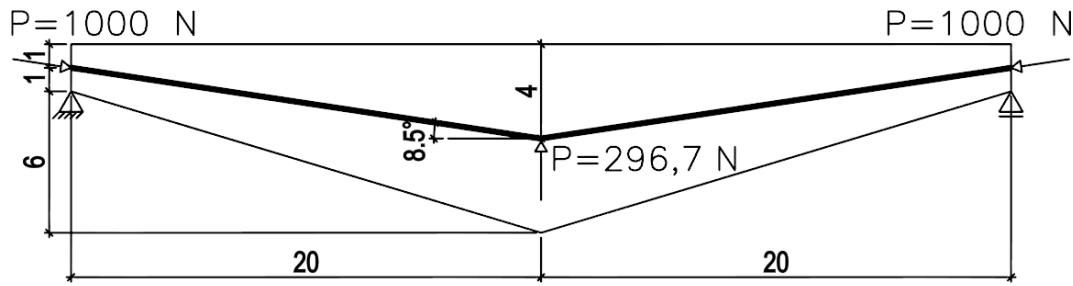
Figura 3.10: Viga variável com protensão constante, variando a excentricidade cabo-centroide

carregamentos (nulos) obtidos pelo método do carregamento equivalente é o de uma viga sob flexão. A deformação da viga em conjunto com o mapa de tensões demonstra a existência de um momento fletor na viga. Observar também que o segmento no meio do vão apresenta um perfil de tensões (razoavelmente) constante, o que indica que a tensão está ocorrendo devido a variação da excentricidade cabo-centroide. Fica evidente que o método dos carregamentos equivalentes tradicional considerando a viga como uma barra levaria a um resultado absolutamente diferente, uma vez que o único esforço considerado seria o de compressão, desconsiderando o efeito da flexão.

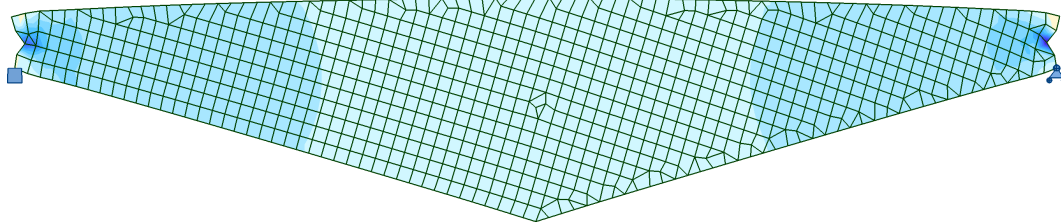
Já a Figura 3.11(a) apresenta o caso quase que oposto. Neste caso temos uma viga variável com protensão variável. A protensão é feita de tal forma que ela segue o traçado do centroide da viga ao longo do seu vão, obtendo assim uma excentricidade cabo-centroide nula em qualquer ponto. A Figura 3.11(b) apresenta o resultado de um modelo de elementos finitos desta viga com os carregamentos apresentados na Figura (a). Como seria de se esperar, neste caso o perfil de tensões é de compressão pura, (quase) sem deformação vertical. Se o carregamento equivalente apresentado fosse aplicado num modelo de barras, porém, esforços de flexão seriam gerados, levando a resultados incorretos.

Ambos estes casos, no entanto, lidam com um perfil contínuo do centroide da viga. Este não é o caso quando a viga apresenta uma variação súbita de seção. A Figura 3.12(a) representa uma viga cuja seção apresenta uma descontinuidade e é protendida com um cabo reto e a Figura 3.12(b), os





(a) Perfil em elevação



(b) Tensões e deformação devido à protensão

Figura 3.11: Viga variável com protensão variável com excentricidade cabo-centroide constante

resultados desta protensão. Observa-se que onde há uma excentricidade cabo-centroide, a viga apresenta momento, já onde o cabo é centrado, a viga é apenas comprimida. Uma viga apresentando tal descontinuidade de seção deve então ser verificada para a face à esquerda e à direita do ponto desejado.

Estes casos exemplificam a necessidade de outro método de carregamento para um programa que permita o uso de vigas variáveis. O método adotado no **Prestress** é apresentado por Lin<sup>10</sup> e utiliza o cálculo apresentado no final da Seção 2.2 do produto da força de protensão e da excentricidade do cabo ao centroide da seção. Este método, porém, resulta apenas no momento isostático. Ele é então insuficiente para um programa que calcule vigas hiperestáticas.

Para lidar com este caso, o **Prestress** então obtém o carregamento equivalente que gera o momento isostático desejado e o aplica ao modelo de barras. O modelo é então calculado pelo **Robot**, resultando nos esforços finais, sejam estes iso- ou hiperestáticos.

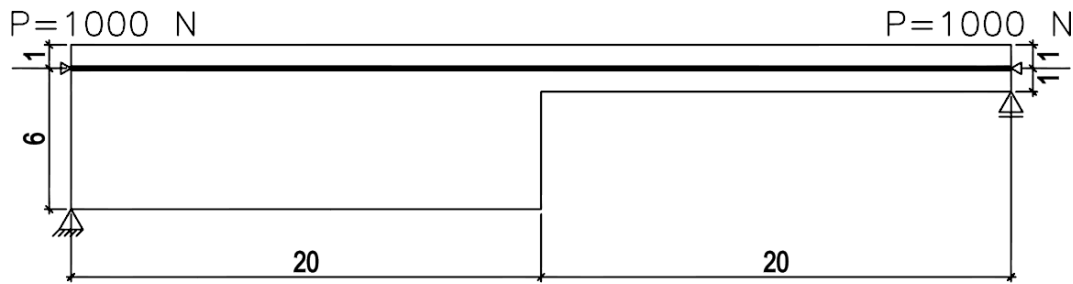
Para obter o carregamento equivalente ao momento isostático desejado, o **Prestress** adota uma série de carregamentos nodais nos pontos definidos do cabo. O valor de cada carga nodal  $Q$  é obtido abaixo:

$$Q_i = \frac{M_{i+1} - M_i - \Delta M_i}{L} - \sum_{j=0}^{i-1} Q_j \text{ onde } i < n \quad (3-1)$$

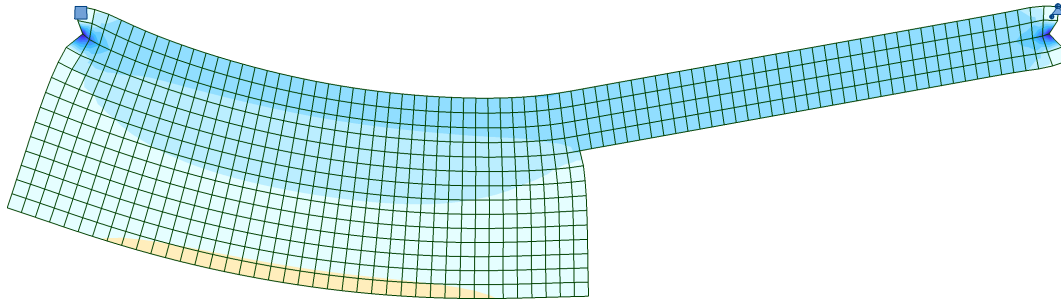
onde

$M_{i+1}$  é o momento isostático obtido na seção seguinte;

$M_i$  é o momento isostático obtido na seção atual;



(a) Perfil em elevação



(b) Tensões e deformação devido à protensão

Figura 3.12: Viga de seção descontínua com protensão reta

$\Delta M_i$  é a diferença entre os momentos nas faces à esquerda e direita da seção  $i$ .

Os momentos são obtidos nos pontos  $X_i \pm 0,1\%$ ;

$$\Delta M_i = \begin{cases} 0 & \text{se não houver descontinuidade de seção no ponto } i \\ M_{i+} - M_{i-} & \text{se houver} \end{cases} \quad (3-2)$$

$L$  é a distância entre as seções;

$n$  é o número de seções;

O valor da seção final é um pouco diferente:

$$Q_n = \frac{M_{n-1} - M_n}{L} \quad (3-3)$$

Um momento aplicado igual a  $\Delta M_i$  também é aplicado sempre que houver uma descontinuidade de seção no ponto  $i$ .

Este método leva a uma aproximação linear do diagrama de momentos isostáticos oriundos da protensão. A Figura 3.13 apresenta um exemplo fictício de uma viga contínua sob carregamento uniforme. Neste caso simples, todos os carregamentos no vão são iguais, mas casos mais complexos não apresentam este comportamento. Comparando os resultados dos diagramas nas Figuras 3.13(b) e 3.13(f), observa-se que o método na Equação (3-1) chega a aproximações bem precisas, com erros neste caso de menos de 1%. É claro que a fidelidade dos resultados é proporcional ao número de seções  $n$ .

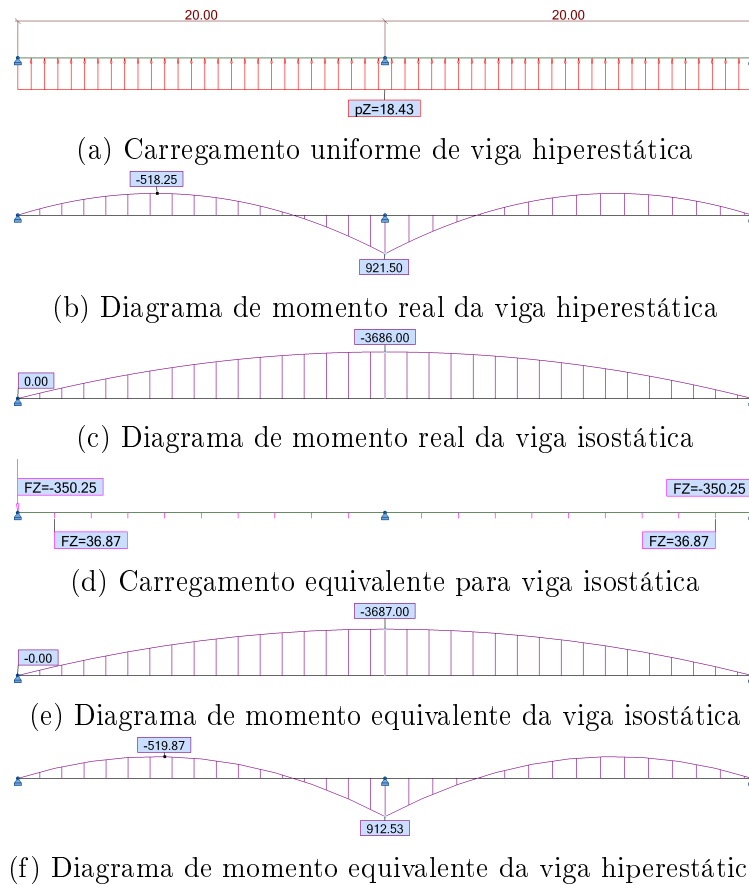


Figura 3.13: Viga hiperestática sob carregamento uniforme e sob carregamento equivalente

Nos casos descritos nas Figuras 3.10, 3.11 e 3.12, este método obtém resultados corretos, uma vez que leva em conta a variação da excentricidade cabo-centroide. No primeiro caso, cargas verticais são aplicadas que simulam a flexão da viga que ocorre embora o cabo em si seja reto. No segundo, embora a protensão seja poligonal, nenhuma carga vertical é aplicada já que a viga sofre compressão pura. O terceiro caso não apresenta cargas verticais, mas um momento concentrado  $\Delta M$  no meio do vão igual ao produto da força de protensão pela distância entre os centroides das seções (positiva quando o centroide esquerdo está acima do direito).

A flexão, porém, não é o único esforço gerado pela protensão. Há também a compressão. Esta é simulada de forma trivial, com cargas axiais concentradas aplicadas nas ancoragens dos cabos e carregamentos distribuídos entre as seções para simular as perdas. Conforme dito na Seção 2.2, devido ao ângulo entre o traçado e a horizontal, a força de compressão normalmente não é igual à força  $P$  de tração do cabo, mas este valor serve como uma boa aproximação e é o adotado pelo programa. As cargas concentradas são aplicadas com uma excentricidade igual à distância entre o cabo e o centroide da viga, gerando

momentos caso o cabo não se ancore no centro de gravidade da viga.

Como observado na Seção 2.2, a protensão é auto-equilibrada. O método adotado no **Prestress** garante esta condição. O diagrama de momento fletor isostático é uma função das condições de contorno da viga: as cargas aplicadas e os apoios, que por sua vez também podem ser considerados como nada mais que cargas nodais. É então necessário que qualquer carregamento equivalente seja composto por cargas que aproximem as cargas e apoios reais, o que significa que os apoios reais em si (no caso isostático) não serão carregados pela protensão.

No caso da viga da Figura 3.12, é importante notar que o bordo superior é constante. Se, no entanto, a viga for espelhada ao redor do eixo horizontal, apresentando então o bordo inferior constante e o superior descontínuo (ver Figura 3.14(a)), o carregamento equivalente apresenta erros. Devido ao método de definição do traçado através da distância entre o cabo e o bordo superior da viga (ver Seção 3.4), existe uma descontinuidade do traçado no meio do vão. Independente da hipótese adotada para tratar o traçado, o carregamento obtido é incorreto. Se o traçado for definido pela seção esquerda, com o cabo a três metros do topo da viga no meio do vão, e assumindo (incorretamente) que o bordo superior é constante, o **Prestress** entende o traçado conforme a Figura 3.14(b), gerando assim um carregamento incorreto. Se, no entanto, o traçado for definido pela seção direita, com o cabo a um metro do topo da viga no meio do vão, o traçado é interpretado conforme a Figura 3.14(c), e outro carregamento equivalente incorreto é calculado. Por este motivo o bordo superior não deve apresentar descontinuidades.

### 3.6

#### Perdas

Na Seção 2.3 foram apresentados os métodos teóricos para o cálculo das diversas perdas que ocorrem na protensão. Nesta seção são apresentadas as implementações destes métodos no **Prestress** e as alterações necessárias.

Ao invés de calcular as perdas em termos de tensão ou força, estas são contempladas pelo programa em termos de porcentagem. A parcela da protensão atuante em cada seção  $s$  após cada perda de cada fase  $f$  é definida pelo coeficiente  $\lambda_{s,f}$ . Evidentemente, o valor inicial, antes mesmo das perdas por atrito, é de  $\lambda_{s,1} = 1$ . A força atuante na seção para uma dada fase pode então ser obtida por  $\lambda_{s,f} \cdot P_0$ .

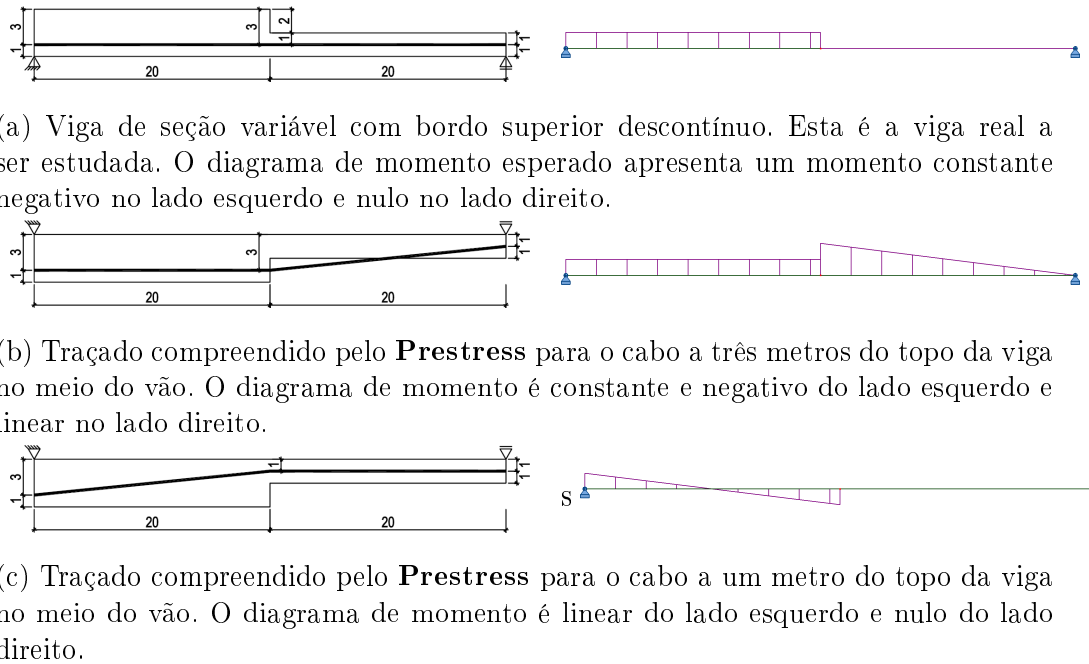


Figura 3.14: Comportamento incorreto do **Prestress** para uma viga de seção variável com bordo superior descontínuo.

### 3.6.1 Imediatas

#### 3.6.1.1 Atrito

O cálculo teórico das perdas por atrito é o mais simples, necessitando apenas da Equação (2-15). A sua implementação, no entanto, necessitou maior complexidade.

Antes de calcular o atrito, o programa compila alguns dados do traçado do cabo, assumindo que este é composto por parábolas (lembrando que retas são parábolas degeneradas, com coeficiente da parcela quadrática  $a = 0$ ): o coeficiente  $a$  da parábola em cada ponto e as diferenças de ângulo entre as seções.

O coeficiente  $a_i$  da parábola em cada seção é obtido a partir das coordenadas do traçado na seção em questão e nas seções anterior e posterior, conforme abaixo:

$$a_i = \frac{x_{i-1}(y_{i+1} - y_i) + x_i(y_{i-1} - y_{i+1}) + x_{i+1}(y_i - y_{i-1})}{(x_{i-1} - x_i)(x_{i-1} - x_{i+1})(x_i - x_{i+1})} \quad (3-4)$$

As seções inicial e final adotam valores iguais aos das seções posterior e anterior, respectivamente.

Este método serve para aproximar o traçado do cabo, mas sua precisão é função do número de coordenadas usadas para definir o traçado e da

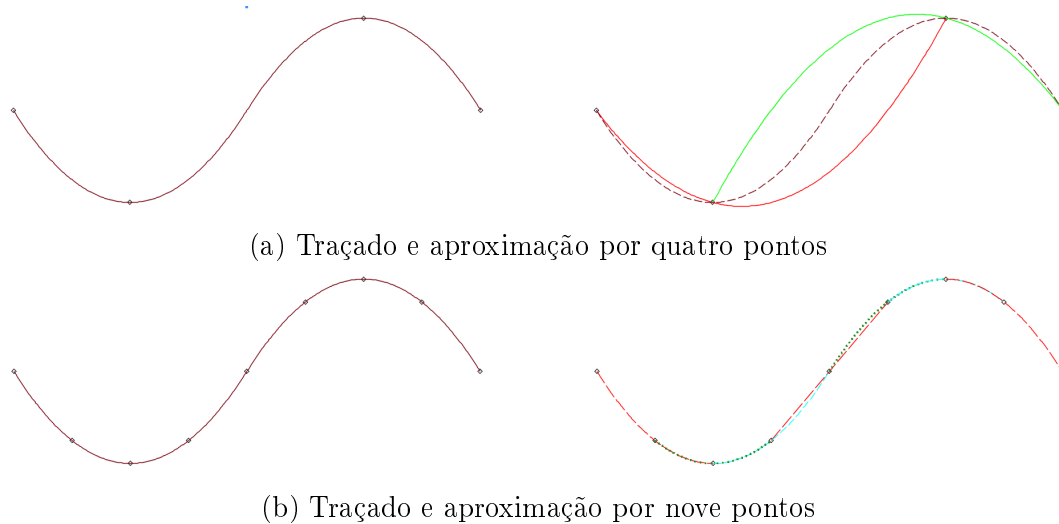


Figura 3.15: Aproximação de traçado de cabo composto por duas parábolas

complexidade do mesmo. A Figura 3.15 apresenta um traçado composto por duas parábolas aproximado por quatro e nove coordenadas. Com tão poucos pontos para um traçado tão complexo, a primeira aproximação é péssima, errando de forma grosseira no meio do traçado onde há o ponto de inflexão e também nas extremidades. Já com mais pontos o traçado é perfeitamente aproximado ao longo de todo o traçado exceto ao redor do ponto de inflexão. No caso trivial de uma parábola simples, apenas três coordenadas seriam suficientes para fazer uma aproximação exata. Dito isso, é evidentemente necessário definir coordenadas adicionais para aumentar a precisão dos demais cálculos, inclusive dos esforços oriundos do carregamento equivalente que é aplicado apenas nestas coordenadas.

A obtenção dos ângulos é feita de forma simples, lembrando que a derivada do traçado do cabo é igual ao valor da sua tangente naquele ponto. Considerando pequenos ângulos, pode-se considerar  $\tan \alpha \approx \alpha$ , logo a derivada é igual ao ângulo em radianos. Para obter a diferença de ângulos, é então necessário pegar o módulo da diferença das derivadas.

$$y = a \cdot x^2 \quad (3-5)$$

$$y' = \alpha = 2a \cdot x \quad (3-6)$$

$$\Delta\alpha_i = |2a \cdot \Delta x_i| \quad (3-7)$$

O programa de fato adota como valor de  $a$  a média dos coeficientes das duas seções em estudo. Caso o traçado dado gere um perfil de parábola única, todos os valores de  $a$  serão iguais, mas caso o perfil não seja perfeitamente parabólico ou contenha segmentos retos ou mais de uma parábola, os coeficientes serão variáveis ao longo do cabo. Adotando a média dos coeficientes, é possível

aproximar a variação real do ângulo que de fato ocorre entre as duas seções.

Tendo em mãos o valor de  $\Delta\alpha$  para cada segmento do cabo, o **Prestress** agora deve aplicar a Equação (2-15), implementada da seguinte forma:

$$\lambda_i = \exp \left( - \left( \mu \cdot \sum_{j=0}^{i-1} \Delta\alpha_j + k \cdot x_i \right) \right) \quad (3-8)$$

Caso o cabo seja protendido por ambas as extremidades, o **Prestress** assume que as ancoragens são macaqueadas simultaneamente. Desta forma, a equação acima é utilizada duas vezes, uma a partir de cada ancoragem, e o maior resultado para cada seção é adotado.

Há uma observação a ser feita em relação a vigas de seção variável. Conforme já mencionado na Seção 3.4, nestes casos o **Prestress** assume que a fibra superior da viga é constante. Se este não for o caso, ocorrerão erros no cálculo das perdas por atrito, uma vez que o programa interpretará o formato do traçado, e logo a curvatura, do cabo incorretamente. Por consequência, as perdas por encunhamento das ancoragens, que são uma função das perdas por atrito, também apresentarão erros.

### 3.6.1.2

#### Encunhamento das ancoragens

O objetivo principal para calcular as perdas por encunhamento das ancoragens é obter o ponto  $X$  onde estas perdas se encerram. Na Seção 2.3.1.2 este valor foi obtido a partir da Equação (2-32). Esta solução, porém, não é genérica. Como informado no final da seção, este método assume uma variação linear do ângulo. Esta hipótese só é válida, porém, para traçados apresentando apenas uma parábola. Traçados que incluem retas e/ou parábolas com diferentes curvaturas não podem ser satisfeitos por esta equação. É necessário adotar um método mais geral.

A Equação (2-18) apresenta o valor da área necessária entre os perfis de força antes e depois das perdas por encunhamento. Para determinar as perdas por encunhamento devemos caminhar ao longo do perfil de força e encontrar o ponto  $X$  correto.

A Figura 3.16 apresenta o conceito adotado no **Prestress**. O programa percorre pelos segmentos do cabo e para cada trecho calcula duas áreas:  $A_{i,1}$  é a área entre o perfil de força nos pontos  $x_i$  e  $x_{i+1}$  e a horizontal formada por  $P_{i+1}$ ;  $A_{i,2}$  é a área retangular desde  $x_0$  a  $x_i$  e  $P_i$  a  $P_{i+1}$ . Quando o somatório destas áreas for igual a metade do valor definido pela Equação (2-18) temos que  $x_{i+1} = X$ . Espelhando o perfil de forças ao redor de  $P(X)$  teremos o dobro da área e logo o valor total esperado.

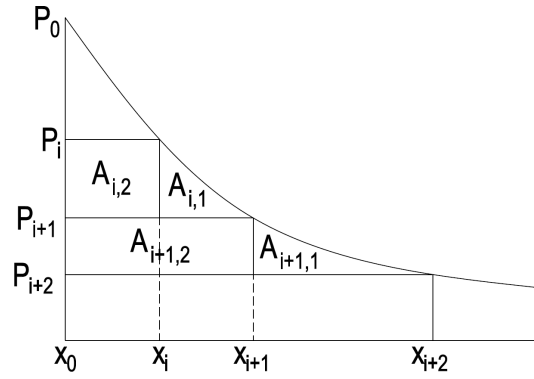


Figura 3.16: Método de cálculo das área sob o perfil de forças

Para obter a área  $A_{i,1}$  uma consideração deve ser feita. O perfil de forças antes das perdas por encunhamento é igual à curva de perdas por atrito. Esta função inclui  $\alpha(x)$ . Para calcular esta área, é necessário definir esta função. No caso de parábolas da forma  $y = a_i \cdot x^2$ , no entanto, sua solução é trivial e igual a  $\alpha_i(x) = 2|a_i|x$ . O valor de  $a_i$  é evidentemente pego em módulo pois as perdas independem da direção da concavidade do traçado. A área sob a curva então fica

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} P_0 \cdot e^{-\mu(2a_i \cdot x) - k \cdot x} - P(x_{i+1}) \, dx \quad (3-9)$$

$$M_i \equiv 2|a_i|\mu + k$$

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} P_0 \cdot e^{-M_i \cdot x} - P(x_{i+1}) \, dx \quad (3-10)$$

Pode-se então obter

$$A_{i,1} = \frac{P_0}{M} (e^{-M \cdot x_i} + e^{-M \cdot x_{i+1}} \cdot (-1 + M \cdot x_i - M \cdot x_{i+1})) \quad (3-11)$$

$$A_{i,2} = (x_i - x_0) (P(x_{i+1}) - P(x_i)) \quad (3-12)$$

É, no entanto, improvável que  $X$  seja igual a uma seção definida pelo usuário, mas que exista entre duas seções quaisquer. É então necessário obter uma posição mais exata. Para tal, se o somatório das áreas der maior que o valor esperado, a última parcela é descartada para que o somatório fique abaixo. Utiliza-se então uma pesquisa binária, testando diferentes valores de  $x$  até que o somatório se iguale (dado uma tolerância) ao valor desejado. O procedimento de cálculo adotado para determinar o valor de  $X$  é apresentado na Figura 3.17.

Tendo o valor de  $X$ , deve-se espelhar o perfil de protensão ao redor da horizontal definida por  $\lambda(X)$ . Para qualquer ponto  $x < X$  temos que a parcela da protensão atuante após as perdas é de



---

```

1   $AreaTotal = A_p \cdot E_p \cdot \delta$ 
2   $Area = 0$ 
3  para cada Segmento i do cabo faça
4       $x_i =$  Seção inicial do segmento
5       $x_{i+1} =$  Seção final do segmento
6      Calcular  $A_1$ 
7      Calcular  $A_2$ 
8      se  $2(Area + A_1 + A_2) > AreaTotal$  então
9          | parar
10     senão
11         |  $Area = Area + A_1 + A_2$ 
12      $Inf = x_i$ 
13      $Sup = x_{i+1}$ 
14      $X =$  média de  $Inf$  e  $Sup$ 
15 repita
16     | Calcular  $P(X)$ 
17     | Calcular  $A_1$  entre  $Inf$  e  $X$ 
18     | Calcular  $A_2$  entre  $Inf$  e  $X$ 
19     | se  $2(Area + A_1 + A_2) > 1,001AreaTotal$  então
20         |  $Sup = X$ 
21         |  $X =$  média de  $Inf$  e  $Sup$ 
22     | senão se  $2(Area + A_1 + A_2) < 0,999AreaTotal$  então
23         |  $Inf = X$ 
24         |  $X =$  média de  $Inf$  e  $Sup$ 
25 até  $2(Area + A_1 + A_2) \in [0,999; 1,001]AreaTotal$ 
    /* Tem-se então o valor aproximado de  $X$  que resulta em
       uma área igual ( $\pm 0,1\%$ ) à área total desejada. */

```

---

Figura 3.17: Procedimento de cálculo do ponto de término das perdas por encunhamento

---

$$\Delta\lambda_i = -2(\lambda_i - \lambda(X)) \quad (3-13)$$

Caso o cabo seja protendido por ambas as extremidades, o cálculo aqui descrito deve ser efetuado duas vezes, uma a partir de cada ancoragem. Caso haja um trecho afetado pelo encunhamento de ambas as ancoragens, o coeficiente menor deverá ser adotado.

Conforme já descrito na Seção 3.6.1.1, se vigas de seção variável não apresentarem o bordo superior constante, as perdas por encunhamento das ancoragens estarão incorretas. Isso se deve ao fato do programa assumir que este bordo é constante e, logo, interpretar o traçado do cabo incorretamente se este não for o caso.

### 3.6.2

#### Progressivas

#### 3.6.2.1

##### Cálculo incremental

Conforme já observado na Seção 2.3.2.4, a NBR 6118<sup>1</sup> não apresenta métodos de cálculo das perdas progressivas de forma iterativa. Logo, se o engenheiro calcular todas as perdas pelos métodos mais precisos presentes no Anexo A, o resultado final após todas as perdas será excessivo, uma vez que a interação entre as diversas perdas será desconsiderada. Os métodos para o cálculo das perdas progressivas totais dados nos itens 9.6.3.4.2 e 9.6.3.4.3, no entanto, incluem hipóteses que podem ou não ser válidas para um dado projeto.

Foi logo necessário adotar o método iterativo descrito por Glodowski e Lorenzetti (apud Ramaswamy<sup>14</sup>). Ao calcular as perdas progressivas de forma incremental, é possível aproximar a interação das diversas perdas ao longo do tempo. Ao utilizar este método, porém, algumas alterações simples foram necessárias para o cálculo de cada perda. Estas modificações serão apresentadas nas seções seguintes.

Outra diferença em relação ao método tradicional de cálculo das perdas é o fato da perda por deformação elástica do concreto ser considerada no **Prestress** como uma perda progressiva. Conforme visto na Seção 2.3.1.3, a perda que ocorre nos demais cabos devido à protensão do último cabo é quase instantânea, porém ela pode ocorrer após o início das perdas progressivas. É assim mais preciso calcular estas perdas apenas no momento em que elas ocorrem.

Considere, por exemplo, o caso da viga-exemplo da Figura 2.4. Desconsiderando o apresentado na Tabela 2.2 e adotando que o cabo C1 é protendido aos três dias, enquanto que o cabo C2 é protendido apenas aos sete dias, temos então quatro dias para as perdas lentas atuarem antes do efeito da perda por deformação elástica devido à protensão do cabo C2. A perda mais crítica nestes momentos iniciais é a relaxação, cuja maior parte ocorre nos primeiros dias após a protensão e é função da tensão atuante no cabo. Pela NBR 6118<sup>1</sup> (ver Seção 2.3.2.3), mais de 30% da relaxação ocorre nos primeiros 7 dias. Considerar a tensão maior presente no cabo C1 entre a sua protensão e a do cabo C2 leva então a um resultado mais coerente.

### 3.6.2.2

#### Deformação elástica do concreto

Conforme já mencionado na Seção 2.3.1.3, cabos de vigas protendidas por pós-tração sofrem perdas devido à deformação elástica do concreto decorrente da protensão de cabos subsequentes. A protensão de um cabo não gera perdas no mesmo, apenas nos demais cabos já protendidos.

O **Prestress** faz algumas suposições em relação à ordem em que cabos são protendidos que afetam o cálculo destas perdas. Estas são:

- Cabos que são protendidos em uma mesma fase são de fato protendidos em sequência. Isso significa que cada cabo protendido em uma fase gera perdas nos cabos previamente protendidos nesta mesma fase. A ordem de protensão não é definida pela numeração dos cabos, mas sim pela ordem em que estes são incluídos em uma fase para protensão na janela vista na Figura 3.7(f). A protensão dos cabos é integral, não sendo permitido protender um cabo parcialmente;
- Cada família de cabos é protendida de forma simultânea, de tal forma que cabos de uma mesma família não gerem perdas uns aos outros;
- Cargas permanentes são aplicadas após a protensão de quaisquer cabos novos da mesma fase.

Caso estas hipóteses não sejam válidas em um dado projeto, as perdas não estarão corretas, porém na maioria dos casos o erro poderá ser desprezado.

Como as perdas por deformação elástica do concreto são consideradas perdas progressivas no **Prestress**, é necessário calcular as perdas em cada fase da vida útil da estrutura. Para isso, o programa cria combinações de carregamentos para cada cabo em cada fase após (e incluindo) a fase de sua protensão. Cada uma destas combinações apresenta os carregamentos devido à protensão dos cabos subsequentes protendidos na fase e de quaisquer novas cargas permanentes que foram aplicadas.

Estes carregamentos podem ser mais facilmente compreendidos através do exemplo de uma viga com cinco cabos: C1 a C5. Tem-se duas fases de protensão: os cabos C1 a C3 são protendidos aos 7 dias e os cabos C4 e C5 aos 14 dias. No ato da protensão dos primeiros cabos a viga irá descolar da forma, permitindo que a carga de peso-próprio atue. Também, após a segunda rodada de protensões, uma sobrecarga permanente é aplicada. Neste caso oito combinações serão criadas para calcular as perdas por deformação elástica:

- uma para o cabo C1 na primeira fase, considerando os esforços devido à protensão dos cabos C2 e C3 e ao peso-próprio;

- uma para o C2 também na primeira fase, com a protensão apenas do cabo C3 e o peso-próprio;
- uma para o cabo C3 ainda na primeira fase, considerando o peso-próprio;
- três combinações idênticas para os cabos C1 a C3 na segunda fase, apresentando a protensão dos cabos C4 e C5 e a sobrecarga;
- uma combinação para o cabo C4, considerado a protensão do cabo C5 e a sobrecarga;
- uma combinação para o cabo C5, que apresenta apenas a sobrecarga;

Para cada fase  $f$  pode-se então utilizar a combinação correspondente para calcular as perdas por deformação elástica do concreto para cada cabo como

$$\Delta\lambda_{i,f} = -\frac{\alpha_p}{\sigma_{p0}} \left( \frac{N_i}{A_i} + \frac{M_i \cdot e_i}{I_i} \right) \quad (3-14)$$

onde

$N_i$  é positiva quando de compressão;

$e_i$  é a excentricidade do centroide em relação ao cabo sofrendo perdas. É positiva se o cabo estiver acima do centroide.

### 3.6.2.3

#### Fluência do concreto

O cálculo das perdas por fluência do concreto é a parte mais complexa do **Prestress**. Enquanto todos os outros cálculos isolam os efeitos das diferentes fases, permitindo que o cálculo seja feito considerando apenas os novos esforços, a fluência é, por definição, dependente dos esforços aplicados em fases anteriores. Como a data da aplicação da carga é essencial à solução, não se pode simplesmente criar uma combinação de todas as cargas anteriores. Isto significa que para cada fase é necessário percorrer todas as fases anteriores para obter os carregamentos e as datas de aplicação.

A perda por fluência do concreto no método incremental, assim como todas as demais perdas progressivas (não a perda por deformação elástica do concreto), é discretizada em intervalos. Para calcular a protensão atuante em uma fase  $f_i$ , é necessário calcular apenas a perda que ocorre no intervalo entre esta e a fase  $f_{i-1}$ . Esta perda, no entanto, ocorre devido a todas as cargas anteriormente aplicadas. É então necessário percorrer todas as fases, desde a primeira até a  $f_{i-1}$ , e calcular o efeito dos carregamentos aplicados em cada uma.

---

```

1  $f_i$  = Fase a calcular
  // Início e fim do período considerado
2  $\tau_{i-1}$  = Idade fictícia do concreto na fase  $f_{i-1}$ 
3  $\tau_i$  = Idade fictícia do concreto na fase  $f_i$ 
4 para  $j = 1$  até  $i-1$  faça
    // Instante da aplicação dos carregamentos da fase  $f_j$ 
5     $\tau_j$  = Idade fictícia do concreto na fase  $f_j$ 
6    para cada Cabo existente na fase  $f_i$  faça
7        se  $Fase\ f_j = f_{i-1}$  então
            //  $f_i$  = fase após a aplicação da carga da  $f_j$ 
8             $\phi_a \leftarrow$  Equação (3-15)
9             $\phi_d \leftarrow$  Equação (3-16)
10        senão
11             $\phi_a = 0$ 
12             $\phi_d \leftarrow$  Equação (3-17)
13        para cada Seção do cabo faça
14             $\phi \leftarrow$  Equação (2-47)
15             $\Delta\sigma_p \leftarrow$  Equação (2-44)

```

---

Figura 3.18: Cálculo das perdas por fluência do concreto para uma fase

---

O programa cria algumas combinações de carga para acelerar o cálculo. Para cada fase da estrutura gera-se uma combinação com as novas cargas permanentes e outra com os carregamentos equivalentes dos cabos protendidos nesta fase. Estas combinações permitem que o programa adote o procedimento apresentado na Figura 3.18. Após o cálculo das perdas progressivas nesta fase, os carregamentos equivalentes dos cabos são substituídos por outros que incluem estas perdas, de tal forma que na fase seguinte, os esforços da protensão são (normalmente) menores que os originais.

Para clarificar, consideremos o exemplo de uma viga com apenas um cabo e quatro fases. Na primeira fase, o cabo é protendido, sofrendo perdas por atrito e encunhamento da ancoragem (neste caso não há perdas por deformação elástica do concreto). Um carregamento equivalente  $Q_{C1,1}$  baseado na tensão do cabo no final da primeira fase é aplicado e adotado na segunda fase para o cálculo das perdas progressivas no intervalo  $t_1$  a  $t_2$ . O carregamento é então substituído por  $Q_{C1,2}$ , que é (normalmente) menor que  $Q_{C1,1}$  uma vez que considera as perdas até o final da segunda fase. Os esforços oriundos deste carregamento são utilizados na terceira fase, entre  $t_2$  e  $t_3$  mas lembrando que o cabo foi protendido em  $t_1$ . Para a quarta fase, o processo simplesmente se repete. Como os esforços da protensão do mesmo cabo são reduzidos ao longo do tempo, as perdas também serão reduzidas, permitindo assim que a interação das perdas progressivas seja considerada.

O método apresentado na Seção 2.3.2.1 é resumido pela Equação (2-46), que apresenta uma soma de três parcelas de fluência. Cada uma destas teve de ser considerada de forma distinta neste método incremental de perdas. A solução adotada para cada parcela é apresentada a seguir.

A parcela rápida  $\phi_a$  ocorre nas primeiras 24 horas. O programa deve então verificar se a fase atual de cálculo é a primeira após a protensão do cabo. Se for, esta parcela deve ser considerada de acordo com a Equação (3-15). Senão, já foi calculada em uma fase anterior e deve agora ser desconsiderada. Esta equação é idêntica à Equação (2-48) com excessão das condições para cada caso. A equação original apresenta uma região  $f_{ck} \in (45,50)$ MPa que não é considerada. A modificação nas condições permite considerar concretos nesta faixa. A favor da segurança, tais concretos caem no segundo caso que gera perdas maiores.

$$\phi_a(t_0) = \begin{cases} 0,8(1 - \beta_1(t_0)) & \text{para } f_{ck} \in [20,45]\text{MPa} \\ 1,4(1 - \beta_1(t_0)) & \text{para } f_{ck} \in (45,90]\text{MPa} \end{cases} \quad (3-15)$$

A parcela lenta reversível  $\phi_{d\infty} \cdot \beta_d$  é dada na norma pela Equação (2-53), que teve que ser modificada para o método incremental. Uma peculiaridade da equação original é que para um intervalo infinitesimal de tempo entre a aplicação da carga e o momento desejado, esta parcela é igual a  $2/7$ , e não nula como seria de se esperar de uma parcela lenta. Por este motivo se torna necessário separar a primeira fase após a protensão das seguintes.

#### Primeira fase após protensão

$$\phi_d = 0,4 \frac{\tau_1 - \tau_0 + 20}{\tau_1 - \tau_0 + 70} \quad (3-16)$$

#### Demais fases

$$\phi_d = 0,4 \left( \frac{\tau_i - \tau_0 + 20}{\tau_i - \tau_0 + 70} - \frac{\tau_{i-1} - \tau_0 + 20}{\tau_{i-1} - \tau_0 + 70} \right) \quad (3-17)$$

A parcela lenta irreversível  $\phi_{f\infty} (\beta_f(\tau_i) - \beta_f(\tau_{i-1}))$  é definida na norma pelas Equações (2-49) e (2-52). Esta não teve que ser alterada para permitir o cálculo incremental, uma vez que já é obtida pela diferença entre dois instantes. Só é necessário alterar a definição de  $\tau_0$  para que este seja o início do intervalo desejado e não necessariamente o momento de aplicação da carga. Temos então que esta parcela no intervalo entre  $\tau_i$  e  $\tau_{i-1}$  é igual a

$$\phi_f = \phi_{f\infty} (\beta_f(\tau_i) - \beta_f(\tau_{i-1})) \quad (3-18)$$

Como as fases podem apresentar umidades (e logo espessuras fictícias) diferentes, os coeficientes de  $\phi_{f\infty}$  e  $\beta_f(\tau)$  podem variar ao longo da vida da estrutura, alterando de forma significativa a trajetória desta parcela no tempo.

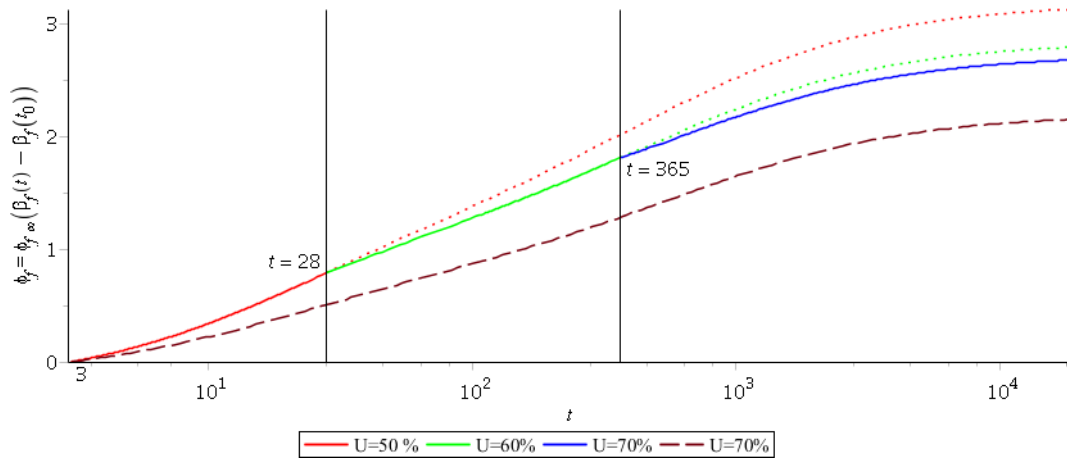


Figura 3.19: Perda incremental por fluência lenta irreversível. As cores representam diferentes intervalos de tempo. Com o aumento da umidade ao longo do tempo, a fluência final é reduzida. Desconsiderar a variação da umidade ao longo do tempo, porém, pode levar a resultados imprecisos.

A Figura 3.19 apresenta um exemplo fictício de uma viga em um ambiente progressivamente mais úmido. Para comparação, também é apresentado a curva considerando apenas a umidade da última fase, que corresponde a tudo exceto o primeiro ano da vida da estrutura. Observe que a fluência final é aproximadamente 25% maior quando a baixa umidade no primeiro ano é considerada.

Para calcular a fluência no intervalo entre as fases  $f_i$  e  $f_{i-1}$ , o programa deve então calcular  $\phi(\tau_i, \tau_{i-1})$  para cada fase  $f_j$  anterior a  $f_i$ . Tendo este valor, o **Prestress** pode então adotar os esforços da combinação da fase  $f_j$  e aplicar a Equação (2-44), seguida por

$$\Delta\lambda_i = \frac{\Delta\sigma_{p,i}}{\sigma_{p0}} \quad (3-19)$$

#### 3.6.2.4

##### Retração do concreto

O método para o cálculo das perdas oriundas da retração do concreto apresentado na Seção 2.3.2.2 não apresenta complexidade de implementação. Isso se deve ao fato do cálculo pela norma já ser feito entre  $t$ , o instante desejado, e  $t_0$ , um instante qualquer a partir do qual a retração deve ser considerada. É então apenas necessário repetir o cálculo já apresentado para os intervalos entre as fases. Para cada intervalo entre  $t_i$  e  $t_{i-1}$ , as perdas por retração são obtidas por

$$\epsilon_{cs}(\tau_i, \tau_{i-1}) = \epsilon_{cs\infty} [\beta_s(\tau_i) - \beta_s(\tau_{i-1})] \quad (3-20)$$

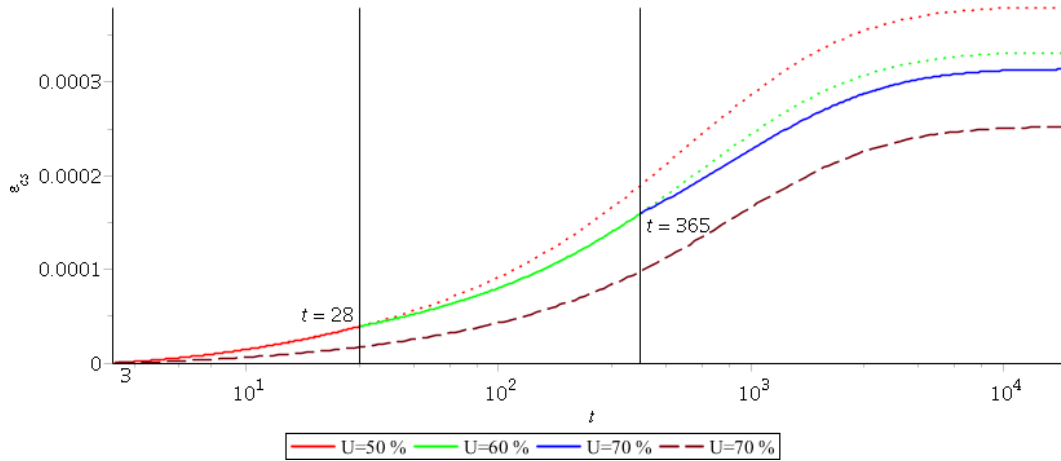


Figura 3.20: Deformação incremental por retração do concreto. As cores representam diferentes intervalos de tempo. Com o aumento da umidade ao longo do tempo, a retração final é reduzida. Desconsiderar a variação da umidade ao longo do tempo, porém, pode levar a resultados imprecisos.

$$\Delta\lambda = \frac{\epsilon_{cs}(\tau_i, \tau_{i-1}) \cdot E_p}{\sigma_{p0}} \quad (3-21)$$

A Figura 3.20 apresenta a deformação por retração de uma viga em um ambiente de umidade variável. Há também uma curva desconsiderando a alteração de umidade no primeiro ano cuja retração final é aproximadamente 24% inferior à obtida pelo cálculo incremental. Fica clara a necessidade de considerar as possíveis alterações ambientais ao longo da vida-útil da estrutura.

Há, no entanto, uma observação a ser feita em relação ao cálculo da retração pelo **Prestress**. A deformação por retração do concreto é uma função das condições de contorno da viga. No caso de uma viga protendida engastada à múltiplos pilares, por exemplo, o encurtamento do concreto por retração é restringido. A redução da deformação por retração não é considerada pelo **Prestress**, que assume que a viga não apresenta restrição ao deslocamento axial. Esta hipótese, porém, é a favor da segurança, uma vez que implica em maiores perdas de protensão.

### 3.6.2.5

#### Relaxação do aço

O método apresentado na Seção 2.3.2.3 é de fácil implementação devido à sua simplicidade. Este método, porém, não permite o cálculo incremental e logo teve de ser adaptado. Mesmo assim, a implementação não é complexa.

Para obter a diferença da relaxação que ocorre na fase  $i$ , adotou-se

$$\psi_i = \psi_{1000, i-1} \left( \left( \frac{24(t_i - t_0)}{1000} \right)^{0,15} - \left( \frac{24(t_{i-1} - t_0)}{1000} \right)^{0,15} \right) \quad (3-22)$$



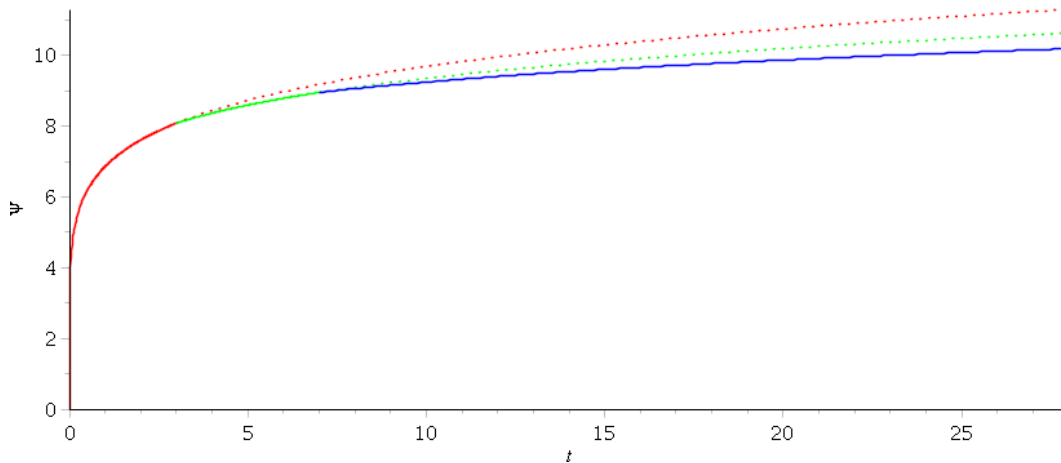


Figura 3.21: Perdas incrementais por relaxação do aço. As cores representam diferentes intervalos de tempo. Desconsiderando a influência das demais perdas progressivas, as perdas por relaxação seguem o pontilhado vermelho

onde  $\psi_{1000,i-1}$  é a relaxação teórica após mil horas para a tensão atuante na fase anterior e  $t_0$  é a data da protensão do cabo. É importante notar que o valor de  $\psi_{1000,i-1}$  deve ser obtido considerando apenas as perdas prévias por deformação elástica, fluência e retração do concreto, sem o efeito da relaxação.

A motivação por trás disto é melhor demonstrada através de um simples exemplo. Imagine uma viga que não apresenta quaisquer perdas a não ser às devido à relaxação. Se esta viga for calculada para obter apenas o resultado final no final da sua vida útil, este será de aproximadamente  $2,5\psi_{1000}$  (ver Seção 2.3.2.3). Se a mesma viga for calculada pelo método incremental com múltiplas fases intermediárias, a perda deve ser idêntica. Se, no entanto, as perdas por relaxação em fases anteriores forem consideradas, a tensão em cada fase e logo o valor de  $\psi_{1000}$  serão reduzidos, alterando o resultado final a um valor incorreto.

Este método permite considerar a perda de tensão que ocorre devido às outras perdas progressivas (incluindo aqui as perdas por deformação elástica do concreto). O valor de  $\psi_{1000}$  é função da tensão atuante no cabo, logo as demais perdas reduzem esta constante e logo as perdas por relaxação ao longo do tempo. A Figura 3.21 apresenta um exemplo fictício deste método, separado em três fases com valores progressivamente menores de  $\psi_{1000}$ .

Vale mencionar que o valor de  $\psi_{1000}$  adotado pelo programa não é obtido da Tabela 8.3 da NBR 6118,<sup>1</sup> mas sim das seguintes equações polinomiais  $\left(x = \frac{\sigma}{f_{ptk}}\right)$ .

#### Relaxação normal

$$\psi_{1000} = 2,5x^3 - 4,5x^2 + 3,025x - 0,7 \quad (3-23)$$

## Relaxação baixa

$$\psi_{1000} = -\frac{1}{6}x^3 + 0,25x^2 + \frac{2}{300}x - 0,045 \quad (3-24)$$

Estas equações percorrem os mesmos valores descritos na tabela. Entre estes pontos as curvas são conservadoras, sempre apresentando valores maiores, mas com menos de 1% de erro.

A Seção 2.3.2.3 nota que a temperatura é uma variável de grande impacto no cálculo da relaxação do aço. Embora seja um dos parâmetros dados pelo usuário, o **Prestress** não considera a temperatura nos cálculos de relaxação, uma vez que a NBR 6118<sup>1</sup> não apresenta um método para considerar este efeito.

### 3.7

#### Verificação em serviço

Após calcular todas as perdas de protensão conforme a Seção 3.6, o **Prestress** deve verificar a protensão ao ELS. Para tal, o programa cria um carregamento no **Robot** para cada fase da vida-útil da estrutura. Cada um destes *loadcases* contém os carregamentos equivalentes de todos os cabos atuantes na estrutura na respectiva fase, independente de quando foram protendidos. O carregamento equivalente de cada cabo em uma determinada fase considera todas as perdas que ocorreram até aquele momento, incluindo as perdas por deformação elástica devido a protensão de cabos na fase desejada.

Por exemplo, consideremos uma viga com um cabo protendido no instante  $t_1$  e outro no instante  $t_2$ , com o fim da vida útil em  $t_3$ . Na fase  $f_1$  o programa criará uma carga considerando apenas o primeiro cabo após as perdas por atrito e encunhamento das ancoragens. Na fase  $f_2$  outra carga terá o carregamento do segundo cabo, considerando o efeito destas mesmas perdas, e do primeiro cabo, agora reduzido pelas perdas progressivas entre  $t_1$  e  $t_2$  e por deformação elástica do concreto devido à protensão do segundo cabo. A fase  $f_3$  será carregada com ambos os cabos sofrendo o acréscimo de perdas progressivas entre  $f_2$  e  $f_3$ .

Após resolver o modelo, o **Robot** então terá os esforços totais devido à protensão em cada fase da vida da estrutura. Com estes, o **Prestress** pode adotar os métodos apresentados na Seção 2.4.2 para fazer a verificação ao ELS.

O resultado desta verificação é uma planilha Excel 2010 (extensão .xlsx). A planilha contém uma folha com dados gerais do projeto e para cada fase uma folha com os carregamentos aplicados na fase e as tensões atuantes na fase. Um exemplo da folha de resultados da primeira fase de cálculo de uma viga pode ser visto na Figura 3.22. Para cada fase, o **Prestress** obtém os esforços devido

à protensão e aos carregamentos permanente e acidental. Ele então percorre as seções de resultados definidos na janela da Figura 3.6 e obtém as tensões atuantes totais nos bordos superior e inferior.

Os esforços permanentes e oriundos da protensão na tabela são prefixados com  $\Delta$ . Isto se deve ao fato das colunas apresentarem apenas a variação destes esforços. Se a próxima fase não apresentar novos carregamentos permanentes, por exemplo, a coluna  $\Delta\text{Perm}$  será nula. Se nesta próxima fase não existirem novos cabos protendidos, no entanto, os esforços  $\Delta\text{Protensão}$  não serão nulos, mas sim iguais à perda que ocorreu entre as fases. Os momentos de protensão apresentados serão então todos positivos (neste caso) e os esforços normais, negativos.

Os esforços de protensão são sempre considerados com uma variação de  $\pm 5\%$ , mesmo que as perdas não tenham consumido 35% da protensão, como indicado pelo item 9.6.1.3 da NBR 6118.<sup>1</sup> Se o total da tensão devido à protensão em um bordo, igual a soma dos  $\Delta\sigma_{\text{Prot}}$  até a fase desejada, for de compressão, este é considerado com  $-5\%$  nas verificações ao ELS-D e ELS-F e  $+5\%$  ao ELS-CE. Se o total for de tração, os sinais são naturalmente opostos.

A coluna “Perm + Prot” apresenta o somatório das tensões permanentes e de protensão até a dada fase. Como o exemplo dado é da primeira fase ( $f = 1$ ), este valor é obtido somando

$$\Delta\sigma_{\text{Perm}+\text{Prot},1} = \Delta\sigma_{\text{Perm},1} + \Delta\sigma_{\text{Prot},1} \quad (3-25)$$

Para as demais fases ( $f > 1$ ), o valor é obtido de forma similar, porém somando a tensão da fase anterior.

$$\Delta\sigma_{\text{Perm}+\text{Prot},f} = \Delta\sigma_{\text{Perm}+\text{Prot},f-1} + \Delta\sigma_{\text{Perm},f} + \Delta\sigma_{\text{Prot},f} \quad (3-26)$$

A tensão total em cada bordo deve ser calculada três vezes, obtendo seu valor para a verificação no ELS-F, ELS-D e ELS-CE. Se algum estado limite não for satisfeito em um bordo de uma seção, este será indicado. O exemplo apresentado, por exemplo, sofre compressão excessiva nos bordos inferiores das seções 4 e 8.

O **Prestress** atenta à possibilidade do ponto  $x$  solicitado ser um ponto de descontinuidade de tensões. Esta descontinuidade pode ocorrer por variações de seção ou pela entrada de cabos intermediários. Caso a seção de resultados desejada seja de entrada ou saída de cabos intermediários ou se os esforços imediatamente à esquerda ou direita diferirem em mais de 5%, dois resultados serão apresentados, um para cada “face” da seção. Os resultados são obtidos para pontos a  $\pm 0,1\%L$  da seção.

Seção	Momentos (kNm)		$\Delta$ Protensão		$\sigma$ Solicitante (MN/m <sup>2</sup> )			$\Delta\sigma$ Prot (MN/m <sup>2</sup> )	$\sigma$ Total (MN/m <sup>2</sup> )				Verificar
	$\Delta$ Perm	Acidental +	M (kNm)	N (kN)	$\Delta$ Perm	Max	Acidental Min		Perm + Prot	ELS-D	Perm + Prot + Acidental ELS-F	ELS-CE	
1	Sup	2.8	2.4	-1500.7	-0.01	0.00	0.00	-8.79	-8.79	-8.35	-8.35	-10.16	-
	Inf				0.01	0.00	0.00	-16.64	-16.63	-15.79	-15.79	-19.21	-
2	Sup	2327.3	726.6	-5377.4	-6.02	0.00	-1.88	2.37	-3.65	-3.53	-3.53	-4.59	-
	Inf				6.15	1.92	0.00	-25.75	-19.60	-17.74	-17.35	-23.59	-
3	Sup	4148.3	1299.4	-7589.2	-10.73	0.00	-3.36	8.52	-2.20	-1.78	-1.78	-3.88	-
	Inf				10.97	3.44	0.00	-31.17	-20.20	-17.61	-16.92	-25.03	-
4	Sup	5450.8	1711.4	-8739.0	-14.09	0.00	-4.42	11.48	-2.61	-2.04	-2.04	-4.82	-
	Inf				14.41	4.52	0.00	-34.22	-19.81	-16.74	-15.83	-25.11	ELS-CE
5	Sup	6232.4	1959.3	-9171.6	-16.12	0.00	-5.06	12.54	-3.57	-2.94	-2.94	-6.11	-
	Inf				16.48	5.18	0.00	-35.42	-18.94	-15.62	-14.58	-24.44	-
6	Sup	6492.9	2044.8	-9196.1	-16.79	0.00	-5.28	12.65	-4.14	-3.50	-3.50	-6.78	-
	Inf				17.17	5.40	0.00	-35.44	-18.27	-14.88	-13.80	-23.77	-
7	Sup	6232.4	1959.4	-9171.7	-16.12	0.00	-5.06	12.55	-3.57	-2.94	-2.93	-6.10	-
	Inf				16.48	5.18	0.00	-35.42	-18.94	-15.61	-14.58	-24.43	-
8	Sup	5450.8	1711.4	-8739.3	-14.09	0.00	-4.42	11.51	-2.58	-2.01	-2.01	-4.80	-
	Inf				14.41	4.52	0.00	-34.19	-19.78	-16.72	-15.81	-25.09	ELS-CE
9	Sup	4148.3	1299.6	-7590.1	-10.73	0.00	-3.36	8.59	-2.14	-1.71	-1.71	-3.82	-
	Inf				10.97	3.44	0.00	-31.11	-20.14	-17.55	-16.86	-24.96	-
10	Sup	2327.3	726.7	-5379.1	-6.02	0.00	-1.88	2.52	-3.50	-3.37	-3.37	-4.44	-
	Inf				6.15	1.92	0.00	-25.61	-19.46	-17.60	-17.22	-23.43	-
11	Sup	2.8	3.6	-1500.7	-0.01	0.00	0.00	-8.79	-8.79	-8.36	-8.35	-10.16	-
	Inf				0.01	0.00	0.00	-16.64	-16.63	-15.79	-15.79	-19.21	-

Figura 3.22: Exemplo de arquivo de resultados para uma fase.