



Luis Arnaldo Mejía Camones

**Simulação Numérica do Processo de
Propagação de Fraturas em Materiais Rochosos
em Condições de Acoplamento Fluidomecânico**

Tese de Doutorado

Tese apresentada como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio.

Orientador : Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Jr.
Co-Orientador: Prof. Gláucio Hermógenes Paulino

Rio de Janeiro
Novembro de 2015



Luis Arnaldo Mejía Camones

**Simulação Numérica do Processo de
Propagação de Fraturas em Materiais Rochosos
em Condições de Acoplamento Fluidomecânico**

Tese apresentada como requisito parcial para a obtenção do Título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Jr.

Orientador

Departamento de Engenharia Civil — PUC-Rio

Prof^a. Deane Mesquita Roehl

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof^a. Raquel Quadros Velloso

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Sergio Augusto Barreto da Fontoura

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Dr. Erick Slis Raggio Santos

CENPES – PETROBRAS

Dr. Marcio Arad Murad

Laboratório Nacional de Computação Científica

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do

Centro Técnico Científico — PUC-Rio

Rio de Janeiro, 30 de Novembro de 2015

Todos os direitos reservados. Proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Luis Arnaldo Mejía Camones

Graduou-se em Engenharia Geológica na Universidade Nacional de Engenharia (Lima, Perú-2003). Possui cursos de especialização em Administração, em Mecânica de Rochas e Geomecânica aplicadas a excavações subterrâneas. Trabalhou na mineração subterrânea nas áreas de Planejamento de Mina, Geologia e Geomecânica. Em 2010 concluiu o Mestrado em Engenharia Civil da PUC-Rio na área de Geotecnia, seguindo as linhas de pesquisa de Mecânica de Rochas e Geomecânica Computacional. Em 2010 ingressou no curso de Doutorado na mesma instituição

Ficha Catalográfica

Mejía Camones, Luis Arnaldo

Simulação numérica do processo de propagação de fraturas em materiais rochosos em condições de acoplamento fluidomecânico / Luis Arnaldo Mejía Camones; orientador: Eurípedes do Amaral Vargas Jr.; co-orientador: Gláucio Hermógenes Paulino. — 2015.

139 f. : il.(color); 30 cm

1. Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil. 2015.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia Civil – Teses. 2. Propagação de fraturas. 3. Fraturamento hidráulico. 4. Modelo PPR. 5. Fratura coesiva. 6. Lattice Boltzmann. I. Vargas Jr., Eurípedes do Amaral. II. Paulino, Gláucio Hermógenes. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. IV. Título.

CDD: 624

Agradecimentos

À Carla, a minha companheira pelo seu amor e carinho, e por ter me dado um filho maravilhoso e uma família.

Aos meus pais e meus irmãos, pelo imenso apoio e carinho.

Ao Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Jr., pela orientação, apoio e incentivo para a realização deste trabalho.

Ao Prof. Gláucio Paulino, pela orientação, apoio e ajuda ao longo do desenvolvimento desta pesquisa durante a minha estadia na Universidade de Illinois em Urbana-Champaign, no grupo de Mecânica Computacional. Também a todos os companheiros do grupo, em especial a Daniel Spring, Heng Chi, Arum L. Gain, Sophie Leon e Tomas Zegard, pela acolhida e ajuda.

À Prof. Raquel Velloso pelo apoio, amizade, e ajuda durante o desenvolvimento deste trabalho.

À CAPES e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado e ao programa Ciências sem Fronteiras por me permitir fazer o Doutorado Sanduíche.

Aos meus colegas da PUC-Rio, meus coterrâneos Luis Fernando e Tania e, aos companheiros da sala, Alonso, José Roberto e Flávia. À todos eles agradeço pela sua amizade e companheirismo.

Ao pessoal do departamento de Engenharia Civil pela ajuda de todos os dias, em particular à Rita por estar sempre disposta a resolver os problemas cotidianos dos alunos.

À todos que contribuíram de alguma forma para o desenvolvimento deste trabalho.

Resumo

Mejía Camones, Luis Arnaldo; Vargas Jr., Eurípedes do Amaral; Paulino, Gláucio Hermógenes. **Simulação Numérica do Processo de Propagação de Fraturas em Materiais Rochosos em Condições de Acoplamento Fluidomecânico**. Rio de Janeiro, 2015. 139p. Tese de Doutorado — Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Esta pesquisa aborda o processo de fraturamento hidráulico ou processo de propagação de fraturas em rocha através da injeção de um fluido sob pressão, o que gera fissuras no material que se propagam de acordo com a quantidade de fluido injetado. Esta técnica leva a um incremento da transmissividade hidráulica da rocha e, como consequência, ocorre um incremento da produção de óleo. Diversos trabalhos analíticos e numéricos têm sido propostos para estudar o mecanismo de fratura, geralmente baseados em meios contínuos ou através da utilização de elementos de interface em uma trajetória de propagação conhecida. Neste trabalho, a propagação de uma fratura é simulada utilizando o modelo potencial PPR[72] através da sua implementação extrínseca. Assim, os elementos coesivos de interface são inseridos na malha de elementos finitos de forma adaptativa para capturar o processo de fraturamento. A pressão do fluido é simulada utilizando o modelo de lattice-Boltzmann[84]. Através de um processo iterativo, os contornos da fratura, computados utilizando o método dos elementos finitos, são transferidos para o modelo de lattice-Boltzmann como uma condição de contorno. Assim, a força que o fluido exerce nestes contornos, gerada pela injeção do fluido, pode ser calculada. Estas forças são utilizadas no modelo de elementos finitos como uma força externa aplicada nas faces da fratura. A nova posição das faces da fratura é calculada e transferida novamente para o modelo de lattice-Boltzmann como condição de contorno. Este processo iterativo fluido-estrutura permite modelar o processo de fraturamento hidráulico em trajetórias de propagação irregulares.

Palavras-chave

Propagação de fraturas; Fraturamento hidráulico; Modelo PPR; Fratura coesiva; Lattice Boltzmann.

Abstract

Mejía Camones, Luis Arnaldo; Vargas Jr., Eurípedes do Amaral (Advisor); Paulino, Gláucio Hermógenes. **Numerical Simulation of the Crack Propagation Process in Rock Material under Fluid-mechanic Coupling Condition**. Rio de Janeiro, 2015. 139p. Tese de Doutorado — Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This research addresses hydraulic fracturing or hydro-fracking, i.e. fracture propagation process in rocks through the injection of a fluid under pressure, which generates cracks in the rock that propagate according to the amount of fluid injected. This technique leads to an increase of the hydraulic transmissivity of the rock mass and, consequently, improves oil production. Several analytical and numerical models have been proposed to study this fracture mechanism, generally based in continuum mechanics or using interface elements through a known propagation path. In this work, the crack propagation is simulated using the PPR potential-based cohesive zone model[72] by means of an extrinsic implementation. Thus, interface cohesive elements are adaptively inserted in the mesh to capture the softening fracture process. The fluid pressure is simulated using the lattice Boltzmann model[84] through an iterative procedure. The boundaries of the crack, computed using the finite element method, are transferred to the lattice Boltzmann model as boundary conditions, where the fluid pressure (or fluid forces) applied on these boundaries, caused by the fluid injected, can be calculated. These forces are then used in the finite element model as external forces applied on the faces of the crack. The new position of the crack faces is then calculated and transferred to the lattice-Boltzmann model to update the boundary conditions. This feedback-loop for fluid-structure interaction allows modeling of hydraulic fracturing processes for irregular path propagation.

Keywords

Crack propagation ; Hydraulic fracturing ; PPR Model ; Cohesive fracture ; Lattice Boltzmann.

Sumário

1	Introdução e Motivação	16
1.1	Objetivos	18
1.2	Organização da Tese	19
2	Revisão Bibliográfica	21
2.1	Fraturamento hidráulico	21
2.2	Modelos matemáticos	23
2.2.1	Fraturamento hidráulico no regime viscoso	27
2.2.2	Fraturamento hidráulico no regime tenaz	28
2.3	Modelos numéricos	29
3	Metodologia	39
3.1	O fraturamento em materiais rochosos	39
3.2	Modelos de fraturamento para materiais quase-frágeis	41
3.2.1	Modelo de banda de fissuramento	43
3.2.2	Modelo de fratura coesiva (MFC)	47
3.2.3	Modelos híbridos aplicados à modelagem da propagação de fraturas.	49
3.3	O modelo potencial PPR (Park-Paulino-Roesler)	50
3.4	Modelo de lattice-Boltzmann	54
3.4.1	Aproximação BGK (Bhatnagar-Gross-Krook)	56
3.4.2	Condições de contorno	59
3.5	Acoplamento Fluidomecânico	62
4	Implementação	63
4.1	Implementação do modelo mecânico	63
4.1.1	Resultados iniciais do modelo mecânico	70
4.2	Implementação do modelo de fluxo (LB)	84
4.2.1	Resultados iniciais do modelo de fluxo (LB)	85
4.3	Procedimento do acoplamento MEF-LB	90
4.4	Condição de invasão do fluido	92
5	Resultados	94
5.1	Verificação da metodologia de acoplamento numérico MEF-LB (Modo I)	94
5.2	Validação da metodologia de acoplamento numérico MEF-LB (Modo I)	98
5.2.1	Simulação numérica do processo de fraturamento hidráulico no regime viscoso	98
5.2.2	Simulação numérica do processo de fraturamento hidráulico no regime tenaz	105
5.3	Simulação numérica do fraturamento hidráulico no modo misto de ruptura (Modo I-II)	113
5.3.1	Fraturamento hidráulico em um campo com tensões cisalhantes	113
5.3.2	Fraturamento hidráulico em um meio com descontinuidades	117
5.3.3	Fraturamento hidráulico em meios heterogêneos	124

6	Conclusões e Sugestões	127
	Referências Bibliográficas	131

Lista de figuras

1.1	Distribuição de um fluido em uma estrutura porosa[84]. Em vermelho são representados os grãos do meio; em azul é representado o fluido	17
1.2	Velocidade do fluxo de um fluido pelo interior de uma fratura rugosa[21]	18
2.1	Esquema da técnica do fraturamento hidráulico	22
2.2	Geometria típica de uma fratura gerada hidraulicamente	23
2.3	Representação esquemática dos modelos de fraturamento hidráulico. a) Modelo PKN, b)Modelo KGD[33], c)Modelo radial[33]	24
2.4	a) Elementos enriquecidos ao longo da fratura e na sua ponta[86]. b)Modelo do fluido dentro da fratura[14]. c) Configuração da malha de elementos finitos na representação da ponta da fratura pelo XFEM[52]. d)Contorno ao redor da ponta da fratura mostrando o valor das funções de peso variando de zero (azul) a um (vermelho)[81]	30
2.5	Modelagens numéricas do fraturamento hidráulico utilizando o modelo de fratura coesiva (MFC). a.1) Modelo de fratura coesiva[28]. a.2) Elementos de fraturas de 4 e 6 nós para modelagem bi-dimensional de uma fratura e de 6 e 16 nós para modelagem tridimensional[28]. b.1) Modelo bi-linear coesivo de fratura[15]. b.2) Esquema do fluxo no interior da fratura[15]. C.1) Fluxo dentro do elemento coesivo[76]. c.2) Modelo linear coesivo de fratura[76]. c.3) Propagação de fratura paralela à direção da tensão horizontal maior[76]. d.1) Modelo exponencial coesivo de fratura[88]. d.2) Modelo bi-linear coesivo de fratura[88]. d.3) Esquema do modelo implementado por Yao[88]	33
2.6	Modelagens numéricas do fraturamento hidráulico através do modelo de fratura coesiva (MFC). a.1) Modelo linear coesivo de fratura[13]. a.2) Representação da zona coesiva no modelo KGD[13]. b.1) Modelo de zona coesiva com poropressão[39]. b.2) Configuração da poropressão devido ao processo de fraturamento[39]. c.1) Modelo bi-linear da zona de fratura coesiva[7]. c.2) Variação da abertura da fratura com o aumento da tensão confinante[7] no modelo radial. c.3) Variação do raio da fratura com o aumento da tensão confinante[7]. d.1) Geometria básica do problema do fraturamento hidráulico onde o fluxo não acompanha a ponta da fratura, gerando um vazio com a frente do líquido[42]. d.2) Evolução da fratura[42]	34

2.7	a.1) Elementos poligonais tipo "Voronoi" (o lado do elemento é definido pelo reta ortogonal na metade da distância entre dois pontos)[82]. a.2) Fratura hidráulica obtida na simulação numérica[82]. b.1) Diferentes tipos de arranjos de blocos e fraturas (2 sistemas ortogonais, 2 sistemas de fraturas descontínuas, 2 sistemas de fraturas diagonais e sistema poligonal aleatório)[16]. b.2) Fraturamento hidráulico. Em vermelho, a infiltração do fluido e em preto, a fratura hidráulica[16]	36
2.8	a.1) Modelo de interpolação do modelo de lattice-Boltzmann para contornos móveis[85]. a.2) Evolução do fraturamento hidráulico simulado através do acoplamento MED-LB. b.1) Modelo de fratura coesiva para o Modo I e Modo II de ruptura na implementação do acoplamento MEF-MED[57]. b.2) Representação do sólido no MEF-MED[57]. b.3) Modelo conceitual do fraturamento hidráulico no MEF-MED [57]. b.4) Padrões de fraturamento hidráulico para diferentes condições iniciais de tensão de confinamento[57]	38
3.1	Ilustração esquemática do processo de fratura coesiva (Adaptado de Whittaker[87])	40
3.2	Modos básicos de ruptura associados ao deslizamento relativo das superfícies da fissura. O Modo I ou ruptura por tração; o Modo II ou ruptura por cisalhamento; e o Modo III ou ruptura por rasgamento	41
3.3	Modelo fictício de fratura, a) resposta total do modelo; b) abertura da fissura[49]	43
3.4	Modelo de banda de fissuramento, a) esquema da banda de fissuramento; b) curva tensão-deformação da banda de fissuramento	44
3.5	Modelo de banda de fissuramento[49], a) banda de fissuramento fixa; b) banda de fissuramento rotativa	45
3.6	Critérios para a atualização da topologia na introdução de uma fissura[49], a) Determinação da direção da fissura; b) fissura intra-elemento; c) fissura inter-elemento	46
3.7	Modelo de fratura coesiva (MFC) (adaptado de Mahabadi[58])	47
3.8	Relação tensão-deformação no amolecimento proposto por Munjiza[65]	50
3.9	Parâmetros de forma do modelo PPR no caso do modelo extrínseco	51
3.10	Procedimento de inserção de elementos de interface no modelo extrínseco e duplicação de nó para a formação de uma fissura	52
3.11	Elemento de interface (elemento coesivo) utilizado no modelo PPR[71], a) elemento no sistema global de coordenadas X-Y; b) elemento de interface no sistema local de coordenadas $n-t$	53
3.12	Posição e velocidade de uma partícula antes e depois da aplicação de uma força[64]	55
3.13	Rede D2Q9 (duas dimensões e nove velocidades)[84]	57
3.14	Esquema da sequência de cálculo no modelo de lattice-Boltzmann[63]	59
3.15	Exemplo de campo de fração de sólidos	60
3.16	Esquema da condição de contorno com paredes rígidas localizadas arbitrariamente entre dois nós[51]. A distância q , que define o tipo de interpolação é, definida por $q = r_j - r_w /\delta_x$	61

4.1	Tipos de elementos utilizados na implementação e definição do <i>facet</i> . a) Elemento utilizado na malha de elementos finitos; b) Elemento coesivo implementado; c) Definição do <i>facet</i>	64
4.2	Procedimento de inserção de elementos de interface no modelo extrínseco e duplicação de nó para a formação de uma fissura	66
4.3	Elemento de interface (elemento coesivo) utilizado no modelo PPR[71], a) elemento no sistema global de coordenadas $X-Y$; b) elemento de interface no sistema local de coordenadas $n-t$	67
4.4	<i>Single-edge notched beam test</i> . Modo I de ruptura avaliado com o modelo de banda de fissuramento	70
4.5	Formação da banda de fissuramento e propagação da fissura inicial em quatro estágios	71
4.6	Comparação entre a curva força-deflexão das simulações numéricas do modelo de banda de fissuramento e o resultado do ensaio de laboratório	72
4.7	Possíveis desvios na trajetória da propagação de uma fissura quando esta termina em um nó. a) Ponta da fissura terminando em dois nós, facilitando a formação da banda de fissuramento (cinza). b) Ponta da fissura terminando em um nó que pode levar a desvios na trajetória da propagação(verde-laranja)	72
4.8	Implementação do modelo PPR (adaptado de Lisjak & Grasselli[55])	73
4.9	Verificação da implementação do modelo PPR para a ruptura no Modo I e Modo II	74
4.10	<i>Single-edge notched beam test</i> . Modo I de ruptura avaliado com o modelo de fratura coesiva PPR	75
4.11	a) Propagação da fissura inicial para o ensaio de viga de três pontos no modelo PPR. b) Comparação dos resultados da curva carga-deslocamento do modelo PPR com o ensaio de laboratório e a implementação da banda de fissuramento com rotação	76
4.12	<i>Single-edge notched beam test</i> . Modo misto I-II de ruptura avaliado com o modelo de fratura coesiva PPR	77
4.13	Simulação numérica do ensaio brasileiro com o modelo de fratura coesiva PPR	78
4.14	Simulação numérica do ensaio brasileiro em um material heterogêneo. a) Amostra de rocha granítica[58]. b) Amostra sintética obtida através do processamento da imagem no MatLab. c) Amostra de rocha granítica no final do ensaio. d) Resultado da modelagem numérica através da implementação do modelo coesivo PPR	80
4.15	Simulação numérica da propagação em modo misto (Modo I-II) de uma fratura em ensaio brasileiro para valores do ângulo de inclinação β de 0° , 15° e 30°	82
4.16	Simulação numérica da propagação em modo misto (Modo I-II) de uma fratura em ensaio brasileiro para valores do ângulo de inclinação β de 45° e 60° . d) Valores da tensão de ruptura normalizada	83
4.17	Perfil da velocidade do fluxo entre duas placas paralelas	86
4.18	Perfil de velocidade considerando o modelo de LB incompressível	87

4.19	Definição do problema da variação da pressão de um fluido devido à variação da espessura do canal	88
4.20	Comparação de resultados da variação da pressão do fluido no interior de um canal formado por duas placas paralelas submetido a uma variação da sua abertura.	90
4.21	Esquema do acoplamento MEF-LB utilizando duas malhas. A interação entre ambas metodologias é feita através dos contornos da fratura	91
4.22	Esquema do processo de cálculo do acoplamento MEF-LB. A força aplicada nas paredes da fissura devido a pressão do fluido é aplicada no MEF como uma força externa nos contornos da fissura, modificando a sua posição. A nova posição dos contornos é transferida para o LB, e o processo é reiniciado	92
4.23	Continuidade do fluido na fratura durante a propagação. A força do fluido nos elementos coesivos inseridos só será ativada quando estes forem conectados com a fratura que vem com o fluido	93
5.1	Resultados da simulação numérica do processo de fraturamento hidráulico através do acoplamento MEF-LB. a) Geometria e condições de contorno do problema. b) Curva típica da variação da pressão de injeção do fluido durante o fraturamento hidráulico. c) Resultado da modelagem do fraturamento hidráulico através do acoplamento MEF-LB. d) Curva da variação da pressão de injeção do fluido obtida a partir da modelagem do fraturamento hidráulico através do acoplamento MEF-LB	96
5.2	Evolução da propagação da fratura inicial do modelo devido à injeção de um fluido sob pressão durante o processo de fraturamento hidráulico	97
5.3	Geometria e condições de contorno da modelagem do processo de fraturamento hidráulico através do acoplamento fluidomecânico MEF-LB. A malha do modelo de fluxo é posicionada na parte central do modelo mecânico para capturar a propagação da fratura	99
5.4	Resultado da simulação numérica do fraturamento hidráulico no regime viscoso através do acoplamento fluidomecânico MEF-LB. a) Fratura propagada no final da simulação; b) Curva da pressão do fluido injetado	100
5.5	Evolução da fratura durante o processo de fraturamento hidráulico simulado numericamente através do acoplamento fluidomecânico MEF-LB no regime viscoso ($T=0.1008s$ a $T=0.2015s$)	101
5.6	Evolução da fratura durante o processo de fraturamento hidráulico simulado numericamente através do acoplamento fluidomecânico MEF-LB no regime viscoso ($T=0.2217s$ a $T=0.3224s$)	102
5.7	Resultados da simulação numérica do processo de fraturamento hidráulico no regime viscoso. a) Variação da pressão de injeção com o tempo; b) Pressão do fluido dentro da fratura ao término da simulação	103

5.8	Resultados da simulação numérica do processo de fraturamento hidráulico no regime viscoso. a) Abertura da fratura; b) Comprimento da fratura com o tempo	104
5.9	Resultado da simulação numérica do fraturamento hidráulico no regime tenaz através do acoplamento fluidomecânico MEF-LB. a) Fratura propagada no final da simulação; b) Curva da pressão do fluido injetado	106
5.10	Evolução da fratura durante o processo de fraturamento hidráulico simulado numericamente através do acoplamento fluidomecânico MEF-LB no regime tenaz ($T=0.1008s$ a $T=0.2015s$)	107
5.11	Evolução da fratura durante o processo de fraturamento hidráulico simulado numericamente através do acoplamento fluidomecânico MEF-LB no regime tenaz ($T=0.2217s$ a $T=0.3224s$)	108
5.12	Evolução da fratura durante o processo de fraturamento hidráulico simulado numericamente através do acoplamento fluidomecânico MEF-LB no regime tenaz ($T=0.3426s$ a $T=0.4423s$)	109
5.13	Evolução da fratura durante o processo de fraturamento hidráulico simulado numericamente através do acoplamento fluidomecânico MEF-LB no regime tenaz ($T=0.4635s$ a $T=0.4998s$)	110
5.14	Resultados da simulação numérica do processo de fraturamento hidráulico no regime tenaz. a) Variação da pressão de injeção com o tempo; b) Pressão do fluido dentro da fratura ao término da simulação	111
5.15	Resultados da simulação numérica do processo de fraturamento hidráulico no regime tenaz. a) Abertura da fratura; b) Comprimento da fratura com o tempo	112
5.16	Geometria e condições de contorno da propagação de uma fratura no modo misto (Modo I-II) somente em condições mecânicas. Nesta modelagem não se tem injeção de fluido	114
5.17	Geometria e condições de contorno da modelagem do processo de fraturamento hidráulico em um campo com tensões cisalhantes	115
5.18	Resultados da simulação numérica do processo de fraturamento hidráulico para três valores de tensão imposta. a) Tensão 50kPa; b) Tensão 100kPa; e c) Tensão 200kPa	116
5.19	Geometria e condições de contorno da modelagem do processo de fraturamento hidráulico em um meio com uma descontinuidade preexistente (Caso I)	118
5.20	Resultados do processo de fraturamento hidráulico em um meio com uma descontinuidade. A linha vermelha representa a frente do fluido e a linha verde representa as fraturas (Caso I)	119
5.21	Tensão-YY no momento em que a propagação da fratura inicial (devido à injeção de fluido) se conecta com a descontinuidade preexistente no meio. (Caso I)	120
5.22	Geometria e condições de contorno da modelagem do processo de fraturamento hidráulico em um meio com duas descontinuidades preexistentes inclinadas a 45° (Caso II)	122

5.23	Resultados do processo de fraturamento hidráulico em um meio com duas descontinuidades. A linha vermelha representa a frente do fluido e a linha verde, as fraturas (Caso II)	123
5.24	Geometria e condições de contorno da modelagem do processo de fraturamento hidráulico em um meio com inclusões de um outro material mais rígido	125
5.25	Resultados do processo de fraturamento hidráulico em um meio com inclusões rígidas. A linha vermelha representa a frente do fluido e a linha verde, as fraturas	126

Lista de tabelas

4.1	Propriedades do material utilizado no modelo de banda de fissuramento	70
4.2	Propriedades do material utilizadas na implementação numérica do modelo PPR	74
4.3	Propriedades do material utilizadas na simulação numérica do ensaio brasileiro em um material homogêneo	78
4.4	Propriedades do material utilizadas na simulação numérica do ensaio brasileiro em um material heterogêneo	79
4.5	Propriedades do material utilizadas na simulação numérica do ensaio brasileiro com ruptura em modo misto I-II	81
4.6	Parâmetros utilizados na simulação do fluxo entre duas placas paralelas[84]	86
4.7	Parâmetros utilizados na simulação do fluxo entre duas placas paralelas com paredes móveis.	89
5.1	Parâmetros utilizados no material e no elemento coesivo para o exemplo de verificação	95
5.2	Parâmetros utilizados na simulação do fluxo de um fluido no LB para o exemplo de verificação	95
5.3	Parâmetros utilizados no material e no elemento coesivo na modelagem do processo de fraturamento hidráulico no regime viscoso	98
5.4	Parâmetros utilizados na simulação do fluxo de um fluido no LB na modelagem do processo de fraturamento hidráulico no regime viscoso	99
5.5	Parâmetros utilizados no material e no elemento coesivo na modelagem do processo de fraturamento hidráulico no regime tenaz	105
5.6	Parâmetros utilizados na simulação do fluxo de um fluido no LB na modelagem do processo de fraturamento hidráulico no regime tenaz	105
5.7	Parâmetros utilizados no material e no elemento coesivo na modelagem da propagação de uma fratura em condições de tensões cisalhantes	113
5.8	Parâmetros utilizados na simulação do fluxo de um fluido no LB	115
5.9	Parâmetros utilizados no material e no elemento coesivo na modelagem do fraturamento hidráulico em um meio com descontinuidades	117
5.10	Parâmetros utilizados na simulação do fluxo de um fluido no LB na modelagem do fraturamento hidráulico em um meio com descontinuidades	118
5.11	Parâmetros utilizados no material e no elemento coesivo na modelagem do processo de fraturamento hidráulico em materiais heterogêneos	125
5.12	Parâmetros utilizados na simulação do fluxo de um fluido no LB na modelagem do processo de fraturamento hidráulico em materiais heterogêneos	125

1

Introdução e Motivação

A modelagem numérica do processo de fraturamento hidráulico tem sido abordada por vários autores através de diferentes metodologias, tais como o método dos elementos finitos, dos elementos finitos estendidos, dos elementos discretos, etc, observando-se na maioria dos casos muita informação sobre o fraturamento hidráulico no Modo I de ruptura. No entanto, são encontradas poucas propostas de trabalho orientadas ao desenvolvimento de técnicas de acoplamento numérico fluidomecânico, com a capacidade de reproduzir o processo de fraturamento hidráulico em meios mais representativos do meio geológico. Isto se deve à complexidade do problema. O meio geológico é descontínuo e, dependendo das propriedades do material, uma fratura pode apresentar geometrias complexas, com bifurcações e desvios na trajetória da sua propagação. Esta complexidade geométrica que uma fratura pode desenvolver dificulta a sua modelagem numérica, assim como a implementação de um método numérico que simule o fluxo de um fluido no seu interior.

Neste contexto, pode-se estabelecer dois pontos de partida para o desenvolvimento da pesquisa:

- Adequação de um modelo de fratura que simule numericamente o processo de fraturamento e propagação de fraturas aplicável ao meio geológico.
- Adequação de um modelo numérico que simule o fluxo de um fluido dentro de uma fratura independentemente da sua forma.

Destes pontos, o problema do fluxo é o menos abordado na bibliografia técnica. Observa-se em diferentes trabalhos técnicos um grande esforço por entender a parte mecânica do processo de fraturamento hidráulico, testando diferentes modelos numéricos de fraturamento e validando-os com os modelos analíticos existentes no Modo I de ruptura. Mas, em geral, o problema do fluxo continua sendo abordado utilizando a Teoria da Lubrificação, que é derivada das equações de Navier-Stokes. Assim, pode-se dizer que um dos gargalos para

poder simular numericamente o processo de fraturamento hidráulico em meios geológicos é a modelagem do fluxo do fluido no interior da fratura.

Uma alternativa que pode ajudar a resolver o problema do fluido, no processo de fraturamento hidráulico, é a utilização do modelo de lattice-Boltzmann[90]. Este modelo tem sido utilizado na modelagem de fluxo em meios porosos (Fig. 1.1) e no fluxo em fraturas irregulares (Fig. 1.2). Em ambos os casos, pode-se observar que o fluxo de um fluido pode ser modelado numericamente de forma independente à geometria por onde ele flui, sendo isto uma vantagem para a sua utilização em fraturas em meios geológicos. O modelo de lattice-Boltzmann permite também a modelagem da interação fluido-estrutura, permitindo por exemplo, a modelagem de partículas em suspensão e/ou movimento dentro do fluido[79], onde os contornos das partículas são móveis. Esta característica em particular é importante na modelagem do processo de fraturamento hidráulico, já que durante a propagação de uma fratura, a sua espessura aumenta gradualmente com o aumento da pressão do fluido injetado, representando também um contorno móvel.

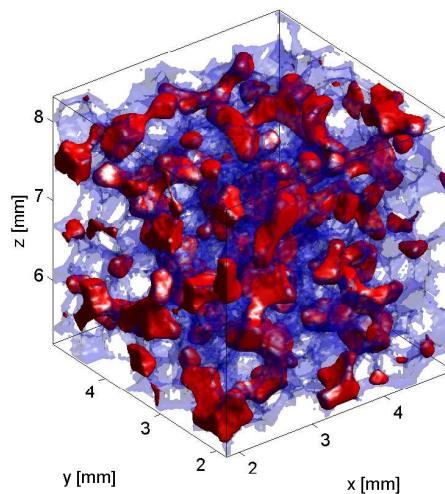


Figura 1.1: Distribuição de um fluido em uma estrutura porosa[84]. Em vermelho são representados os grãos do meio; em azul é representado o fluido

Assim, a principal motivação deste trabalho é desenvolver uma nova técnica de acoplamento fluidomecânico que permita modelar numericamente o processo de fraturamento hidráulico em materiais comparáveis com o meio geológico. Partindo da utilização do modelo de lattice-Boltzmann (devido as suas potencialidades de modelar o fluxo em geometrias complexas), este

trabalho visa desenvolver uma técnica que ajude a melhorar o entendimento do processo de fraturamento hidráulico na mesoescala (escala intermediária entre a microescala e a macroescala), no entanto esperando no futuro poder ser aplicável na escala do poço.

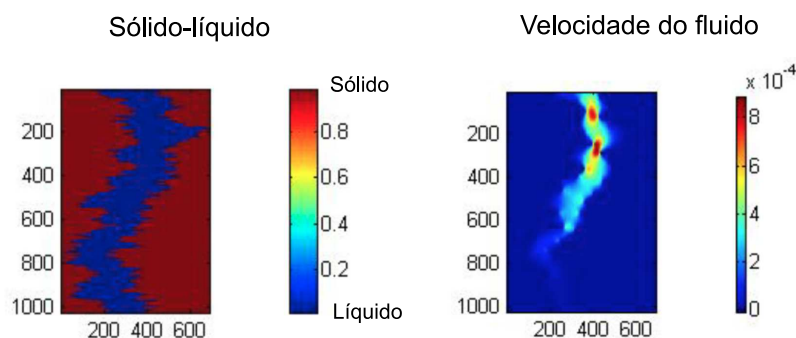


Figura 1.2: Velocidade do fluxo de um fluido pelo interior de uma fratura rugosa[21]

1.1

Objetivos

O objetivo do presente trabalho é desenvolver uma nova ferramenta numérica com acoplamento fluidomecânico que permita modelar o processo de fraturamento hidráulico em materiais geológicos, levando em conta as suas heterogeneidades e/ou descontinuidades. Para isto, o modelo de lattice-Boltzmann será utilizado devido a sua potencialidade para modelar o fluxo de um fluido em geometrias complexas. Na parte mecânica do processo de fraturamento hidráulico, o método dos elementos finitos será implementado para modelar a propagação da fratura. No entanto, pelo fato de a comunicação entre ambos os modelos numéricos propostos ser por meio das paredes ou contornos da fratura, é necessária a implementação de um modelo de fratura que permita inserí-la esta na malha de elementos finitos de forma adaptativa seguindo o seu crescimento.

As etapas que serão desenvolvidas para atingir os objetivos do presente trabalho são:

- Desenvolver um código na linguagem C que modele o fluxo de um fluido utilizando o modelo de lattice-Boltzmann, considerando a condição de contornos móveis.

- Desenvolver um código na linguagem C que modele a propagação de uma fratura utilizando o método dos elementos finitos. Dentro deste modelo será implementado um modelo de fratura que permita observar o seu crescimento desta na malha de elementos finitos.
- Desenvolver uma metodologia de acoplamento entre ambos os modelos, a fim de que a força necessária para gerar a propagação de uma fratura, modelada no método dos elementos finitos, seja gerada pela pressão do fluido injetado, modelado pelo modelo de lattice-Boltzmann.

A principal diferença dessa proposta, em relação a outros trabalhos encontrados na bibliografia técnica, é utilização do modelo de lattice-Boltzmann e o método dos elementos finitos trabalhando de forma acoplada, onde a fratura é inserida de forma adaptativa na malha de elementos finitos.

Com esta ferramenta numérica, serão realizadas simulações numéricas da propagação de uma fratura devido à injeção de um fluido sob pressão através de diferentes meios: um meio homogêneo, um meio heterogêneo e um meio com descontinuidades. A escala de trabalho será a mesoescala (escala intermediária entre a microescala e a macroescala).

1.2

Organização da Tese

A organização da tese é feita da seguinte forma:

- O capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica.
- O Capítulo 3 apresenta as metodologias numéricas estudadas para modelar o processo de fraturamento hidráulico. Assim, será apresentado o modelo de lattice-Boltzmann para modelagem de fluxo de um fluido, e os modelos de fratura que podem ser implementados no método dos elementos finitos para a modelagem da propagação da fratura.
- O Capítulo 4 apresenta a proposta de acoplamento fluidomecânico entre o modelo de lattice-Boltzmann e o método dos elementos finitos, mostrando resultados e validação da técnica proposta.
- O Capítulo 5 apresenta os resultados da simulação numérica do processo de fraturamento hidráulico, comparando resultados com os modelos analíticos encontrados na literatura técnica. Também serão mostrados os resultados da simulação numérica do fraturamento hidráulico em meios

heterogêneos e descontínuos.

- O Capítulo 6 apresenta as conclusões do trabalho e as propostas para trabalhos futuros.

2

Revisão Bibliográfica

Neste capítulo será abordada a revisão bibliográfica sobre a modelagem do processo de fraturamento hidráulico. Desta forma, serão mostrados os modelos analíticos e numéricos propostos por outros autores e que tenham relação com os objetivos deste pesquisa. Assim, para o caso dos modelos analíticos, serão mostradas as premissas importantes neste tipo de modelagem, colocando de forma resumida, algumas formulações importantes que serão utilizadas no momento de validar os resultados obtidos neste trabalho; e para o caso das modelagens numéricas, serão mostradas algumas metodologias propostas encontradas na bibliografia técnica relevantes para esta pesquisa, mostrando algumas conclusões importantes.

2.1

Fraturamento hidráulico

O fraturamento hidráulico é uma técnica comumente utilizada na indústria do petróleo com o objetivo de incrementar a produtividade do poço. A técnica consiste em incrementar, de forma artificial, a transmissividade hidráulica da rocha reservatório através da geração de fissuras dentro dela, produzidas pela injeção de um fluido sob pressão. A injeção do fluido é feita em uma região selada do poço (Fig. 2.1). Esta pressão do fluido injetado tem que ser o suficiente para vencer a tensão de confinamento e a resistência à tração da rocha. Quando a fratura é gerada, uma queda contínua na pressão de injeção é observada, mas a propagação da fratura continua ocorrendo, já que o fluido está sendo injetado para o poço em uma vazão constante. O fluido injetado consiste em uma mistura química especial que carrega um material particulado (comumente areia) que se deposita na fratura e que ao mesmo tempo serve como material de sustentação (propante). O propante atua como agente de sustentação mecânica da fratura quando a pressão do fluido diminui, criando desta forma canais de alta condutividade hidráulica e permitindo ao óleo ou gás fluir livremente para dentro do poço produtor[28].

Diferentes autores têm proposto soluções tanto analíticas como numéricas para entender o problema do fraturamento hidráulico, mas estas soluções tendem a subavaliar a complexidade do problema. No fraturamento hidráulico temos dois materiais com comportamentos completamente diferentes. Por um lado o fluido, cujo comportamento não linear é governado pelas equações de Navier-Stokes, e a rocha, cujas propriedades mecânicas variam espacialmente segundo o seu grau de heterogeneidade. Desta forma, como é possível observar na natureza (ex. veios formados por fluidos hidrotermais), a fratura gerada hidraulicamente, tem uma forma irregular, com aberturas variáveis, apresentando ramificações e, dependendo do tamanho da fratura, esta pode se misturar com outras fraturas preexistentes. O conjunto destes mecanismos impossibilita a proposta de uma solução analítica que considere seus efeitos. No entanto, existem ferramentas numéricas que podem ser avaliadas de forma a poder simular a técnica do fraturamento hidráulico com um número menor de restrições de representatividade geométrica.

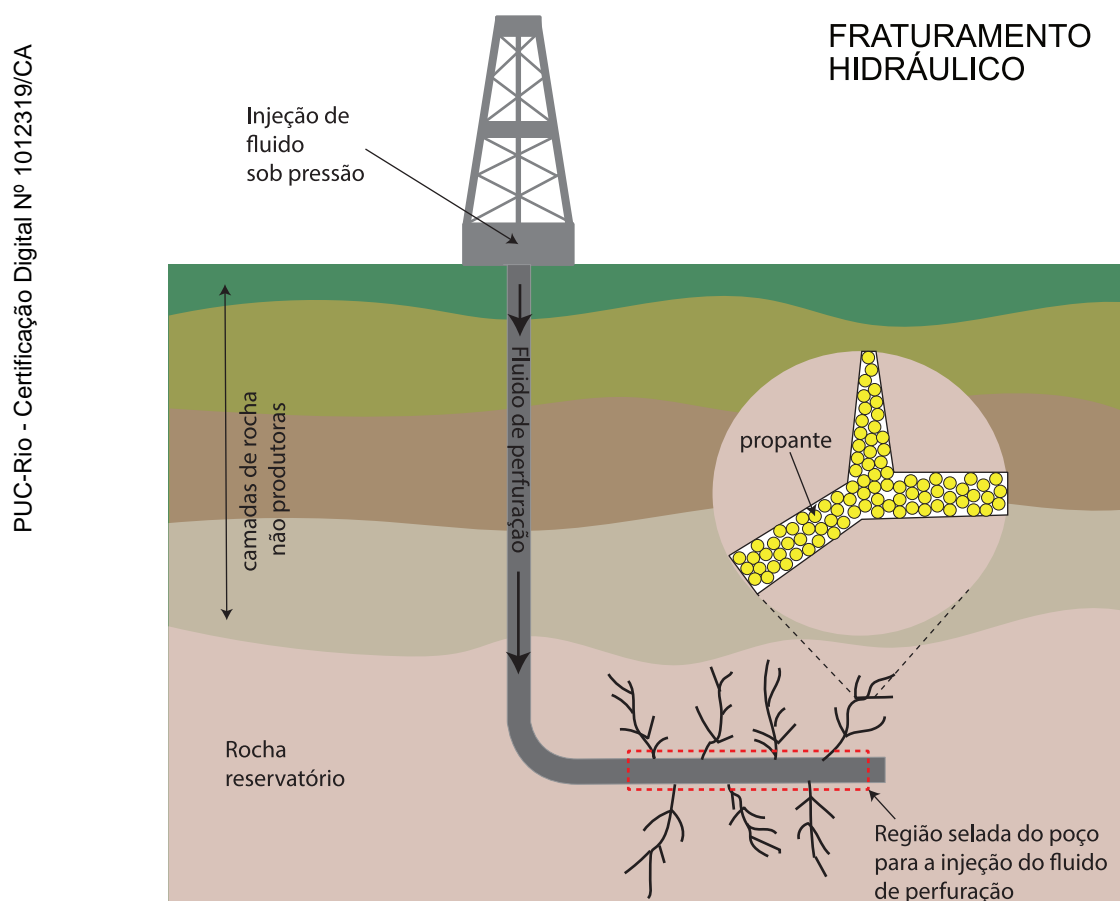


Figura 2.1: Esquema da técnica do fraturamento hidráulico

2.2

Modelos matemáticos

Os modelos matemáticos, desenvolvidos a partir do início dos anos 60[25], tem sido melhorados com os chamados modelos bidimensionais. A partir destes modelos, diferentes trabalhos têm sido propostos para melhorá-los, colocando uma maior quantidade de parâmetros para poder modelar a fratura de uma forma mais representativa, baseando-se na teoria da elasticidade e nas equações de Navier-Stokes. No entanto, observando na Fig. 2.2, estes modelos têm premissas que continuam sendo consideradas, as quais são:

- O meio por onde a fratura se propaga tem que ser homogêneo e isotrópico.
- As deformações do meio são de natureza linear elástica.
- O fluido de fraturamento tem um comportamento viscoso homogêneo.
- O fluxo do fluido dentro da fratura é sempre laminar.
- As geometrias da fratura são simples, sendo de forma retangular (Fig. 2.3a,b) ou radial (Fig. 2.3c).
- A propagação sempre é retilínea, produzida somente pela injeção do fluido (Q_0).

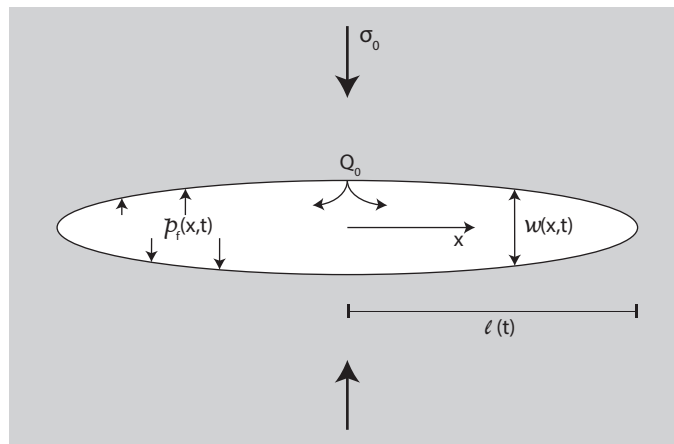


Figura 2.2: Geometria típica de uma fratura gerada hidraulicamente

Os modelos bidimensionais (Fig. 2.3) assumem que a altura da fratura é constante. O modelo "KGD" (de Klerck e Geertsma) considera a altura infinita e é utilizado quando o comprimento da fratura é menor do que a altura. Neste modelo considera-se sempre o estado plano de deformações em qualquer seção horizontal da fratura e a sua seção vertical sempre é retangular. O modelo "PKN" (Perkins e Kern) resulta ser o mais adequado para fraturas alongadas onde o comprimento da fratura é maior do que a sua altura. Neste

caso, considera-se o estado plano de deformações em qualquer seção vertical da fratura, desta forma, a sua seção vertical não é mais retangular. O modelo radial é um modelo bidimensional que simula numericamente o fraturamento hidráulico em condições axissimétricas.

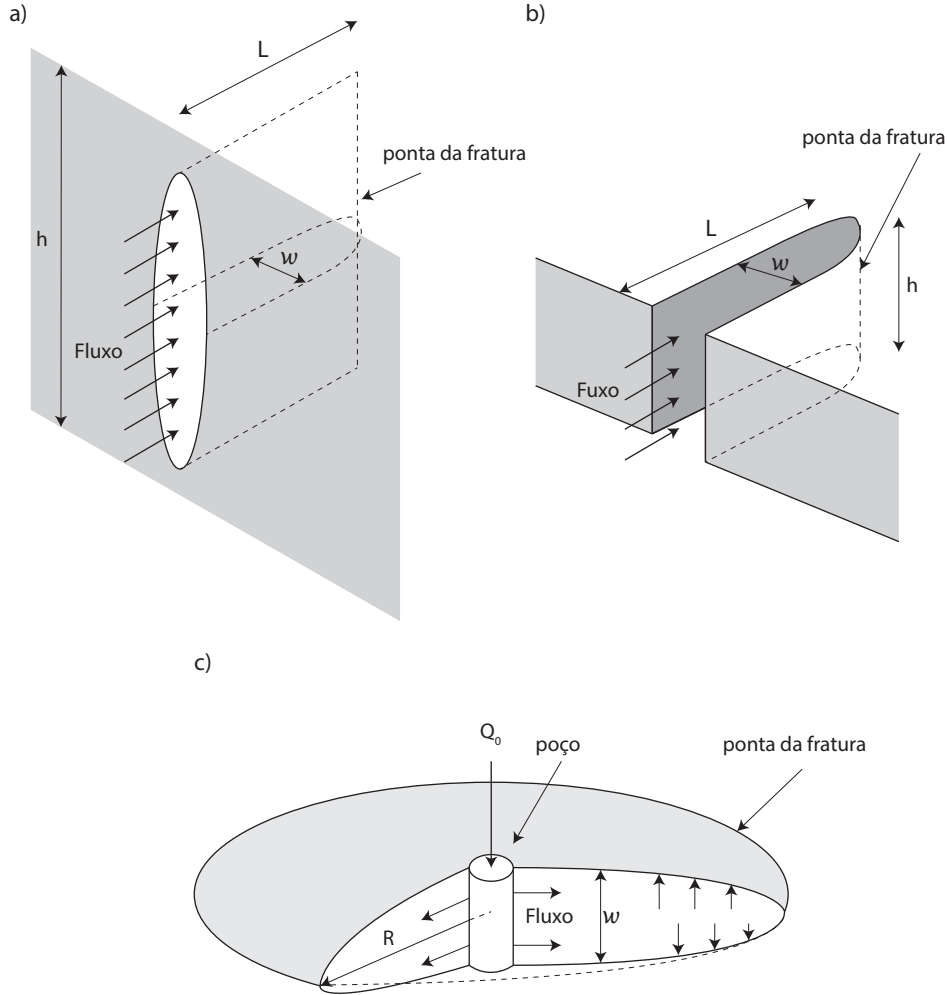


Figura 2.3: Representação esquemática dos modelos de fraturamento hidráulico. a) Modelo PKN, b) Modelo KGD[33], c) Modelo radial[33]

De forma geral, o modelo KGD é utilizado para avaliar metodologias numéricas na modelagem do fraturamento hidráulico na condição bidimensional. Assim, considerando-se um fluido incompressível, laminar entre placas paralelas, newtoniano, e com uma taxa de injeção constante Q_0 , podem ser definidos os seguintes três parâmetros[19,32]:

$$\mu' = 12\mu \quad (2-1)$$

$$E' = \frac{E}{1 - \nu^2} \quad (2-2)$$

$$K' = 4 \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} K_{Ic} \quad (2-3)$$

onde μ é a viscosidade do fluido, E é o módulo de Young do material, ν é a constante de Poisson e K_{Ic} é a tenacidade à fratura. Para simplificar as nomenclaturas, os parâmetros μ' , E' e K' são chamados de viscosidade, módulo de elasticidade e tenacidade respectivamente. Estes parâmetros são importantes no desenvolvimento das equações do modelo analítico, já que estas permitem definir dois regimes de propagação. Assim chama-se de regime viscoso a solução que independe do valor de K' , onde a energia necessária para criar a superfície de fratura é muito menor quando comparada com a energia dissipada no fluido viscoso. Por outro lado, no regime tenaz ou regime da tenacidade, a solução independe do valor de μ' , sendo neste caso a energia de fratura muito maior do que a energia dissipada no fluido viscoso.

Como mostrado por diferentes autores tais como Bungier *et. al.*[12], Detournay[19], Garagash & Detournay[31] e Geertma & Flerck[32], seguindo as premissas mencionadas anteriormente, é possível estabelecer as equações governantes para o fluxo do fluido na fratura, para a abertura da fratura e para o critério de propagação.

Para determinar a equação do **fluxo de fluido na fratura**, considera-se que ela está completamente preenchida pelo líquido. Assim, baseando-se na teoria da lubrificação, o fluxo do fluido dentro da fratura pode ser comparado com o fluxo entre placas paralelas, cuja solução analítica é governada pela lei de Poiseuille, podendo ser escrita como:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_x^{l_f} w dx = q, \quad q = -\frac{w^3}{\mu'} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (0 \leq x < l) \quad (2-4)$$

onde q é a taxa de injeção e p é chamada de pressão líquida, definida por $p = p_f(\text{pressão do fluido}) - \sigma_0(\text{confinamento})$ e w a abertura da fratura. Considerando que não há perdas de fluido para o interior do material, a quantidade de fluido injetado dentro da fratura (vazão do fluido pelo tempo de injeção " $Q_0 t$ ") deve corresponder ao volume da fratura, assim temos:

$$2 \int_0^{l_f} w dx = Q_0 t \quad (2-5)$$

A **abertura da fratura** deve ser relacionada com a pressão do fluido injetado. Segundo Sneddon[79], para $0 < x < l$, a abertura da fratura $w(x, t)$ e a pressão $p(x, t)$ têm que satisfazer a seguinte relação:

$$w = \frac{l}{E'} \int_0^1 p(sl, t) G_p(x/l, s) ds \quad (2-6)$$

Onde,

$$G_p(\xi, s) = -\frac{4}{\pi} \ln \left| \frac{\sqrt{1-\xi^2} + \sqrt{1-s^2}}{\sqrt{1-\xi^2} - \sqrt{1-s^2}} \right| \quad (2-7)$$

ξ e s são valores que dependem da posição do ponto de análise x em relação ao tamanho da fratura l .

Estabelecidas as relações entre a pressão do fluido dentro da fratura e a sua abertura, é necessário estabelecer um critério de ruptura. A **propagação da fratura**, definida pela mecânica da fratura linear elástica, estabelece que um material se fratura no Modo I quando o valor do fator de intensidade de tensão de ruptura no Modo I (K_I), atinge seu valor crítico (K_{Ic}) [87]:

$$K_I = K_{Ic} \quad (2-8)$$

sendo, portanto, importante estabelecer que a propagação da fratura se produz em condições quase estáticas. Assim, de acordo com a teoria da mecânica da fratura linear elástica, o campo de tensões na região próxima da ponta da fratura pode ser caracterizada por uma singularidade quadrática inversa [1], e, portanto, a abertura pode ser expressa pela seguinte relação assintótica na sua ponta [32,45]:

$$w \approx \frac{K'}{E'} (l-x)^{1/2} \quad (l-x \ll l) \quad (2-9)$$

As soluções analíticas para determinar os parâmetros da fratura na propagação por injeção de fluidos (como a abertura da fratura " w ", pressão do fluido " p " e comprimento da fratura " l ") vão depender destas equações governantes. No entanto, para sua resolução, os modelos analíticos consideram estes parâmetros normalizados e trabalhados de forma adimensional. Assim, define-se γ como comprimento da fratura normalizada, Π como pressão do fluido normalizada e Ω como abertura da fratura normalizada [19]; estes parâmetros podem ser calculados pelas seguintes relações:

$$l(t) = L(t) \gamma[\mathcal{P}(t)] \quad (2-10)$$

$$p = \varepsilon(t) E' \Pi[\xi, \mathcal{P}(t)] \quad (2-11)$$

$$w = \varepsilon(t) L(t) \Omega[\xi, \mathcal{P}(t)] \quad (2-12)$$

onde ε e \mathcal{P} são parâmetros adimensionais. A partir destas relações normalizadas, as equações governantes serão:

– Abertura da fratura:

$$\Omega = \gamma \int_0^1 G_p(\xi, s) \Pi(s, t) ds \quad (2-13)$$

– Fluxo de fluido na fratura baseado na teoria da lubrificação:

$$\left(\frac{\dot{\varepsilon}t}{\varepsilon} + \frac{\dot{L}t}{L}\right)\Omega - \frac{\dot{L}t}{L}\xi \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} + \mathcal{P}_t \left(\frac{\partial \Omega}{\partial \mathcal{P}} - \frac{\xi}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\mathcal{P}} \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} \right) = \frac{1}{\mathcal{G}_m \gamma^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\Omega^3 \frac{\partial \Pi}{\partial \xi} \right) \quad (2-14)$$

– Balanço entre o volume do fluido e o volume da fratura:

$$2\gamma \int_0^1 \Omega d\xi = \mathcal{G}_v \quad (2-15)$$

– Critério de ruptura:

$$\Omega = \mathcal{G}_k \gamma^{1/2} (1 - \xi)^{1/2}, \quad 1 - \xi \ll 1 \quad (2-16)$$

Observa-se que são definidos três novos parâmetros adimensionais, \mathcal{G}_v , \mathcal{G}_m e \mathcal{G}_k , que podem ser calculados da forma seguinte:

$$\mathcal{G}_v = \frac{Q_0 t}{\varepsilon L^2}, \quad \mathcal{G}_m = \frac{\mu'}{\varepsilon E' t}, \quad \mathcal{G}_k = \frac{K'}{\varepsilon E' L^{1/2}} \quad (2-17)$$

Assim, utilizando estes novos parâmetros, define-se como regime viscoso quando $\mathcal{G}_v = 1$ e $\mathcal{G}_m = 1$ e, como regime tenaz, quando $\mathcal{G}_v = 1$ e $\mathcal{G}_k = 1$

2.2.1

Fraturamento hidráulico no regime viscoso

Como mencionado anteriormente, o regime viscoso considera que a tenacidade do material não é um parâmetro importante no processo de fraturamento hidráulico. Isto quer dizer que a energia gasta na geração de uma nova superfície de fratura é consideravelmente menor quando comparado com a energia dissipada no fluido viscoso[19]. Considerando que a tenacidade do material é zero, Detournay[19] propõe a seguinte solução para determinar a abertura e a pressão do fluido na fratura:

$$\begin{aligned} \bar{\Omega}_{m0}^{(1)} &= A_0(1 - \xi^2)^{2/3} + A_1^{(1)}(1 - \xi^2)^{5/3} + \\ &+ B^{(1)} \left[4\sqrt{1 - \xi^2} + 2\xi^2 \ln \left| \frac{1 - \sqrt{1 - \xi^2}}{1 + \sqrt{1 - \xi^2}} \right| \right] \end{aligned} \quad (2-18)$$

$$\begin{aligned} \Pi_{m0}^{(1)} &= \frac{1}{3\pi} B \left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3} \right) A_{02} F_1 \left(-\frac{1}{6}, 1; \frac{1}{2}, \xi^2 \right) + \\ &+ \frac{10}{7} A_1^{(1)} {}_2F_1 \left(-\frac{7}{6}, 1; \frac{1}{2}, \xi^2 \right) + B^{(1)} (2 - \pi|\xi|) \end{aligned} \quad (2-19)$$

onde $A_0 = 3^{1/2}$, $A_1^{(1)} \approx -0.156$ e $B^{(1)}$, sendo B a função Beta e ${}_2F_1$ a função hipergeométrica. O subíndice m indica que o regime é o viscoso. Mas, em uma simulação numérica, resulta difícil modelar um material com tenacidade nula (para comparação de resultados obtidos da simulação numérica com os modelos analíticos). O que pode ser feito é impor uma tenacidade baixa no material para permanecer dentro do regime viscoso. Seguindo este critério, a solução numérica no regime viscoso para um material com a tenacidade baixa pode ser obtida a partir da solução proposta por Detournay[19] e modificada por Garagash & Detournay[31], onde a abertura da fratura, pressão interna do fluido e o comprimento da fratura, podem ser calculadas através das seguintes equações:

$$w(x, t) = \frac{\mu'^{1/6} Q_0^{1/2} t^{1/3}}{E'^{1/6}} [\gamma_0 + \mathcal{E}(\mathcal{K})\gamma_1] [\bar{\Omega}_0(\xi) + \mathcal{E}(\mathcal{K})\bar{\Omega}_1(\xi)] \quad (2-20)$$

$$p(x, t) = \frac{\mu'^{1/3} E'^{2/3}}{t^{1/3}} [\Pi_0(\xi) + \mathcal{E}(\mathcal{K})\Pi_1(\xi)] \quad (2-21)$$

$$l(t) = \frac{Q_0^{1/2} E'^{1/6} t^{2/3}}{\mu'^{1/6}} [\gamma_0 + \mathcal{E}(\mathcal{K})\gamma_1] \quad (2-22)$$

onde $\bar{\Omega}_1 = (1 - \xi)^h$, $\Pi_1 = 4^{-1} h \cot(\pi h) (1 - \xi)^{h-1}$, $h \approx 0.138673$, $\gamma_0 \approx 0.6152$, $\gamma_1 \approx -0.01887$, $\mathcal{E}(\mathcal{K}) \approx 0.1076 \mathcal{K}^{3.16796}$ e $\mathcal{K} = (K'/E')(E'/(\mu' Q_0))^{1/4}$.

2.2.2

Fraturamento hidráulico no regime tenaz

No regime tenaz, define-se que a energia gasta na geração de uma nova superfície de fratura é maior do que a energia dissipada pelo fluido viscoso[19]. Para determinar a pressão do fluido, a abertura da fratura e o seu comprimento na sua forma normalizada quando a viscosidade é considerada nula, pode ser utilizado o seguinte conjunto de equações[32]:

$$\Pi_{k0} = \frac{\pi^{1/3}}{8}, \quad \bar{\Omega}_{k0} = \frac{\pi^{1/3}}{2} \sqrt{1 - \xi^2}, \quad \gamma_{k0} = \frac{2}{\pi^{1/3}} \quad (2-23)$$

onde o subíndice k indica que a solução está no regime tenaz. No entanto simular numericamente a condição de viscosidade nula não é possível (considerando que a viscosidade é um parâmetro de entrada no modelo de lattice-Boltzmann, proposto neste trabalho). Assim, a solução numérica para uma viscosidade baixa resulta ser a mais adequada para efeitos de comparação de resultados com modelos numéricos. Desta forma, as equações para determinar os mesmos parâmetros normalizados[32], mencionados anteriormente, são:

$$\Pi_k = \Pi_{k0} + \mathcal{M}_k \Pi_{k1}, \quad \bar{\Omega}_k = \bar{\Omega}_{k0} + \mathcal{M}_k \bar{\Omega}_{k1}, \quad \gamma_k = \gamma_{k0} + \mathcal{M}_k \gamma_{k1} \quad (2-24)$$

Definindo-se $\mathcal{M}_k = E'^3 Q_0 \mu' / K'^4$. Os parâmetros Π_{k1} , $\bar{\Omega}_{k1}$ e γ_{k1} , correspondentes à pressão, abertura e comprimento da fratura, no regime tenaz, podem ser calculados pelas seguintes relações:

$$\Pi_{k1} = \frac{8}{3\pi^{2/3}} \left(\frac{1}{24} + \ln(4\sqrt{1-\xi^2}) - \frac{3\xi \arccos \xi}{4\sqrt{1-\xi^2}} \right) \quad (2-25)$$

$$\bar{\Omega}_{k1} = \frac{8}{3\pi^{2/3}} \left[2\pi - 4\xi \arcsin \xi - \left(\frac{5}{6} - \ln 2 \right) \sqrt{1-\xi^2} - \frac{3}{2} \ln \left[\frac{(1 + \sqrt{1-\xi^2})^{1+\sqrt{1-\xi^2}}}{(1 - \sqrt{1-\xi^2})^{1-\sqrt{1-\xi^2}}} \right] \right] \quad (2-26)$$

$$\gamma_{k1} = -\frac{32(1 + 6 \ln 2)}{9\pi^{5/3}} \quad (2-27)$$

2.3

Modelos numéricos

Na modelagem numérica do fraturamento hidráulico, diferentes técnicas têm sido propostas para a sua abordagem. Estas técnicas geralmente, se diferenciam entre elas na representação da parte mecânica do problema. Assim, temos que a modelagem do processo de fraturamento do material pode ser simulada através da técnica dos elementos finitos utilizado com o modelo de fratura coesiva, por meio da utilização do método de elementos finitos estendidos (XFEM); ou por meio do método dos elementos discretos (MED). No entanto, o modelo utilizado na modelagem do fluxo de fluido através da fratura, de forma geral, é sempre baseado no fluxo de fluido entre placas paralelas, que pode ser resolvido pela lei de Poiseuille, derivada das equações de Navier-Stokes (Fig. 2.4).

No caso da utilização de elementos finitos estendidos (XFEM)[14,52,81,86], esta técnica corresponde a uma modificação do método dos elementos finitos, onde uma descontinuidade pode ser modelada independentemente da configuração da malha utilizada. A fratura é representada de forma "virtual" na malha de elementos finitos por meio do enriquecimento do subespaço de funções de forma nos nós adjacentes à fratura, utilizando para isto, funções adicionais derivadas da solução analítica do método do fraturamento hidráulico[81]. Considera-se que o sólido tem um comportamento

linear elástico e que o fluido estabelece entre placas paralelas podendo ser utilizada a solução de Poiseuille. A vantagem na utilização do XFEM na modelagem da propagação de fraturas é a sua eficiência computacional, já que não precisa do processo de remalhamento ou da inserção de novos elementos, além da sua independência da malha. No entanto, o método tem limitações para modelar a propagação de fraturas em materiais heterogêneos, onde a fratura pode apresentar um formato irregular ou ramificações na sua trajetória.

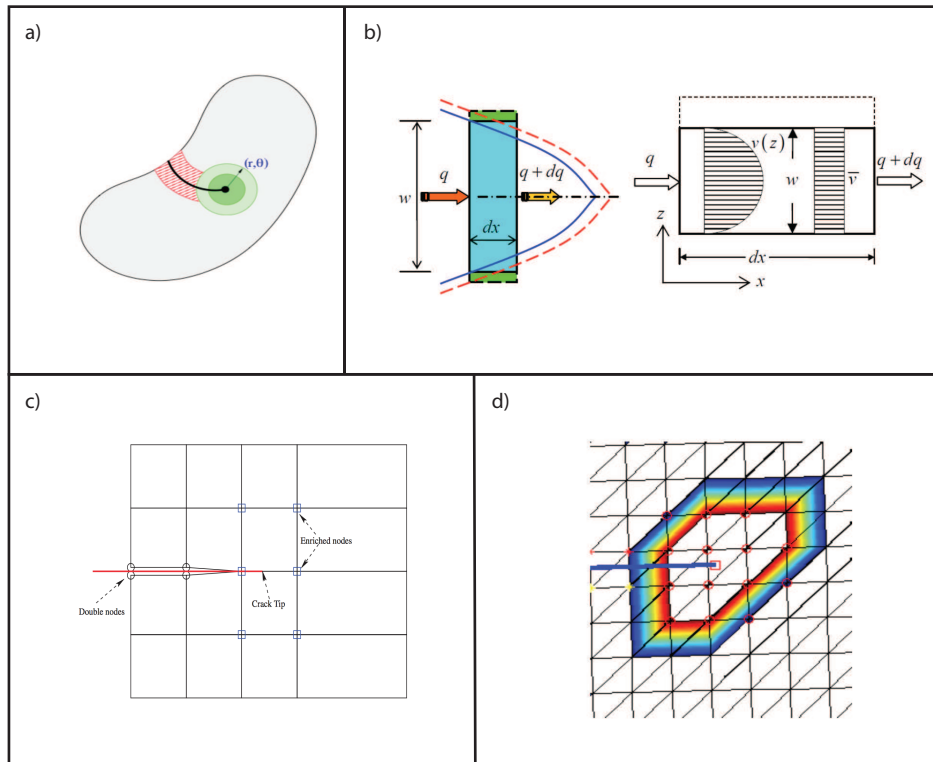


Figura 2.4: a) Elementos enriquecidos ao longo da fratura e na sua ponta[86]. b) Modelo do fluido dentro da fratura[14]. c) Configuração da malha de elementos finitos na representação da ponta da fratura pelo XFEM[52]. d) Contorno ao redor da ponta da fratura mostrando o valor das funções de peso variando de zero (azul) a um (vermelho)[81]

O fraturamento hidráulico também tem sido modelado através da utilização dos modelos de fratura coesiva (MFC). Neste caso, a fratura é representada por elementos de fratura ou coesivos que modelam o processo de fraturamento do material, descarregando as forças coesivas (forças que se opõem à abertura da fratura) e modelando a propagação da fratura quando estas forças coesivas são removidas. Existem na literatura técnica, diferentes trabalhos sobre esta metodologia, geralmente utilizando elementos coesivos localizados ou inseridos em uma direção de propagação da fratura conhecida (no caso do

Modo I de ruptura), e com o fluxo fluindo através dela calculado pela lei de Poiseuille (não se tem referência sobre a utilização de elementos coesivos acoplados com o modelo de lattice-Boltzmann). O fluxo através do material (fluxo no meio poroso) também pode ser inserido no problema utilizando a lei de Darcy, sendo considerado neste caso um material poroelástico. No trabalho apresentado por Frydman[28], o comportamento mecânico do material durante o processo de fraturamento é do tipo exponencial (Fig 2.5a). A comparação dos resultados desta modelagem com os resultados de laboratório apresentam uma boa aproximação no comportamento da pressão do fluido injetado durante todo o processo. No entanto, um ponto importante deste trabalho é a relação observada entre a pressão do fluido injetado, no instante da ruptura do material, com a energia de fratura. A pressão de quebra (pressão necessária para iniciar uma fratura hidráulica) em um poço submetido a uma pressurização por meio de um fluido injetado no seu interior, geralmente é considerada como uma função das tensões confinantes do poço. Desta forma, a pressão de quebra é estabelecida entre os limites:

$$\frac{3\sigma_h - \sigma_H + \sigma_t - 2\eta P_0}{2(1 - \eta)} \ll P_i \ll 3\sigma_h - \sigma_H + \sigma_t - P_0 \quad (2-28)$$

onde σ_h e σ_H são as tensões horizontais menor e maior, respectivamente. P_0 é a pressão de poros do campo, P_i é a pressão de quebra e σ_t é a resistência à tração do material. O valor de η é uma constante poroelástica definida por $\alpha(1 - 2\nu)/(2(1 - \nu))$. Observa-se na Eq. 2-28 que não existe uma relação entre a pressão de quebra e a energia de fratura. Os resultados numéricos mostraram que para um maior valor de energia de fratura precisa-se de uma maior pressão de ruptura. Isto ocorre porque, pelo observado na Eq. 2-28, a ruptura acontece quando a pressão do fluido atinge a resistência à tração do material sem levar em conta o efeito das forças de coesão da zona de fratura.

Trabalhos mais recentes têm mostrado bons resultados na comparação com soluções analíticas. No trabalho apresentado por Chen *et. al.*[15], considerando que em seu modelo de fratura coesiva, o amolecimento do material (*softening*) tem um comportamento linear (Fig. 2.5b), e que o material é impermeável, pode-se estabelecer a relação existente entre a abertura crítica da fratura e a penetração do fluido na zona de fratura. O parâmetro α , definido como sendo a relação entre o deslocamento das faces do elemento coesivo no início do dano δ_0 , e o deslocamento no final do dano δ (Fig. 2.5b.1), pode ser calculado da seguinte forma:

$$\alpha = \frac{\delta_0}{\delta_f} \quad (2-29)$$

Observa-se nos resultados deste trabalho que, para valores pequenos de α , a zona coesiva (definida como a zona onde o processo de fraturamento é iniciado, sendo representado pelos elementos de interface inseridos) é maior, permitindo uma maior penetração do fluido na zona coesiva do que para valores de α maiores, onde a zona coesiva é menor. O valor de α está relacionado com a energia de fratura, podendo estabelecer, a partir da Eq. 2-29, que um valor pequeno de α implica que o valor de δ_0 seja pequeno e o valor de δ_f seja alto. Desta forma, o tamanho da zona coesiva tem um incremento diretamente proporcional à energia de fratura.

A influência do "leak-off" e a permeabilidade do material pode ser observada no trabalho de Salehi *et. al.*[76] (Fig. 2.5c), de Yao[88] (Fig. 2.5d), de Carrier[13] (Fig. 2.6a) e de Haddad[39] (Fig 2.6b). Um material poroelástico tem diferentes efeitos que influenciam na geração e evolução de uma fratura hidráulica. Observa-se que o comprimento e a abertura da fratura aumentam com a permeabilidade do material[76] e o avanço da fratura é influenciado por sua rigidez, tendo um maior avanço em um material rígido do que em um material dúctil[88]. Quando a solução numérica é comparada com a solução analítica, observa-se que o efeito poroelástico no regime da tenacidade precisa de uma maior pressão do fluido para iniciar a ruptura, mas o comprimento e a abertura da fratura têm uma boa aproximação. No entanto, no regime viscoso, observa-se que o comprimento da fratura é maior e a sua abertura é menor quando comparado com a solução analítica[13]. Outro efeito importante na simulação numérica da técnica do fraturamento hidráulico é o efeito das tensões confinantes. No trabalho apresentado por Bendezu *et. al.*[7] observa-se que o nível de confinamento tem uma influência importante no comprimento, abertura e pressão interna do fluido da fratura (Fig 2.6c). O aumento do confinamento diminui o avanço da propagação da fratura. Considerando um material impermeável e que a massa de água é conservada, ao se ter uma fratura de menor comprimento, o volume de água injetado vai tender à aumentar a abertura da fratura e, como consequência deste efeito, a pressão interna do fluido aumenta. Isto não é observado na solução analítica. O trabalho de Hunsweek *et al.*[42d.1-d.2] (Fig. 2.6) propõe um modelo de elemento de fratura (sem usar o modelo de fratura coesiva) capaz de incluir o efeito de retardo entre a frente do fluido e a ponta da fissura através da relação entre as velocidades de propagação e a velocidade do fluido.

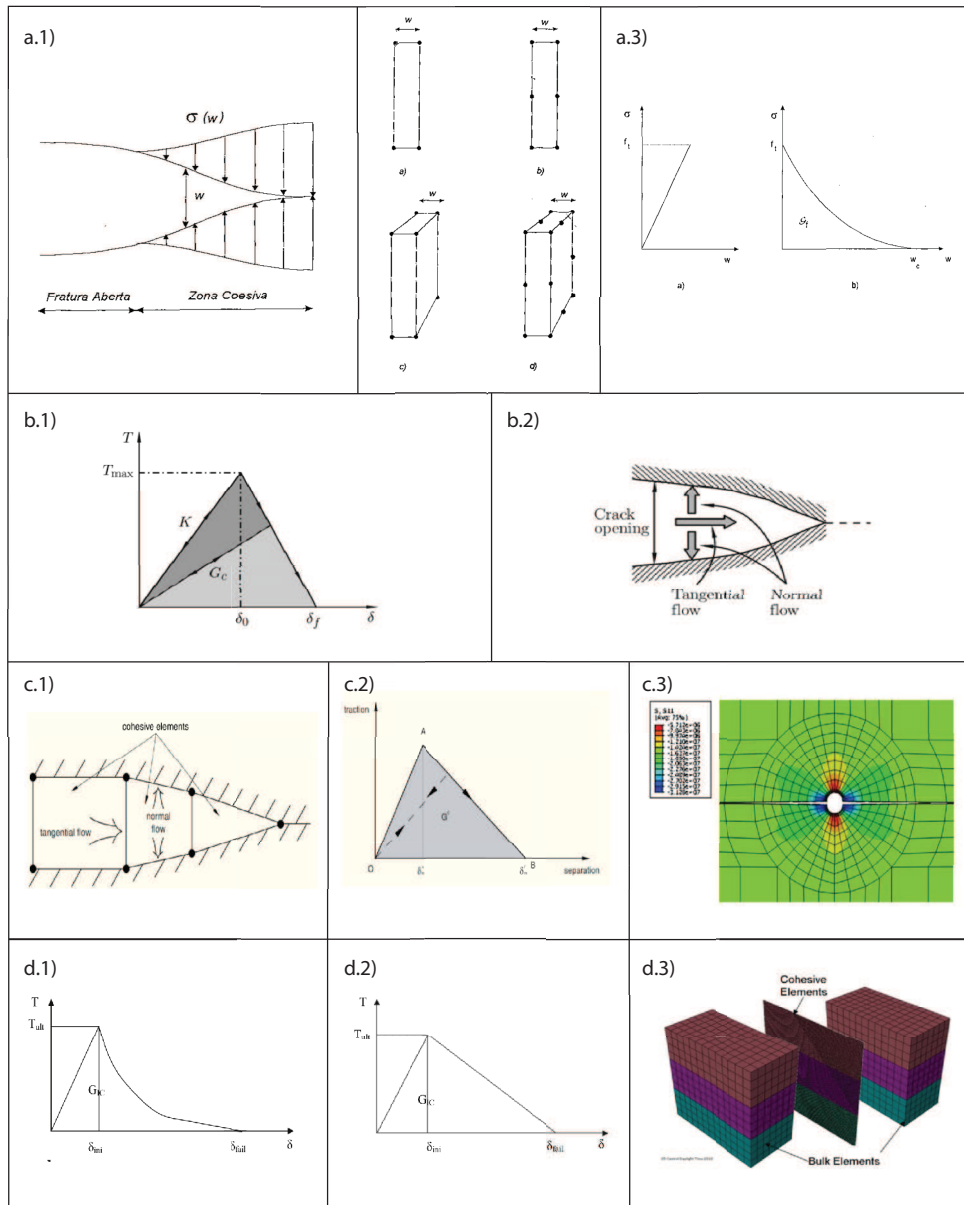


Figura 2.5: Modelagens numéricas do fraturamento hidráulico utilizando o modelo de fratura coesiva (MFC). a.1) Modelo de fratura coesiva[28]. a.2) Elementos de fraturas de 4 e 6 nós para modelagem bidimensional de uma fratura e de 6 e 16 nós para modelagem tridimensional[28]. b.1) Modelo bi-linear coesivo de fratura[15]. b.2) Esquema do fluxo no interior da fratura[15]. c.1) Fluxo dentro do elemento coesivo[76]. c.2) Modelo linear coesivo de fratura[76]. c.3) Propagação de fratura paralela à direção da tensão horizontal maior[76]. d.1) Modelo exponencial coesivo de fratura[88]. d.2) Modelo bi-linear coesivo de fratura[88]. d.3) Esquema do modelo implementado por Yao[88]

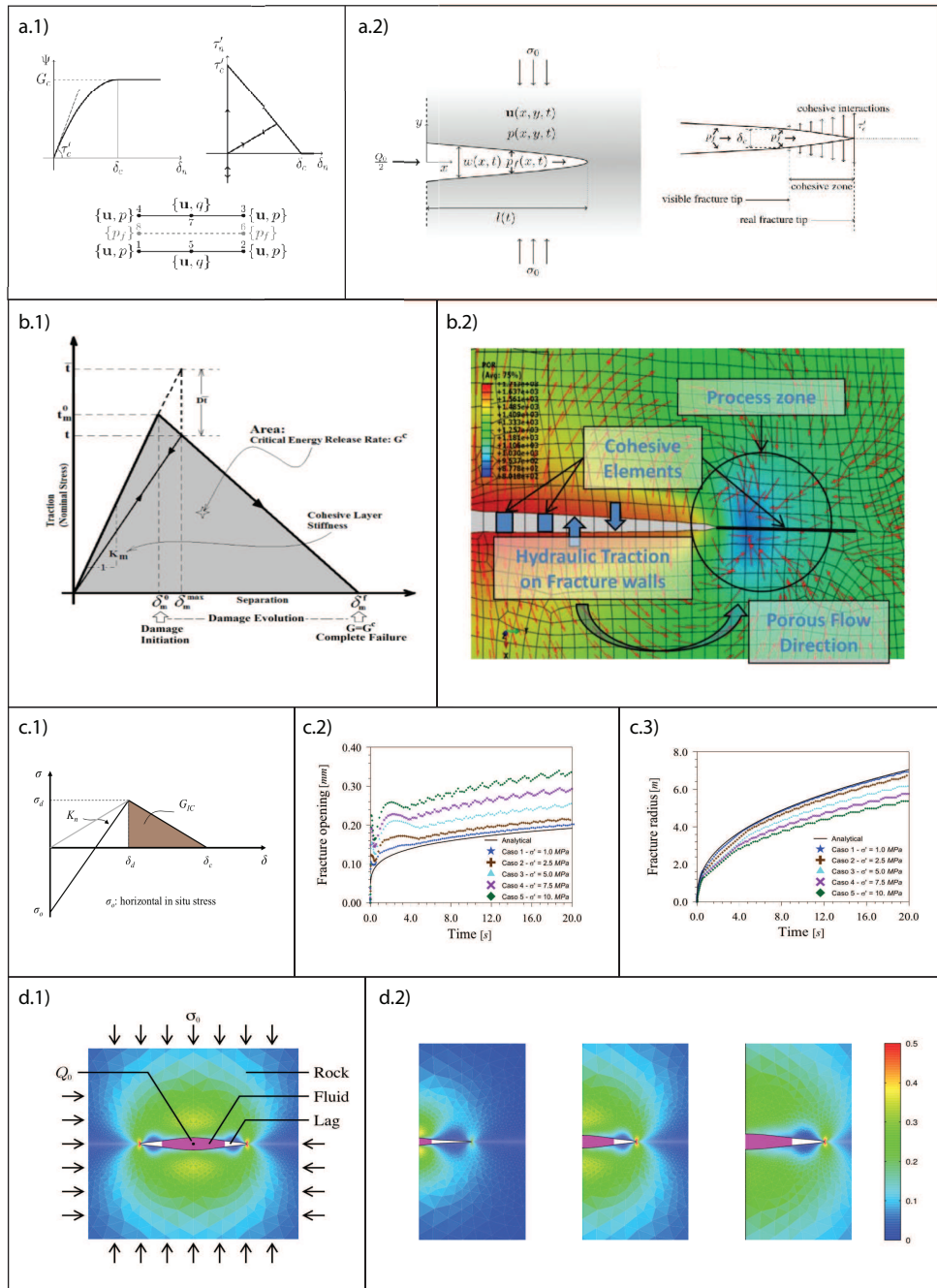


Figura 2.6: Modelagens numéricas do fraturamento hidráulico através do modelo de fratura coesiva (MFC). a.1) Modelo linear coesivo de fratura[13]. a.2) Representação da zona coesiva no modelo KGD[13]. b.1) Modelo de zona coesiva com poropressão[39]. b.2) Configuração da poropressão devido ao processo de fraturamento[39]. c.1) Modelo bi-linear da zona de fratura coesiva[7]. c.2) Variação da abertura da fratura com o aumento da tensão confinante[7] no modelo radial. c.3) Variação do raio da fratura com o aumento da tensão confinante[7]. d.1) Geometria básica do problema do fraturamento hidráulico onde o fluxo não acompanha a ponta da fratura, gerando um vazio com a frente do líquido[42]. d.2) Evolução da fratura[42]

O método dos elementos discretos (MED) também tem sido utilizado na modelagem do fraturamento hidráulico. Neste método, o meio é composto por partículas (polígonos ou discos para o caso bidimensional e prismas ou esferas para o caso tridimensional) que interagem entre elas através dos seus contatos. A inter-penetração entre os blocos, associada a uma rigidez nos contatos, gera uma força que movimenta os blocos para uma nova posição. A efetividade do MED para modelar a propagação de fraturas tem sido mostrado por Mejía Camones *et. al.* [62] onde são apresentados os tipos de ruptura e de coalescência. Para o caso do fraturamento hidráulico, o MED pode ser acoplado com algum modelo numérico que permita modelar o fluxo de um fluido através dos contatos entre os blocos, o que pode ser considerado como um fluxo entre placas paralelas.

Torres & Castaño [82] mostram a geração de uma fratura hidráulica (Fig. 2.7a) através do MED em um meio onde os blocos têm forma poligonal (tipo "Voronoi") de comportamento elástico unidos entre eles através de molas, podendo ser observada a evolução da fratura para diferentes níveis de confinamento.

Uma observação importante do MED é que a fratura é representada pelo espaço entre os blocos ao se separarem. Isto traz como consequência que a forma da fratura seja dependente do tamanho e da forma dos blocos devido ao fato de estes não serem rígidos. No entanto, o bloco pode ser discretizado para ter uma melhor aproximação da sua deformação. Choi[16] mostrou a modelagem do fraturamento hidráulico utilizando o programa comercial UDEC (*Universal Distinct Element Code*)[46] para diferentes configurações da orientação de fraturas (Fig. 2.7a). O fluxo do fluido entre os blocos foi calculado pela lei cúbica. Este trabalho mostrou que a diferença entre as orientações e continuidade das fraturas influenciam na sua forma e no alcance da infiltração do fluido. Para uma condição de fraturas ortogonais e coincidentes com as tensões de confinamento (Fig. 2.7b.a), a fratura se propaga seguindo a direção da tensão principal maior, mas o avanço do fluido e da propagação se torna difícil quando as fraturas são descontínuas (Fig. 2.7b.b) ou quando as fraturas são ortogonais e oblíquas à direção das tensões de confinamento (Fig. 2.7b.c). Porém, para o caso de elementos poligonais (Fig. 2.7b.d), observa-se que o padrão de fratura apresenta uma propagação de fratura coerente com as condições iniciais de tensão. Isto acontece porque no caso do polígono, o lado das faces entre elementos tem uma direção aleatória, aumentando as

possibilidades da fratura propagar pelo caminho correto quando comparado com os casos anteriores. A utilização do MED para simular a propagação de fraturas resulta em uma ferramenta confiável se forem escolhidas, de forma adequada, o tamanho e forma do elemento segundo o tipo de problema.

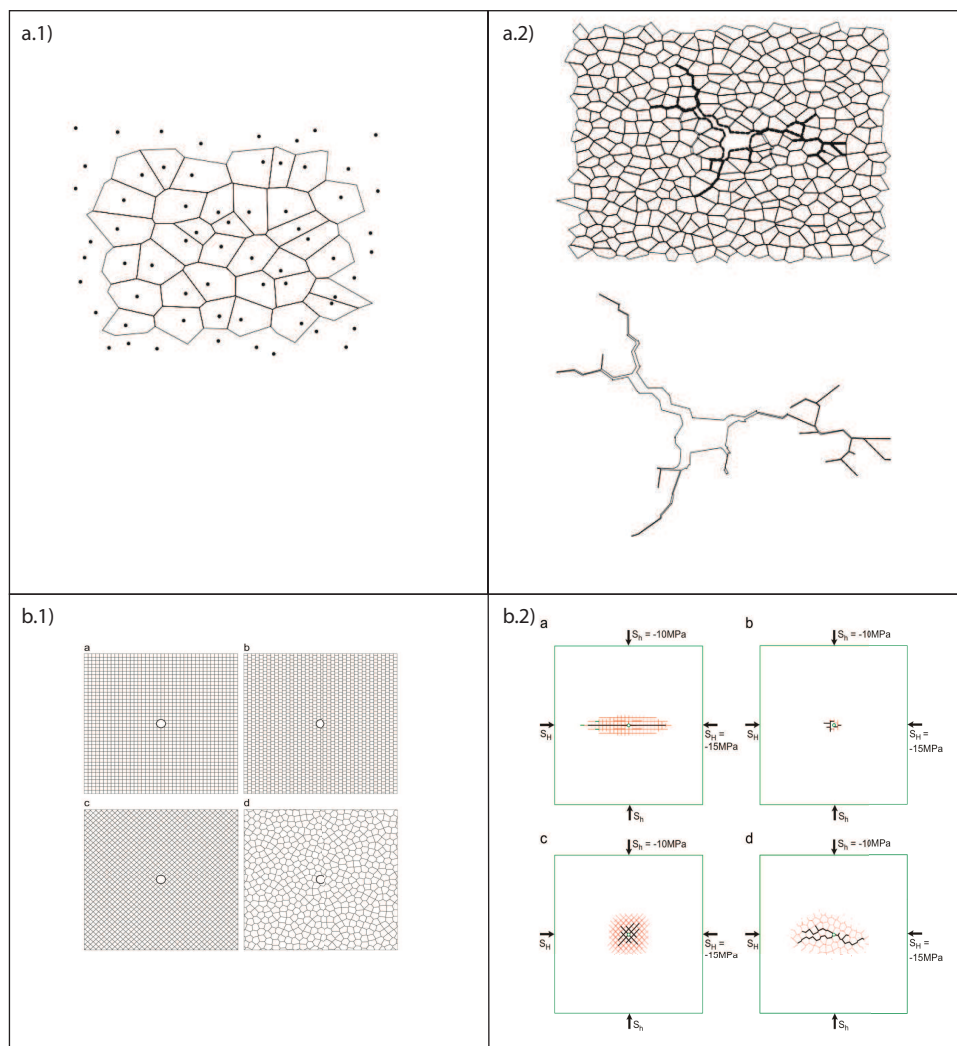


Figura 2.7: a.1) Elementos poligonais tipo "Voronoi" (o lado do elemento é definido pelo reta ortogonal na metade da distância entre dois pontos)[82]. a.2) Fratura hidráulica obtida na simulação numérica[82]. b.1) Diferentes tipos de arranjos de blocos e fraturas (2 sistemas ortogonais, 2 sistemas de fraturas descontínuas, 2 sistemas de fraturas diagonais e sistema poligonal aleatório)[16]. b.2) Fraturamento hidráulico. Em vermelho, a infiltração do fluido e em preto, a fratura hidráulica[16]

A utilização do MED (para o caso de elementos circulares ou esféricos) acoplado com o método de LB (MED-LB), tem sido utilizado na simulação de produção de areia em poços de petróleo[84] devido à sua capacidade de poder simular numericamente o fluxo de um fluido através de meios de geometria complexa, tal como o meio particulado. Da mesma forma, o fraturamento hidráulico também pode ser modelado através do cálculo das forças aplicadas pelo fluido às partículas (Fig. 2.8a). O acoplamento implementado é de tipo duas vias onde a força atuante na partícula (devido à injeção do fluido), calculada pelo LB é transferida para o MED, onde é calculada a sua nova posição, cuja informação volta para o LB para atualizar os contornos dos sólidos.

O acoplamento entre o MEF e o MED, permite a simulação numérica da propagação de fraturas em um meio rochoso fraturado[55,56,58,59,60]. Utilizando esta metodologia, o fraturamento hidráulico pode ser simulado incluindo à formulação um modelo que represente o fluido dentro da fratura. No trabalho proposto por Lisjak *et. al.*[57] (Fig. 2.8b), dois módulos são adicionados ao acoplamento: um módulo que mede a variação de volume do elemento de fratura, e um módulo que calcula a pressão do fluido a partir desta variação de volume. Assim, a pressão do fluido dentro da fissura, pode ser calculado por:

$$P = P_0 + \beta \log\left(\frac{m}{V} \rho_0\right) \quad (2-30)$$

onde P é a pressão, P_0 é a pressão inicial, m , V , β_0 são massa, volume e o módulo de compressibilidade do fluido. De forma similar ao mostrado por Frydman[28], a pressão necessária que um fluido exerce para iniciar o fraturamento, calculado de forma analítica, coincide com a solução numérica somente quando a energia de fratura é considerada nula. Isto ocorre porque na formulação analítica não se levam em conta as forças coesivas no interior da zona de fraturamento. É importante notar neste trabalho o efeito das tensões confinantes no padrão de fraturamento (Fig. 2.8b.4). Para o caso de tensões horizontais iguais, o fraturamento tem um padrão radial sem se observar uma preferência na direção de propagação, ao contrário de quando estas tensões são diferentes, onde a tendência na direção de fraturamento segue a direção da tensão horizontal maior para o caso de poços verticais.

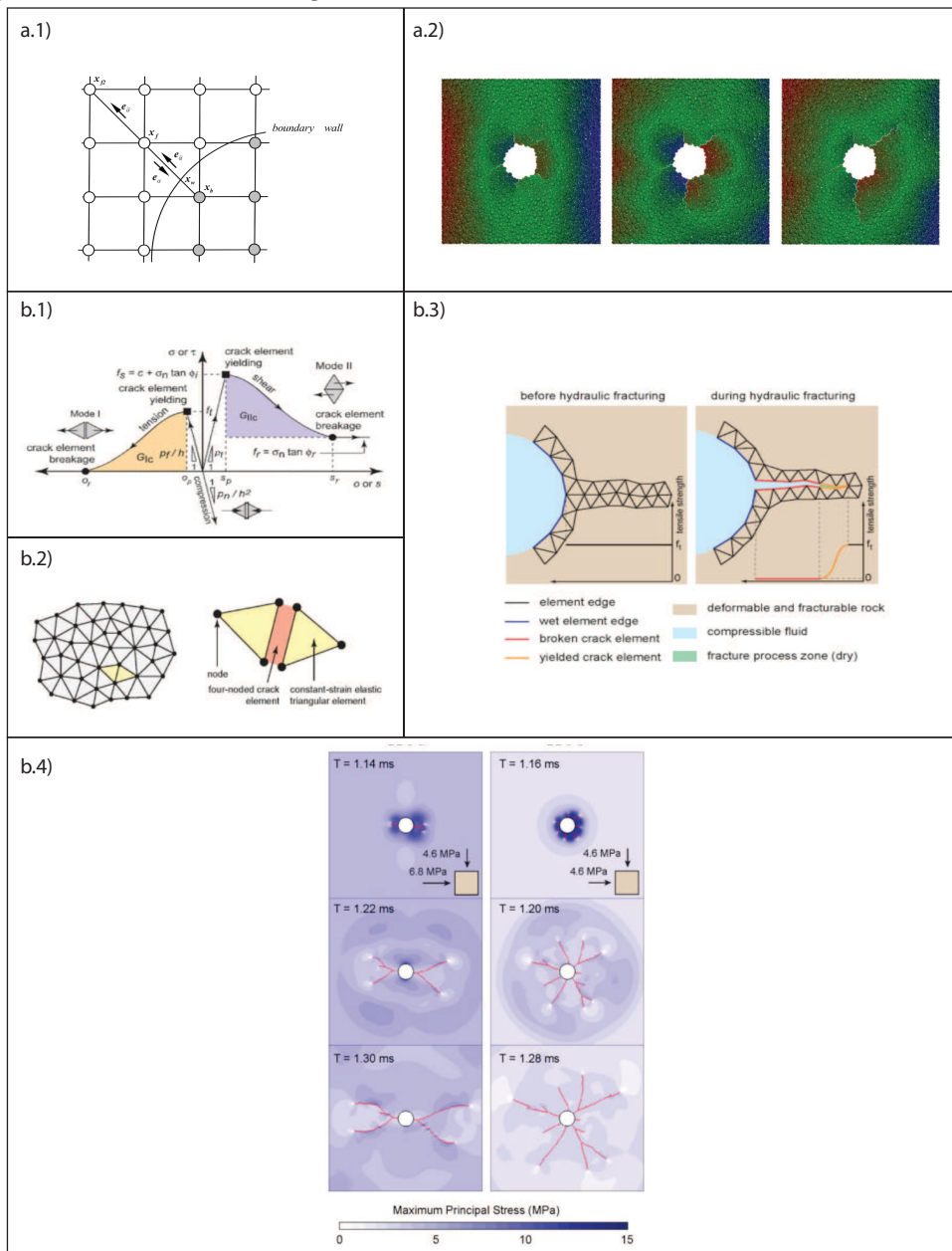


Figura 2.8: a.1) Modelo de interpolação do modelo de lattice-Boltzmann para contornos móveis[85]. a.2) Evolução do fraturamento hidráulico simulado através do acoplamento MED-LB. b.1) Modelo de fratura coesiva para o Modo I e Modo II de ruptura na implementação do acoplamento MEF-MED[57]. b.2) Representação do sólido no MEF-MED[57]. b.3) Modelo conceitual do fraturamento hidráulico no MEF-MED [57]. b.4) Padrões de fraturamento hidráulico para diferentes condições iniciais de tensão de confinamento[57]

3

Metodologia

No presente trabalho foi utilizado o modelo de lattice-Boltzmann (LB) para modelar o fluxo de um fluido através de uma fissura. A escolha deste modelo se deve à sua característica de poder simular numericamente o fluxo de um fluido no interior de uma geometria complexa. No entanto, é necessário definir um modelo de fraturamento para ser utilizado com o método dos elementos finitos (MEF), a fim de modelar o processo de fraturamento do material e a propagação de uma fratura (modelo mecânico).

O princípio a ser utilizado no acoplamento numérico é que a comunicação entre ambos os modelos seja através das paredes da fratura. Portanto, elas têm que existir no modelo mecânico e estar inseridas na malha de elementos finitos. Para conseguir isto, existem vários métodos, sendo que os mais representativos (os que melhor se adaptam ao processo da proposta) serão estudados neste capítulo para poder definir o melhor modelo de fratura para representar o processo de fraturamento hidráulico.

3.1

O fraturamento em materiais rochosos

Dependendo da escala do problema, um material rochoso pode ser uma amostra de rocha (chamada de intacta) ou um maciço rochoso. Em ambos os casos, o estudo da propagação de uma fissura torna-se um problema complexo devido às características do material. Uma rocha intacta, dependendo da sua origem (ígneia, sedimentar ou metamórfica) é composta por minerais ou partículas com diferentes propriedades mecânicas, fazendo dela um material não uniforme. Em uma escala maior, um maciço rochoso é composto pela rocha intacta e pelas discontinuidades contidas nela (fraturas, falhas, foliação, etc). A presença destas discontinuidades tem um efeito significativo na transmissão das tensões através do material, assim como no seu comportamento deformacional. No entanto, as discontinuidades não se apresentam somente

na macroescala. Na microescala, microfissuras preexistentes podem também influenciar na resposta mecânica do material. Assim, o material rochoso pode ser definido como um material descontínuo e heterogêneo em qualquer escala de trabalho, devido à presença de descontinuidades ou poros, produto do seu histórico tensional, térmico ou químico[87].

A mecânica da fratura permite descrever o comportamento de tensão e deformação do material localizado na vizinhança da ponta de uma fissura durante o processo de propagação. Desta forma, a mecânica da fratura elástica linear (MFEL) determina o nível de tensões necessário para que uma fissura propague. No entanto, a sua aplicação em materiais como concreto ou rocha pode levar a erros de cálculo, devido ao comportamento não linear da vizinhança na ponta da fissura e ao crescimento progressivo que esta região tem durante o processo de fraturamento[9,36,49,67].

A região na ponta da fissura, onde o comportamento do material é não linear, é chamada de zona em processo de fraturamento (ZPF). Nesta zona, quatro estágios podem ser definidos para compreender o mecanismo de propagação de uma fissura em uma rocha (Fig. 3.1):

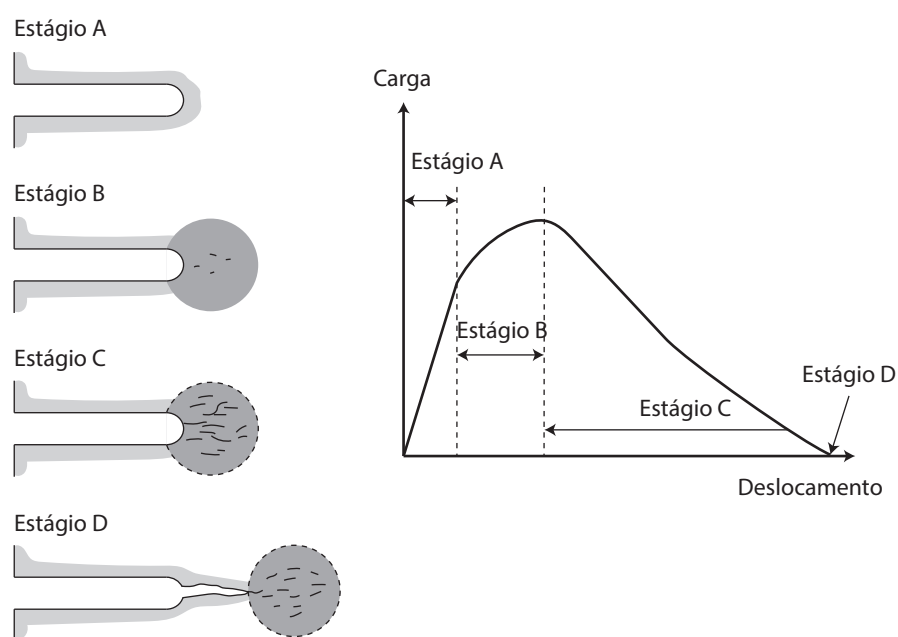


Figura 3.1: Ilustração esquemática do processo de fratura coesiva (Adaptado de Whittaker[87])

- Um estágio inicial (A) onde a relação tensão-deformação do material tem um comportamento linear.

- Um segundo estágio (B) onde, devido ao carregamento, podem ser geradas algumas micro-fissuras que se apresentam de forma isolada e sem conexão entre elas.
- Um terceiro estágio (C), onde ocorre um incremento do número de micro-fissuras na vizinhança da ponta da fissura, interconectando-se entre elas e começando o processo de amolecimento (onde as tensões ao redor da ponta da fissura são descarregadas com o incremento da deformação).
- Um quarto estágio, onde as tensões são descarregadas totalmente, formando-se uma nova fissura.

Na teoria da mecânica da fratura são reconhecidos três tipos ou modos de ruptura (Fig. 3.2). O Modo I, chamado de modo de ruptura por tração; o Modo II, chamado de modo de ruptura por cisalhamento; e o Modo III, chamado de ruptura por rasgamento. Este último modo de ruptura pode ser estudado somente na análise tridimensional.

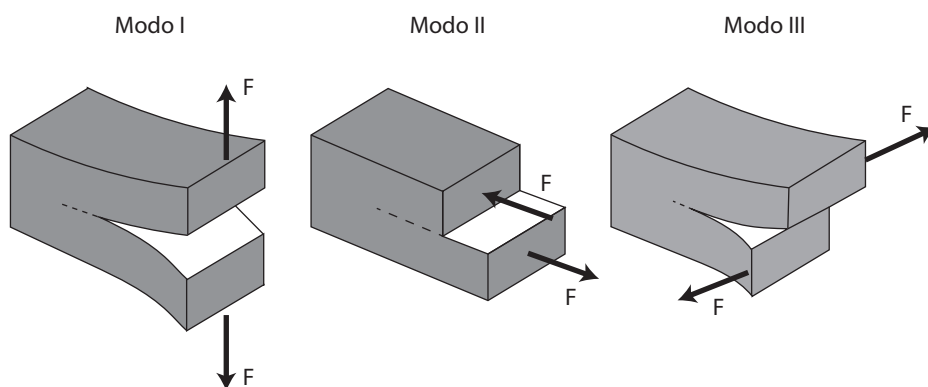


Figura 3.2: Modos básicos de ruptura associados ao deslizamento relativo das superfícies da fissura. O Modo I ou ruptura por tração; o Modo II ou ruptura por cisalhamento; e o Modo III ou ruptura por rasgamento

3.2

Modelos de fraturamento para materiais quase-frágeis

Desde o início do século XX, diferentes trabalhos têm sido propostos para estudar o fenômeno da fratura. Inglis[43] em 1913 introduz o conceito de concentração de tensões, sendo melhorado por Griffith[36] que verifica experimentalmente a teoria proposta e estuda o conceito de estabilidade da fissura e propagação. Ambos os casos podem ser considerados como a primeira tentativa em estabelecer uma formulação mecânica ao problema da fratura baseando-se na teoria clássica da elasticidade, podendo considerar o

trabalho de Inglis como o início da mecânica da fratura[67]. No entanto, neste estágio do desenvolvimento da mecânica da fratura, estas teorias podem ser aplicadas somente em materiais frágeis e homogêneos. Em 1948, Irwin[44] estuda o comportamento do material na vizinhança da ponta da fissura e em 1955, Orowan[68] introduz os conceitos de fator de intensidade de tensões e os critérios e tipos de ruptura (Fig. 3.2). A partir dos anos 60, a MFEL começa a ser utilizada no concreto sem sucesso, devido principalmente ao fato de a resposta à tração dos materiais cimentícios (tais como o concreto ou uma rocha) diferir daquela de materiais frágeis como o vidro, ou de materiais dúcteis como os metais[11]. A MFEL não permite descrever o processo de fraturamento na ponta da fissura e, conseqüentemente, não pode prever o nível de tensões necessário para uma fissura propagar em um meio quase-frágil.

Assim, a mecânica da fratura não linear (MFNL) é desenvolvida como uma extensão da MFEL diante da necessidade de levar em conta os processos não lineares que se apresentam na ponta de uma fissura durante o processo de fraturamento.

Os primeiros trabalhos que estudam a deformação plástica na ZPF em materiais frágeis e materiais perfeitamente plásticos foram propostos por Barenblatt[4,5] e Dugdale[20], respectivamente. Considerando o Modo I de ruptura, Barenblatt propôs que as tensões atuantes na zona em processo de fraturamento (ZPF) variam segundo a deformação e Dugdale propôs que a tensão atuante na ZPF não varia, sendo o seu valor correspondente à resistência ao escoamento do material. O estudo do comportamento da ZPF de ambos os modelos teve um impacto importante na mecânica da fratura e serviu de fundamento para que Hillerborg[41] pudesse desenvolver um modelo de fratura específico para o concreto.

Hillerborg estabeleceu no seu modelo que a variação do comprimento de uma amostra de comprimento L (Fig. 3.3) tem uma parcela que corresponde à deformação elástica do material (pré-pico), e outra correspondente à abertura w de uma fissura fictícia, introduzida no modelo quando a tensão atinge o valor da resistência à tração. Desta forma, a tensão pós pico é uma função da abertura da fissura e decresce quando esta aumenta. A energia de fratura é definida como sendo a energia necessária para criar uma fratura por unidade de área e pode ser calculada como a área abaixo da curva tensão-deformação:

$$G_f = \int_0^{w_c} \sigma dw = \int_0^{w_c} f(w) dw \quad (3-1)$$

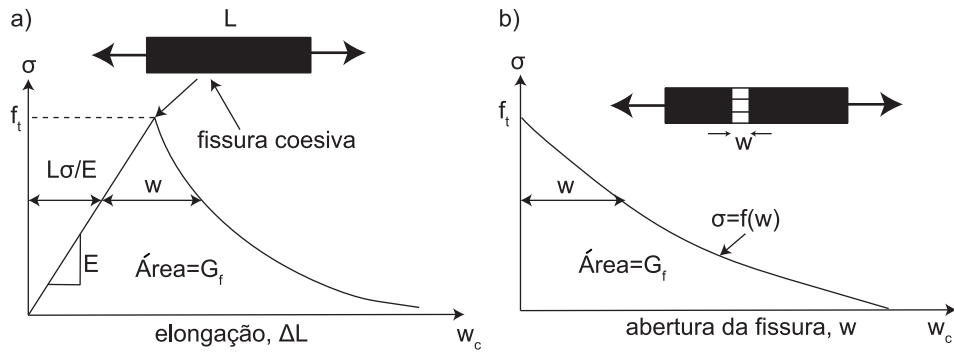


Figura 3.3: Modelo fictício de fratura, a) resposta total do modelo; b) abertura da fissura[49]

Dois parâmetros importantes foram introduzidos no modelo: a resistência à tração do material f_t e a energia de fratura G_f , os quais podem ser determinados através de ensaios de laboratório.

3.2.1

Modelo de banda de fissuramento

O modelo de banda de fissuramento foi proposto por Bazant[6] em 1983. Neste modelo, a ZPF é modelada por uma banda de largura h_c (Fig. 3.4a) que é proporcional ao tamanho máximo do agregado utilizado no concreto. O microfissuramento e a deformação plástica desta banda acontecem de forma progressiva, seguindo a relação tensão-deformação mostrada na Fig. 3.4b. O parâmetro γ^f é denominado, no modelo, de densidade de energia de fratura e seria o equivalente à energia de fratura G_f , mas definido a partir da curva tensão-deformação. A relação entre ambas as energias é:

$$G_f = h_c \gamma^f \quad (3-2)$$

Considerando que o amolecimento do material tem um comportamento linear (Fig. 3.4b), a deformação crítica ϵ_c^f (deformação máxima admissível pelo material antes de se fraturar) pode ser definida por:

$$\epsilon_c^f = \frac{2G_f}{h_c f_t} \quad (3-3)$$

sendo f_t o valor da resistência à tração. Assim, a diminuição da tensão com o aumento da deformação pode ser calculada por:

$$\sigma = f_t \left(1 - \frac{\epsilon^f}{\epsilon_c^f}\right) \quad (3-4)$$

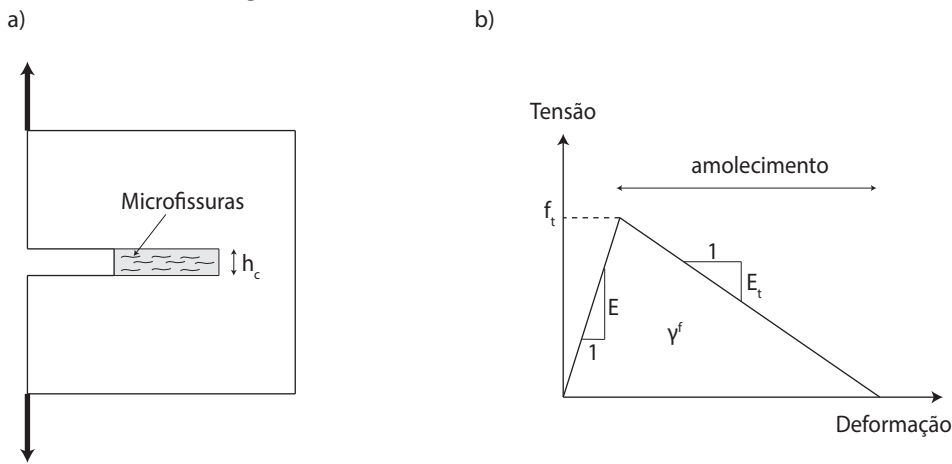


Figura 3.4: Modelo de banda de fissuramento, a) esquema da banda de fissuramento; b) curva tensão-deformação da banda de fissuramento

A tensão na banda de fissuramento pode ser calculada também considerando um comportamento exponencial da curva tensão-deformação[24], tal como:

$$\sigma = f_t e^{-(2\epsilon^f / \epsilon_c^f)} \quad (3-5)$$

ou pode ser calculada através de uma relação obtida a partir de ensaios de laboratório em amostras de concreto[74], tal como:

$$\sigma = f_t \left[1 + \left(\frac{c_1 \epsilon^f h_c f_t}{c_3 G_f} \right)^3 \right] e^{\frac{-c_2 \epsilon^f h_c f_t}{c_3 G_f}} - f_t \left[\frac{(1 + c_1^3) \epsilon^f h_c f_t}{c_3 G_f} e^{-c_2} \right] \quad (3-6)$$

onde c_1 , c_2 e c_3 são constantes obtidas empiricamente. O modelo de banda de fissuramento pode ser implementado no método dos elementos finitos (FEM), onde os valores da energia de densidade de fratura e a deformação crítica podem ser escalados segundo o tamanho do elemento. A diminuição da tensão com o aumento da deformação do elemento, pode ser implementada baseando-se no princípio que a relação tensão-deformação (pós pico), obedece a uma diminuição da rigidez do material. A implementação no FEM é feita através da modificação do módulo de elasticidade do material na direção normal à banda de fissuramento. Existem duas formas de implementação: banda de fissuramento fixa e rotativa[75] (Fig. 3.5). No primeiro caso, a banda de fissuramento é introduzida no modelo quando a tensão principal maior atinge o valor de resistência à tração (No caso do Modo I), sendo fixada na direção perpendicular à esta (Fig. 3.5a), formando um plano de ortotropia. A direção da tensão principal maior define a direção do amolecimento do material. Isto é importante de ser notado, já que o processo de amolecimento ocorre em um sistema de coordenadas diferente do sistema global, portanto as deformações que são calculadas no sistema local (sistema de coordenadas definido pela banda de fissuramento $n-s$) devem ser rotacionadas ao sistema global $X - Y$.

No início do amolecimento, as direções das tensões principais são coincidentes com as direções das deformações principais. No entanto, durante o amolecimento do material produzido pela diminuição do módulo de elasticidade, ocorre uma rotação do tensor de tensões. Como consequência desta rotação, observa-se um incremento das deformações cisalhantes na banda de fissuramento que pode levar a erros na direção da propagação. O fator de retenção cisalhante β é introduzido no modelo a fim de modificar a matriz de rigidez do elemento[6] e diminuir estas deformações cisalhantes. Mesmo com este fator de redução, continua-se observando a não coincidência nas direções das tensões e deformações principais.

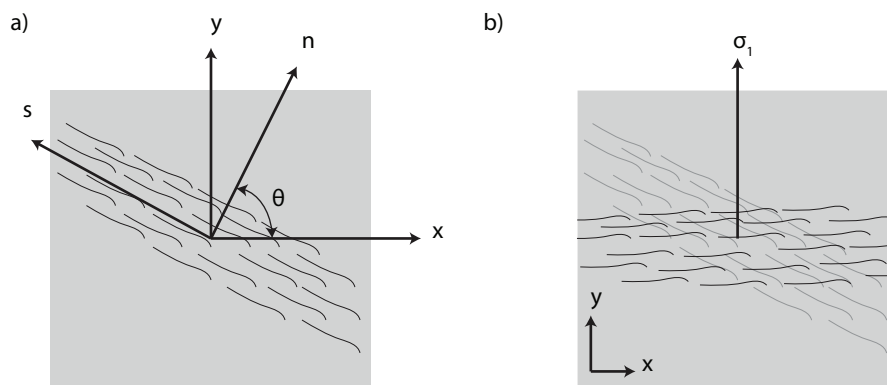


Figura 3.5: Modelo de banda de fissuramento[49], a) banda de fissuramento fixa; b) banda de fissuramento rotativa

Uma alternativa para que as tensões e deformações coincidam na mesma direção durante o processo de amolecimento é a utilização do modelo de banda de fissuramento com rotação (Fig. 3.5b). Neste caso a banda de fissuramento não é fixada no momento do início do amolecimento, podendo ela rotacionar livremente com a variação das tensões. Como consequência deste procedimento, não são geradas deformações cisalhantes excessivas na banda de fissuramento, não sendo necessária, portanto, a utilização do fator de retenção cisalhante[38,75] proposto na banda de fissuramento fixa. No entanto, a rotação da banda nem sempre é orientada na direção do dano[49,50], além de ser dependente da malha, do tamanho do elemento e da energia de fratura[47,53]. Para estabilizar a rotação da banda de fissuramento, modelos de estabilização com introdução do dano do material têm sido propostos com bons resultados[48,49].

Na banda de fissuramento com rotação, as deformações $\vec{\epsilon}$ no sistema local de coordenadas n - s são calculadas a partir da rotação do tensor de deformações

do sistema global X - Y :

$$\vec{\epsilon}_{ns} = N\vec{\epsilon}_{xy} \quad (3-7)$$

onde N corresponde à matriz de rotação, definido pelo ângulo de rotação entre os dois sistemas θ , sendo no caso bidimensional:

$$N = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & (1/2)\sin^2 2\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -(1/2)\sin^2 2\theta \\ -\sin^2 2\theta & \sin^2 2\theta & \cos^2 2\theta \end{bmatrix}. \quad (3-8)$$

Assim, as tensões $\vec{\sigma}$ no sistema global de coordenadas X - Y , podem ser calculada pela expressão:

$$\vec{\sigma}_{xy} = N^T E_{ns} \vec{\epsilon}_{ns} \quad (3-9)$$

onde E_{ns} é a matriz constitutiva do material no sistema local de coordenadas $n - s$ que inclui a redução do módulo de elasticidade como resultado do amolecimento. Desta forma, a matriz E_{ns} pode ser calculada da seguinte forma:

$$\vec{E}_{ns} = \begin{bmatrix} 1/\bar{E}_{ns}^D & -\nu_{ns}^D/E & -\nu_{ns}^D/E \\ -\nu_{ns}^D/E & 1/E & -\nu/E \\ -\nu_{ns}^D/E & -\nu/E & 1/E \end{bmatrix}. \quad (3-10)$$

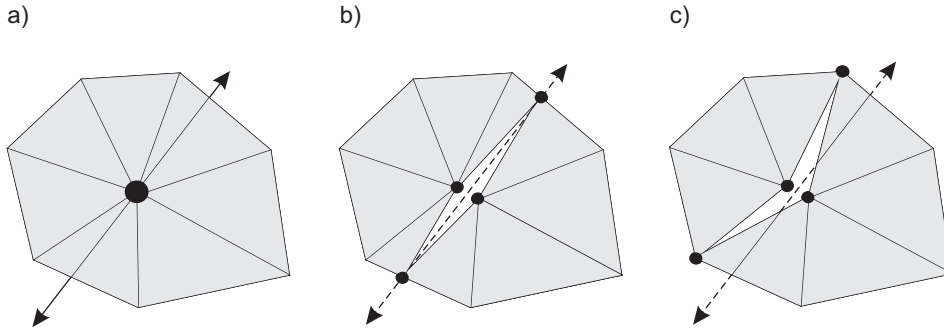


Figura 3.6: Critérios para a atualização da topologia na introdução de uma fissura[49], a) Determinação da direção da fissura; b) fissura intra-elemento; c) fissura inter-elemento

Para representar a fissura na malha de elementos finitos, podem ser utilizadas duas metodologias: intra-elemento (Fig. 3.6b) e inter-elemento (Fig. 3.6c). Em ambos os casos, o controle para a inserção da fissura é feita nos nós. Quando a tensão normal é nula (caso Modo I que indica que o processo de amolecimento foi concluído), a fissura é incluída na malha através da partição de elementos (intra-elemento) seguindo a direção da banda de fissuramento ou, através das faces do elemento (inter-elemento), utilizando aquelas faces que mostram um maior paralelismo com a banda de fissuramento. Em ambos os

casos, a criação de novos elementos e duplicação de nós implicam em mudanças na topologia da malha, o que deve ser considerado na implementação.

3.2.2

Modelo de fratura coesiva (MFC)

No modelo de fratura coesiva, a região em processo de fraturamento é idealizada como uma fissura onde forças de coesão, atuantes na suas superfícies, se opõem à abertura da mesma tentando fechá-la (Fig. 3.7). Como consequência deste processo, as tensões ao redor desta região são descarregadas produzindo-se o processo de amolecimento (*softening*). A magnitude das forças de coesão são inversamente proporcionais à abertura da fissura e a relação entre estes parâmetros obedece a uma curva de amolecimento dependente do tipo de material.

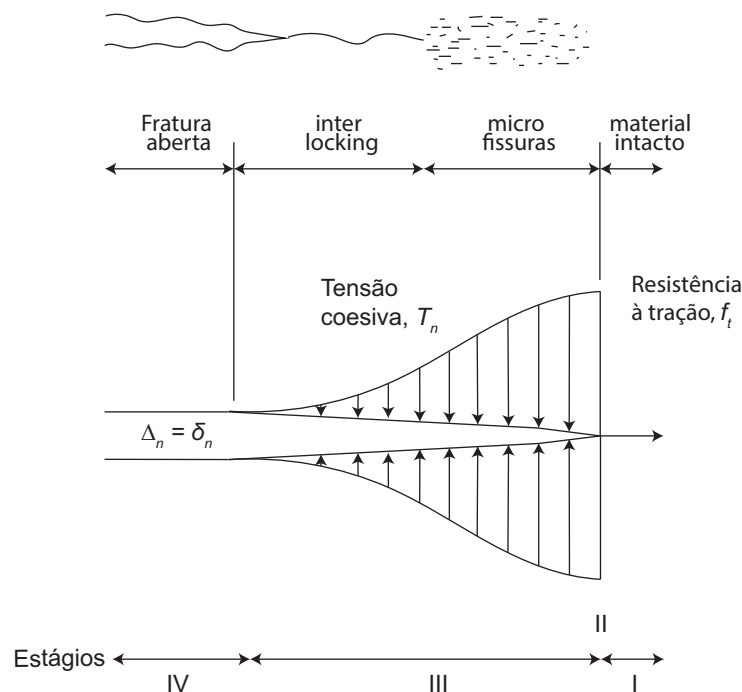


Figura 3.7: Modelo de fratura coesiva (MFC) (adaptado de Mahabadi[58])

No modelo de fratura coesiva (MFC), quatro estágios podem ser considerados de forma geral durante o processo de fraturamento[69]:

- Um primeiro estágio representado pelo material intacto e contínuo.
- Um segundo estágio onde o processo de fraturamento é iniciado (se o critério for tensão, a ruptura se inicia quando a tensão no material é superior à sua resistência).

- Um terceiro estágio que descreve a evolução do fraturamento, onde a relação entre as forças coesivas e a abertura da fratura obedecem a uma curva de amolecimento.
- Um quarto estágio onde a fratura é considerada aberta como resultado da redução total das forças coesivas (Fig. 3.7).

Desde a introdução do conceito do MFC feito por Barenblat[5] e Dugdale[20], diferentes modelos têm sido propostos para representar a curva de amolecimento do material (ou relação constitutiva coesiva). Para isso, os modelos propostos devem levar em conta as seguintes características[70]:

- A relação das forças coesivas com a abertura independe de qualquer movimento de corpo rígido superposto.
- O trabalho para criar uma nova superfície de fissura tem um valor finito correspondente à energia de fratura do material. O valor do trabalho corresponde à área abaixo da curva de amolecimento.
- A energia de fratura no Modo I é usualmente diferente da energia de fratura no Modo II.
- As forças coesivas na superfície da fissura diminuem até serem nulas com o aumento da abertura na condição de amolecimento (*softening*), o que resulta em uma rigidez negativa.
- Considerando que o material possui uma abertura crítica, o fraturamento acontece quando a separação das superfícies da fissura ultrapassa esta abertura crítica.

Assim, diferentes modelos têm sido propostos para representar o processo de amolecimento do material, desde os modelos baseados no deslocamento efetivo das faces da fissura em uma direção (tais como o modelo linear, bilinear, trapezoidal e polinomial) ou os modelos baseados em funções potenciais (funções associadas a um campo físico tais como a gravidade, energia de deformação, energia magnética, etc). Mas em todos os casos, para certas condições de contorno, pode haver algumas limitações na sua utilização, tal como o aparecimento de uma rigidez positiva ou problemas quando as energias de fratura são iguais em ambos os modos I e II[70].

3.2.3

Modelos híbridos aplicados à modelagem da propagação de fraturas.

A representação macroscópica da fratura e o seu crescimento na malha de elementos finitos possibilita combinar esta metodologia com o método dos elementos discretos (MED). Quando a fratura se propaga, eventualmente ela pode coalescer com outras fraturas ou se ramificar. As superfícies de fratura podem formar blocos que podem entrar em contato entre si mesmo depois de acabado o processo de amolecimento. A interação destes blocos através das suas superfícies tem que ser representada por um modelo de contato e o seu movimento deve seguir a 2ª lei de Newton. Elmo[22] combina o método dos elementos finitos com o método dos elementos discretos (MEF-MED) utilizando o modelo de banda de fissuramento, aplicando esta metodologia ao estudo de pilares de rocha fraturada. Por outro lado, Munjiza[65] utiliza o modelo de fratura coesiva (MFC) na sua implementação de acoplamento entre o método dos elementos finitos e o método dos elementos discretos (MEF-MED). O modelo de amolecimento adotado (para o caso do Modo I de ruptura) é obtido a partir de dados experimentais, assim, a variação da tensão normal após ter atingido a resistência à tração f_t do material (Fig. 3.8) é definida como:

$$\sigma = z f_t \quad (3-11)$$

onde z corresponde a uma fórmula heurística definida por:

$$z = \left[1 - \frac{a + b - 1}{a + b} \exp\left(D \frac{a + cb}{(a + b)(1 - a - b)}\right) \right] \times [a(1 - D) + b(1 - D)^c] \quad (3-12)$$

onde a , b e c são parâmetros extraídos da curva tensão-deformação de ensaios experimentais e D é um fator de dano. Mahabadi[58] Mahabadi *et. al.*[61] e Lisjak *et. al.*[56,55] aplicaram esta metodologia para a simulação numérica de ensaios de laboratório em materiais homogêneos, heterogêneos e anisotrópicos, mostrando bons resultados. No entanto, todas as implementações do MFC feitas utilizando estes modelos descritos foram implementados de forma intrínseca, o que significa que os elementos de interface ou coesivos, formam parte da malha de elementos finitos desde o início do processo de cálculo.

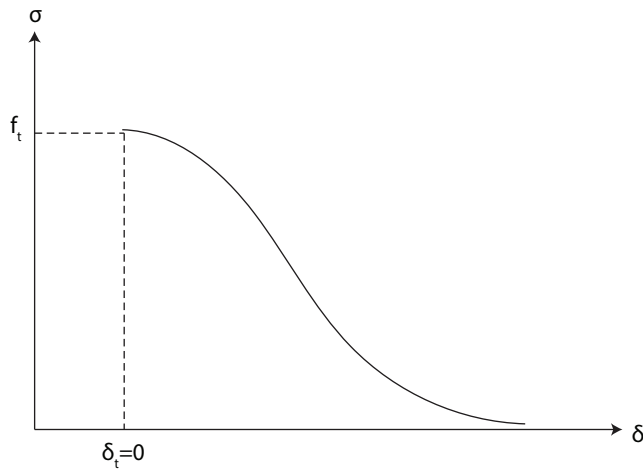


Figura 3.8: Relação tensão-deformação no amolecimento proposto por Munjiza[65]

3.3

O modelo potencial PPR (Park-Paulino-Roesler)

Como mencionado anteriormente, para a aplicação do processo de fraturamento na modelagem da propagação de fraturas, existem aplicações tanto com o modelo de banda de fissuramento e com o modelo de fratura coesiva. A vantagem da utilização de elementos coesivos para capturar o processo de amolecimento (*softening*) é que não é necessária a modificação da matriz de rigidez dos elementos envolvidos no processo. Desta forma, é o elemento coesivo o encarregado de aplicar forças coesivas nas paredes da fratura, descarregando gradualmente as tensões atuantes nestas faces. Duas formas de implementação podem ser utilizadas: implementação intrínseca e extrínseca. No modelo intrínseco (utilizado comumente nas implementações encontradas na bibliografia técnica), os elementos de interface são inseridos na malha de elementos finitos em todos os *facets* (chame-se *facet* à face do elemento compartilhado com outro elemento) da malha de elementos finitos no início do processo de cálculo. Quando a tensão interna do elemento de interface é superior à sua resistência, o processo de amolecimento é iniciado. No caso da implementação extrínseca, o elemento coesivo é inserido na malha de forma adaptativa para capturar o processo de amolecimento (*softening*). A vantagem deste tipo de implementação em comparação com a de tipo intrínseco, é o menor custo computacional (devido ao menor número de elementos na malha) e a redução de possíveis problemas de estabilidade numérica, devido à alta rigidez utilizada no elemento coesivo na implementação intrínseca utilizada antes de iniciar o processo de amolecimento (*softening*).

O modelo PPR (Park-Paulino-Roesler)[69,72] foi proposto como um modelo geral que descreve a fratura física macroscópica de forma consistente com as suas condições de contorno. Desta forma, a fratura é representada segundo as seguintes condições, para o caso do modelo extrínseco:

- O processo de fratura é completo quando a tensão normal T_n ou a tensão tangencial T_t no elemento coesivo (que representa a zona de fratura coesiva) atingem um valor nulo. Isto ocorre quando a separação normal ou tangencial atinge o seu valor crítico de abertura.
- A área embaixo da curva de amolecimento corresponde ao valor da energia de fratura, assim a energia de fratura no Modo I ϕ_n e no Modo II ϕ_t são:

$$\phi_n = \int_0^{\delta_n} T_n(\Delta_n, 0) d\Delta_n \quad (3-13)$$

$$\phi_t = \int_0^{\delta_t} T_t(\Delta_t, 0) d\Delta_t \quad (3-14)$$

- As tensões normal T_n e tangencial T_t no elemento coesivo são máximas no instante de tempo em que este é inserido, e os valores destas tensões correspondem à resistência normal e tangencial $(\sigma_{max}, \tau_{max})$ do elemento coesivo, respectivamente:

$$T_n(\delta_{nc}, 0) = \sigma_{max} \quad (3-15)$$

$$T_t(\delta_{tc}, 0) = \tau_{max} \quad (3-16)$$

- Dois parâmetros de forma α e β são introduzidos para caracterizar o processo de amolecimento do material, que pode ser frágil, *plateau*, quase-frágil (Fig. 3.9).

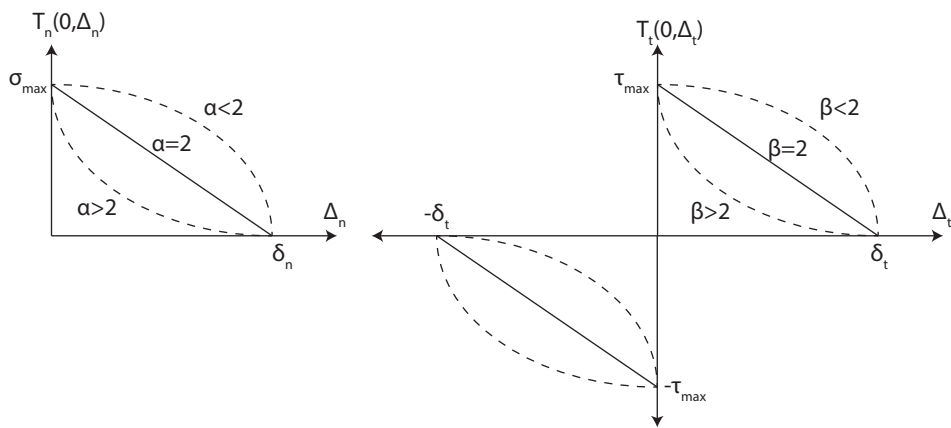


Figura 3.9: Parâmetros de forma do modelo PPR no caso do modelo extrínseco

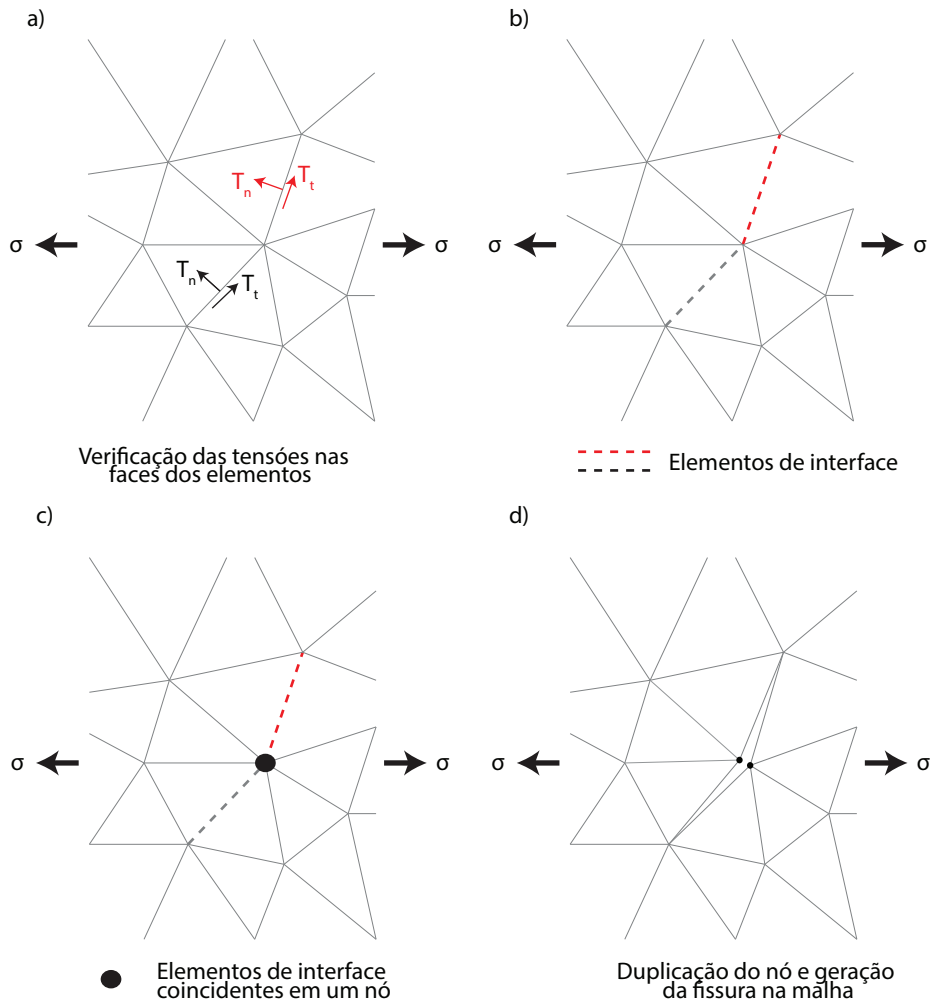


Figura 3.10: Procedimento de inserção de elementos de interface no modelo extrínseco e duplicação de nó para a formação de uma fissura

Como mencionado anteriormente, na implementação extrínseca, os elementos de interface (ou chamados também de elementos coesivos) não são inseridos na malha de elementos finitos desde o início do processo de cálculo. Eles são inseridos de forma adaptativa conforme sejam requeridos. O processo de inserção é mostrado na Fig. 3.10. As tensões normais e tangenciais atuantes nos *facets* da malha são monitoradas constantemente (Fig. 3.10a). Quando uma destas tensões for maior que a sua resistência correspondente, um elemento de interface é inserido na malha de elementos finitos (Fig. 3.10b). Dois elementos de interface coincidentes em um nó indicam que este deve ser duplicado (Fig. 3.10c). Após a duplicação do nó, com a geração da superfície da fratura, o processo de amolecimento é iniciado nos elementos de interface coesivos inseridos (Fig. 3.10d). Para o caso bidimensional, o elemento de interface utilizado corresponde ao mostrado na Fig. 3.11. O elemento tem 4 nós e os deslocamentos normal e tangencial (Δ_n , Δ_t) podem ser calculados a partir dos

deslocamentos nodais medidos no sistema local de coordenadas $n-t$. Assim, a função potencial ψ que descreve o processo de amolecimento do material no tipo de implementação extrínseca é:

$$\begin{aligned} \psi(\Delta_n, \Delta_t) = \min(\phi_n, \phi_t) + [\Gamma_n(1 - \frac{\Delta_n}{\delta_n})^\alpha + \\ + (\phi_n - \phi_t)][\Gamma_t(1 - \frac{|\Delta_t|}{\delta_t})^\beta + (\phi_t - \phi_n)] \quad (3-17) \end{aligned}$$

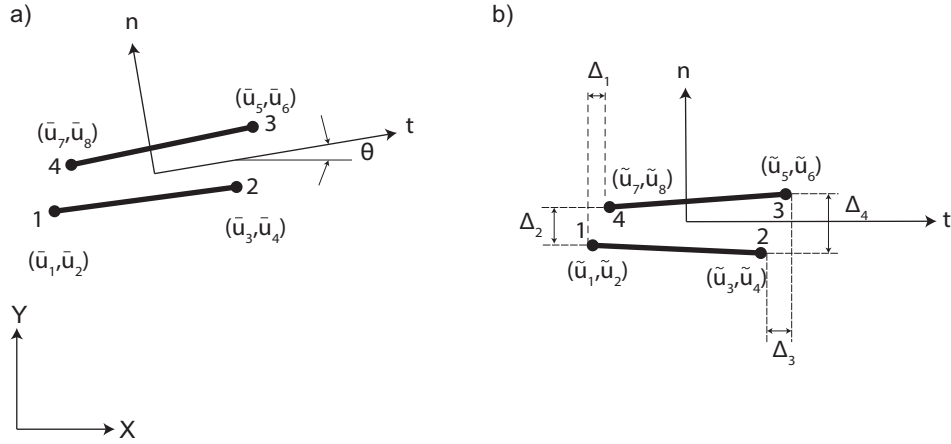


Figura 3.11: Elemento de interface (elemento coesivo) utilizado no modelo PPR[71], a) elemento no sistema global de coordenadas $X-Y$; b) elemento de interface no sistema local de coordenadas $n-t$

onde Γ_n e Γ_t são denominados como constantes de energia e são funções da energia de fratura normal ϕ_n e da energia de fratura tangencial ϕ_t . As tensões normal e tangencial atuantes nas faces do elemento coesivo, podem ser calculadas a partir do gradiente da função potencial, assim temos que:

$$\begin{aligned} T_n(\Delta_n, \Delta_t) &= \frac{\partial \psi(\Delta_n, \Delta_t)}{\partial \Delta_n} = \\ &= -\alpha \frac{\Gamma_n}{\delta_n} (1 - \frac{\Delta_n}{\delta_n})^{\alpha-1} [\Gamma_t(1 - \frac{|\Delta_t|}{\delta_t})^\beta + (\phi_t - \phi_n)] \quad (3-18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_t(\Delta_n, \Delta_t) &= \frac{\partial \psi(\Delta_n, \Delta_t)}{\partial \Delta_t} = \\ &= -\beta \frac{\Gamma_t}{\delta_t} (1 - \frac{|\Delta_t|}{\delta_t})^{\beta-1} [\Gamma_n(1 - \frac{\Delta_n}{\delta_n})^\alpha + (\phi_n - \phi_t)] \frac{\Delta_t}{|\Delta_t|} \quad (3-19) \end{aligned}$$

As tensões no elemento coesivo geram as forças coesivas atuantes nos nós dos elementos adjacentes a este. Desta forma a tensão destes elementos é reduzida gradualmente com o aumento dos deslocamentos normais e tangenciais das faces do elemento coesivo. A abertura (deslocamento normal) ou deslizamento crítico do elemento coesivo é aquela que corresponde a valores de forças coesivas nulas. Isto quer dizer que o processo de amolecimento foi finalizado, sendo a partir deste instante de tempo, a fratura considerada aberta. Os valores de abertura δ_n e de deslizamento crítico δ_t das faces do elemento coesivo estão relacionados à energia de fratura ϕ_n e ϕ_t , e estas podem ser calculadas através das seguintes relações:

$$\delta_n = \alpha \phi_n / \sigma_{max}, \quad \delta_t = \beta \phi_t / \tau_{max} \quad (3-20)$$

3.4

Modelo de lattice-Boltzmann

O movimento de um fluido é o resultado da interação de várias partículas no nível microscópico[84]. Desta forma, podem ser definidas duas formas de abordagem: através de um modelo contínuo e através de um modelo discreto. Em ambos os casos, o tipo de abordagem está relacionado à escala de análise. No nível macroscópico, o fluido pode ser considerado como um meio contínuo, onde as equações de Navier-Stokes podem ser utilizadas para determinar as variáveis macroscópicas como a velocidade e a pressão do fluido. No entanto estas equações são de difícil solução devido a sua não linearidade, podendo ser resolvidas através de métodos numéricos ou analiticamente para algumas geometrias simples[64]. Por outro lado na abordagem discreta, o movimento de um fluido pode ser determinado através da interação entre as partículas do fluido, onde, através da 2ª Lei de Newton, pode-se determinar a posição das partículas para cada passo de tempo e assim o fluxo no nível macroscópico. Porém, este cálculo é inviável devido ao grande número de moléculas interagindo em um fluido (1 mol de água contém $\sim 10^{23}$ moléculas)[84].

As escalas de trabalho definidas anteriormente podem ser conectadas por uma intermediária chamada de mesoescala. Neste caso estuda-se o comportamento de um conjunto de partículas como uma unidade, cujas propriedades são representadas por uma única função chamada de função de distribuição [63,64]. Assim, no modelo de lattice-Boltzmann, as partículas são agrupadas segundo a sua velocidade e posição. Desta forma, define-se a função $f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ como sendo o número de partículas provável na posição \mathbf{x} , no tempo t e com a velocidade \mathbf{v} . Considerando que não existe interação entre as partículas e conservando-se

a sua quantidade quando o conjunto passa da posição \mathbf{x} à posição $\mathbf{x} + \mathbf{v}dt$ (Fig. 3.12) temos:

$$f(\mathbf{x} + \mathbf{v}dt, \mathbf{v} + \frac{F}{m}dt, t + dt)d\mathbf{x}d\mathbf{v} - f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)d\mathbf{x}d\mathbf{v} = 0 \quad (3-21)$$

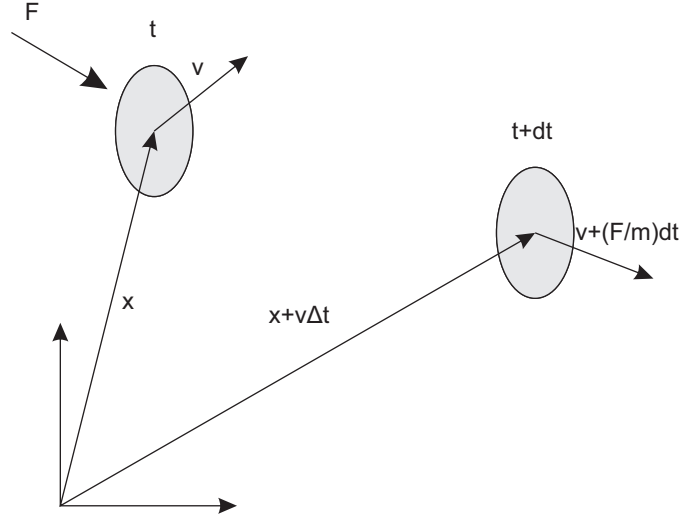


Figura 3.12: Posição e velocidade de uma partícula antes e depois da aplicação de uma força[64]

Porém, as colisões entre as partículas podem fazer com que algumas delas sejam excluídas do volume $d\mathbf{x}d\mathbf{v}$ ou com que outras sejam aderidas. A taxa de variação entre a função de distribuição final e inicial é chamada de operador de colisão δ_c definido por:

$$f(\mathbf{x} + \mathbf{v}dt, \mathbf{v} + \frac{F}{m}dt, t + dt)d\mathbf{x}d\mathbf{v} - f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)d\mathbf{x}d\mathbf{v} = \delta_c(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)d\mathbf{x}d\mathbf{v}dt \quad (3-22)$$

Simplificando a expressão, para $dt \rightarrow 0$, temos:

$$\frac{f(\mathbf{x} + \mathbf{v}dt, \mathbf{v} + (F/m)dt, t + dt) - f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)}{dt} = \frac{df(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)}{dt} = \delta_c(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \quad (3-23)$$

Considerando que f é uma função de \mathbf{x}, \mathbf{v} , e t , a equação 3-23 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \cdot \mathbf{v} + \frac{F}{m} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = \delta_c \quad (3-24)$$

A equação 3-24 representa a equação de Boltzmann e o termo de colisão

deve ser consistente com as leis de conservação de massa e quantidade de movimento[84]. O termo de colisão leva a equação de Boltzmann a uma forma íntegro-diferencial não linear[77], tornando-a uma equação implícita que pode ser linearizada e tornada explícita através da aproximação denominada BGK[8,35].

3.4.1

Aproximação BGK (Bhatnagar-Gross-Krook)

Uma versão do termo de colisão geralmente utilizada é a aproximação BGK[8,34], sendo ela calculada da seguinte forma:

$$\delta_c = \frac{1}{\tau}(f^{eq}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) - f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)) \quad (3-25)$$

onde τ é o tempo de colisão e f^{eq} é definido como função de equilíbrio. Para simplificar o processo de aproximação BGK, o espaço é discretizado de forma que as partículas somente podem residir nos nós da rede (*lattice*), podendo se movimentar em direções fixas e em intervalos de tempo definidos (discretização do espaço)[84]. A partir da discretização do espaço e do tempo é possível recuperar as equações de Navier-Stokes através da equação de Boltzmann[27,35].

No caso bidimensional, é utilizado o modelo de rede D2Q9 (Fig. 3.13), onde D2 indica duas dimensões e Q9 indica nove direções de movimento, sendo uma velocidade considerada nula. Sendo estas velocidades fixas v_α , a magnitude de cada uma delas pode ser expressa como[40]:

$$v_\alpha = \begin{cases} (0, 0) & \alpha = 0 \\ \cos[(\alpha - 1)\pi/2], \sin[(\alpha - 1)\pi/2]c & \alpha = 1, 2, 3, 4 \\ (\cos[(\alpha - 5)\pi/2 + \pi/4], \sin[(\alpha - 5)\pi/2 + \pi/4])\sqrt{c} & \alpha = 5, 6, 7, 8 \end{cases}$$

sendo $c = \Delta_x/\Delta_t$, onde Δ_x e Δ_t correspondem ao tamanho da célula e *time-step* respectivamente. Desta forma, a equação 3-22 pode ser reescrita da forma seguinte:

$$f(\mathbf{x} + \mathbf{v}\Delta t, t + \Delta t) - f(\mathbf{x}, t) = \frac{\Delta t}{\tau}[f^{eq}(\mathbf{x}, t) - f(\mathbf{x}, t)] \quad (3-26)$$

onde τ é o tempo de colisão (que é função da viscosidade do fluido) e f^{eq} é a função de equilíbrio. Esta função, derivada da função de distribuição de Maxwell[37] é função das variáveis macroscópicas, como a velocidade u e a densidade ρ [84]. Desta forma, a função de equilíbrio para o caso da célula D2Q9 é definida como:

$$f^{eq}(\mathbf{x}, t) = w\rho \left[1 + 3 \frac{(\mathbf{v}_\alpha \cdot \mathbf{u})}{c^2} + \frac{9}{2} \frac{(\mathbf{v}_\alpha \cdot \mathbf{u})^2}{c^4} - \frac{3}{2} \frac{\mathbf{u}^2}{c^2} \right] \quad (3-27)$$

sendo w uma constante definida por:

$$w = \begin{cases} 4/9 & \alpha = 0 \\ 1/9 & \alpha = 1, 2, 3, 4 \\ 1/36 & \alpha = 5, 6, 7, 8 \end{cases}$$

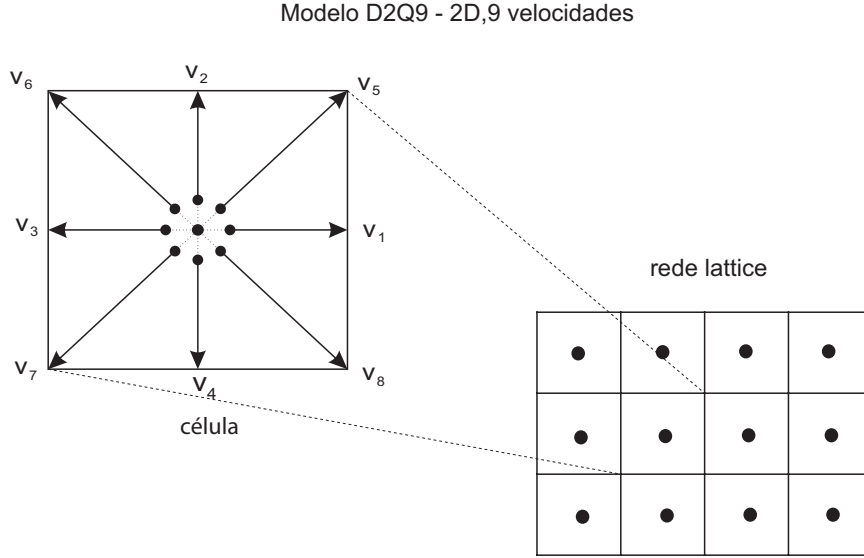


Figura 3.13: Rede D2Q9 (duas dimensões e nove velocidades)[84]

Assim, para cada passo de tempo (time-step), as variáveis macroscópicas do fluido podem ser calculadas a partir da função de distribuição, como mostrado a seguir:

$$\rho(\mathbf{x}, t) = m \sum_{\alpha=1}^b f(\mathbf{x}, t) \quad (3-28)$$

$$u(\mathbf{x}, t) = \frac{m}{\rho(\mathbf{x}, t)} \sum_{\alpha=1}^b \mathbf{v} f(\mathbf{x}, t) \quad (3-29)$$

Duas condições têm que ser levadas em conta para determinar o comportamento macroscópico do fluido e, portanto, correspondentes com as equações de Navier-Stokes: a) em um fluido incompressível a densidade é igual a um valor aproximadamente constante, sendo $\Delta\rho/\rho \ll 1$ e; b) o número de Mach é definido como $Ma = u_{max}/c_s \ll 1$. A variável u_{max} corresponde à velocidade do fluxo máxima e c_s é a pseudo velocidade do som no fluido, definida por $c_s = \sqrt{c^2/3}$. Estas duas considerações são importantes porque o modelo de lattice-Boltzmann através da aproximação BGK resolve virtualmente as equações de Navier-Stokes para um fluido compressível no limite da incompressibilidade[78]; e qualquer desvio de alguma destas duas condições

pode levar ao erro, chamado de erro da compressibilidade[54].

A pressão do fluido p pode ser calculada como uma função da densidade, utilizando para isto a equação geral dos gases[34] onde $p = \rho c_s^2$. Daqui pode-se observar que a única forma de impor um gradiente de pressão, para gerar um fluxo, é impondo um gradiente de densidade, porque a pressão não é uma variável independente[84]. Isto pode trazer erros de cálculo quando se quer impor um gradiente alto de pressão para gerar o fluxo. A abordagem para este tipo de problemas foi proposta por He & Luo[40], onde é introduzida uma função de distribuição de pressão local definida como $p_\alpha = c_s^2 f$, sendo o valor da função no equilíbrio calculada como:

$$p_\alpha^{eq}(\mathbf{x}, t) = w \left\{ p + p_0 \left[3 \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{u}}{c^2} + \frac{9}{2} \frac{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{u})^2}{c^4} - \frac{3}{2} \frac{\mathbf{u}^2}{c^2} \right] \right\} \quad (3-30)$$

Desta forma, a equação da evolução do LB para um fluido incompressível é definida como:

$$p_\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{v}\Delta t, t + \Delta t) = p_\alpha(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\tau^*} [p_\alpha(\mathbf{x}, t) - p_\alpha^{eq}(\mathbf{x}, t)] \quad (3-31)$$

onde τ^* é o tempo de colisão adimensional, definido como $\tau^* = \tau/\Delta t$. Desta forma, diferentemente das equações 3-28 e 3-29, as variáveis macroscópicas do fluido podem ser calculadas como:

$$p(\mathbf{x}, t) = m \sum_{\alpha=1}^b p_\alpha(\mathbf{x}, t) \quad (3-32)$$

$$p_0 \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\alpha=1}^b \mathbf{v} p_\alpha(\mathbf{x}, t) \quad (3-33)$$

Geralmente, a solução da equação do modelo de lattice-Boltzmann é obtida em duas etapas. A primeira é chamada de colisão, a qual redistribui as partículas do nó devido ao efeito de colisão:

$$p'_\alpha = p_\alpha(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\tau^*} (p_\alpha(\mathbf{x}, t) - p_\alpha^{eq}(\mathbf{x}, t)) \quad (3-34)$$

Na segunda etapa, chamada de propagação, as partículas são propagadas para os nós vizinhos:

$$p_\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{v}_\alpha \Delta t, t + \Delta t) = p'_\alpha(\mathbf{x}, t) \quad (3-35)$$

A Fig. 3.14 mostra o processo de cálculo do modelo de lattice-Boltzmann, onde as etapas mencionadas anteriormente podem ser observadas. Em cada passo de tempo (*time-step*) é calculada a evolução da função de distribuição de pressão, logo são impostas as condições de contorno e posteriormente são calculadas as variáveis macroscópicas do fluido.

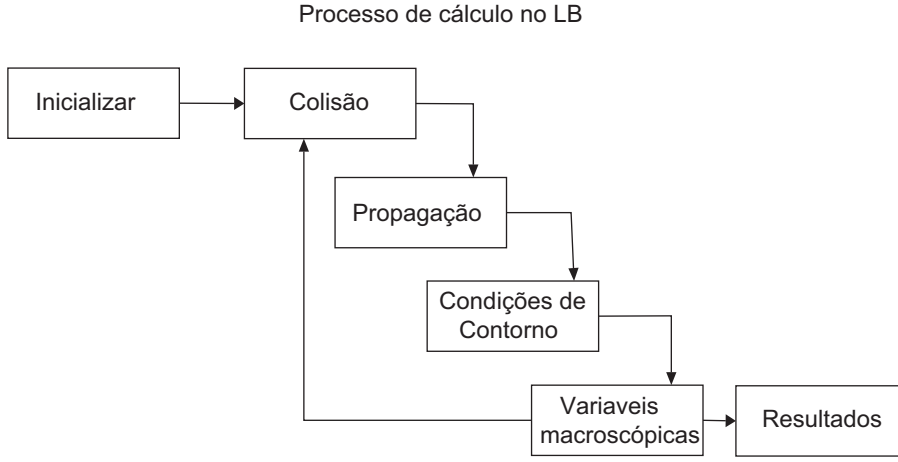


Figura 3.14: Esquema da seqüência de cálculo no modelo de lattice-Boltzmann[63]

3.4.2

Condições de contorno

As condições de contorno no modelo de lattice-Boltzmann, estabelecidas pelos sólidos inclusos no modelo, podem ser de natureza fixa ou móvel. Sendo um dos objetivos deste estudo avaliar a injeção de um fluido sob pressão para dentro de uma fissura de forma a gerar a sua propagação (fraturamento hidráulico). A condição de contorno móvel será abordada em detalhe.

Dois tipos de modelos de contorno serão abordados no modelo de lattice-Boltzmann: o modelo de células parcialmente saturadas[66] e os modelos baseados em funções de interpolação. No modelo de células parcialmente saturadas, a equação de lattice-Boltzmann é modificada com a finalidade de incorporar um parâmetro de peso chamado de fração de sólido, nas células localizadas na fronteira sólido-líquido. A Fig. 3.15 mostra a construção de um esquema de fração de sólidos onde é considerado o valor de 0 para o líquido e 1 para o sólido. As células localizadas na fronteira ou borda do sólido terão um valor de fração de sólido entre 0 e 1. Assim, a equação de lattice-Boltzmann se torna:

$$p_{\alpha}(\mathbf{x} + \mathbf{v}_{\alpha}\Delta t, t + \Delta t) = p_{\alpha}(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\tau^*}(1 - B)(p_{\alpha}(\mathbf{x}, t) - p_{\alpha}^{eq}(\mathbf{x}, t)) + B\Omega_{\alpha}^s \quad (3-36)$$

onde B é a função de peso, dada por:

$$B(\mathbf{x}, t) = \frac{\epsilon(\mathbf{x}, t)(\tau^* - 0.5)}{1 - \epsilon(\mathbf{x}, t) + (\tau^* - 0.5)} \quad (3-37)$$

sendo ϵ a fração de sólido e Ω_α^s o termo adicional de colisão que modifica as funções de distribuição de pressão para tratar dos obstáculos sólidos[84], baseado no conceito da condição "bounce-back"[66]. Assim, o termo adicional de colisão é dado por.

$$\Omega_\alpha^s = p_{-\alpha}(\mathbf{x}, t) - p_\alpha + p_\alpha^{eq}(p, \mathbf{v}_p) - p_{-\alpha}^{eq}(\mathbf{x}, t) \quad (3-38)$$

onde v_p é a velocidade da partícula na posição x no tempo t e $-\alpha$ representa a direção contrária à direção α . Este modelo tem sido utilizado com sucesso no acoplamento fluido-mecânico com o método dos elementos discretos[84] para a modelagem do fluxo através de um meio poroso, onde as partículas são consideradas cilíndricas (2D) ou esféricas (3D). No entanto, existe também a generalização do modelo para outras geometrias[30].

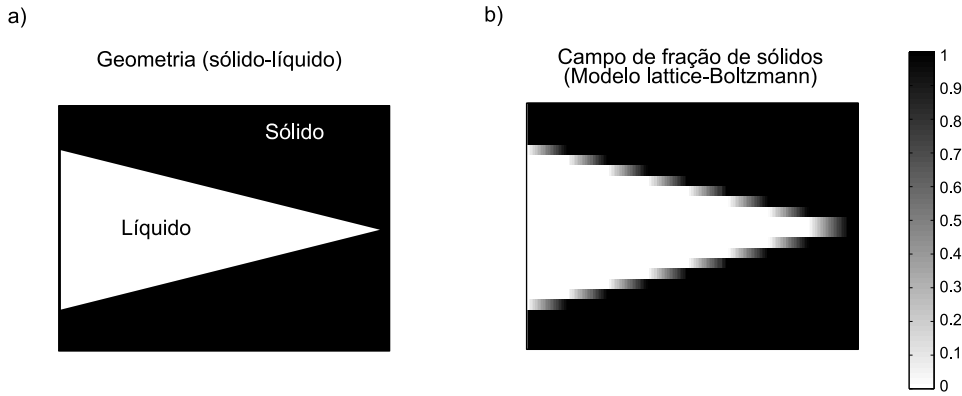


Figura 3.15: Exemplo de campo de fração de sólidos

Para o caso das funções de interpolação, estas são utilizadas nas células localizadas próximas à fronteira sólido-líquido. Nestas células, para o caso do tipo D2Q9, as funções de interpolação são utilizadas nas direções que apontam para a fronteira. Assim, é necessário saber quais as células próximas à fronteira e quais as direções em cada uma destas células que apontam para fronteira, a fim de determinar qual a distância com o centro da célula.

A Fig. 3.16 mostra o esquema da condição de contorno para definir o tipo de interpolação a ser utilizado. Define-se q como um parâmetro de proporcionalidade entre o tamanho da célula, definido por δ_s , e a distância da parede (fronteira sólido-líquido) ao nó de fronteira menos distante. Desta forma, duas condições para a interpolação são definidas:

- Para $q < 1/2$, a interpolação deverá ser feita antes do cálculo da propagação.
- Para $q \geq 1/2$, a interpolação deverá ser feita depois do cálculo da propagação.

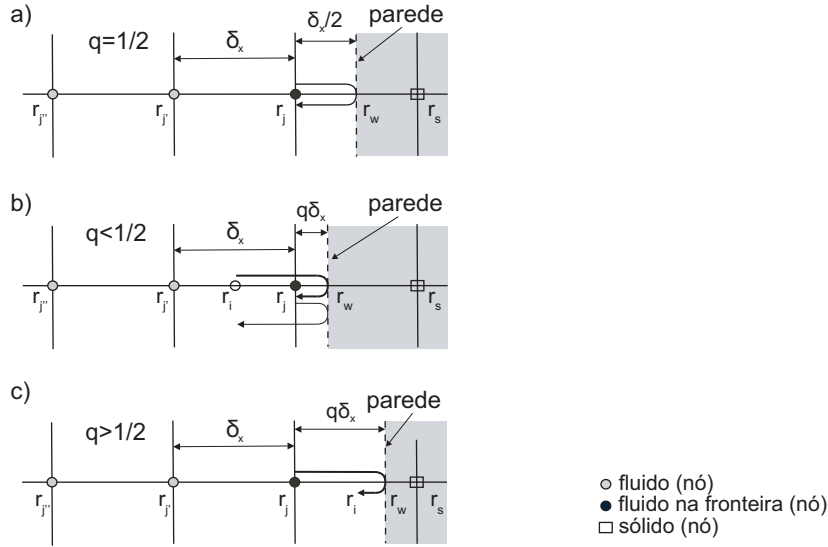


Figura 3.16: Esquema da condição de contorno com paredes rígidas localizadas arbitrariamente entre dois nós[51]. A distância q , que define o tipo de interpolação é, definida por $q = |r_j - r_w| / \delta_x$

No entanto, na prática, é mais eficiente combinar colisão e propagação em um passo de tempo. Desta forma, as funções de interpolação, para cada caso mencionado anteriormente, serão:

$$f_{-\alpha}(r_j, t) = q(1 + 2q)f_{\alpha}(r_j + \mathbf{v}_{\alpha}\Delta t, t) + (1 - 4q^2)f_{\alpha}(r_j, t) - q(1 - 2q)f_{\alpha}(r_j - \mathbf{v}_{\alpha}\Delta t, t) + 3w_{\alpha}(\mathbf{v}_{\alpha} \cdot \mathbf{u}_w) \quad (3-39)$$

$$f_{-\alpha}(r_j, t) = \frac{1}{q(2q + 1)}f_{\alpha}(r_j + \mathbf{v}_{\alpha}\Delta t, t) + \frac{2q - 1}{q}f_{-\alpha}(r_j - v_{\alpha}\Delta t, t) - \frac{2q - 1}{2q + 1}f_{-\alpha}(r_j - 2\mathbf{v}_{\alpha}\Delta t, t) + \frac{3w_{\alpha}}{q(2q + 1)}(\mathbf{v}_{\alpha} \cdot \mathbf{u}_w) \quad (3-40)$$

onde \mathbf{u}_w é a velocidade da parede. É importante observar que quando $q = 0$, as funções de interpolação reproduzem a condição "bounce-back", sendo neste, o valor da função de distribuição refletido na direção oposta.

3.5

Acoplamento Fluidomecânico

O modelo de lattice-Boltzmann (LB) tem sido amplamente utilizado para o caso da análise do movimento de partículas sólidas dentro de um fluido[30,51,66,84]. Nestas análises, o contorno, seja definido pelas funções de interpolação[51] ou por células parcialmente saturadas[66], deve ter a sua posição atualizada constantemente devido à força de arraste de fluxo na partícula. Desta forma, a condição de contorno no modelo de lattice-Boltzmann é do tipo móvel.

No estudo do fluxo através de um meio particulado, o modelo de lattice-Boltzmann pode ser acoplado com o método dos elementos discretos. Desta forma, o acoplamento fluidomecânico responde ao seguinte ciclo de cálculo: a força de arraste na partícula, calculada pelo modelo de lattice-Boltzmann, é incorporada no modelo de elementos discretos nas suas equações de movimento. Assim esta força atua como uma força externa aplicada na partícula, influenciando no seu movimento.

Este princípio pode ser utilizado nesta proposta de acoplamento fluido-mecânico. O elemento coesivo, inserido na malha de elementos finitos para representar a fratura é a condição de contorno móvel do modelo de lattice-Boltzmann. Utilizando a pressão do fluido no interior da fratura (calculada no modelo de lattice-Boltzmann), podem ser calculadas as forças que este aplica nas paredes da fratura. Estas forças, transferidas para o método dos elementos finitos, atuam como forças externas aplicadas nos lados do elemento coesivo em direção oposta às forças coesivas.

4

Implementação

Neste capítulo será apresentado o processo de implementação das metodologias numéricas base desta proposta de trabalho. Todos os códigos computacionais foram desenvolvidos utilizando a linguagem C. No entanto, a implementação no método dos elementos finitos foi desenvolvida utilizando a biblioteca *Tops*[23,73], que serve como uma estrutura de dados, encarregada de gerenciar a malha de elementos finitos e as mudanças na matriz de conectividade devido à duplicação dos nós para representar a fratura. O modelo de fratura utilizado nesta proposta de trabalho é o modelo de fratura coesiva PPR, devido às suas potencialidades na modelagem do processo de fratura em vários materiais (modificando os parâmetros de forma), e a sua implementação extrínseca, fundamental para os objetivos desta pesquisa. Para a verificação das implementações numéricas desenvolvidas, serão simulados numericamente diferentes ensaios encontrados na bibliografia técnica, a fim de poder comparar resultados e avaliar as metodologias numéricas propostas.

4.1

Implementação do modelo mecânico

A propagação de uma fissura pode ser observada na malha de elementos finitos através da inserção de elementos de interface entre os *facets* formados por dois elementos no material contínuo (propagação inter-elemento). No entanto a inserção destes elementos envolve modificações na topologia da malha. O modelo coesivo potencial PPR, na sua implementação extrínseca, envolve duplicação de nós que leva a uma constante modificação da matriz de conectividade dos elementos. Para poder gerenciar as mudanças da informação topológica, a biblioteca *Tops*[23,73], que é uma estrutura de dados, foi utilizada para o desenvolvimento de um código de elementos finitos com elementos triangulares de três nós (T3), onde o método da relaxação dinâmica[18] foi utilizado na solução das equações de equilíbrio.

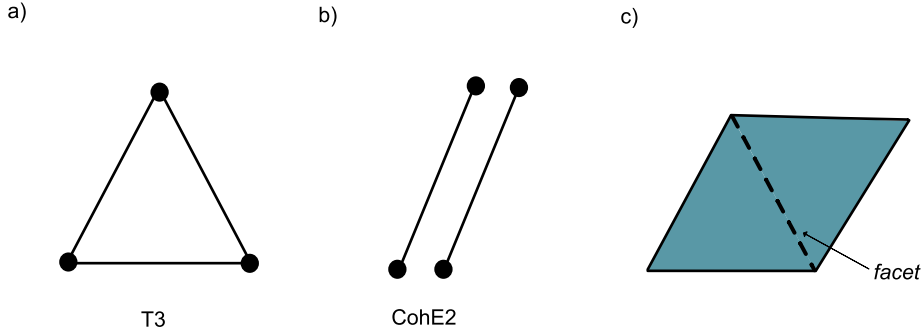


Figura 4.1: Tipos de elementos utilizados na implementação e definição do *facet*. a) Elemento utilizado na malha de elementos finitos; b) Elemento coesivo implementado; c) Definição do *facet*

A Fig. 4.1 mostra os tipos de elementos utilizados na implementação. Para o caso do método dos elementos finitos, foram utilizados elementos triangulares de três nós, de comportamento linear e elástico. As equações de equilíbrio são resolvidas através da metodologia mostrada por Figueiredo[18] utilizando a técnica da relaxação dinâmica. Nesta técnica, a solução é dividida em dois processos: o primeiro, que é o cálculo feito em cada elemento da malha, onde através da formulação convencional dos elementos finitos, são determinadas a deformação e a tensão do elemento e; o segundo cálculo é feito nos nós da malha, onde através da aplicação da 2ª Lei de Newton, é possível calcular o seu deslocamento.

Para poder determinar a força nos nós $[F]$ devido às tensões no elemento, a seguinte relação é utilizada:

$$[F] = \int_V [B]^T [\sigma] dV \quad (4-1)$$

onde $[B]$ é a matriz que relaciona as coordenadas locais e globais dos nós do elemento e $[\sigma]$ é a matriz de tensões no elemento. A força resultante no nó corresponde a soma desta força, calculada pela Eq. 4-1 com a força externa que pode existir. Desta forma, a força resultante será:

$$F_{resultante} = F_{externa} - F_{interna} \quad (4-2)$$

A força resultante aplicada no nó permite calcular a sua velocidade através da 2ª Lei de Newton, onde temos que:

$$F_{resultante} = m \frac{dv}{dt} \quad (4-3)$$

sendo m a massa no nó. Assumindo que a velocidade é constante para

um intervalo de tempo " dt ", o deslocamento do nó pode ser calculado através da equações do movimento retilíneo uniforme, assim o deslocamento será:

$$u = v * dt \quad (4-4)$$

Utilizando os deslocamentos nodais, a deformação do elemento pode ser calculada para outro intervalo de tempo, sendo o processo repetido em cada ciclo de cálculo. Com o método dos elementos finitos implementado, a fratura terá que ser inserida na malha de elementos finitos quando for solicitada através de um elemento de interface de 4 nós (Fig4.1b), denominado de elemento coesivo. Para a inserção deste elemento, as tensões, calculadas nos elementos e extrapoladas para os nós, devem ser utilizadas para calcular a tensão normal e tangencial no *facet*. Para isto, todos os *facets* da *malha* têm que ser monitorados para determinar se as tensões aplicadas neles são maiores do que suas resistências, tanto na direção normal (σ_n) como na direção tangencial (σ_t). O procedimento de busca e inserção de elementos coesivos é mostrado na Fig. 4.2. Quando um *facet* atinge a sua resistência à ruptura, um elemento é inserido na malha de elementos finitos nessa mesma posição. A duplicação dos nós acontece se o *facet* tem um nó que pertence ao contorno da malha ou se o nó é compartilhado com outro elemento coesivo (Fig. 4.2b-d).

Com a inserção do elemento coesivo, inicia-se o processo de amolecimento (*softening*), próprio do processo de fraturamento. Assim, utilizando os elementos coesivos inseridos na malha, as forças coesivas no seu interior podem ser calculadas a partir das tensões geradas no interior do elemento coesivo, como consequência dos deslocamentos normal e tangencial das suas faces. A Fig. 4.3 mostra o elemento coesivo tipo *CohE2*, onde são definidas a posição e os deslocamentos nodais em coordenadas globais e coordenadas locais. No modelo PPR, uma vez inserido o elemento coesivo, é gerada uma tensão inicial correspondente aos valores de resistência à ruptura do *facet* correspondente à sua posição. A partir desse instante, o valor da tensão no interior do elemento coesivo dependerá dos deslocamentos normal e tangencial das faces do elemento.

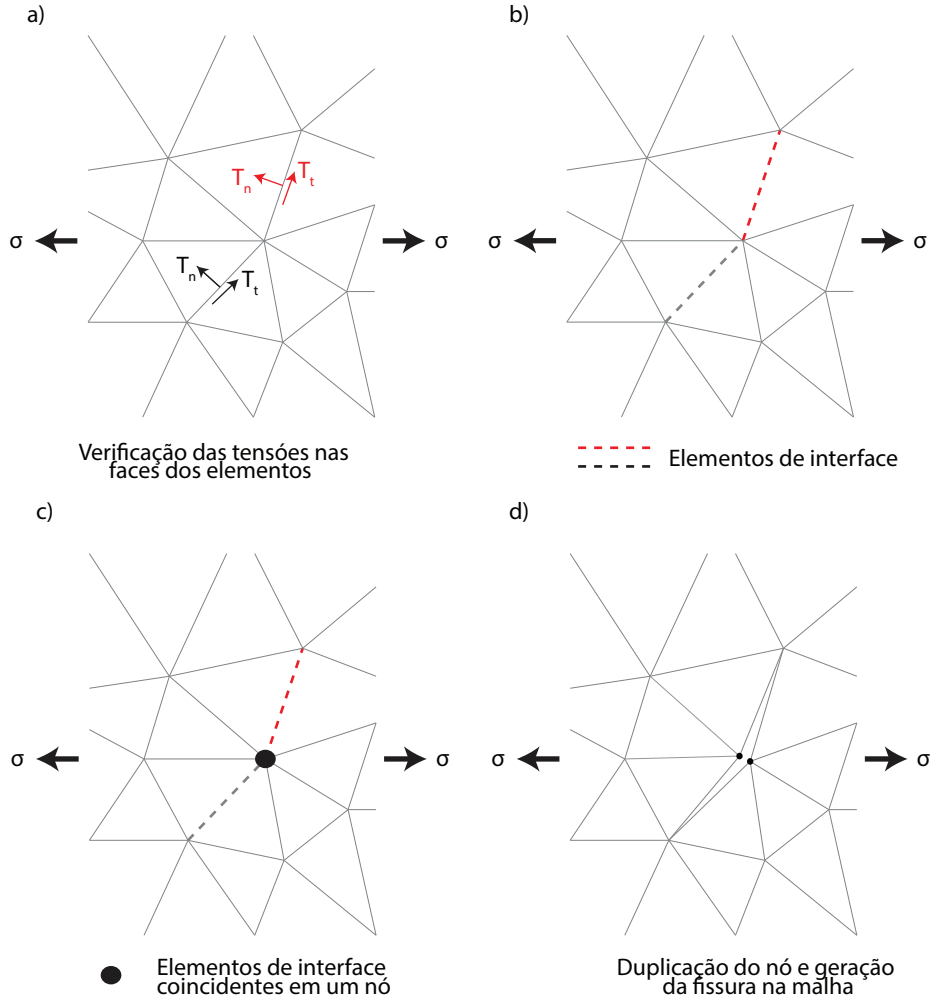


Figura 4.2: Procedimento de inserção de elementos de interface no modelo extrínseco e duplicação de nó para a formação de uma fissura

Assim, estas tensões no interior do elemento coesivo (T_n e T_t) podem ser calculadas pelas seguintes relações:

$$\begin{aligned}
 T_n(\Delta_n, \Delta_t) &= \frac{\partial \psi(\Delta_n, \Delta_t)}{\partial \Delta_n} = \\
 &= -\alpha \frac{\Gamma_n}{\delta_n} \left(1 - \frac{\Delta_n}{\delta_n}\right)^{\alpha-1} \left[\Gamma_t \left(1 - \frac{|\Delta_t|}{\delta_t}\right)^\beta + (\phi_t - \phi_n)\right] \quad (4-5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_t(\Delta_n, \Delta_t) &= \frac{\partial \psi(\Delta_n, \Delta_t)}{\partial \Delta_t} = \\
 &= -\beta \frac{\Gamma_t}{\delta_t} \left(1 - \frac{|\Delta_t|}{\delta_t}\right)^{\beta-1} \left[\Gamma_n \left(1 - \frac{\Delta_n}{\delta_n}\right)^\alpha + (\phi_n - \phi_t)\right] \frac{\Delta_t}{|\Delta_t|} \quad (4-6)
 \end{aligned}$$

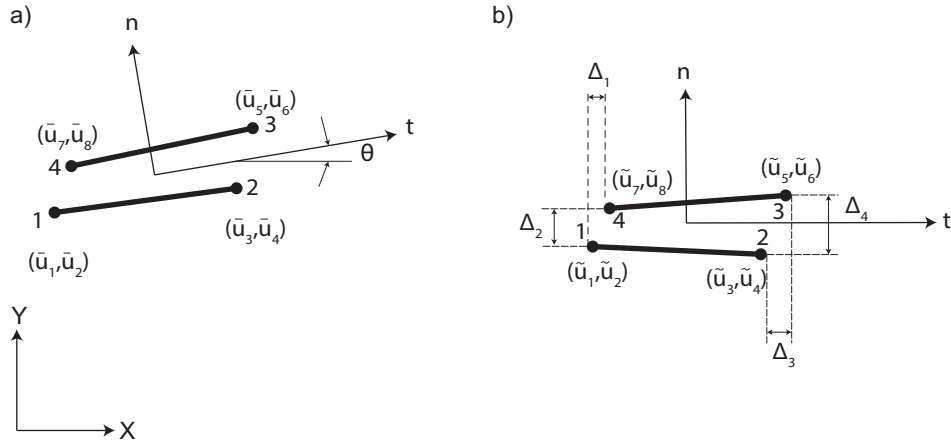


Figura 4.3: Elemento de interface (elemento coesivo) utilizado no modelo PPR[71], a) elemento no sistema global de coordenadas $X-Y$; b) elemento de interface no sistema local de coordenadas $n-t$

Uma vez calculadas as tensões, as forças coesivas podem ser calculadas através da seguinte relação:

$$[f]_{coh} = \int_{\Gamma_c} [B]_c^T [T]_c dS \quad (4-7)$$

O algoritmo 1 mostra o processo de cálculo do modelo mecânico. Mesmo que o algoritmo apresentado inclua o acoplamento fluidomecânico, pode-se observar as etapas do processo durante um ciclo de cálculo. Dentro do algoritmo 1 está o algoritmo 2, que calcula as forças coesivas dos elementos coesivos inseridos adaptativamente durante o processo de fraturamento.

Algorithm 1 Modelo mecânico

```

1: for (Todos os elementos da malha) do
2:   if (Se o elemento não for coesivo) then
3:     Vetor de deslocamentos nodais [U]
4:     Cálculo das deformação do elemento  $[\epsilon]=[B][U]$ 
5:     Cálculo das tensões no elemento  $[\sigma]=[E][\epsilon]$ 
6:     Cálculo das forças nodais
           
$$[F] = \int_V [B]^T [\sigma] dV$$

7:     Extrapola as tensões do elemento para os nós
8:   else
9:     CÁLCULO DAS FORÇAS COESIVAS (Algoritmo PPR)
10:  end if
11: end for
12:
13: for (Todos os facets da malha) do
14:   Cálculo do vetor normal ao facet
15:   Cálculo da tensão normal e tensão tangencial nos nós do facet
16:   Cálculo da tensão normal ( $S_n$ ) e tensão tangencial ( $S_t$ ) no facet
17:   if ( $S_n \geq \sigma_{max}$  ou  $|S_t| \geq \tau_{max}$ ) then
18:     INSERE O ELEMENTO COESIVO
19:   end if
20: end for
21:
22: ATUALIZA AS CONDIÇÕES DE CONTORNO NO LB
23: CÁLCULO DA PRESSÃO DO FLUIDO (Algoritmo LB)
24: CÁLCULO DAS FORÇAS APLICADAS PELO FLUIDO
25:
26: for (Todos os nós da malha) do
27:   Cálculo da força resultante ( $F_R$ ):

```

$$F_R = F_{externa} - F_{interna} + F_{fluido}$$

```

28:   2º Lei de Newton: A partir da força resultante se calculam as veloci-
      des e deslocamentos nodais.
29: end for

```

Algorithm 2 Algoritmo PPR (Modelo de fratura coesiva PPR)

```

1: Iteração - na direção normal
2: if ( $\Delta_n \ll 0$ ) then (Contato)


$$T_n = 10 \frac{\sigma_n}{\delta_n} \Delta_n$$


3: else
4:   if ( $0 \ll \Delta_n \ll \delta_n$  e  $|\Delta_t| \ll \bar{\delta}_t$  e  $\Delta_n \gg \Delta_{nmax}$ ) then (Amolecimento)


$$T_n = \frac{\partial \psi(\Delta_n, \Delta_t)}{\partial \Delta_n}$$


5:   else
6:     if ( $0 \ll \Delta_n \ll \delta_n$  e  $|\Delta_t| \ll \bar{\delta}_t$  e  $\Delta_n < \Delta_{nmax}$ ) then (Des/Car)


$$T_n = T_n^v(\Delta_n, \Delta_t)$$


7:     else
8:       if ( $\Delta_n > \delta_n$  ou  $|\Delta_t| > \bar{\delta}_t$ ) then (Ruptura)
9:          $T_n = 0$ 
10:      end if
11:    end if
12:  end if
13: end if
14:
15: Iteração - na direção tangencial
16: if ( $\Delta_n \ll 0$ ) then (Contato)
17:    $\Delta_n = 0$ 
18: end if
19: if ( $0 \ll \Delta_n \ll \bar{\delta}_t$  e  $|\Delta_t| \ll \delta_t$  e  $|\Delta_t| \gg \Delta_{tmax}$ ) then (Amolecimento)


$$T_t = \frac{\partial \psi(\Delta_n, \Delta_t)}{\partial \Delta_t}$$


20: else
21:   if ( $0 \ll \Delta_n \ll \bar{\delta}_n$  e  $|\Delta_t| \ll \delta_t$  e  $|\Delta_t| < \Delta_{tmax}$ ) then (Car/Des)
22:      $T_t = T_t^v(\Delta_n, \Delta_t)$ 
23:   else
24:     if ( $\Delta_n > \bar{\delta}_n$  ou  $|\Delta_t| > \delta_t$ ) then (Ruptura)
25:        $T_t = 0$ 
26:     end if
27:   end if
28: end if
29: Cálculo das forças coesivas

```

$$[f]_{coh} = \int_{\Gamma_c} [B]_c^T [T]_c dS$$

4.1.1

Resultados iniciais do modelo mecânico

Os resultados iniciais desta implementação serão divididos em três etapas. Inicialmente é mostrado o resultado da etapa inicial desta proposta, onde o modelo de banda de fissuramento foi implementado, mostrando algumas observações que poderiam trazer algumas dificuldades no momento da simulação numérica do processo de fraturamento hidráulico. A segunda etapa mostra os resultados da implementação do modelo potencial PPR através da utilização de elementos coesivos, e uma terceira etapa, que mostra os resultados desta última implementação aplicados na modelagem do ensaio brasileiro em materiais rochosos. Como mencionado anteriormente, o código foi integralmente desenvolvido em linguagem C, utilizando a biblioteca "Tops" [23,73].

Modelo de banda de fissuramento

Baseado no trabalho de Klerck[49], o primeiro exemplo mostra a simulação numérica de um ensaio de flexão de uma viga de concreto com uma fissura na parte central inferior (*Single-edge notched beam test*). As dimensões e condições de contorno do modelo são mostradas na Fig. 4.4 e as propriedades do material são mostradas na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Propriedades do material utilizado no modelo de banda de fissuramento

$\sigma_t [MPa]$	$G_f [J/m^2]$	$E [GPa]$	ν
2.8	70	20	0.2

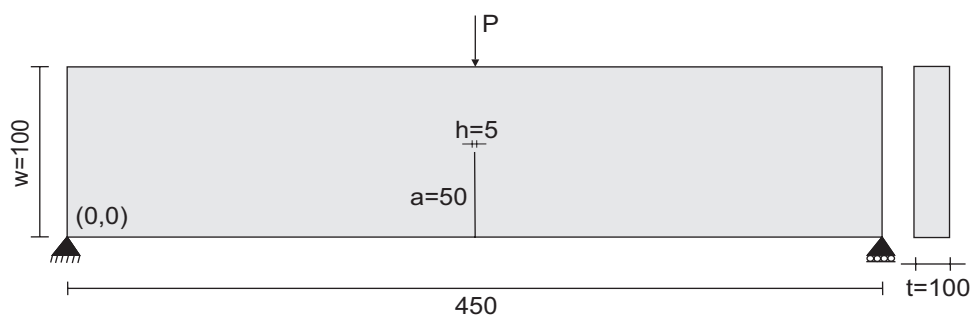


Figura 4.4: *Single-edge notched beam test*. Modo I de ruptura avaliado com o modelo de banda de fissuramento

onde σ_t é a resistência à tração e G_f é a energia de fratura do material. A Fig. 4.5 mostra o resultado da simulação representada em quatro estágios para

poder observar a propagação da fissura inicial. É possível observar que a fratura se propaga corretamente na direção da aplicação da carga, mas a simetria do modelo é perdida. A fratura se inicia em um dos extremos da ponta da fissura inicial (Fig. 4.5-Estágio 2). Monitorando a informação dos dois elementos na frente da ponta da fissura, observa-se que estes iniciam o amolecimento no mesmo passo de tempo. No entanto, pequenos erros de precisão no processo de cálculo, próprios do método da relaxação dinâmica, fazem com que um destes elementos se deforme mais rapidamente do que o outro, direcionando o processo de geração da banda de fissuramento.

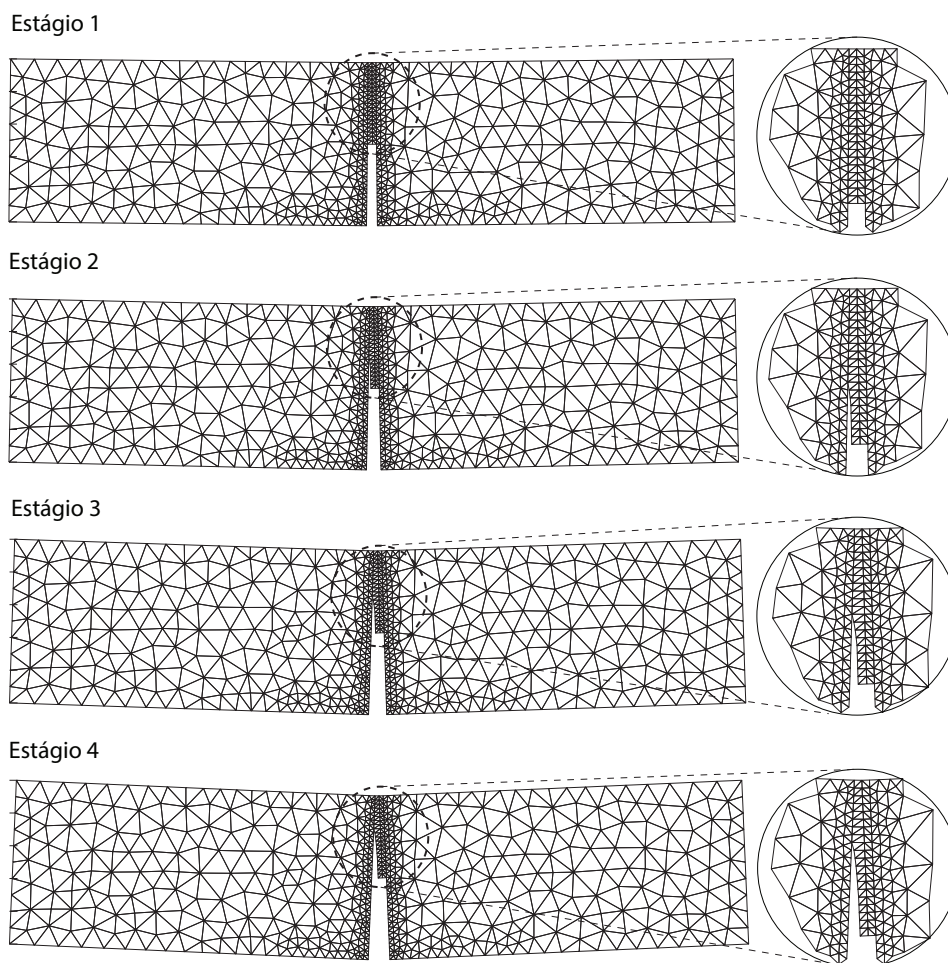


Figura 4.5: Formação da banda de fissuramento e propagação da fissura inicial em quatro estágios

Na Fig. 4.6 é mostrada a comparação dos resultados da curva força-deflexão obtida nesta implementação com os resultados mostrados por Klerck[49]. Observa-se que o valor de pico da força aplicada na implementação foi 6% maior do que o resultado de laboratório. Esta diferença pode ser produzida devido à velocidade imposta na parte superior da viga para produzir

a deflexão. Na implementação foi utilizado 0.01m/s, velocidade maior do que aquela utilizada nos trabalhos anteriores, que foi de 0.005m/s. Mesmo com a velocidade incrementada a fim de diminuir o custo computacional da modelagem, observa-se que a implementação fornece um resultado coerente com as propriedades do material.

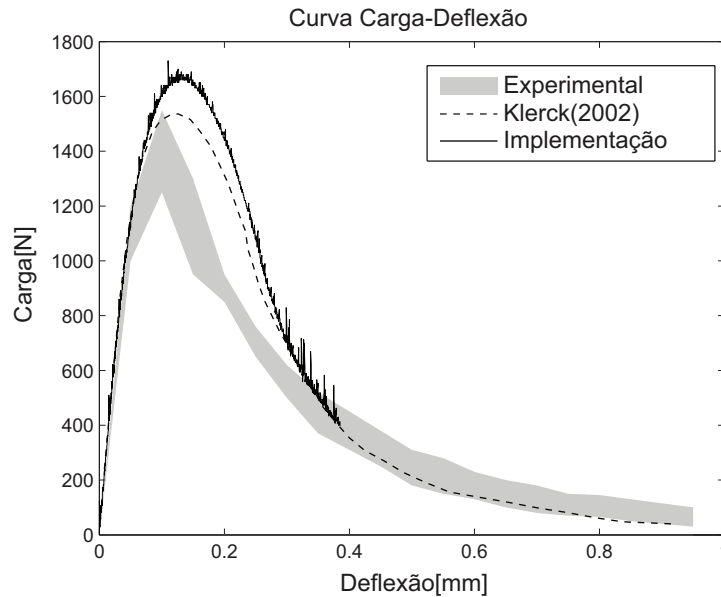


Figura 4.6: Comparação entre a curva força-deflexão das simulações numéricas do modelo de banda de fissuramento e o resultado do ensaio de laboratório

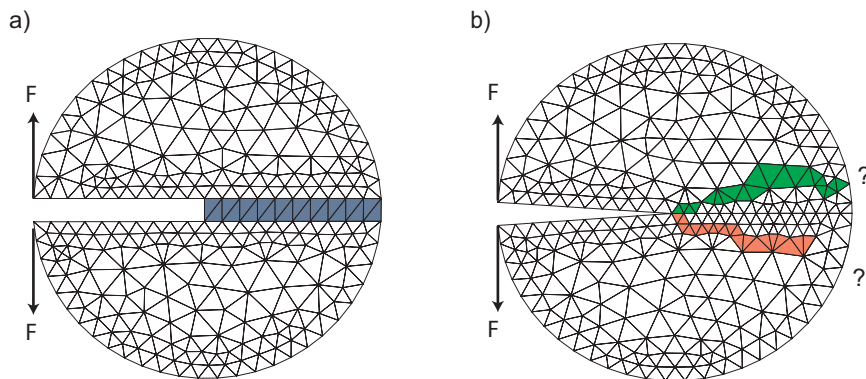


Figura 4.7: Possíveis desvios na trajetória da propagação de uma fissura quando esta termina em um nó. a) Ponta da fissura terminando em dois nós, facilitando a formação da banda de fissuramento (cinza). b) Ponta da fissura terminando em um nó que pode levar a desvios na trajetória da propagação(verde-laranja)

No entanto, um problema encontrado nesta implementação está relacionado com a ponta da fissura. Foi observado em diferentes modelagens que a propagação de uma fissura pode apresentar desvios na sua trajetória quando

a ponta termina em um nó (Fig. 4.7). Este tipo de configuração não favorece a formação da banda de fissuramento, aumentando a sua dependência da malha e das condições de contorno (ex. aplicação de pressão de um fluido dentro da fissura para gerar a sua propagação).

Modelo Potencial PPR

Devido aos problemas encontrados na implementação do modelo de banda de fissuramento, como a perda de simetria do modelo durante a propagação da fissura e do desvio da sua trajetória, optou-se pela implementação de um modelo através do uso de elementos de interface, utilizando-se o modelo PPR[69,70,72,89] na sua forma extrínseca (Fig. 4.8). Nesta forma de implementação, os elementos de interface ou elementos coesivos são inseridos de forma adaptativa na malha de elementos finitos para modelar o processo de fraturamento do material.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1012319/CA

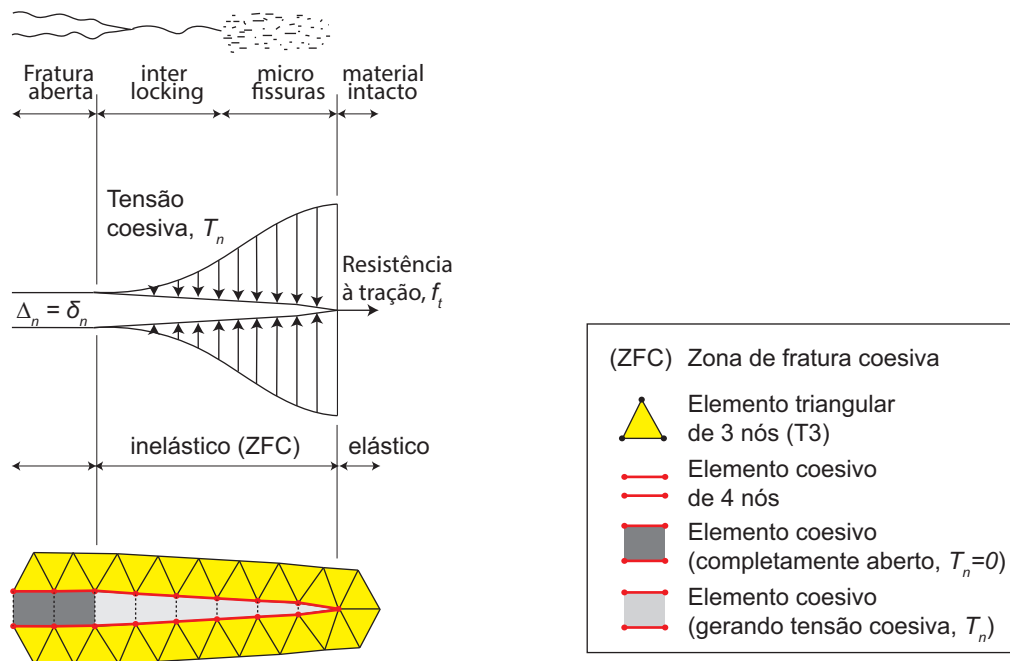


Figura 4.8: Implementação do modelo PPR (adaptado de Lisjak & Grasselli[55])

O exemplo de verificação do modelo implementado foi feito utilizando um modelo simples, composto por 8 elementos triangulares de três nós, utilizando uma restrição para a fratura acontecer na parte central do modelo (Fig. 4.9). As propriedades utilizadas na modelagem foram: $E = 20\text{GPa}$, $\nu = 0.48$, $\sigma_n = \sigma_t = 2.0\text{MPa}$, $\phi_n = \phi_t = 32\text{N/m}$ e $\alpha = \beta = 2$. Observa-se

que as propriedades de resistência e energia de fratura são iguais na direção normal e tangencial e, portanto, espera-se o mesmo comportamento em ambos os tipos de ruptura. A Fig. 4.9 mostra o resultado da modelagem onde é possível observar que as tensões diminuem corretamente em ambas as direções e são descarregadas totalmente quando os deslocamentos atingem o seu valor crítico, sendo considerada a fratura aberta a partir desse instante.

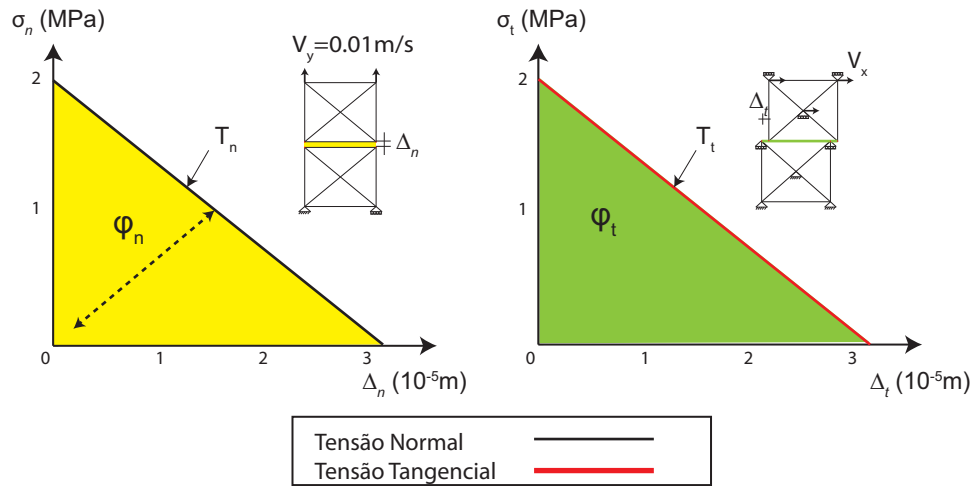


Figura 4.9: Verificação da implementação do modelo PPR para a ruptura no Modo I e Modo II

A implementação do modelo PPR foi contrastada também com o modelo de banda de fissuramento. Foi utilizada a informação do ensaio de flexão de uma viga de concreto (*Single-edge notched beam test*) com uma fissura na parte central inferior, mostrado no exemplo de verificação do modelo de banda de fissuramento proposto por Klerck[49]. Os parâmetros utilizados na modelagem são mostrados na Tabela 4.2

Tabela 4.2: Propriedades do material utilizadas na implementação numérica do modelo PPR

$\sigma_t [MPa]$	$G_f [J/m^2]$	$E [GPa]$	ν
2.8	70	20	0.2

As dimensões do modelo e as características da malha são mostradas na Fig. 4.10. A malha foi refinada na parte central do modelo por onde é de se esperar a propagação da fissura. A dimensão dos elementos nesta região foi

de 1mm. Os resultados mostram a correta inserção dos elementos coesivos na propagação da fissura (Fig. 4.11a), observando-se também que a simetria do modelo é mantida durante o processo de fraturamento. A fratura é localizada na parte central da malha de elementos finitos e o processo de amolecimento, iniciado nestes elementos coesivos, é refletido no comportamento à flexão da viga como mostrado na Fig. 4.11b. A diferença do valor de pico da carga aplicada nesta modelagem foi de 3% em relação à modelagem feita no modelo de banda de fissuramento e ao ensaio de laboratório, mostrado por Klerck[49]. Esta diferença no valor de pico da carga aplicada pode ser ajustada calibrando os parâmetros de resistência e energia de fratura do modelo, mas é possível observar que o comportamento da viga durante o processo de flexão é coerente com os parâmetros introduzidos na modelagem, assim como com o comportamento observado nos resultados do ensaio de laboratório.

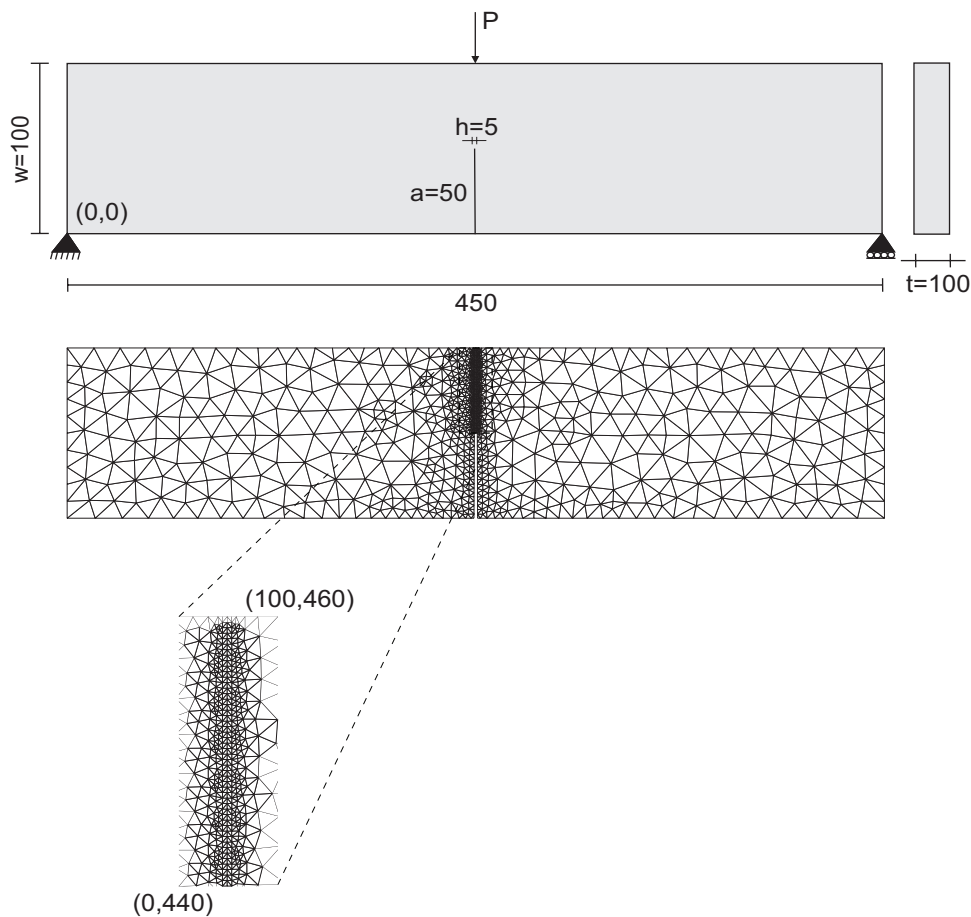


Figura 4.10: *Single-edge notched beam test*. Modo I de ruptura avaliado com o modelo de fratura coesiva PPR

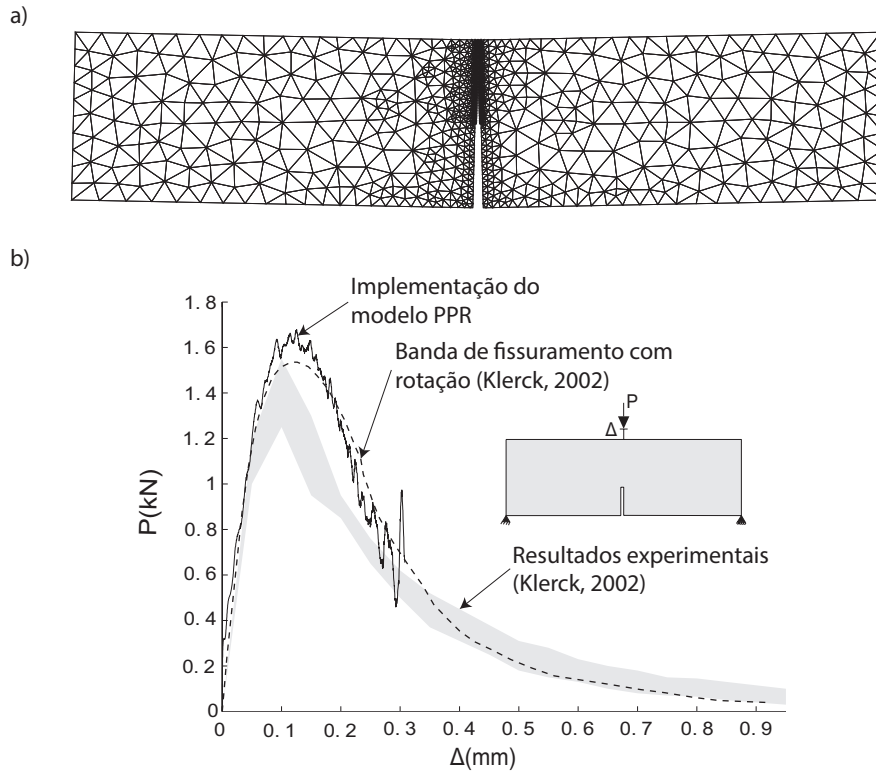


Figura 4.11: a) Propagação da fissura inicial para o ensaio de viga de três pontos no modelo PPR. b) Comparação dos resultados da curva carga-deslocamento do modelo PPR com o ensaio de laboratório e a implementação da banda de fissuramento com rotação

A propagação no modo misto (Modo I-II) no mesmo ensaio (*Single-edge notched beam test*) pode ser observada na Fig. 4.12, onde são mostradas as dimensões da viga, características da malha e o seu refinamento, feito na região onde se espera que a propagação aconteça. Esta modelagem corresponde a um ensaio de flexão em viga de concreto, onde a fissura inicial encontra-se deslocada do centro inferior da viga. As informações para esta modelagem foram obtidas do trabalho de Song[80]. O refinamento da malha foi feito de forma que o elemento tenha uma aresta de 1mm. A Fig. 4.12b mostra o resultado da modelagem. Observa-se que a propagação da fissura mostra um desvio em direção ao ponto de aplicação da carga. Mas nesta modelagem observou-se a dependência da malha na propagação. O melhor resultado foi obtido utilizando uma malha não estruturada com elementos triangulares para diminuir o efeito de direções preferenciais para a inserção dos elementos coesivos.

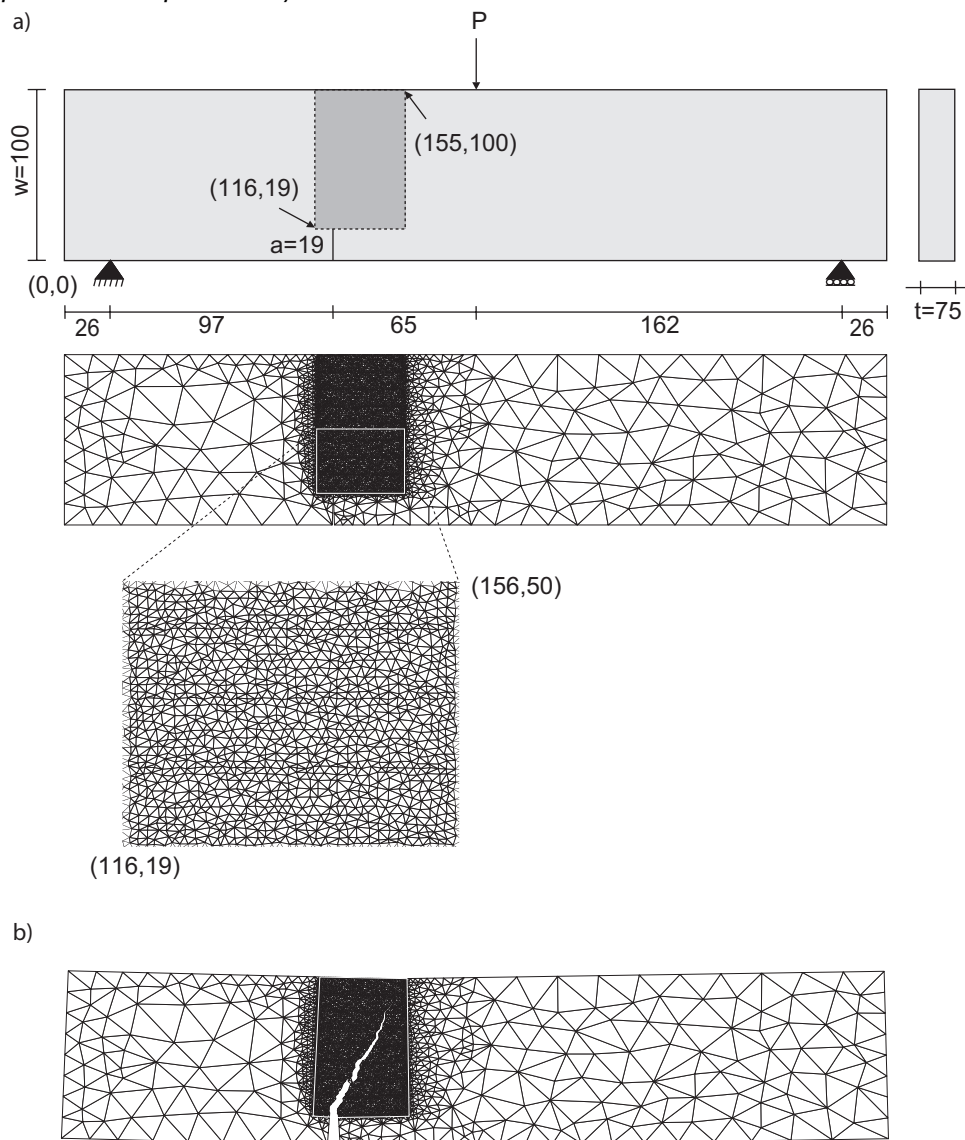


Figura 4.12: *Single-edge notched beam test*. Modo misto I-II de ruptura avaliado com o modelo de fratura coesiva PPR

Aplicação do modelo de fratura coesiva PPR na simulação numérica do ensaio brasileiro.

Para a verificação da implementação numérica do modelo de fratura coesiva PPR na simulação numérica do ensaio brasileiro, três casos foram abordados: o ensaio em um material homogêneo, o ensaio em um material heterogêneo e o ensaio com fratura inserida no centro da amostra para verificar o modo misto de ruptura. As propriedades utilizadas na modelagem do **material homogêneo** são mostradas na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Propriedades do material utilizadas na simulação numérica do ensaio brasileiro em um material homogêneo

$\sigma_n[MPa]$	$\phi_n[N/m]$	$E[GPa]$	ν
5.0	50	50	0.25

Neste caso, os parâmetros de resistência e energia de fratura normal e tangencial foram considerados iguais. Baseado no trabalho de Mahabadi *et. al.*[59], as dimensões do modelo e características da malha são mostradas na Fig. 4.13a. A parte central da malha foi refinada para conseguir capturar a geração da fissura com maior precisão. O tamanho do elemento na parte refinada da malha foi de 1mm. A Fig. 4.13b mostra o resultado da modelagem. Observa-se que o fraturamento da amostra é iniciado no meio do disco e se propaga na direção do ponto de aplicação da carga. Isto corresponde com o observado em ensaios de laboratório para este tipo de material.

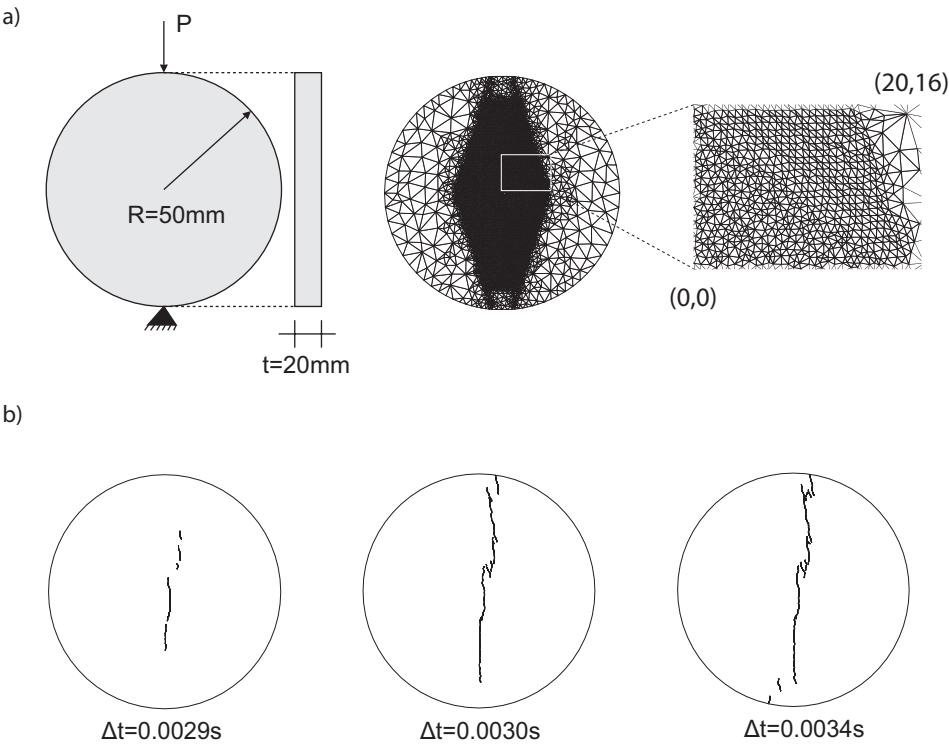


Figura 4.13: Simulação numérica do ensaio brasileiro com o modelo de fratura coesiva PPR

Para o caso da propagação de fraturas em **materiais heterogêneos**, também modelado por meio do ensaio brasileiro, foram utilizadas as propriedades do material mostradas na Tabela 4.4. Para esta modelagem se tem como referência o trabalho de Mahabadi[58], onde o ensaio foi simulado através do

acoplamento do método dos elementos finitos com o método dos elementos discretos (MEF-MED). O material corresponde a uma rocha granítica composta por 8% de biotita, 13% de quartzo e 79% de feldspato. O tratamento da imagem foi realizado utilizando o programa *MatLab* e a informação da cor de cada pixel foi transferida para o gerador de malha.

Tabela 4.4: Propriedades do material utilizadas na simulação numérica do ensaio brasileiro em um material heterogêneo

	Quartzo	Feldspato	Biotita
Densidade [kg/m^3]	2600	2600	2800
E [GPa]	80	70	20
ν	0.17	0.29	0.2
$\sigma_n = \sigma_t$ [MPa]	10	10	7
$\phi_n = \phi_t$ [N/m]	40	40	28
$\alpha = \beta$	2	2	2

O tratamento da imagem mostra o resultado observado na Fig. 4.14b. Este processo permitiu gerar uma amostra sintética com porcentagens aproximadas: 8.19% de biotita, 13.27% de quartzo e 78.53% de feldspato. A vantagem da utilização de elementos coesivos para representar a zona de fratura coesiva é que estes podem receber propriedades de resistência de forma independente. Assim, nos *facets* localizados entre elementos de quartzo e feldspato, temos que $\sigma_n = \sigma_t = 8MPa$ e $\phi_n = \phi_t = 32N/m$. Quando o *facet* está localizado entre elementos de biotita e qualquer outro elemento, temos que $\sigma_n = \sigma_t = 6MPa$ e $\phi_n = \phi_t = 24N/m$ [58]. Quando o elemento coesivo é inserido na malha, este utiliza as propriedades mecânicas do *facet* correspondente.

O resultado da simulação numérica é mostrado na Fig. 4.14d. Pode-se observar um bom nível de precisão no padrão do fraturamento quando comparado com o resultado do ensaio de laboratório, mostrado na Fig. 4.14c. Para as propriedades mecânicas utilizadas na simulação numérica, é de se esperar um valor de resistência à tração de 6-7MPa [58]. O valor obtido na simulação numérica foi de 6.8MPa.

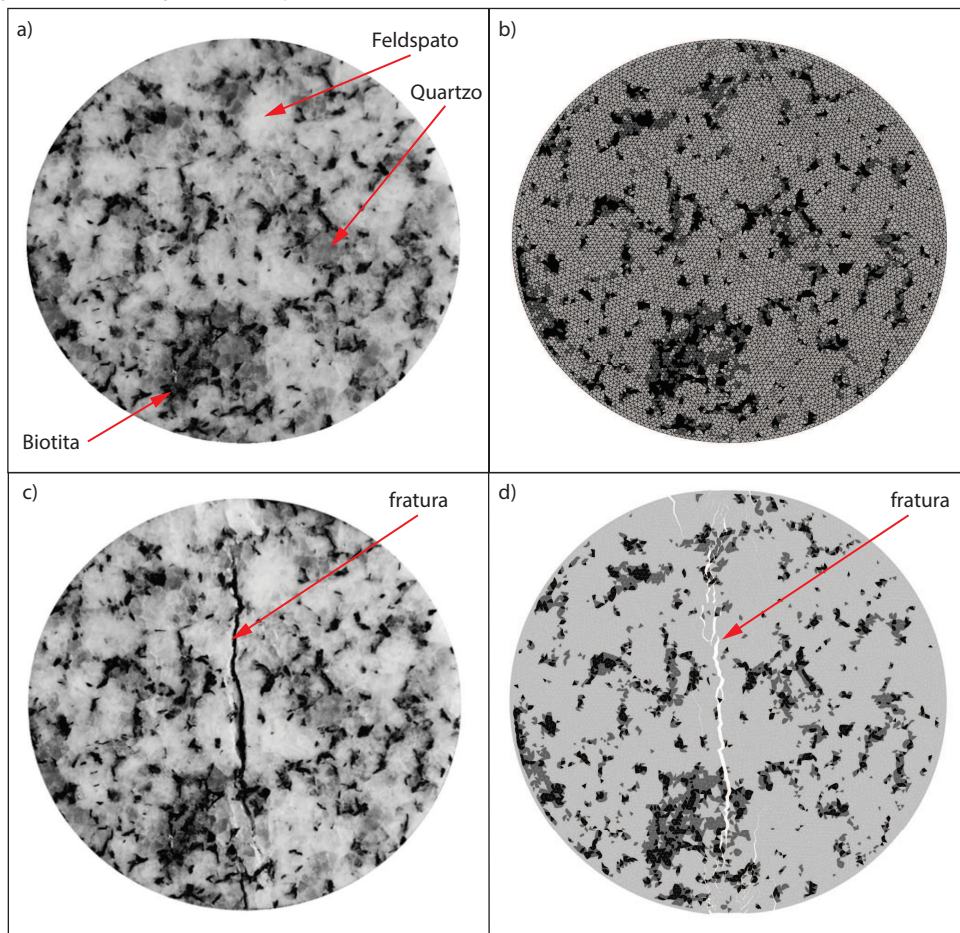


Figura 4.14: Simulação numérica do ensaio brasileiro em um material heterogêneo. a) Amostra de rocha granítica[58]. b) Amostra sintética obtida através do processamento da imagem no MatLab. c) Amostra de rocha granítica no final do ensaio. d) Resultado da modelagem numérica através da implementação do modelo coesivo PPR

No caso do **modo misto de ruptura (Modo I-II)**, é importante verificar as diferentes trajetórias que pode ter uma fratura em sua propagação segundo o nível de tensões. Para isto, utilizando como referência o trabalho de Al-Shayea[2], será simulada numericamente a propagação de uma fratura preexistente em uma amostra circular no ensaio brasileiro. O ensaio consiste na execução do ensaio brasileiro para diferentes ângulos de inclinação da fratura, verificando-se a trajetória da propagação e a resistência à tração do material. A amostra tem uma geometria circular, de 98mm de diâmetro e 22mm de espessura. O material é uma rocha calcárea com propriedades mecânicas mostradas na Tabela 4.5.

Tabela 4.5: Propriedades do material utilizadas na simulação numérica do ensaio brasileiro com ruptura em modo misto I-II

$\sigma_n [MPa]$	$E [GPa]$	ν	K_{Ic}	K_{IIc}
2.31	54	0.276	0.42	0.92

Para calcular o valor da energia de fratura a partir do fator de intensidade de tensões crítico, pode ser utilizada a expressão $G_I = K_{Ic}^2/E$. Neste exemplo, se considerou uma relação entre σ_n/σ_t igual a 1/20. A Fig. 4.15 e Fig. 4.16 mostra os resultados da simulação numérica. Observa-se que existe uma boa correlação entre estes resultados e as trajetórias obtidas nos testes de laboratório.

É importante ressaltar que a simulação numérica é bidimensional, e portanto, não é possível representar exatamente a geometria da fratura inserida na amostra na direção perpendicular ao plano. O comportamento dos valores de tensão de ruptura também acompanham o comportamento dos valores obtidos no ensaio de laboratório. No entanto, observa-se uma diferença maior nos valores de tensão de ruptura quando o ângulo da fratura é 15°. Se observarmos o valor da tensão de ruptura para um ângulo de 0° no ensaio de laboratório, ele é baixo porque este acontece no Modo I de ruptura. Esta mesma explicação é adotada para um ângulo de 15°, que sendo quase vertical, a propagação acontece também, predominantemente no Modo I. Isto não é observado na simulação numérica, onde se observa a influência do modo misto de ruptura (Modo I-II) no valor da tensão de ruptura.

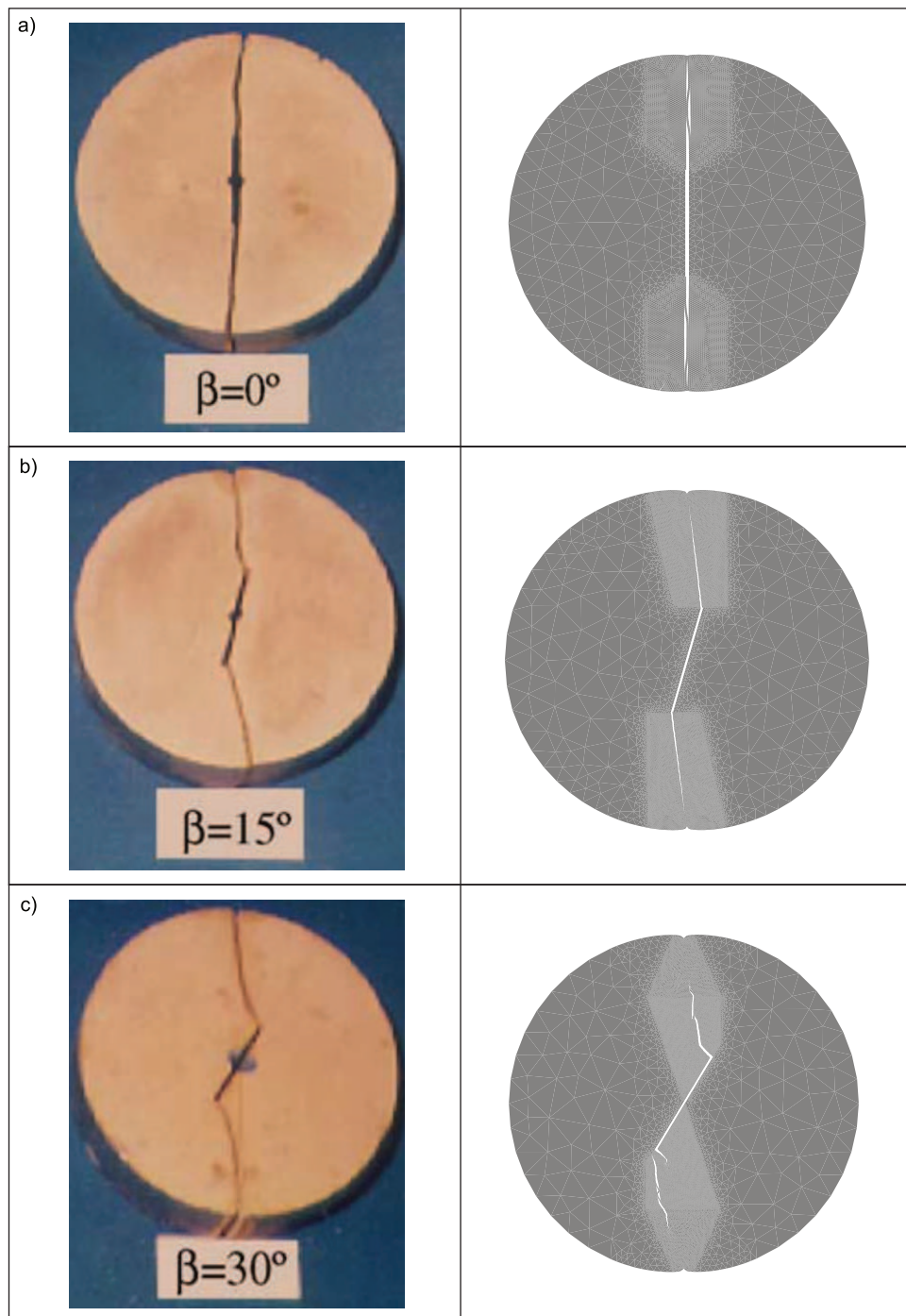


Figura 4.15: Simulação numérica da propagação em modo misto (Modo I-II) de uma fratura em ensaio brasileiro para valores do ângulo de inclinação β de 0° , 15° e 30°

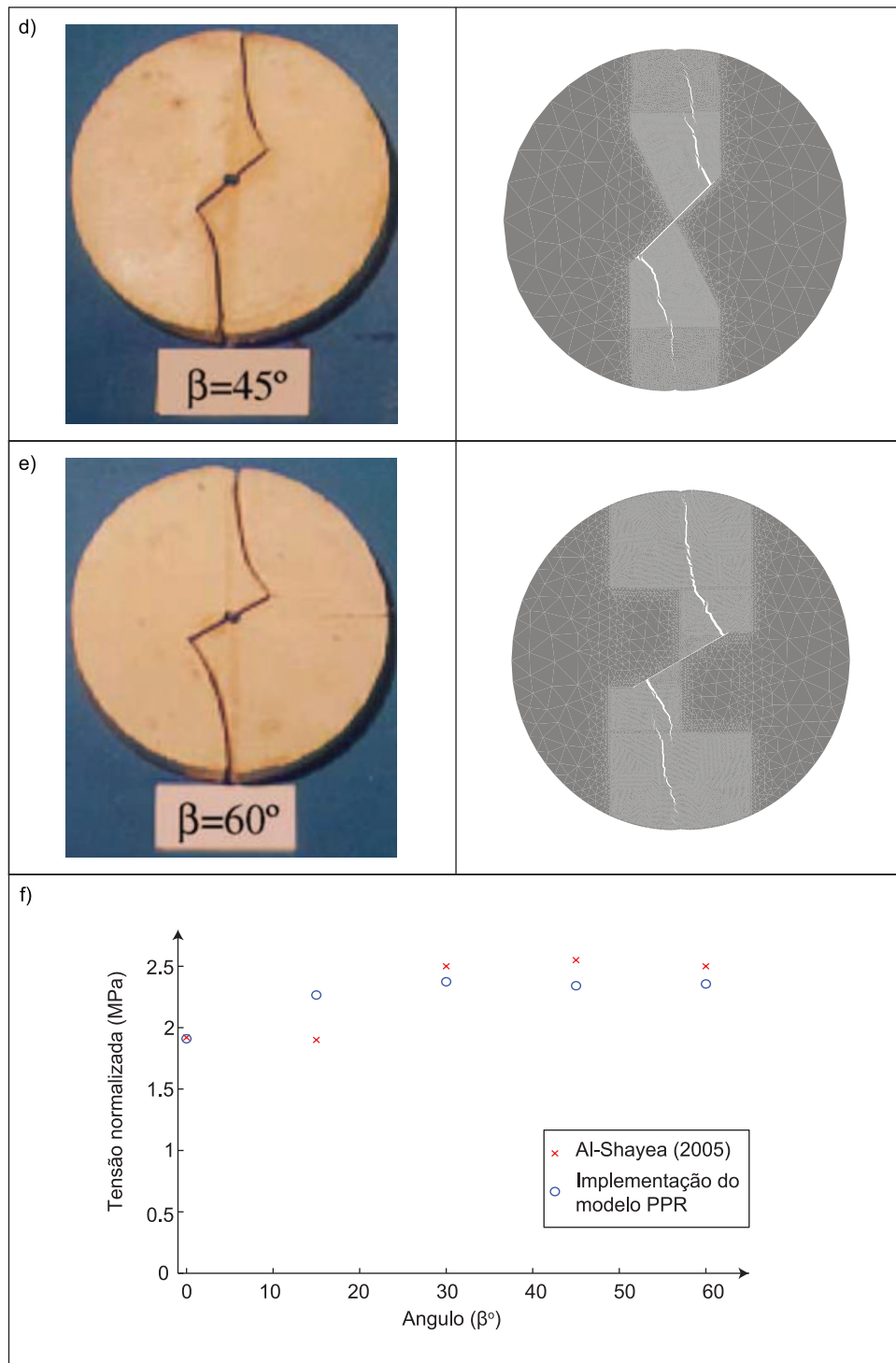


Figura 4.16: Simulação numérica da propagação em modo misto (Modo I-II) de uma fratura em ensaio brasileiro para valores do ângulo de inclinação β de 45° e 60° . d) Valores da tensão de ruptura normalizada

4.2

Implementação do modelo de fluxo (LB)

O algoritmo 3 mostra o processo de cálculo do modelo de fluxo (LB). As duas condições de contorno foram implementadas (através das funções de interpolação e através das células parcialmente saturadas). No entanto, o algoritmo mostra somente o caso de células parcialmente saturadas, que é utilizado na modelagem do processo de fraturamento hidráulico. A célula da rede é do tipo D2Q9, o que quer dizer que tem duas dimensões e nove velocidades possíveis para o movimento. Para impor o fluxo podem ser implementadas duas condições: gradiente de pressão do fluido ou velocidade do fluido. Para o caso do fluxo em um canal aberto nos seus extremos, a condição de gradiente de pressão pode impor um fluxo através deste. Porém, para o caso do fraturamento hidráulico, esta condição não é apropriada. Isto ocorre porque uma fratura que se propaga pela injeção de um fluido sob pressão tem um dos seus extremos fechado. Além disso, a injeção do fluido é feita pela aplicação de uma vazão, sendo para esta condição a imposição de uma velocidade de fluido a mais apropriada.

A vazão do fluido injetado na fissura é aplicado de forma constante. Nesta condição, a velocidade na entrada da fratura será dependente da abertura da fratura. Isto é fundamental de ser considerado na implementação. A vazão do fluido injetado é constante, mas não a sua velocidade (na entrada da fratura). Esta deverá ser atualizada em cada ciclo de cálculo. A velocidade do fluido, na entrada da fratura, pode ser calculada da seguinte forma:

$$\text{Vel} = Q * N * \Delta_x^2; \quad (4-8)$$

onde Q é a vazão do fluido e N é o número de células (células líquido mais as células parcialmente saturadas do contorno) posicionadas na primeira coluna da entrada da fissura inicial. O valor de N se atualiza com a variação da abertura da fratura.

Algorithm 3 Algoritmo LB (Modelo de lattice-Boltzmann)

-
- 1: Atualiza a velocidade do fluido na entrada da fratura
 - 2: **for** (Todas as células da rede) **do**
 - 3: Resolve a equação de LB

$$p_\alpha(x + v_\alpha \Delta t, t + \Delta t) = p_\alpha(x, t) - \frac{1}{\tau^*} (1 - B)(p_\alpha(x, t) - p_\alpha^{eq}(x, t)) + B\Omega_\alpha^s$$

- 4: **end for**
- 5:
- 6: **for** (células da entrada da fratura) **do**
- 7: Atualiza as condições de contorno (velocidade de entrada do fluido)
- 8: **end for**
- 9:
- 10: **for** (Todas as células da rede) **do**
- 11: Calcula a velocidade e pressão do fluido ($p_\alpha = c_s^2 f$)

$$\rho(x, t) = m \sum_{\alpha=1}^b f_\alpha(x, t)$$

$$u(x, t) = \frac{m}{\rho(x, t)} \sum_{\alpha=1}^b v_\alpha f_\alpha(x, t)$$

- 12: **end for**
 - 13: Envia a pressão do fluido no interior da fratura para o modelo mecânico (MEF).
-

4.2.1**Resultados iniciais do modelo de fluxo (LB)****Fluxo de um fluido em placas paralelas.**

Em uma escala de trabalho pequena, o fluxo de um fluido através de uma fratura pode ser considerado como sendo equivalente ao fluxo entre duas placas paralelas. Esta hipótese de trabalho pode ser considerada porque a abertura da fratura é muito menor do que o seu comprimento ($H/L \ll 1$), adotando-se um valor constante ao longo dela.

A solução analítica para este tipo de problema, derivada das equações de Navier-Stokes, define a velocidade como:

$$u_x = \frac{\Delta P}{2L\rho\nu}y(H - y) \quad (4-9)$$

onde H e L correspondem à abertura (separação entre as placas) e comprimento respectivamente. O perfil da velocidade do fluido dentro do canal pode ser observado na Fig. 4.17. A velocidade máxima do fluido se apresenta na distância média entre as placas, diminuindo na direção das placas. Para poder comparar os resultados da implementação do LB com esta solução. Os parâmetros adotados para a geometria e o fluxo são mostrados na Tabela 4.6.

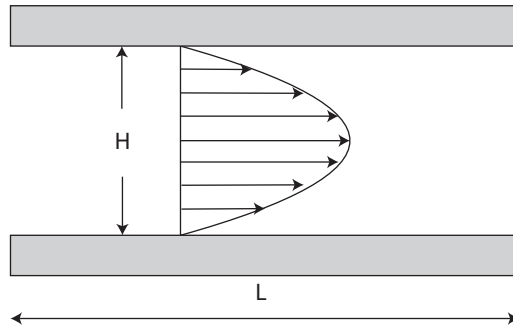


Figura 4.17: Perfil da velocidade do fluxo entre duas placas paralelas

Tabela 4.6: Parâmetros utilizados na simulação do fluxo entre duas placas paralelas[84]

$H[m]$	$L[m]$	$\nu[m^2/s]$	$\rho[Kg/m^3]$	$\Delta P[Pa]$	$\Delta x[m]$	$\Delta t[s]$
1.6e-4	1.0e-3	2.0e-6	1000.0	16.7	1.0e-5	1.0e-5

A Fig. 4.18 mostra os resultados da implementação do LB para o caso de fluido incompressível comparado com a solução analítica. Para o gradiente de pressão imposto de 16.7 Pa, observa-se que, quando comparada as velocidades calculadas pela solução analítica com o modelo de LB, elas apresentam um erro mínimo. O trabalho de Velloso[84], mostra que este tipo de implementação é mais estável do que a formulação convencional, permitindo impor um maior gradiente de pressão.

Em relação ao cálculo da vazão do fluido dentro do canal, esta pode ser calculada a partir da velocidade do fluido e da área da seção por onde ela está passando. No entanto, a partir da Eq. 4-9, pode se estabelecer que a vazão é proporcional ao cubo da abertura, o que é denominada de lei cúbica[83], que é definida pela seguinte expressão[17]:

$$Q = \frac{H^3}{12\nu} \nabla P \quad (4-10)$$

onde ∇P é o gradiente hidráulico. O valor da vazão calculada no LB foi de $2.843\text{e-}6\text{m}^3/\text{s}$ e a calculada pela lei cúbica foi de $2.85\text{e-}6\text{m}^3/\text{s}$, o que equivale a um erro de 0.2% para este caso.

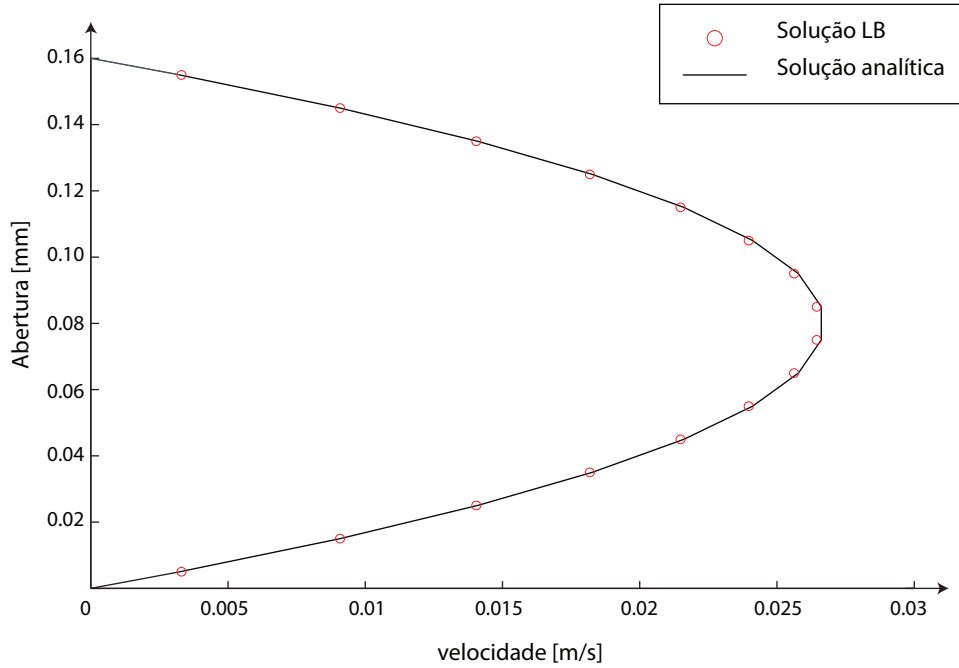


Figura 4.18: Perfil de velocidade considerando o modelo de LB incompressível

Fluxo de um fluido através de placas móveis

Durante o processo de fraturamento hidráulico, a fratura gerada no material aumenta a sua espessura devido à injeção de um fluido sob pressão, gerando-se uma pressão do fluido no interior da fratura. No entanto, dependendo das condições de contorno do problema, o movimento das paredes da fratura pode também influenciar na pressão do fluido no interior da fratura. Para avaliar esta condição, o problema é definido da seguinte forma (Fig. 4.19): um canal de placas paralelas que contém um fluido no seu interior é submetido a uma variação da sua espessura, estabelecendo-se como condição que o comprimento da fratura seja muito superior a sua espessura ($L \gg e$). Assim, sendo a massa conservada em um infinitesimal do comprimento do canal (dx), temos que a variação do volume devido à variação da espessura, é igual a diferença do volume do fluido que entra e sai do infinitesimal para um incremento de tempo (dt). Desta forma, temos que:

$$\left[V_x + \frac{dV_x}{dx} dx \right] e - V_x e = - \left(\frac{de}{dt} \right) dx \quad (4-11)$$

simplificando, temos que:

$$\frac{dV_x}{dx} = - \frac{de}{dt} \quad (4-12)$$

Se considerarmos que a Lei de Darcy estabelece que a $dV_x/dx = -K d^2h/dx^2$, onde h é a carga hidráulica e K é a condutividade hidráulica, a Eq. 4-12 pode ser expressa como:

$$K \left(\frac{d^2h}{dx^2} \right) e = \frac{de}{dt} \quad (4-13)$$

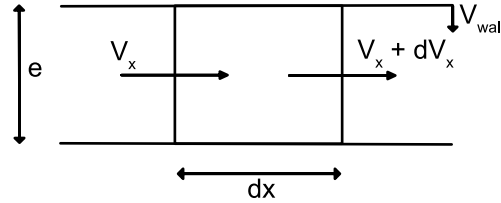


Figura 4.19: Definição do problema da variação da pressão de um fluido devido à variação da espessura do canal

A Eq. 4-13 representa a variação da carga hidráulica de um fluido dentro do canal, formado por placas paralelas, na condição da variação da espessura. Algumas hipóteses podem ser consideradas para a resolução desta equação de forma analítica. Se considerarmos que a variação da espessura é muito pequena, esta pode ser dita constante. Se a espessura for constante, a condutividade hidráulica também será constante. Assim, temos que a carga hidráulica no interior do canal, pode ser calculada integrando a Eq. 4-13, resultando:

$$h = \frac{C_1 x^2}{2} + Ax + B \quad (4-14)$$

onde a constante $A = \nabla h - C_1 L/2$, a constante $B = h_{(x=0)}$, a constante $C_1 = V_{wall}/(eK)$ e o gradiente hidráulico $\nabla h = (h_{(x=0)} - h_{(x=L)})/L$. A Eq. 4-14 mostra que a carga hidráulica no interior do canal, varia de forma quadrática com a variação da espessura do canal.

Porém, a Eq.4-13, pode ser resolvida considerando a variação da espessura e da condutividade hidráulica através da utilização da técnica das diferenças finitas 26. Assim, a Eq. 4-13 pode ser expressa como:

$$\frac{h(x_j + 1) - 2h(x_j) + h(x_j - 1))}{\Delta x^2} = \frac{1}{K} \frac{1}{e} \left(\frac{de}{dt} \right) \quad (4-15)$$

onde a condutividade hidráulica (K) e a espessura (e), podem ser calculadas para cada intervalo de tempo dt , considerando uma velocidade constante de uma das placas do canal ($V_{wall} = de/dt$).

Para poder comparar os resultados obtidos por ambas as soluções (analítica e numérica) da Eq. 4-13 com a solução obtida pelo modelo de lattice-Boltzmann, um canal formado por duas placas paralelas, saturado (sem fluxo), e com uma das placas se movendo a uma velocidade constante (V), é modelado numericamente. As propriedades do fluido e da rede lattice-Boltzmann, são mostradas na Tabela 4.7.

Tabela 4.7: Parâmetros utilizados na simulação do fluxo entre duas placas paralelas com paredes móveis.

H[mm]	L[mm]	$\nu[m^2/s]$	$\rho[Kg/m^3]$	P[MPa]	$\Delta x[m]$	$\Delta t[s]$
0.11	25	1.0e-6	1000.0	1.0	0.1e-4	0.28e-4

A Fig. 4.20 mostra os resultados desta simulação. A velocidade de deslocamento da placa é de $1.0e-5m/s$ na direção vertical, de forma que a abertura do canal aumenta com o tempo. Observa-se que os valores obtidos através do método das diferenças finitas e do modelo de lattice-Boltzmann são próximos. No entanto, existe uma diferença maior quando estes resultados são comparados com a solução analítica. Isto se deve às considerações iniciais levadas em conta na solução analítica da equação diferencial 4-13. O aumento da abertura do canal produz uma depressurização do fluido contido no seu interior, quando a pressão inicial é mantida constante na entrada e saída do canal. O comportamento da variação da pressão (ou carga hidráulica do fluido), descrito pela equação diferencial 4-13, também é observado na modelagem feita pelo modelo de lattice-Boltzmann com algumas pequenas diferenças que podem estar associadas ao nível de discretização da rede ou ao número de ciclos rodados na simulação.

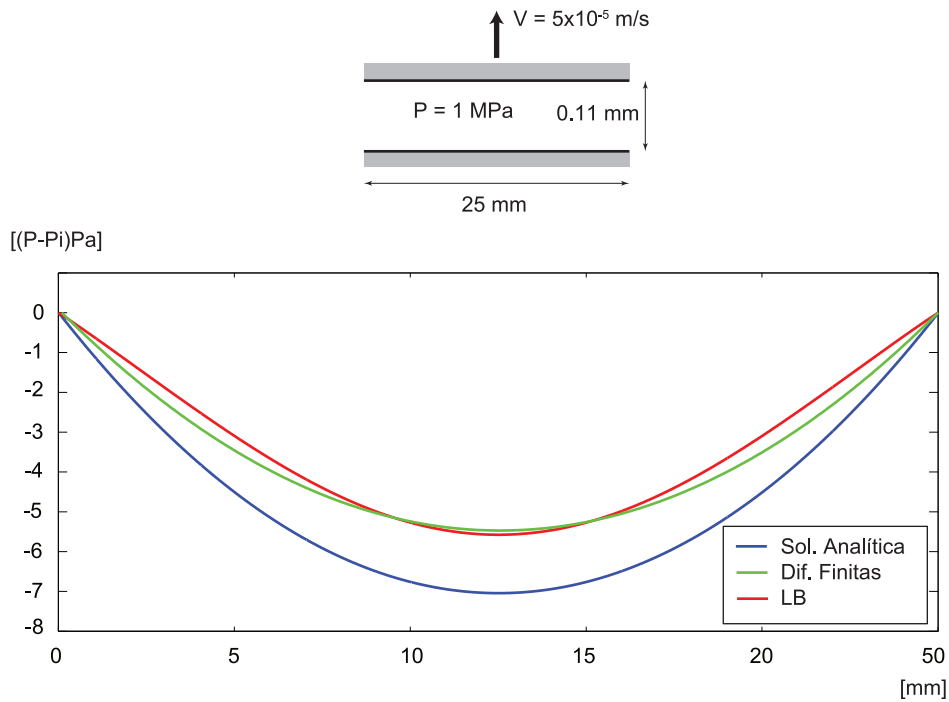


Figura 4.20: Comparação de resultados da variação da pressão do fluido no interior de um canal formado por duas placas paralelas submetido a uma variação da sua abertura.

4.3

Procedimento do acoplamento MEF-LB

Uma vez que os dois modelos numéricos foram implementados e verificados por meio de comparação de resultados com exemplos analíticos, experimentais e numéricos, encontrados na bibliografia técnica, o passo seguinte será desenvolver uma metodologia de acoplamento entre ambos os modelos propostos. São dois métodos numéricos implementados para resolver dois problemas diferentes: o método dos elementos finitos (MEF) com o modelo de fratura coesiva PPR, que permite simular o processo de fraturamento e propagação de uma fratura, e o modelo de lattice-Boltzmann (LB), que permite simular o fluxo de um fluido através de geometrias de complexidade variada, como uma fratura em um material rochoso. O passo seguinte é poder fazer estas duas metodologias interagirem, de forma que o processo de fraturamento hidráulico possa ser simulado. A metodologia de acoplamento proposta é mostrada na Fig. 4.21. Duas malhas são utilizadas: a primeira é a malha de elementos finitos, que é utilizada para modelar o material em processo de fraturamento; e

uma outra "malha", denominada de rede de Boltzmann (ou malha de lattice-Boltzmann), é utilizada para impor a condição de pressão de fluido dentro da fratura para produzir a sua propagação. Esta última malha (LB) é fixada na região por onde espera-se que a propagação da fratura aconteça. Desta forma, a pressão do fluido modelado pelo LB gera uma força (força do fluido) aplicada nas paredes da fratura, que deverá ser aplicada como uma força externa no modelo mecânico. Dependendo das propriedades do material e da intensidade da força aplicada, este contorno pode mudar de posição, seja pela deformação do material ou pela propagação da fratura. Esta nova posição dos contornos da fratura no modelo mecânico (MEF) é transferida para o modelo de fluxo (LB), onde também será atualizado o contorno dos sólidos e o processo reiniciado. O esquema deste processo de cálculo pode ser observado na Fig. 4.22. A pressão do fluido é calculada pelo modelo LB. Utilizando esta pressão, a força com que o fluido atua sobre as paredes da fratura é calculada. Esta força é transferida para o MEF e aplicada nos nós que formam parte das paredes da fratura como uma força externa. A aplicação desta força externa movimenta estas paredes modificando a abertura da fratura. A nova posição destas paredes e a sua velocidade de deslocamento (calculadas no MEF) é enviado para o modelo LB, onde os contornos sólido-líquido são atualizados e o processo reiniciado.

Acoplamento MEF-LM (esquema da atualização do contorno)

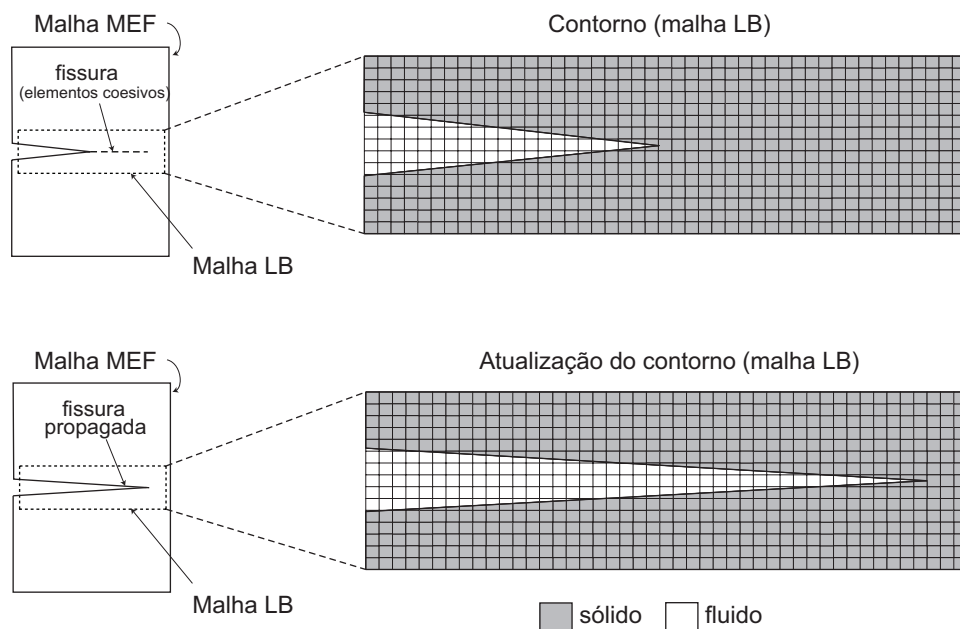


Figura 4.21: Esquema do acoplamento MEF-LB utilizando duas malhas. A interação entre ambas metodologias é feita através dos contornos da fratura

No entanto, para poder acoplar ambas as implementações é preciso definir

um novo parâmetro chamado de "sub-ciclo (n_{sc})". Normalmente, o "time-step" do MEF (dt) pode ser menor que o "time-step" do LB (Δt), assim, o número de sub-ciclos é definido por:

$$n_{sc} = \Delta t / dt \quad (4-16)$$

Desta forma, para rodar 1 passo do LB é preciso rodar " n_{sc} " passos do MEF.

Acoplamento MEF-LB (esquema)

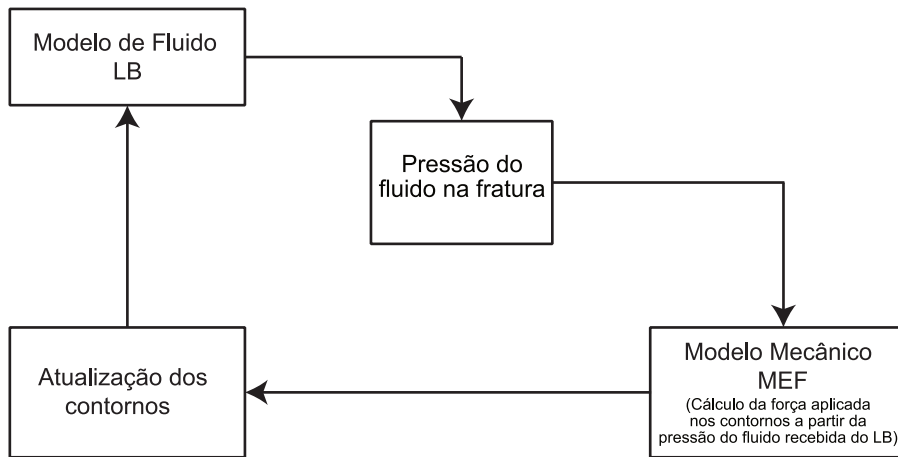


Figura 4.22: Esquema do processo de cálculo do acoplamento MEF-LB. A força aplicada nas paredes da fissura devido a pressão do fluido é aplicada no MEF como uma força externa nos contornos da fissura, modificando a sua posição. A nova posição dos contornos é transferida para o LB, e o processo é reiniciado

4.4

Condição de invasão do fluido

Na implementação do acoplamento fluidomecânico, a posição das faces do elemento coesivo são utilizadas como contorno sólido-líquido no modelo de lattice-Boltzmann. Uma vez inserido o elemento coesivo, as forças do fluido começam a atuar nas faces da fratura devido a pressão do fluido inicial considerado no modelo de fluxo. No entanto, dependendo das propriedades do material e das condições de contorno do problema, a zona de fraturamento do modelo mecânico pode conter elementos coesivos não conectados com a fratura que traz o fluido. Portanto, estes elementos coesivos têm que ser identificados para que a força do fluido seja ativada somente quando exista uma conexão como outra fratura contendo fluido (invasão do fluido no seu interior). Para poder identificar se o elemento coesivo contém fluido, se utilizará um "flag" ou

identificador, que será 0 para o caso do elemento coesivo sem fluido e 1 para quando este tem fluido.

A Fig. 4.23 mostra o procedimento de busca. Utilizando o *facet* correspondente ao elemento coesivo inserido (inicializado com um *flag* = 0), é verificada a existência de elementos coesivos com fluido ao redor de cada nó. A força exercida pelo fluido, nas faces do elemento coesivo será ativada somente se, no processo de busca, é detectada a presença de algum elemento coesivo com fluido coincidente com algum nó do elemento coesivo sem fluido.

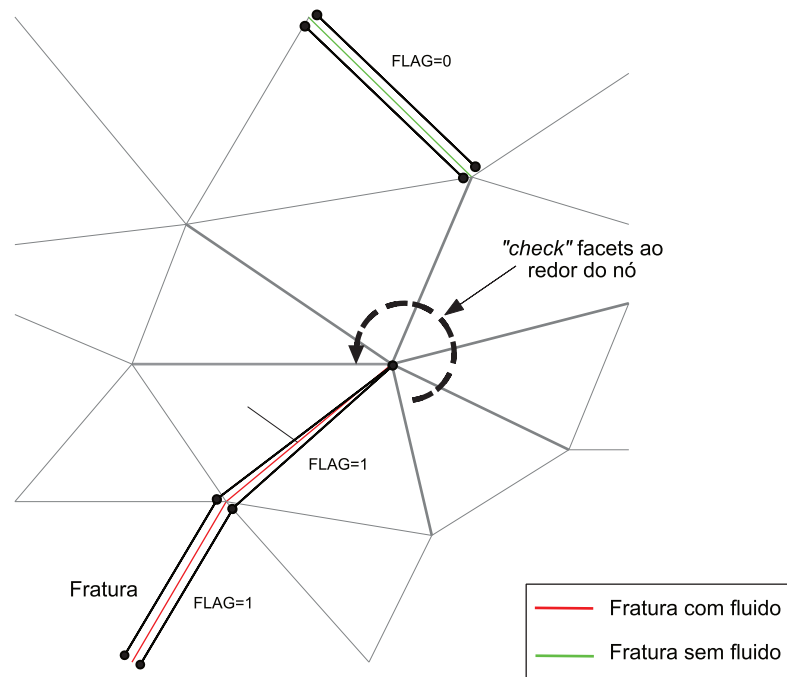


Figura 4.23: Continuidade do fluido na fratura durante a propagação. A força do fluido nos elementos coesivos inseridos só será ativada quando estes forem conectados com a fratura que vem com o fluido

5

Resultados

Neste capítulo serão apresentadas as diferentes simulações numéricas realizadas através da metodologia proposta na simulação numérica do processo de fraturamento hidráulico. As etapas correspondentes a este processo são a verificação e validação da metodologia proposta e exemplos de propagação de fraturas no Modo I e no Modo misto (I-II) de ruptura. Na verificação do modelo, o objetivo é avaliar de forma qualitativa a resposta da modelagem, levando em conta a propagação da fratura do modelo mecânico e a variação da pressão do fluido injetado no modelo de fluxo. A validação do modelo proposto será feita através da comparação dos resultados com os modelos analíticos encontrados na literatura técnica, para o caso da propagação da fratura no Modo I de ruptura. Finalmente será avaliado o potencial desta metodologia na simulação numérica do processo de fraturamento hidráulico em materiais não homogêneos ou com descontinuidades, onde a direção da fratura descreve uma trajetória irregular.

Em todos os casos, serão descritas as características da modelagem numérica, bem como as vantagens e desvantagens do modelo.

5.1

Verificação da metodologia de acoplamento numérico MEF-LB (Modo I)

O primeiro exemplo executado para verificar a metodologia proposta foi baseado no trabalho apresentado por Frydman[28]. A modificação feita corresponde à geometria do espaço por onde o fluido é injetado. Para o caso deste exemplo, o fluido é injetado através de uma fenda na amostra, cuja geometria e condições de contorno do modelo são mostrados na Fig. 5.1a. Como é observado nesta figura, a menor pressão de confinamento (na direção perpendicular à direção de propagação da fratura) é de 5.17 MPa. Este valor de tensão corresponde aproximadamente à pressão do fluido durante o *shut-in* (expressão utilizada para descrever o corte do processo de injeção do fluido). Desta forma, assumindo que não existem pressões de fluido abaixo da tensão

de confinamento menor, pode-se estabelecer 5.0 MPa como pressão inicial do fluido no modelo de lattice-Boltzmann. As propriedades do material e do fluido são mostradas na Tabela 5.1 e na Tabela 5.2.

Tabela 5.1: Parâmetros utilizados no material e no elemento coesivo para o exemplo de verificação

Material		Elemento coesivo					
$E[GP a]$	ν	$\sigma_n[MP a]$	$\sigma_t[MP a]$	$\phi_n[N/m]$	$\phi_t[N/m]$	α	β
16.25	0.2	2.72	2.72	4.0	4.0	2	2

Tabela 5.2: Parâmetros utilizados na simulação do fluxo de um fluido no LB para o exemplo de verificação

Fluido				
$Q[m^3/s]$	$\Delta_x[m]$	$\Delta_t[s]$	$\rho[Kg/m^3]$	$\nu[m^2/s]$
4.7e-7	1.0e-6	2.5e-7	1000.0	2.0e-6

Durante o processo de fraturamento hidráulico, a pressão do fluido injetado é monitorada. Observa-se que esta pressão tem um comportamento típico segundo o avanço da propagação da fratura (5.1b). Três valores de pressão são observados: a pressão de ruptura, a pressão de propagação e a pressão no *shut-in*. Nos dois primeiros casos, a pressão de ruptura e a de propagação têm relação com a energia de fratura do material. Quando a pressão do fluido injetado atinge o valor de resistência à tração do material (no Modo I de ruptura) inicia-se o processo de amolecimento do material na zona de fratura (*softening*). Para conseguir vencer as forças coesivas no interior do elemento de interface, inserido na malha para capturar o processo de amolecimento do material e representar a fratura propagada, o fluido tem que continuar sendo injetado. Isto quer dizer que existe uma relação diretamente proporcional entre a energia de fratura e a pressão de injeção, coincidindo com o mostrado por Frydmann[28]. A Fig. 5.2 mostra a evolução da fratura com o tempo, onde pode-se observar que, mesmo existindo uma queda de pressão do fluido injetado, a fratura continua se propagando até o *shut-in* ($T=0.51s$ e $T=0.85s$).

A modelagem feita através do acoplamento MEF-LB permitiu modelar a curva típica da pressão de injeção. No entanto, existe uma desvantagem em

relação ao alto custo computacional. Neste exemplo, no modelo de lattice-Boltzmann foram utilizadas as funções de interpolação para definir a fronteira sólido-líquido. Este tipo de implementação aumenta o custo computacional devido à procura contínua dos elementos contidos na interface sólido-líquido, a procura das direções das velocidades direcionadas à interface, e ao cálculo das distâncias do centro da célula à interface. Para diminuir este efeito, nos exemplos seguintes será utilizada a implementação de células parcialmente submersas[66, 84].

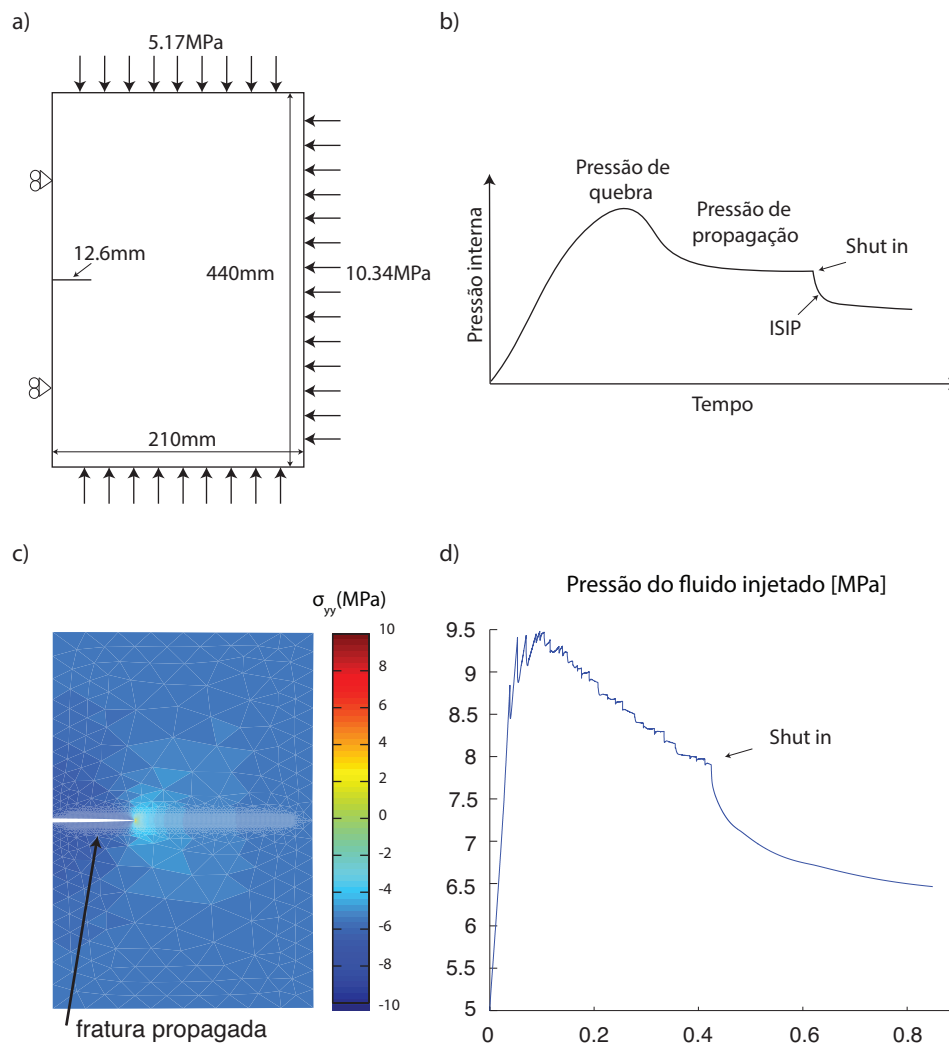


Figura 5.1: Resultados da simulação numérica do processo de fraturamento hidráulico através do acoplamento MEF-LB. a) Geometria e condições de contorno do problema. b) Curva típica da variação da pressão de injeção do fluido durante o fraturamento hidráulico. c) Resultado da modelagem do fraturamento hidráulico através do acoplamento MEF-LB. d) Curva da variação da pressão de injeção do fluido obtida a partir da modelagem do fraturamento hidráulico através do acoplamento MEF-LB

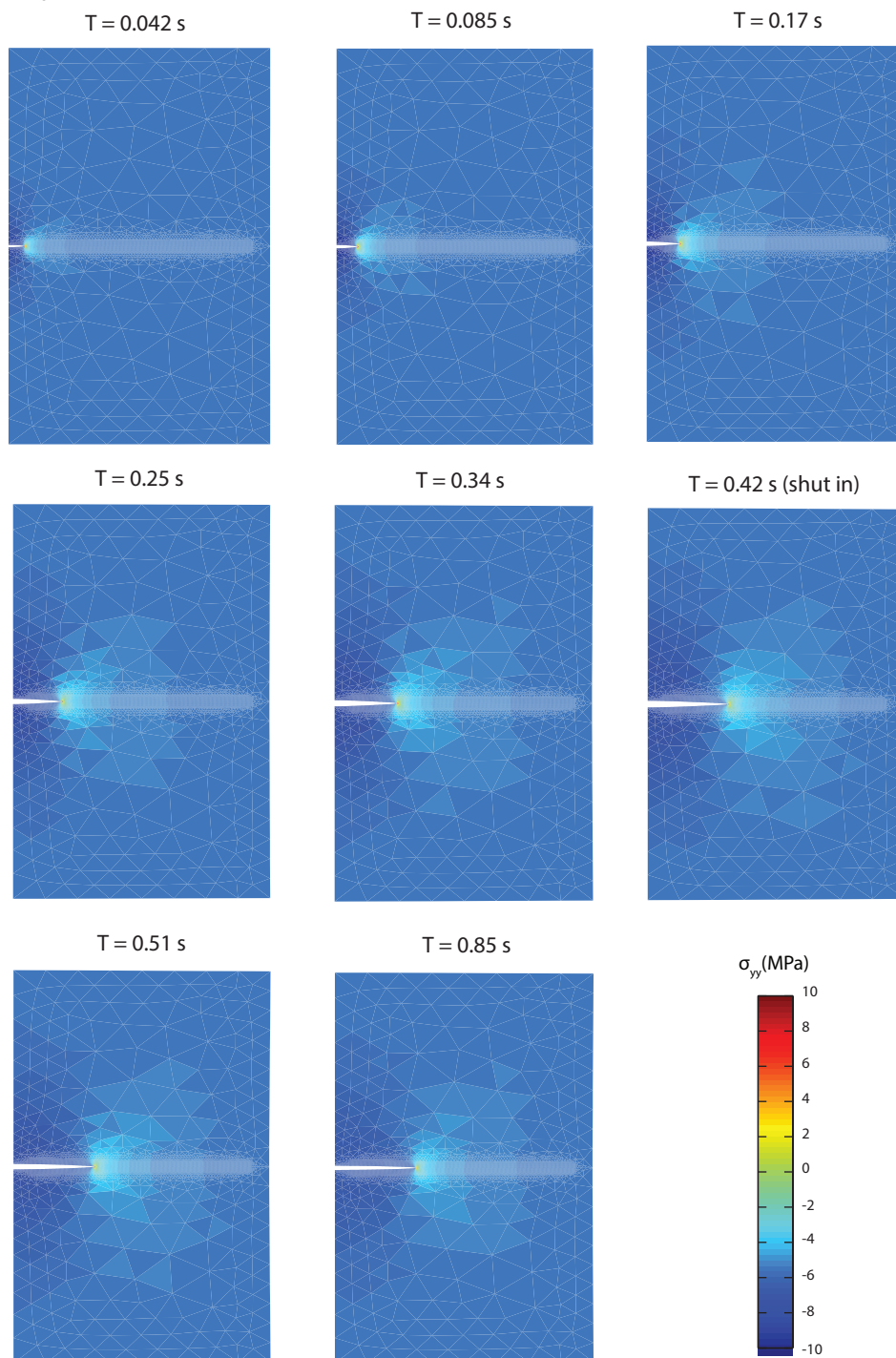


Figura 5.2: Evolução da propagação da fratura inicial do modelo devido à injeção de um fluido sob pressão durante o processo de fraturamento hidráulico

5.2

Validação da metodologia de acoplamento numérico MEF-LB (Modo I)

Para esta etapa de validação, a interface sólido-fluido foi representada por células parcialmente submersas no modelo de lattice-Boltzmann. Nesta metodologia, a fração sólida na célula de interface é calculada de forma proporcional à sua área, resultando neste caso em uma rede com células com conteúdo sólido variando entre 0 e 1 e não somente 0 ou 1, como no modelo de lattice-Boltzmann convencional.

Para poder avaliar a metodologia de acoplamento proposta, os resultados obtidos a partir da simulação numérica serão comparados com os resultados obtidos a partir dos modelos analíticos. Como foi mencionado na revisão bibliográfica, existem dois regimes no processo de fraturamento hidráulico: o regime viscoso e regime tenaz. Estes dois tipos de regimes serão modelados utilizando o acoplamento numérico proposto, comparando os resultados com as soluções analíticas, e verificando se a modelagem numérica é capaz de simular numericamente o processo de fraturamento hidráulico.

5.2.1

Simulação numérica do processo de fraturamento hidráulico no regime viscoso

A Fig. 5.3 mostra a geometria e as condições de contorno da simulação numérica para o fraturamento hidráulico no regime viscoso. A rede lattice-Boltzmann é posicionada na parte central da amostra por onde a fratura se propagará. Para evitar a influência do contorno na propagação, a modelagem será feita somente até a metade da amostra, e por tal motivo, a rede lattice-Boltzmann não cobre a largura total da amostra. As propriedades do material e do fluido são mostrados na Tabela 5.3 e na Tabela 5.4.

Tabela 5.3: Parâmetros utilizados no material e no elemento coesivo na modelagem do processo de fraturamento hidráulico no regime viscoso

Material		Elemento coesivo					
$E[GP a]$	ν	$\sigma_n[MP a]$	$\sigma_t[MP a]$	$\phi_n[N/m]$	$\phi_t[N/m]$	α	β
5.0	0.2	1.0	1.0	1.0	1.0	2	2

Tabela 5.4: Parâmetros utilizados na simulação do fluxo de um fluido no LB na modelagem do processo de fraturamento hidráulico no regime viscoso

Fluido				
$Q[m^3/s]$	$\Delta_x[m]$	$\Delta_t[s]$	$\rho[Kg/m^3]$	$\nu[m^2/s]$
7.6e-5	1.0e-5	1.5e-6	1000.0	1.5e-6

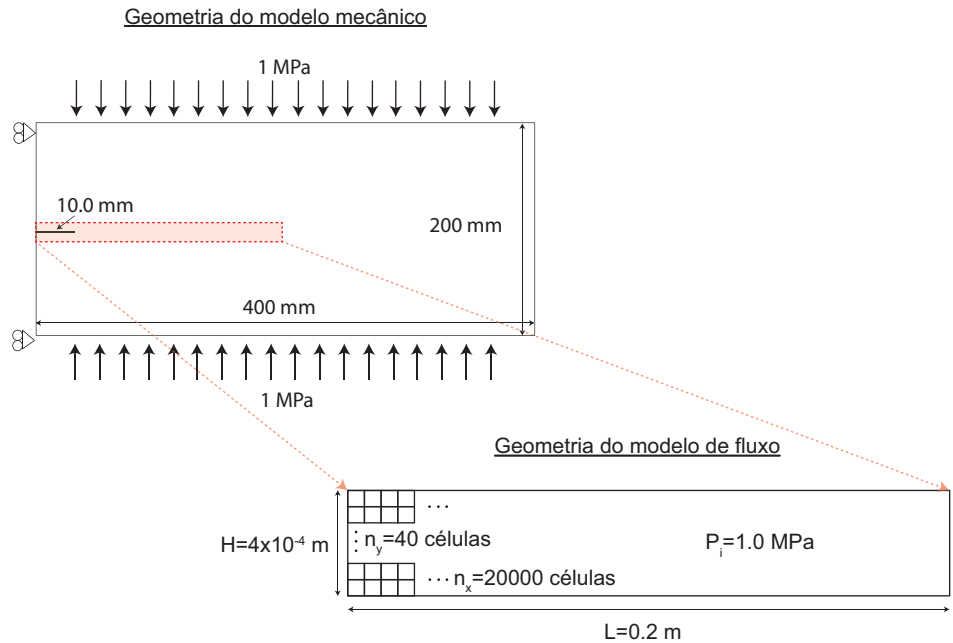


Figura 5.3: Geometria e condições de contorno da modelagem do processo de fraturamento hidráulico através do acoplamento fluidomecânico MEF-LB. A malha do modelo de fluxo é posicionada na parte central do modelo mecânico para capturar a propagação da fratura

A Fig 5.4 mostra o resultado da simulação numérica. Na implementação, a pressão do fluido atua sobre as paredes da fratura no momento em que o elemento coesivo é inserido na malha. Com isto, a pressão do fluido ajuda a vencer as forças coesivas durante o processo de amolecimento (*softening*) da zona de fratura. No entanto, mesmo que na bibliografia técnica existam exemplos com este tipo de procedimento [7,15], ainda não se tem estudado muito o problema. Resulta evidente que o momento em que a pressão do fluido for aplicada, vai ter uma resposta na curva da pressão do fluido injetado. A Fig. 5.4b mostra duas curvas de pressão do fluido injetado para dois instantes de aplicação: quando o elemento coesivo é inserido e quando a sua abertura atinge 30% do seu valor crítico. Neste exemplo não se evidencia grande diferença entre as curvas, mas isto se deve a que, se tratando de um exemplo simulado

numericamente na condição de regime viscoso, a energia de fratura é muito baixa para mostrar um incremento importante na pressão de fluido.

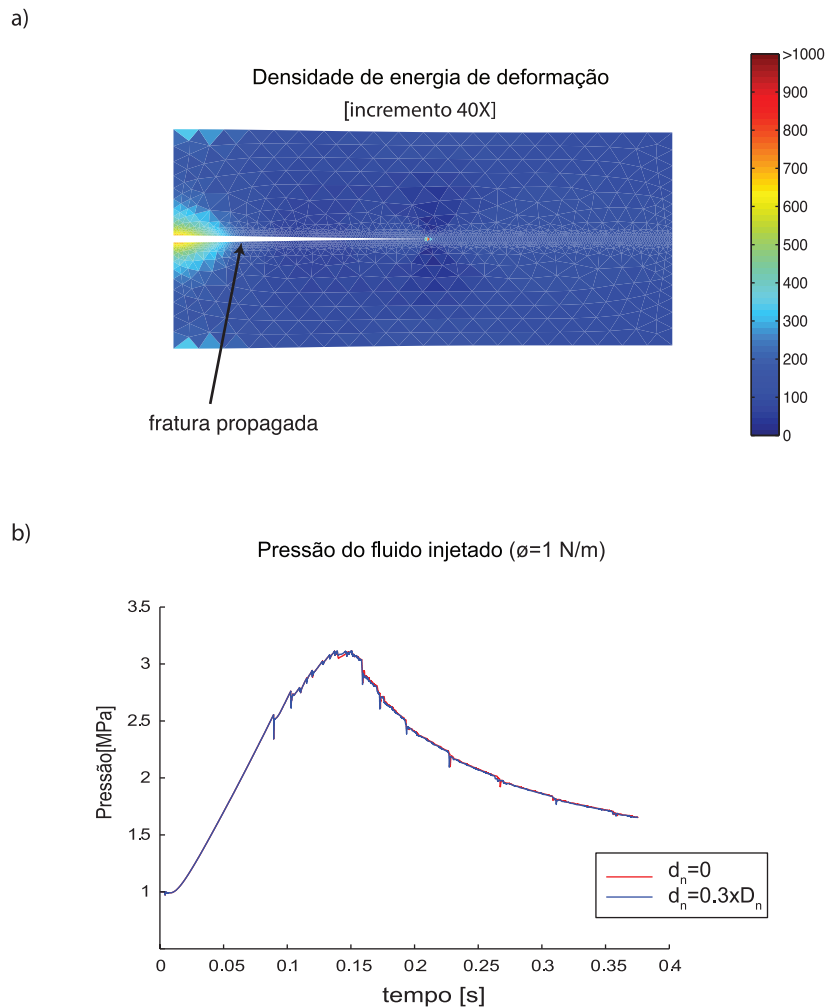


Figura 5.4: Resultado da simulação numérica do fraturamento hidráulico no regime viscoso através do acoplamento fluidomecânico MEF-LB. a) Fratura propagada no final da simulação; b) Curva da pressão do fluido injetado

As Fig. 5.5 e Fig. 5.6 mostram a evolução da fratura com o tempo. As figuras mostram a densidade de energia de deformação, observando-se que esta diminui na região onde o fluido é injetado, após atingir a pressão de ruptura. Neste instante observa-se também que a velocidade de propagação aumenta, diminuindo para uma velocidade de crescimento constante conforme a pressão do fluido atinge a pressão de propagação.

Os resultados desta simulação podem ser comparados com a solução analítica mostrada na Eq. 2-20, na Eq. 2-21, e na Eq. 2-22 (mostrados na

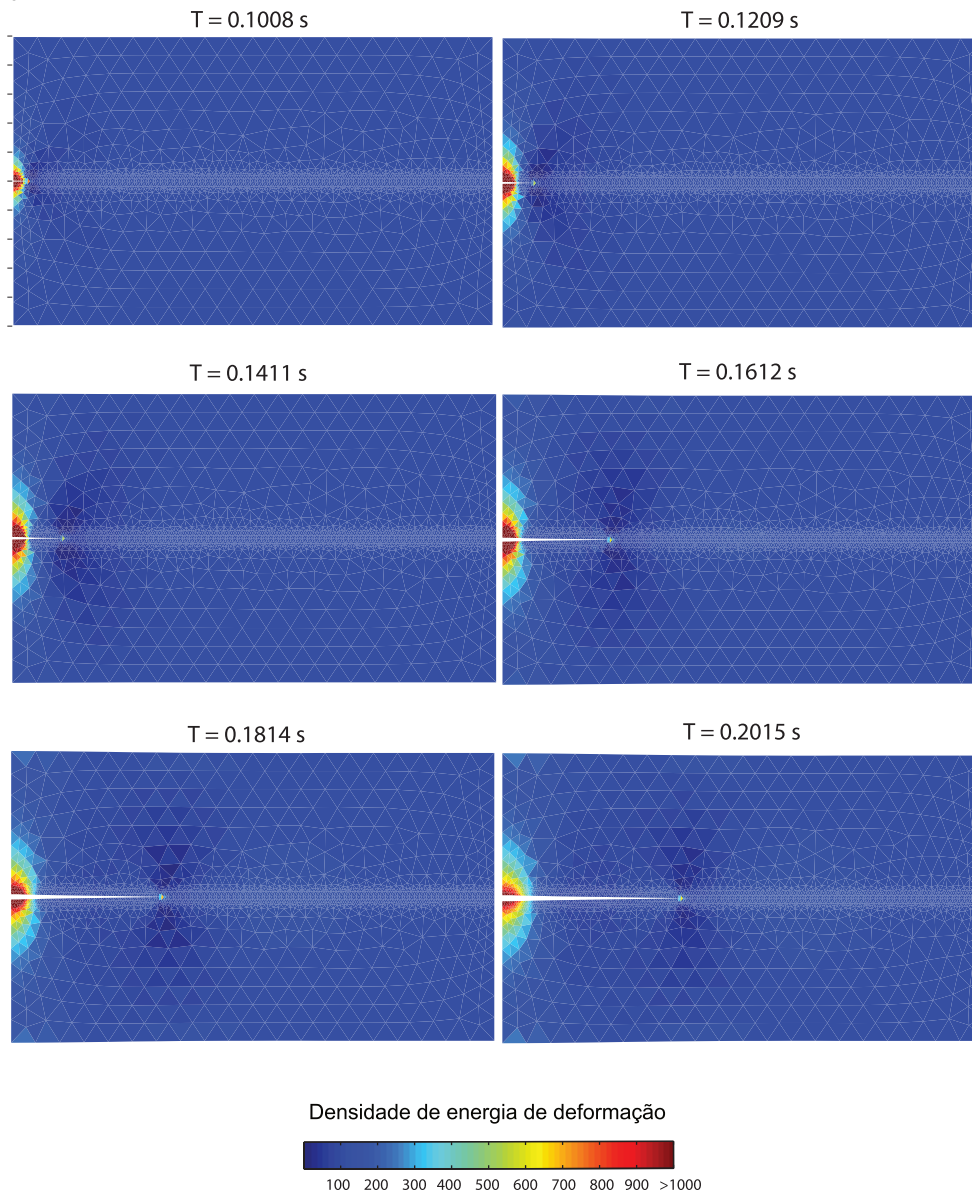


Figura 5.5: Evolução da fratura durante o processo de fraturamento hidráulico simulado numericamente através do acoplamento fluidomecânico MEF-LB no regime viscoso ($T=0.1008\text{s}$ a $T=0.2015\text{s}$)

revisão bibliográfica), que correspondem à abertura, pressão e comprimento da fratura, respectivamente. A comparação dos resultados será feita para saber se a proposta de modelagem através do acoplamento fluidomecânico MEF-LB proporciona resultados coerentes com o esperado pela solução analítica, mas não para determinar a precisão dos resultados. Isto porque as hipóteses de trabalho, consideradas no acoplamento numérico, são diferentes das consideradas no modelo analítico, diferenciando-se em que a modelagem numérica considera o modelo de lattice-Boltzmann para o fluxo e que, mesmo que a propagação da fratura aconteça no Modo I, o processo de amolecimento (*softening*) da zona

de fratura esta baseado em uma função potencial, correspondendo à mecânica da fratura não linear.

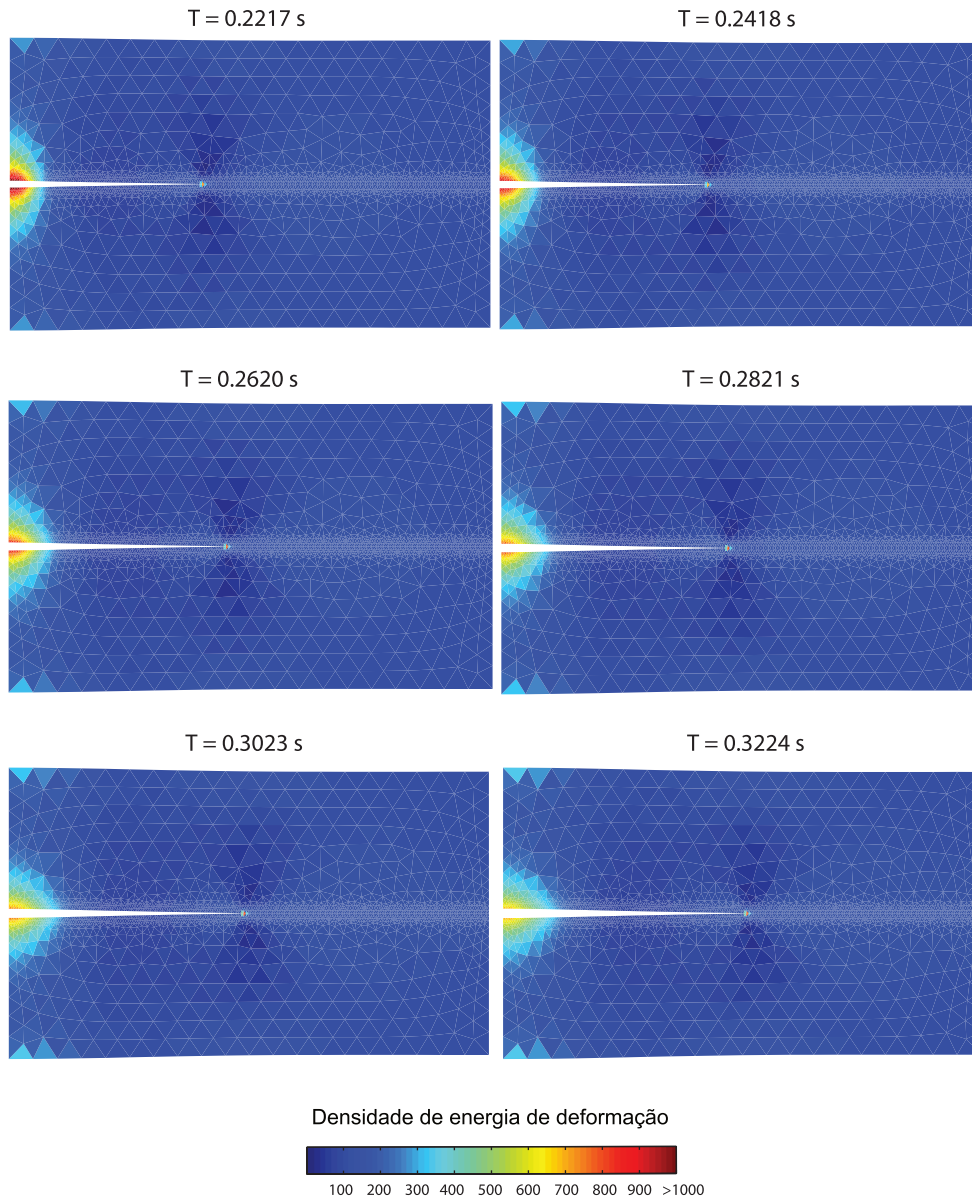


Figura 5.6: Evolução da fratura durante o processo de fraturamento hidráulico simulado numericamente através do acoplamento fluidomecânico MEF-LB no regime viscoso ($T=0.2217\text{s}$ a $T=0.3224\text{s}$)

A Fig. 5.7 mostra a comparação de resultados para o caso da pressão do fluido. Uma das características da modelagem numérica através do acoplamento fluidomecânico MEF-LB é que é necessário pressurizar a fratura inicial para começar a propagação. Isto permite modelar, de uma forma mais real, a curva da pressão do fluido injetado. Considerando que o tempo em

que o primeiro elemento coesivo é inserido na malha corresponde ao tempo inicial do modelo analítico, observa-se que a pressão do fluido na modelagem numérica não apresenta uma queda brusca como no modelo analítico, continuando com o processo de pressurização até atingir a pressão de ruptura. Mesmo dependendo das condições impostas no problema e das propriedades dos materiais envolvidos neste exemplo, observa-se que a energia de fratura do material, mesmo sendo baixa, influencia na pressão do fluido, sendo necessária uma maior pressão para vencer as forças coesivas. No final, ambas as soluções tendem a mostrar a mesma pressão de propagação.

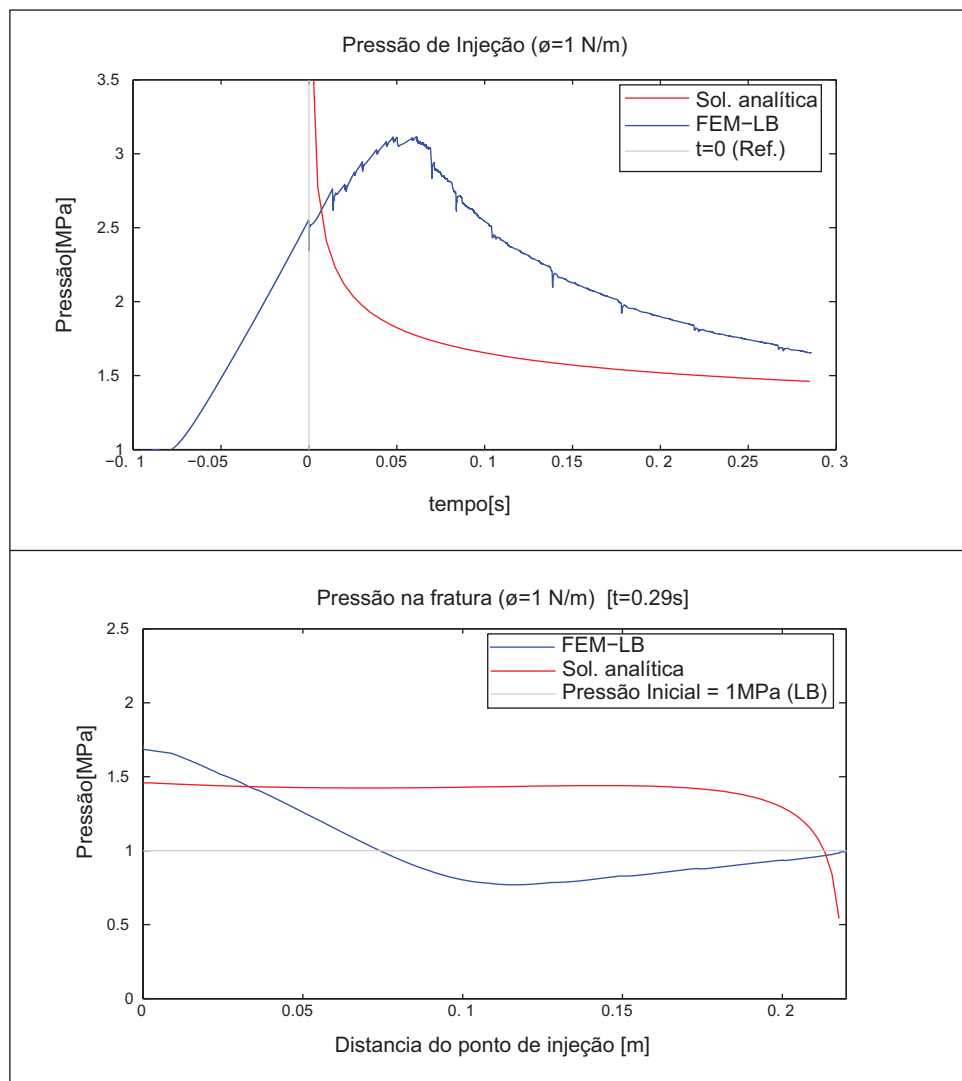


Figura 5.7: Resultados da simulação numérica do processo de fraturamento hidráulico no regime viscoso. a) Variação da pressão de injeção com o tempo; b) Pressão do fluido dentro da fratura ao término da simulação

A Fig. 5.7b mostra a pressão do fluido no interior da fratura. No LB,

todas as células começam com uma pressão inicial de 1MPa. Isto quer dizer que cada vez que a fratura se propaga, as células correspondentes a um determinado elemento coesivo inserido também serão iniciadas com 1MPa. Com isto, é gerado um gradiente de pressão que induz o fluxo a fluir para o interior da fratura. No entanto, dependendo da velocidade de fluxo e das propriedades do material e fluido, um efeito de depressurização pode ser gerado como consequência da separação das paredes da fratura. A intensidade deste fenômeno de depressurização estaria relacionada com a velocidade de abertura das paredes da fratura, com a velocidade do fluido injetado e com a viscosidade do mesmo.

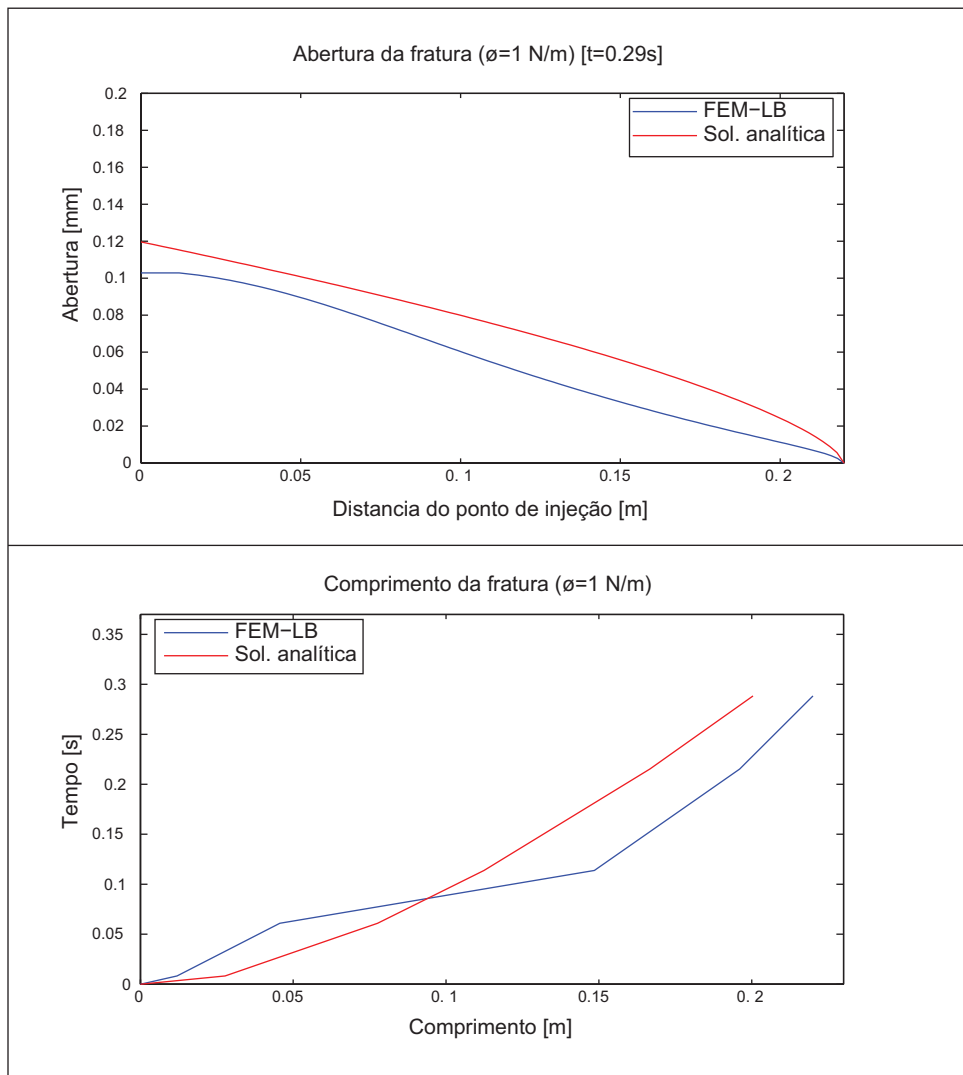


Figura 5.8: Resultados da simulação numérica do processo de fraturamento hidráulico no regime viscoso. a) Abertura da fratura; b) Comprimento da fratura com o tempo

No caso da abertura da fratura, observa-se na Fig. 5.8a que os resultados

apresentam um comportamento similar ao mostrado pela solução analítica, não existindo divergências importantes. Para o comprimento da fratura, observa-se na Fig. 5.8b que a solução numérica teve uma dimensão maior do que o mostrado pela solução analítica. Mas é importante ressaltar um fenômeno que foi observado em várias simulações numéricas realizadas. A propagação da fratura apresenta uma maior velocidade quando a pressão do fluido injetado está entre a pressão de ruptura e a pressão de propagação, para logo passar a uma velocidade quase constante se a injeção do fluido se mantiver com mesma vazão.

5.2.2

Simulação numérica do processo de fraturamento hidráulico no regime tenaz

No regime tenaz, quando a viscosidade do fluido for baixa, uma condição que deve ser levada em conta é que o valor do parâmetro \mathcal{M} (definido na Eq.2-4 do capítulo de revisão bibliográfica) seja inferior a 1 ($\mathcal{M}_k \ll 1$).

A geometria e condições de contorno, utilizadas na simulação numérica do processo de fraturamento hidráulico no regime tenaz, são as mesmas utilizadas no caso do regime viscoso (Fig. 5.3). No entanto, as propriedades do material e do fluido utilizadas na simulação numérica são mostradas na Tabela 5.5 e na Tabela 5.6.

Tabela 5.5: Parâmetros utilizados no material e no elemento coesivo na modelagem do processo de fraturamento hidráulico no regime tenaz

Material		Elemento coesivo					
$E[MPa]$	ν	$\sigma_n[MPa]$	$\sigma_t[MPa]$	$\phi_n[N/m]$	$\phi_t[N/m]$	α	β
5.0	0.2	1.0	1.0	20.0	20.0	2	2

Tabela 5.6: Parâmetros utilizados na simulação do fluxo de um fluido no LB na modelagem do processo de fraturamento hidráulico no regime tenaz

Fluido				
$Q[m^3/s]$	$\Delta_x[m]$	$\Delta_t[s]$	$\rho[Kg/m^3]$	$\nu[m^2/s]$
7.6e-5	1.0e-5	1.5e-6	1000.0	1.5e-6

Os resultados da simulação numérica do processo de fraturamento hidráulico, no regime tenaz são apresentados na Fig. 5.9. Observa-se também,

como no caso da modelagem numérica no regime viscoso, que a curva de pressão de injeção do fluido foi modelada até atingir aproximadamente a pressão de propagação. Observa-se que existe uma maior variação na curva da pressão de injeção com o instante em que a pressão do fluido é ativada no elemento coesivo. As curvas mostradas na Fig. 5.9b correspondem a instantes de aplicação da pressão de injeção para 0%, 10% e 15% da abertura crítica do elemento coesivo. A diferença apresentada é por conta da energia de fratura. Sendo esta maior (quando comparada com o exemplo mostrado no regime viscoso), as forças coesivas também serão maiores para abrir a fratura, sendo necessária uma maior pressão de fluido.

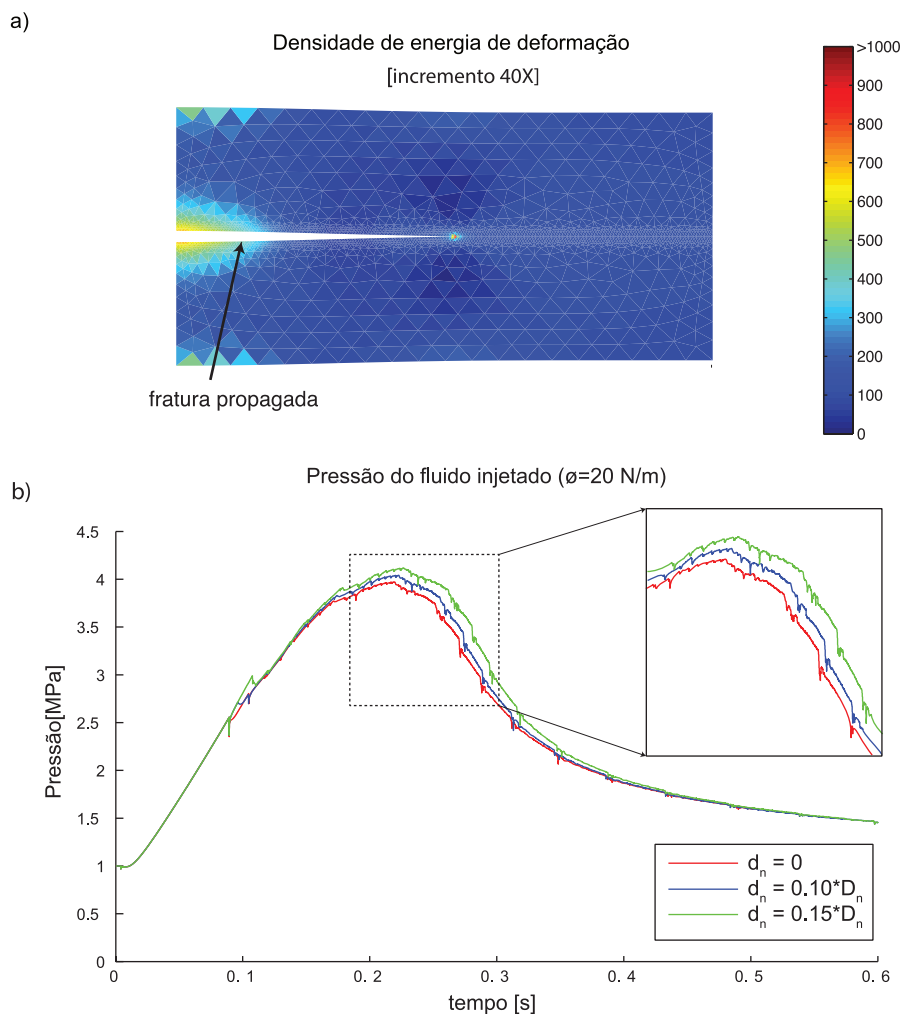


Figura 5.9: Resultado da simulação numérica do fraturamento hidráulico no regime tenaz através do acoplamento fluidomecânico MEF-LB. a) Fratura propagada no final da simulação; b) Curva da pressão do fluido injetado

Da Fig. 5.9 à Fig. 5.13, é mostrada a evolução da propagação da fratura com o tempo. A fratura se propaga no Modo I de ruptura, observando-se que a densidade de energia de deformação no início da fratura vai se incrementando e decrescendo com o tempo, seguindo o comportamento da curva de pressão de injeção do fluido.

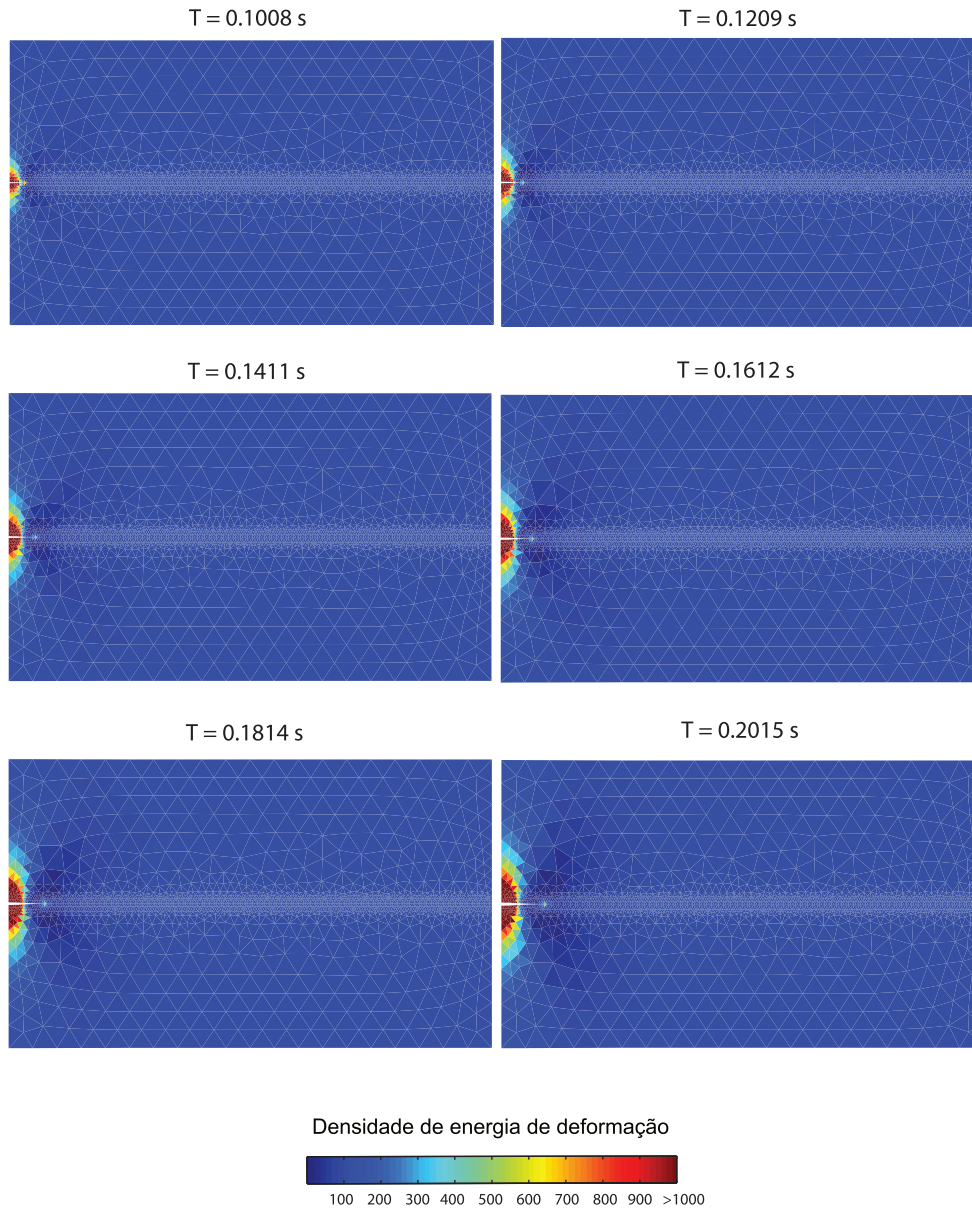


Figura 5.10: Evolução da fratura durante o processo de fraturamento hidráulico simulado numericamente através do acoplamento fluidomecânico MEF-LB no regime tenaz ($T=0.1008s$ a $T=0.2015s$)

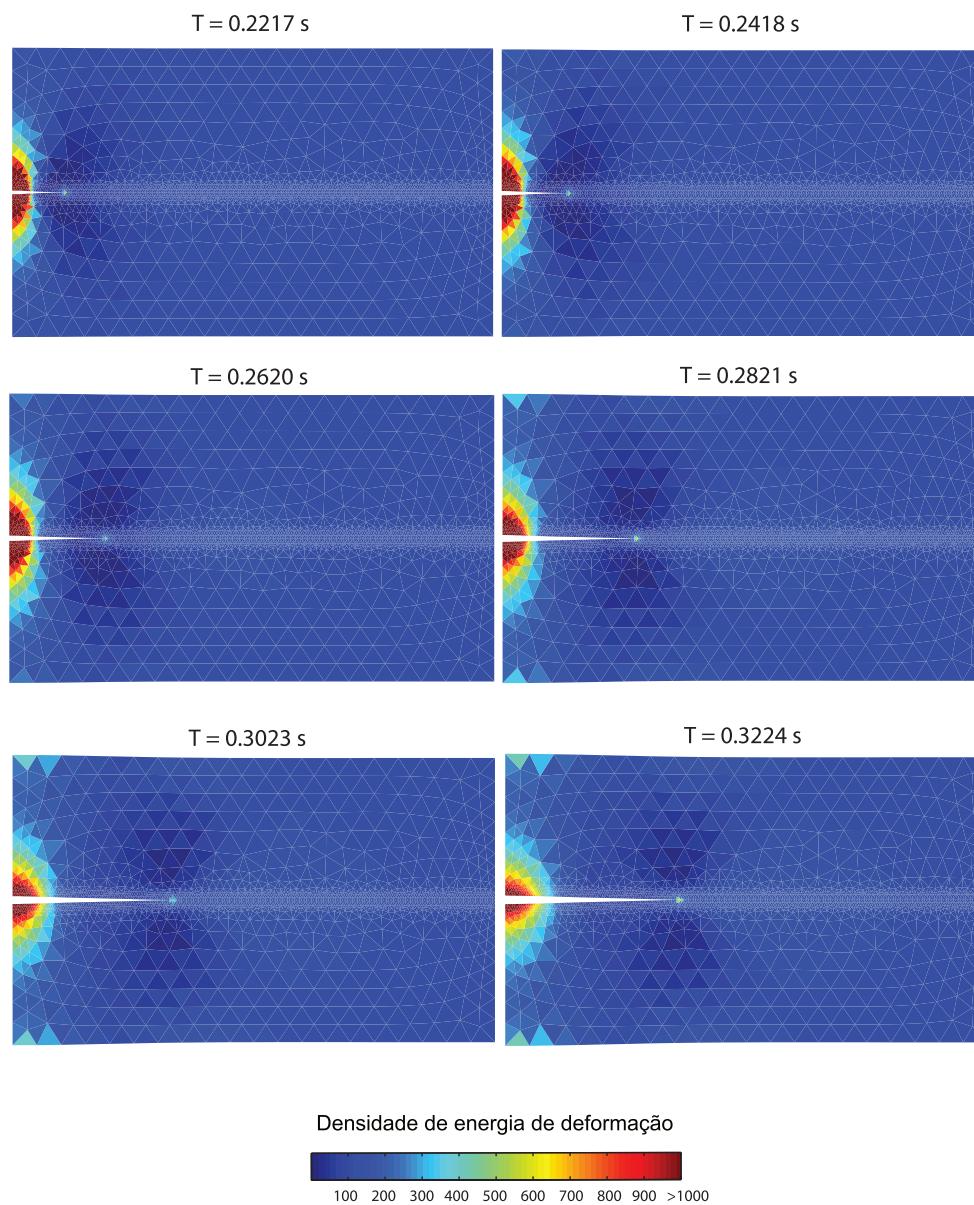


Figura 5.11: Evolução da fratura durante o processo de fraturamento hidráulico simulado numericamente através do acoplamento fluidomecânico MEF-LB no regime tenaz ($T=0.2217\text{s}$ a $T=0.3224\text{s}$)

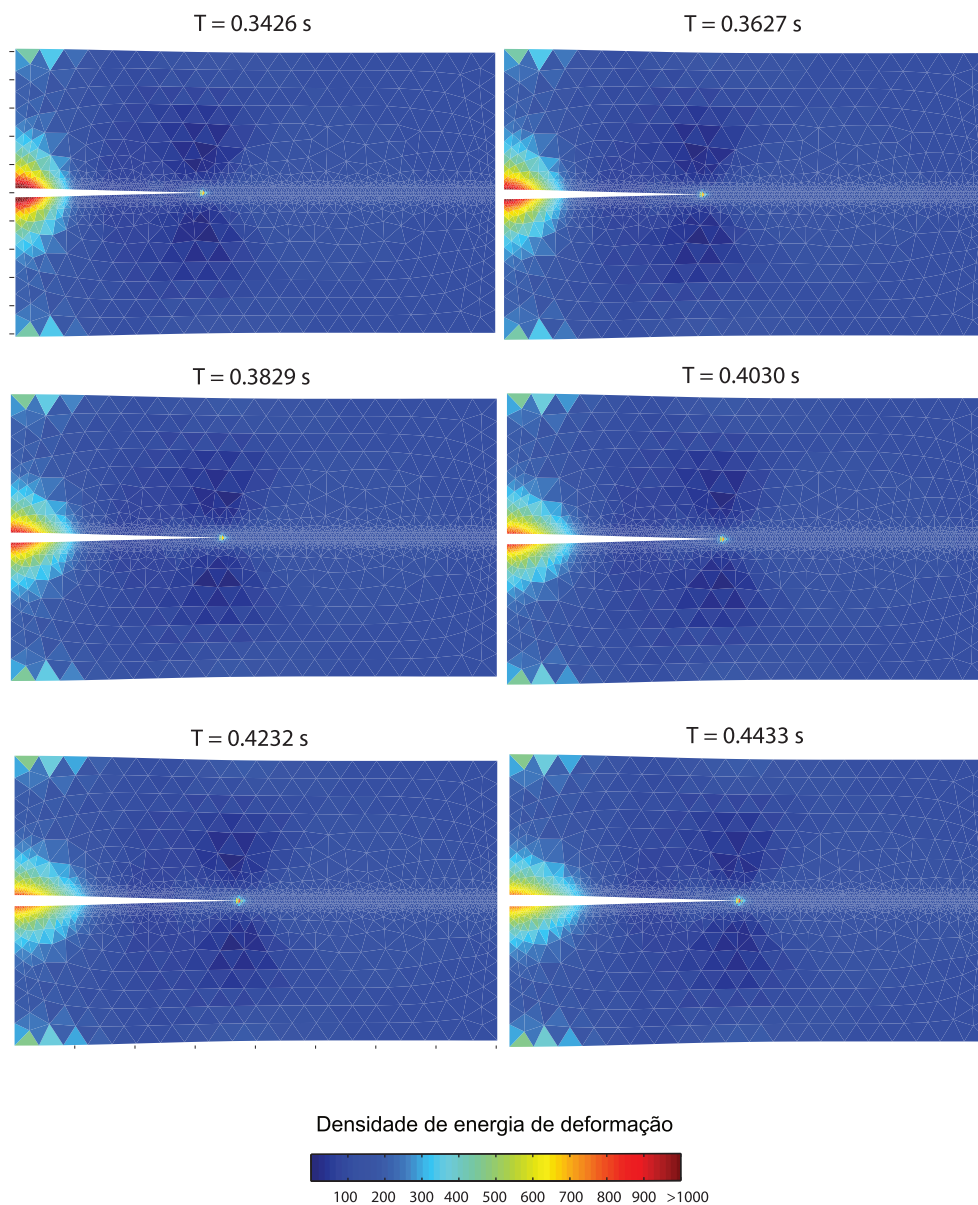


Figura 5.12: Evolução da fratura durante o processo de fraturamento hidráulico simulado numericamente através do acoplamento fluidomecânico MEF-LB no regime tenaz ($T=0.3426\text{s}$ a $T=0.4423\text{s}$)

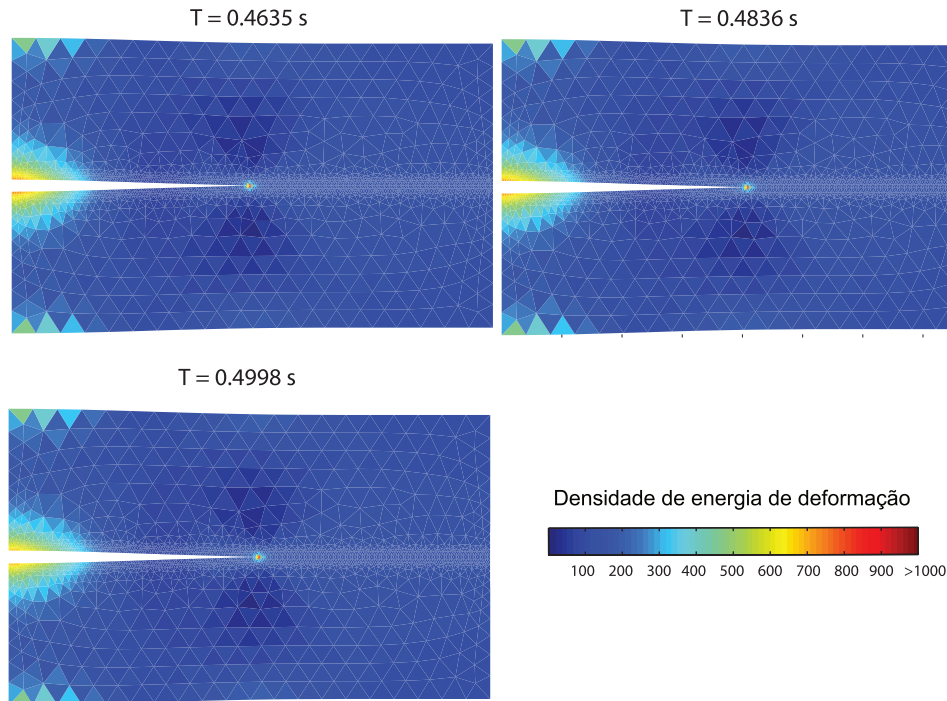


Figura 5.13: Evolução da fratura durante o processo de fraturamento hidráulico simulado numericamente através do acoplamento fluidomecânico MEF-LB no regime tenaz ($T=0.4635\text{s}$ a $T=0.4998\text{s}$)

Estes resultados podem ser comparados com a solução analítica mostrada nas Eq. 2-25, Eq. 2-26 e na Eq. 2-27 do capítulo de revisão bibliográfica. A Fig. 5.14 mostra o resultado da pressão do fluido injetado. No caso da Fig. 5.14a, é ilustrada a pressão do fluido no ponto de injeção com o tempo. Considerando-se que o momento em que o primeiro elemento coesivo inserido na malha corresponde ao tempo inicial do modelo analítico, observa-se que a pressão do fluido continua aumentando. Isto se deve à energia de fratura do material, sendo que quanto maior for esta propriedade do material, maior deverá ser a pressão do fluido para vencer as forças coesivas na zona de fraturamento. Observa-se também que a pressão de propagação, reproduzida pela modelagem numérica é menor do que a fornecida pela solução analítica.

Analogamente, como no caso da modelagem do fraturamento hidráulico no regime viscoso, a Fig. 5.14 mostra a depressurização do fluido injetado devido à velocidade de abertura da fratura. A Fig. 5.15 ilustra a variação da abertura e do comprimento da fratura. Foram obtidos resultados semelhantes àqueles obtidos pela solução analítica, no entanto, observa-se que a velocidade de propagação da fratura, como no caso da modelagem do fraturamento hidráulico no regime viscoso, é maior quando a pressão do fluido injetado está entre a pressão de ruptura e a pressão de propagação.

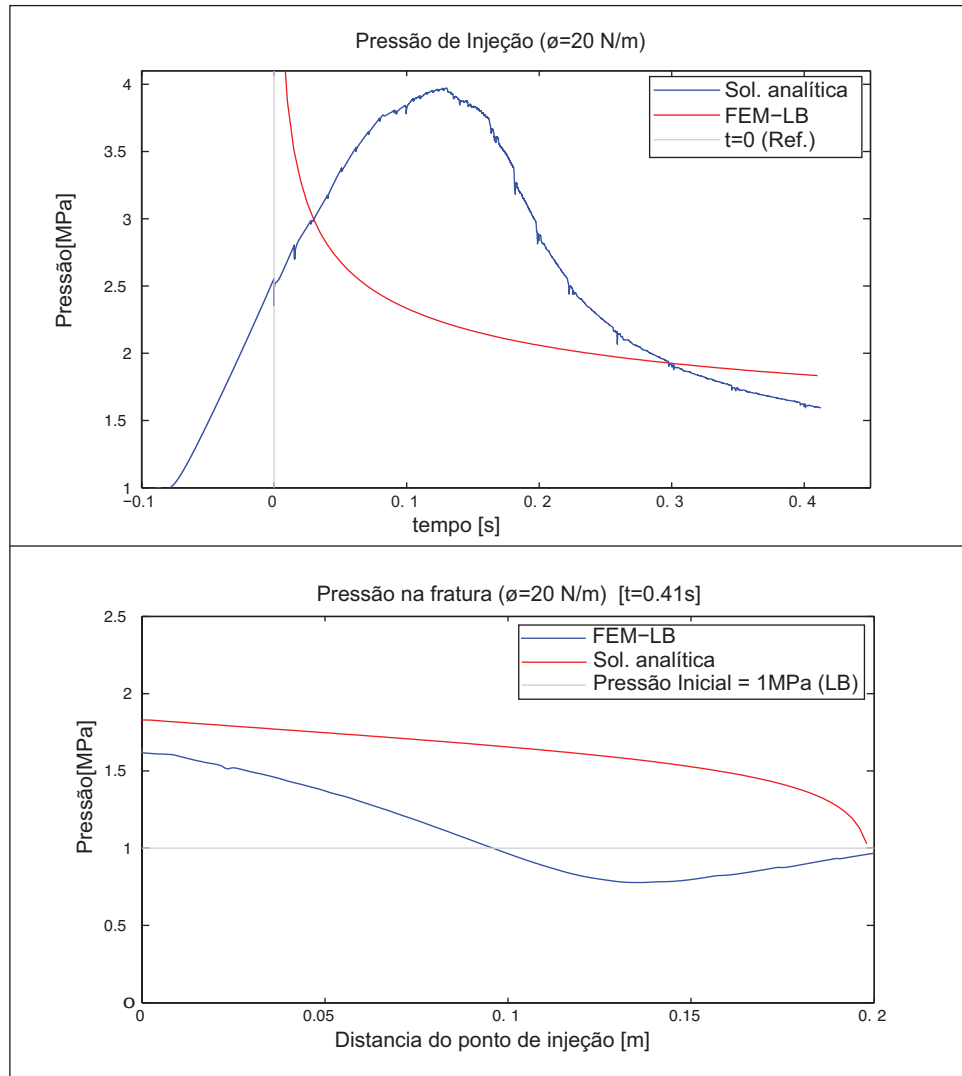


Figura 5.14: Resultados da simulação numérica do processo de fraturamento hidráulico no regime tenaz. a) Variação da pressão de injeção com o tempo; b) Pressão do fluido dentro da fratura ao término da simulação

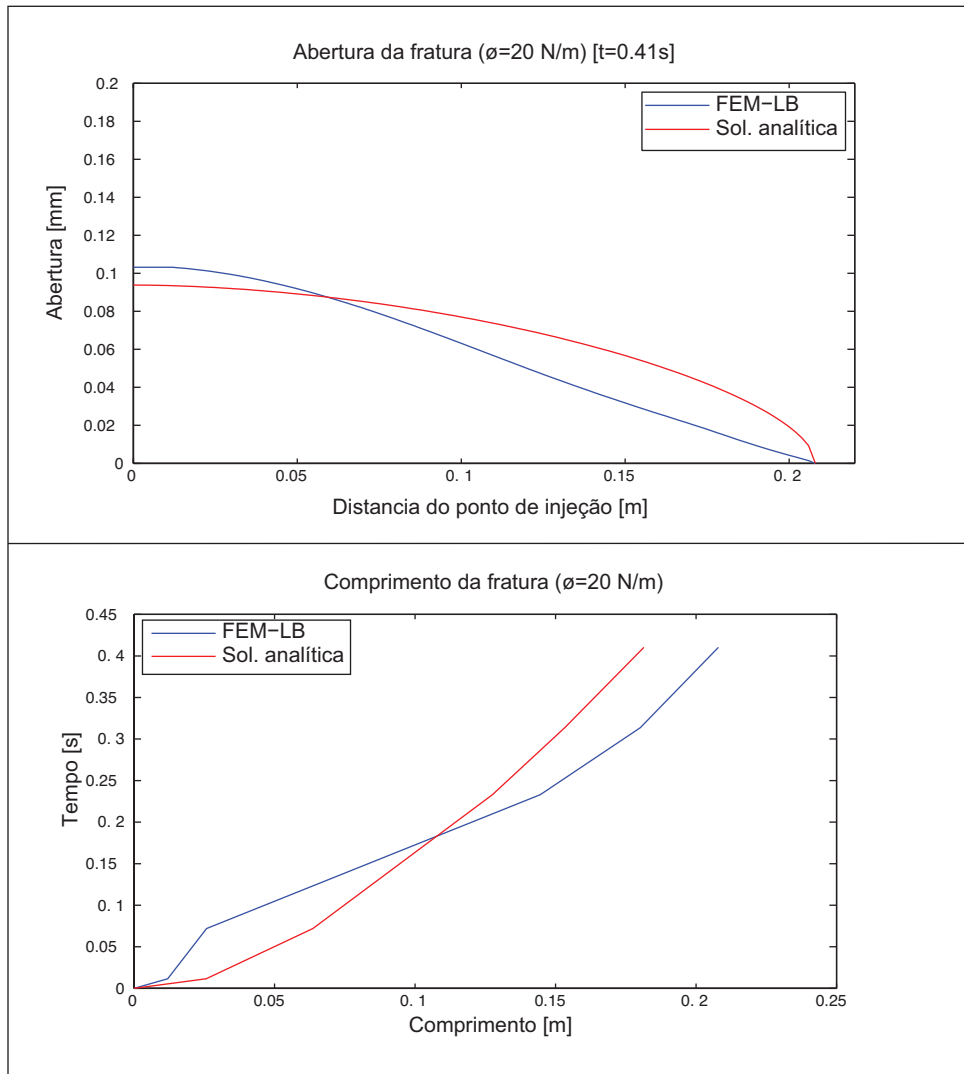


Figura 5.15: Resultados da simulação numérica do processo de fraturamento hidráulico no regime tenaz. a) Abertura da fratura; b) Comprimento da fratura com o tempo

5.3

Simulação numérica do fraturamento hidráulico no modo misto de ruptura (Modo I-II)

Bidimensionalmente, duas formas de rupturas são definidas dependendo do movimento relativo das superfícies de uma fratura: o Modo I (por tração) e o Modo II (por cisalhamento). No entanto, esta descrição do tipo de ruptura de um material resulta ser mais complexa se este não for contínuo ou homogêneo, como sucede com os materiais geológicos. Se observarmos na micro escala, uma rocha é uma composição de cristais de minerais ou clastos com diferentes propriedades mecânicas. Isto traz como consequência que, durante a propagação de uma fratura, a modificação do campo de tensões e deformações devido a estas heterogeneidades, modifique a trajetória da fratura, onde o processo de fraturamento resulta em uma combinação dos dois tipos (I-II). Da mesma maneira, o meio geológico que apresenta descontinuidades também terá, dependendo das condições de carregamento, o mesmo efeito.

Como visto anteriormente, a implementação do modelo coesivo de fratura PPR (Paulino-Park-Roesler) permite modelar o modo misto de ruptura, e, o modelo de lattice-Boltzmann permite modelar o fluxo de um fluido através de geometrias complexas. Portanto, as modelagens numéricas seguintes têm como objetivo mostrar a potencialidade da implementação MEF-LB.

5.3.1

Fraturamento hidráulico em um campo com tensões cisalhantes

Para avaliar a propagação de uma fratura devido à injeção de um fluido sob pressão, foram realizadas várias simulações numéricas para diferentes níveis de tensão cisalhante. A Fig. 5.16 mostra a propagação de uma fratura somente em condições mecânicas. As propriedades do material utilizado nesta simulação numérica são mostradas na Tabela 5.7.

Tabela 5.7: Parâmetros utilizados no material e no elemento coesivo na modelagem da propagação de uma fratura em condições de tensões cisalhantes

Material		Elemento coesivo					
$E[GPa]$	ν	$\sigma_n[MPa]$	$\sigma_t[MPa]$	$\phi_n[N/m]$	$\phi_t[N/m]$	α	β
5.0	0.2	1.0	1.0	10.0	10.0	2	2

A geometria do modelo e condições de contorno são mostradas na

Fig. 5.16a. A velocidade imposta na parede do bloco superior à fissura inicial é de 1×10^{-4} m/s e não existe injeção de fluido para o seu interior. A Fig. 5.16b mostra o resultado desta simulação. Observa-se que existe um desvio na trajetória da propagação da fratura e que, mesmo em condições cisalhantes, existem faces de elementos que falharam no Modo I na superfície de fratura. Durante o processo de amolecimento (*softening*) da zona de fratura, o movimento das faces do elemento coesivo não é puramente perpendicular ou puramente tangencial. Contrariamente, ao ser um mecanismo misto, as faces do elemento coesivo se afastam perpendicularmente (Modo I) e deslizam entre si tangencialmente (Modo II), com isso, as forças coesivas existentes dependerão das duas energias de fratura.

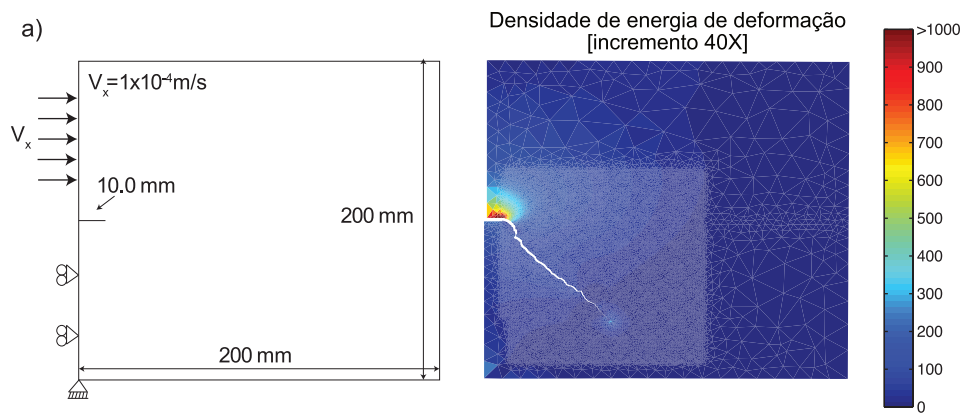


Figura 5.16: Geometria e condições de contorno da propagação de uma fratura no modo misto (Modo I-II) somente em condições mecânicas. Nesta modelagem não se tem injeção de fluido

Tendo como referência esta simulação em condições mecânicas, o passo seguinte será utilizar a mesma geometria para incluir a injeção de um fluido sob pressão. As propriedades do fluido e da rede LB são mostradas na Tabela 5.8. A Fig. 5.17 mostra a geometria e as condições de contorno para o problema do fraturamento hidráulico. Neste caso não se tem velocidade imposta e sim tensão imposta na parede lateral superior da fratura inicial. Foram simulados três casos: para uma pressão lateral de 50kPa, de 100kPa e 200kPa. Como observado na simulação numérica em condições mecânicas, a trajetória da propagação da fratura foi para a parte inferior do modelo, por tal motivo, a rede lattice-Boltzmann foi deslocada para essa região.

A Fig. 5.18 mostra os resultados das simulações numéricas. É possível

observar que, para cada caso, o desvio da trajetória é diferente e depende da intensidade da tensão aplicada. Em todos os casos existe um modo de ruptura mista (Modo I-II), mas existe uma predominância do Modo I de ruptura quando a pressão imposta é baixa (no caso de $P=50\text{kPa}$). Isto acontece porque a tensão principal de ruptura é no Modo I, gerada pela injeção do fluido sob pressão na fissura inicial. Se a tensão cisalhante na ponta da fissura for muito baixa, esta não vai gerar um campo de tensão suficiente para desviar a trajetória da propagação da fratura.

Tabela 5.8: Parâmetros utilizados na simulação do fluxo de um fluido no LB

Fluido				
$Q[m^3/s]$	$\Delta_x[m]$	$\Delta_t[s]$	$\rho[Kg/m^3]$	$\nu[m^2/s]$
8.65e-5	5.0e-5	5.0e-6	1000.0	2.0e-6

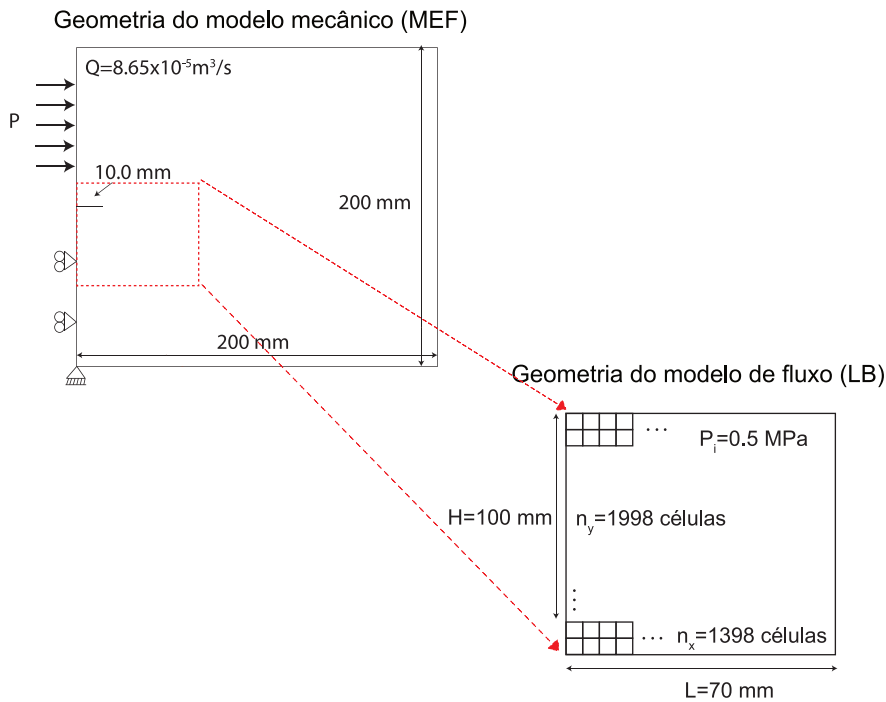


Figura 5.17: Geometria e condições de contorno da modelagem do processo de fraturamento hidráulico em um campo com tensões cisalhantes

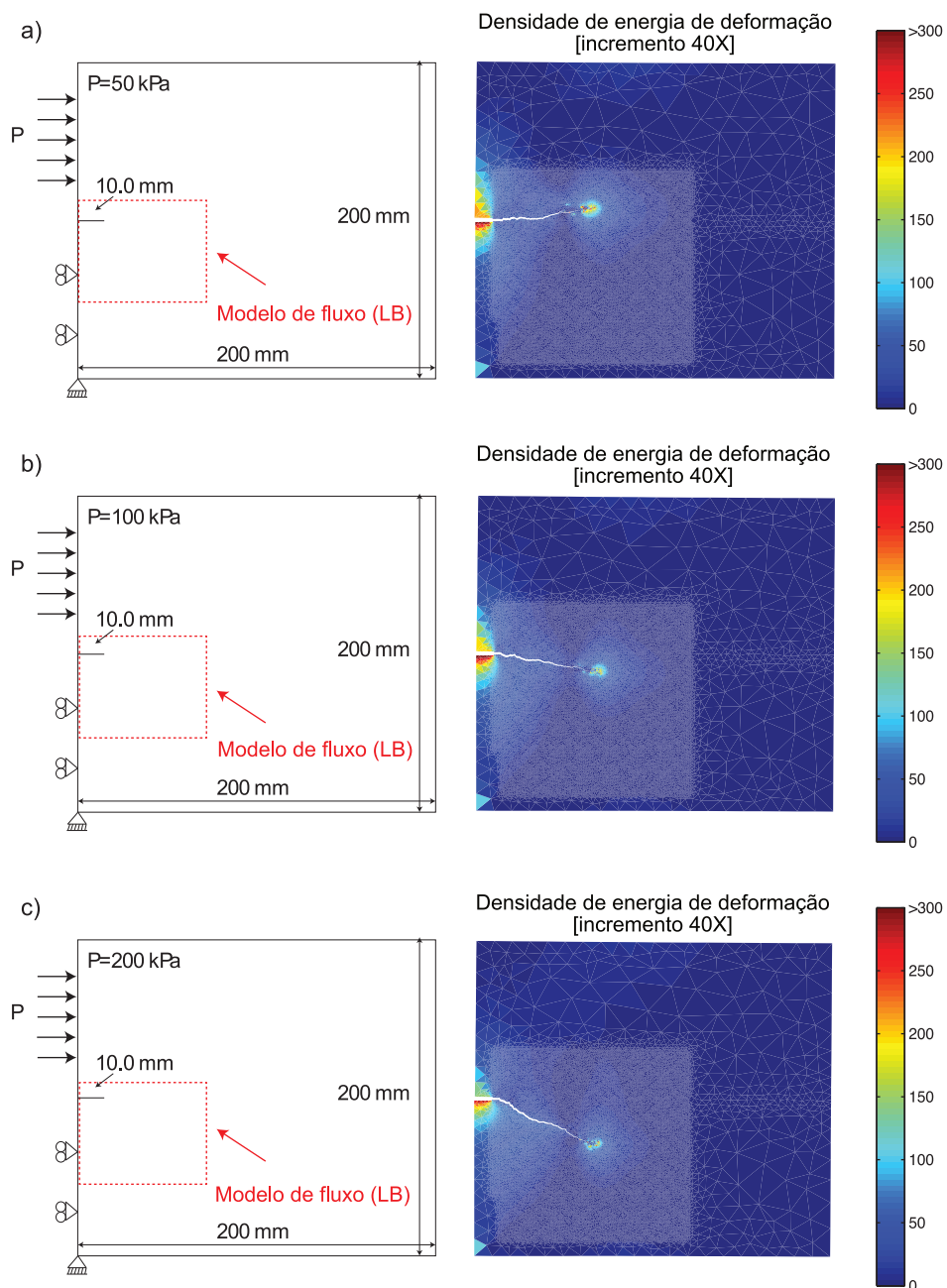


Figura 5.18: Resultados da simulação numérica do processo de fraturamento hidráulico para três valores de tensão imposta. a) Tensão 50kPa; b) Tensão 100kPa; e c) Tensão 200kPa

5.3.2

Fraturamento hidráulico em um meio com descontinuidades

Em um meio geológico, uma fratura que se propaga pode eventualmente se interceptar com uma descontinuidade preexistente. A partir daí, a trajetória que segue a propagação pode ser modificada devido a que uma descontinuidade torna-se um caminho preferencial para o fluido, impondo pressão de fluido no seu interior e alterando o campo de tensões. Trabalhos experimentais e numéricos mostram que, dependendo do grau de cimentação de uma descontinuidade preexistente, uma fratura propagando-se devido à injeção de um fluido sob pressão, pode atravessá-la ou ser desviada por esta[3,29]. A capacidade de penetração do fluido na descontinuidade vai depender das suas propriedades de resistência, sendo que, para o fluido poder entrar, precisa do espaço gerado pela abertura da fratura. Assim, quanto maior for o grau de cimentação das paredes da descontinuidade, menor será a sua influência no desvio da trajetória da propagação da fratura.

A fim de analisar o comportamento de uma fratura se propagando em um meio com descontinuidades, foram feitas algumas modelagens numéricas através da proposta de acoplamento fluidomecânica MEF-LB. A Fig. 5.19 mostra a geometria e condições de contorno para o primeiro caso estudado (Caso I). Uma descontinuidade preexistente foi colocada à frente da fratura inicial por onde será injetado o fluido. A descontinuidade é vertical e foram avaliadas duas condições: quando as propriedades de resistência à ruptura da descontinuidade equivalem a 10% das propriedades de resistência à ruptura da matriz, e quando estas equivalem a 50%. As propriedades do material e do fluido utilizadas nesta modelagem são mostradas na Tabela 5.9 e na Tabela 5.10.

Tabela 5.9: Parâmetros utilizados no material e no elemento coesivo na modelagem do fraturamento hidráulico em um meio com descontinuidades

Material		Elemento coesivo					
$E[GP a]$	ν	$\sigma_n[MP a]$	$\sigma_t[MP a]$	$\phi_n[N/m]$	$\phi_t[N/m]$	α	β
5.0	0.2	1.0	1.0	10.0	10.0	2	2

Tabela 5.10: Parâmetros utilizados na simulação do fluxo de um fluido no LB na modelagem do fraturamento hidráulico em um meio com descontinuidades

Fluido				
$Q[m^3/s]$	$\Delta_x[m]$	$\Delta_t[s]$	$\rho[Kg/m^3]$	$\nu[m^2/s]$
1.7e-4	5.0e-5	5.0e-6	1000.0	2.0e-6

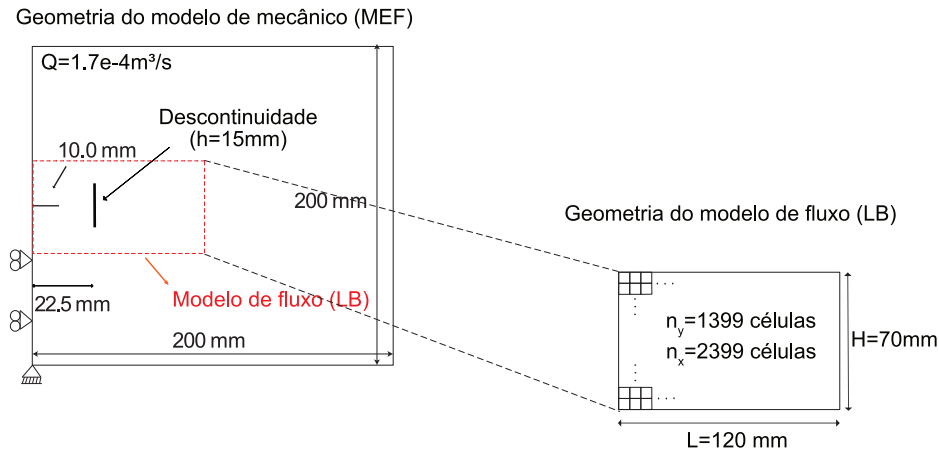


Figura 5.19: Geometria e condições de contorno da modelagem do processo de fraturamento hidráulico em um meio com uma descontinuidade preexistente (Caso I)

A Fig. 5.20 mostra os resultados da simulação. A primeira coluna destas figuras corresponde à descontinuidade cujos valores de resistência à ruptura correspondem a 10% das propriedades de resistência da matriz (Fig. 5.20a-d). Na segunda coluna, as figuras correspondem à descontinuidade com resistência à ruptura equivalente a 50% das propriedades de resistência da matriz (Fig.5.20e-h).

Observa-se que, quando a resistência à ruptura equivale a 10% das propriedades da matriz, a propagação da fratura inicial (onde o fluido é injetado) é desviada pela descontinuidade. O fluido entra na descontinuidade e começa a propagar novamente a matriz a partir dos seus extremos. A Fig. 5.20b-d mostra a evolução da propagação da fratura e o avanço da frente do fluido. Em um estágio inicial, somente a alteração do campo de tensões gera o aparecimento da descontinuidade como fratura que pode receber o fluido (Fig. 5.20b). No entanto, esta só poderá receber o fluido quando estiver conectada com a fratura que está se propagando devido à injeção do fluido.

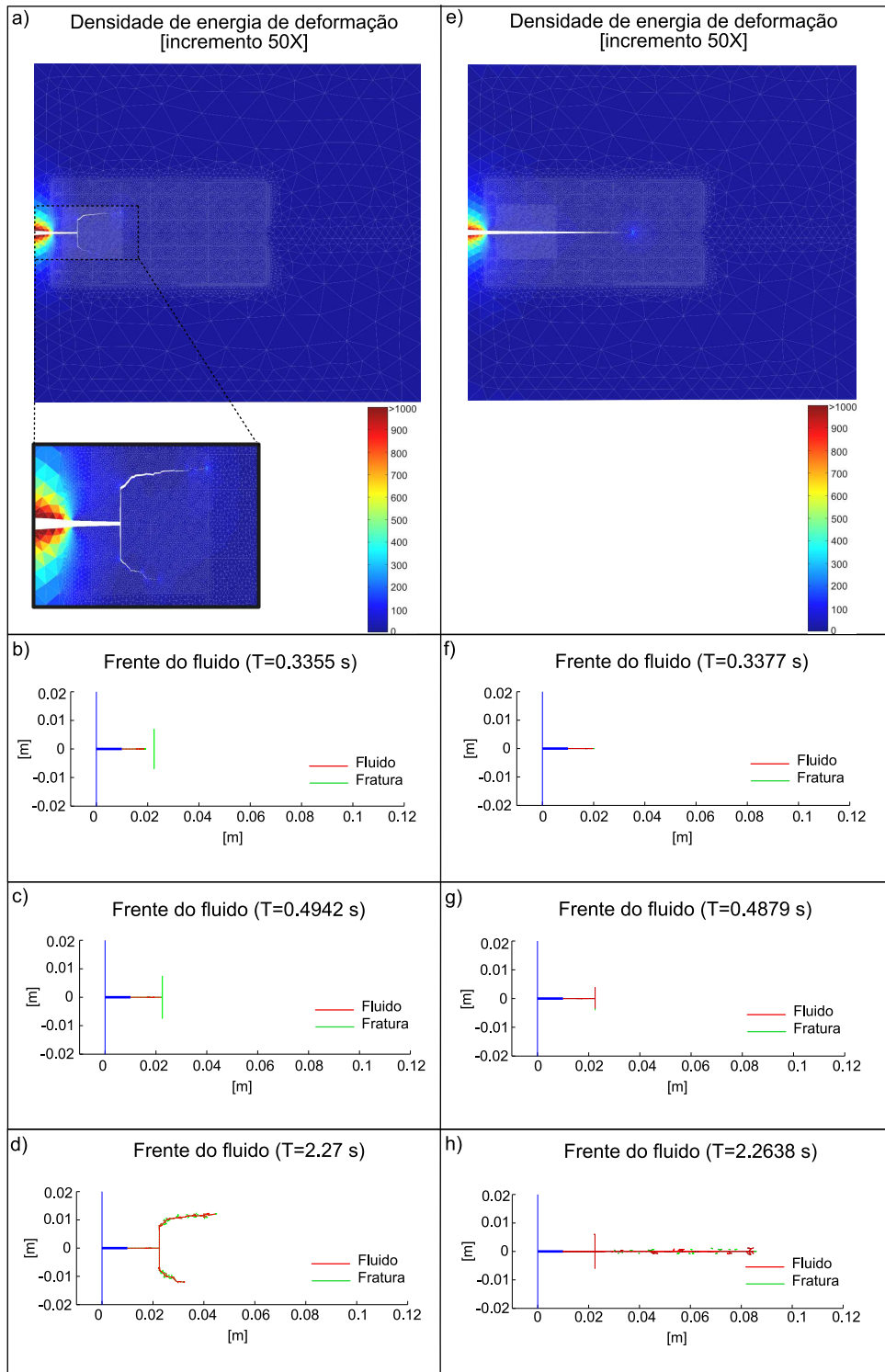


Figura 5.20: Resultados do processo de fraturamento hidráulico em um meio com uma descontinuidade. A linha vermelha representa a frente do fluido e a linha verde representa as fraturas (Caso I)

Após esta conexão, o fluido entra na descontinuidade e continua a propagação da fratura na matriz partindo dos extremos da descontinuidade. O mesmo efeito não ocorre para o caso em que a descontinuidade tem como propriedades de resistência à ruptura o 50% das propriedades da matriz. Neste caso, a descontinuidade só aparece quando a frente da fratura que está se propagando, devido à injeção do fluido, chega nela, permitindo o fluido fluir pelo seu interior (Fig. 5.20g). Mas por ter uma resistência maior, a propagação da fratura não é desviada, atravessando-a completamente (Fig. 5.20h).

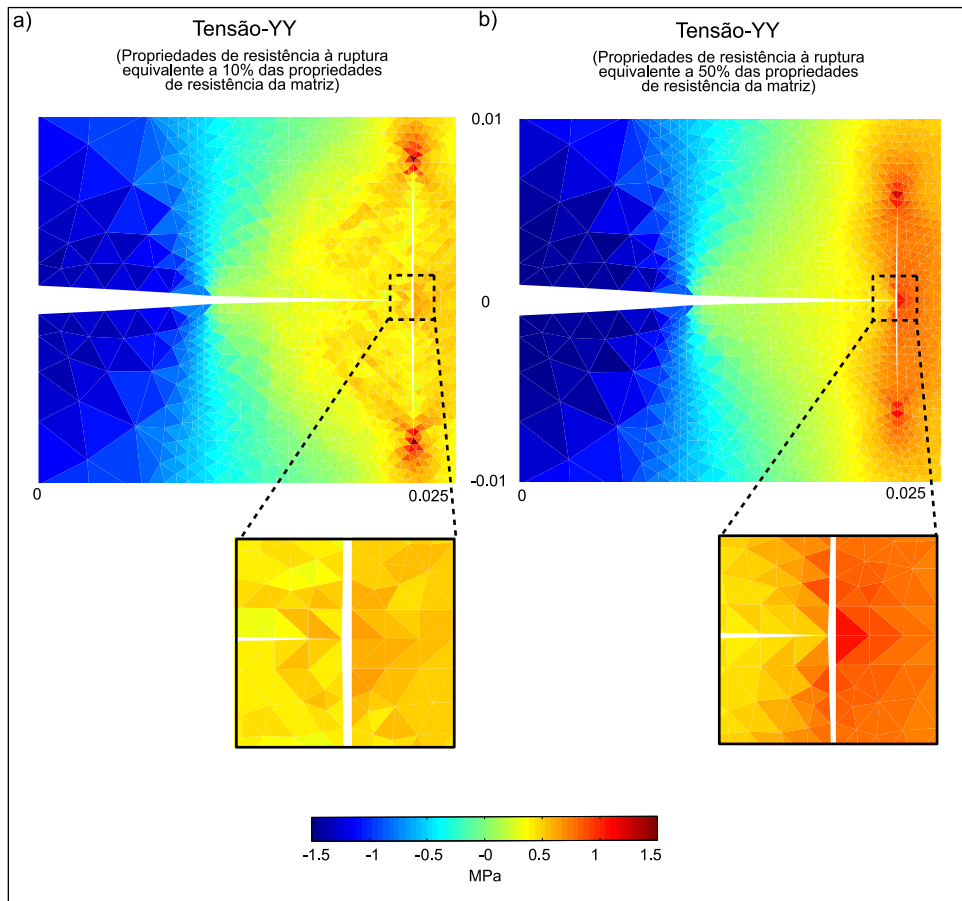


Figura 5.21: Tensão-YY no momento em que a propagação da fratura inicial (devido à injeção de fluido) se conecta com a descontinuidade preexistente no meio. (Caso I)

A Fig. 5.21 mostra a tensão no eixo "y". É possível observar que quando a fratura em propagação se conecta com a descontinuidade preexistente, são definidos dois lados nela. A primeira, que fica conectada com a fratura em propagação, e a segunda, por onde continuará a propagação. A pressão do fluido injetado na fratura vai gerar tensões de tração e cisalhantes na ponta da descontinuidade preexistente. Se estas tensões fossem suficientes para con-

tinuar abrindo a descontinuidade, o fluido continuará entrando, continuando a propagação a partir dos seus extremos (Fig. 5.21a). Caso contrário, estas tensões podem gerar uma tensão de tração (no lado não conectado com a fratura) suficiente para continuar a propagação, atravessando completamente a descontinuidade preexistente (Fig. 5.21b).

Um segundo caso for avaliado (Caso II) para duas descontinuidades inclinadas a 45° e colocadas na frente da fratura inicial por onde o fluido será injetado. A Fig. 5.22 mostra a geometria e condições de contorno do problema. As propriedades do material e do fluido utilizadas nesta modelagem são as mesmas que no caso anterior e as propriedades de resistência à ruptura equivalem a 10% da resistência à ruptura da matriz. A Fig. 5.23 mostra os resultados da simulação numérica. Observa-se que a frente do fluido não acompanha o fraturamento do meio. Similar ao caso anterior, a alteração do campo de tensões inicia o processo de fraturamento das descontinuidades preexistentes, mas o fluido somente será injetado no seu interior quando a fratura em propagação se interconecte com estas. Trabalhos experimentais[10] e numéricos[62] (sobre a propagação de fraturas) mostram que a conexão entre duas fraturas preexistentes, durante a propagação, corresponde a um tipo de coalescência que depende da sua posição espacial. Na simulação numérica, de todos os tipos de coalescência existentes mostrados por Bobet & Einstein[10], as de tipo III ou IV poderiam acontecer para este tipo de disposição das fraturas preexistentes. Nestes tipos de coalescência, a conexão entre as duas descontinuidades preexistentes acontece por duas fraturas propagadas através da ponte do material intacto (Fig. 5.23a).

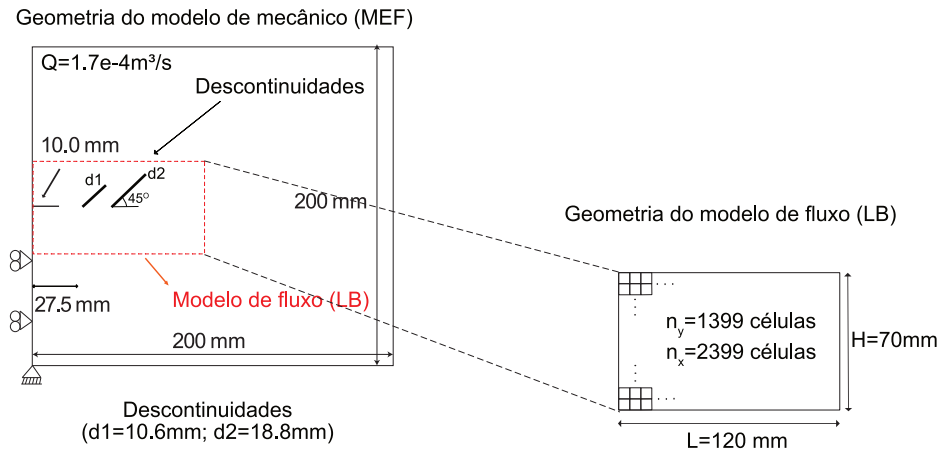


Figura 5.22: Geometria e condições de contorno da modelagem do processo de fraturamento hidráulico em um meio com duas descontinuidades preexistentes inclinadas a 45° (Caso II)

Um ponto a ser observado é a influência do fluido na coalescência. Nos trabalhos experimentais[10] e numéricos[62] sobre a coalescência de fraturas, duas fraturas inclinadas são colocadas na parte central de uma amostra para serem submetidas ao ensaio de compressão axial. Nesta condição, na ponte de material, duas propagações de fratura acontecem quase em simultâneo e em direções opostas (cada uma partindo de um extremo da fratura preexistente). No fraturamento hidráulico isso não acontece. Somente o fluido é capaz de propagar a fratura inicial, a coalescência na ponte de material somente acontecerá quando o fluido se conectar com a segunda descontinuidade, gerando pressão de fluido suficiente para iniciar a propagação da ponta inferior da descontinuidade, no sentido contrário (Fig. 5.23f-g).

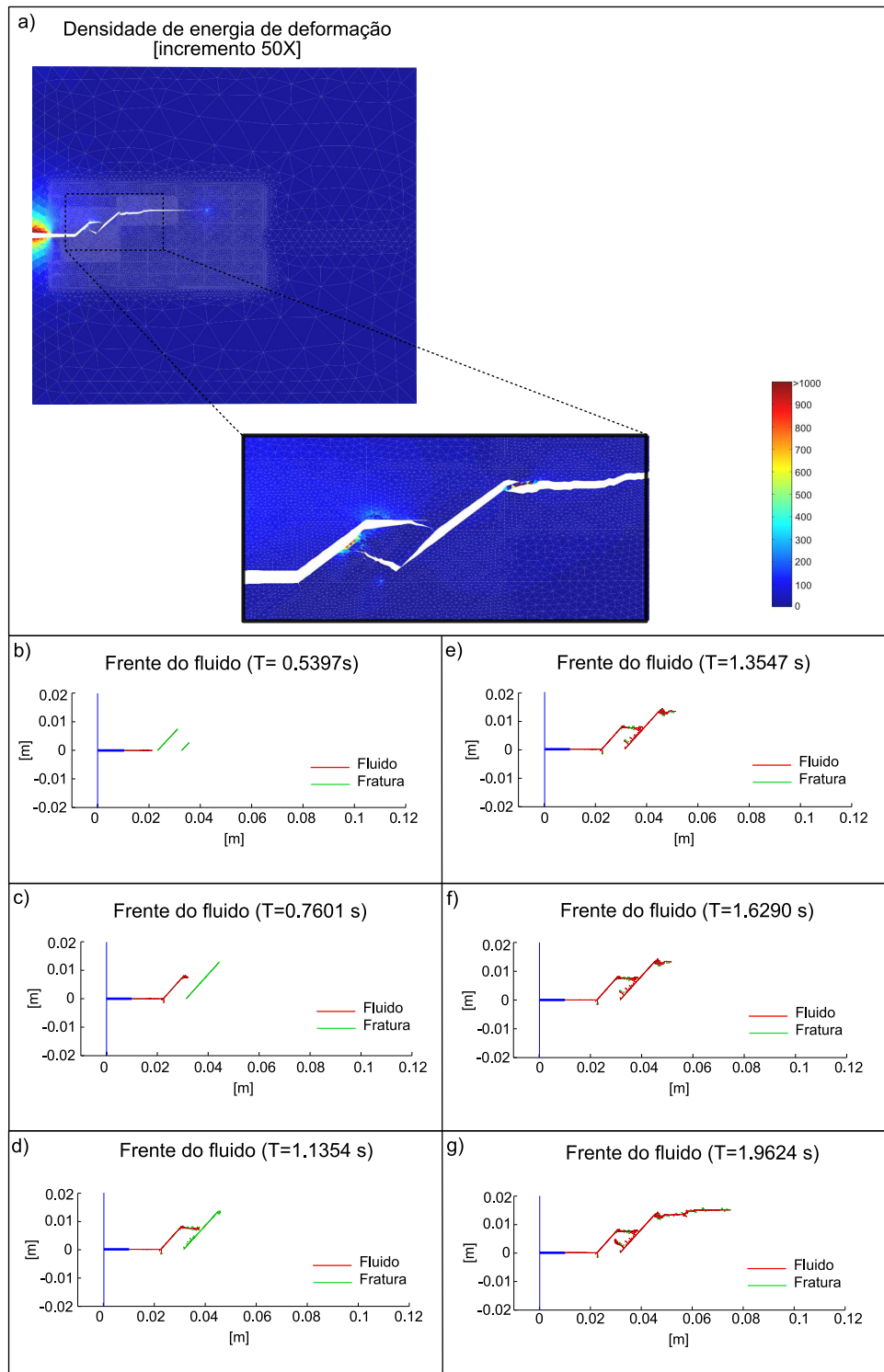


Figura 5.23: Resultados do processo de fraturamento hidráulico em um meio com duas descontinuidades. A linha vermelha representa a frente do fluido e a linha verde, as fraturas (Caso II)

5.3.3

Fraturamento hidráulico em meios heterogêneos

Outra característica dos materiais geológicos é a heterogeneidade. Sendo uma rocha considerada um agregado composto por um ou mais minerais, cada um destes com propriedades mecânicas diferentes, a propagação de uma fratura neste meio resulta em uma linha tortuosa difícil de ser modelada numericamente através dos elementos finitos convencional. Uma das vantagens do acoplamento numérico fluido mecânico MEF-LB é que a propagação de uma fratura pode ser modelada nestas condições se forem conhecidas as propriedades mecânicas dos materiais envolvidos. Por outro lado, o modelo de lattice-Boltzmann pode continuar simulando o fluxo mesmo nestas geometrias complexas. Para poder avaliar esta característica da proposta numérica, um modelo de fraturamento hidráulico foi simulado numericamente em um meio onde inclusões de um outro material foram colocados na frente da fratura inicial por onde o fluido será injetado. A Fig. 5.24 mostra estas inclusões, a geometria e as condições de contorno do problema.

As propriedades do material e do fluido são as mesmas dos casos anteriores e são mostradas na Tabela 5.11 e Tabela 5.12. Para as inclusões, as propriedades de rigidez e de resistência à ruptura foram incrementadas em 10 vezes o valor das mesmas propriedades da matriz (por serem consideradas nesta modelagem como materiais mais rígidos). No entanto, o contato entre as inclusões e a matriz representam uma descontinuidade, que, para o caso desta modelagem, a resistências à ruptura destas descontinuidades foram consideradas equivalente a 10% dos valores de resistência à ruptura da matriz.

A Fig. 5.25 mostra os resultados desta simulação numérica. Observa-se que a frente do fluido e a fratura não coincidem em seu avanço. O contato das inclusões com a matriz, por se tratar de uma descontinuidade com resistência à ruptura baixa, falha somente pela modificação do campo de tensões devido à injeção do fluido sob pressão na fratura inicial (as inclusões são desagregadas da matriz). O fluido interconecta estas descontinuidades propagando a fratura pela matriz (Fig. 5.25b-g) e não pelas inclusões por se tratarem de materiais mais rígidos e resistentes.

Tabela 5.11: Parâmetros utilizados no material e no elemento coesivo na modelagem do processo de fraturamento hidráulico em materiais heterogêneos

Material		Elemento coesivo					
$E[MPa]$	ν	$\sigma_n[MPa]$	$\sigma_t[MPa]$	$\phi_n[N/m]$	$\phi_t[N/m]$	α	β
5.0	0.2	1.0	1.0	10.0	10.0	2	2

Tabela 5.12: Parâmetros utilizados na simulação do fluxo de um fluido no LB na modelagem do processo de fraturamento hidráulico em materiais heterogêneos

Fluido				
$Q[m^3/s]$	$\Delta_x[m]$	$\Delta_t[s]$	$\rho[Kg/m^3]$	$\nu[m^2/s]$
1.7e-4	5.0e-5	5.0e-6	1000.0	2.0e-6

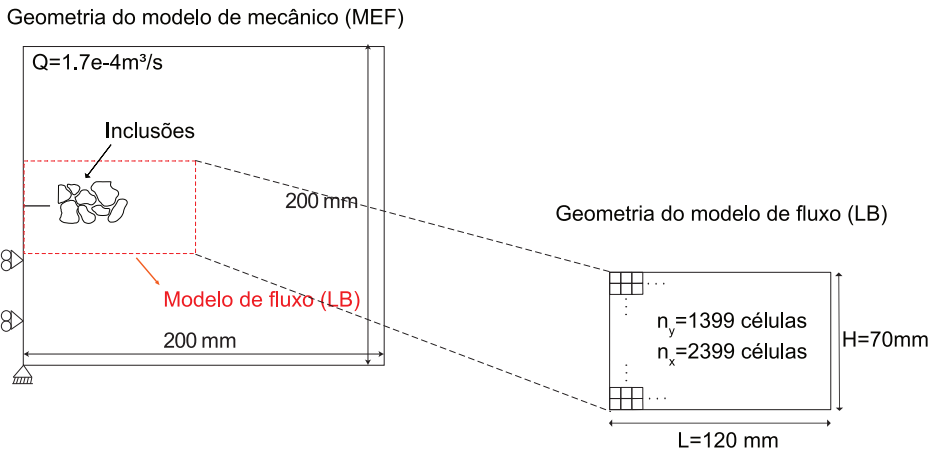
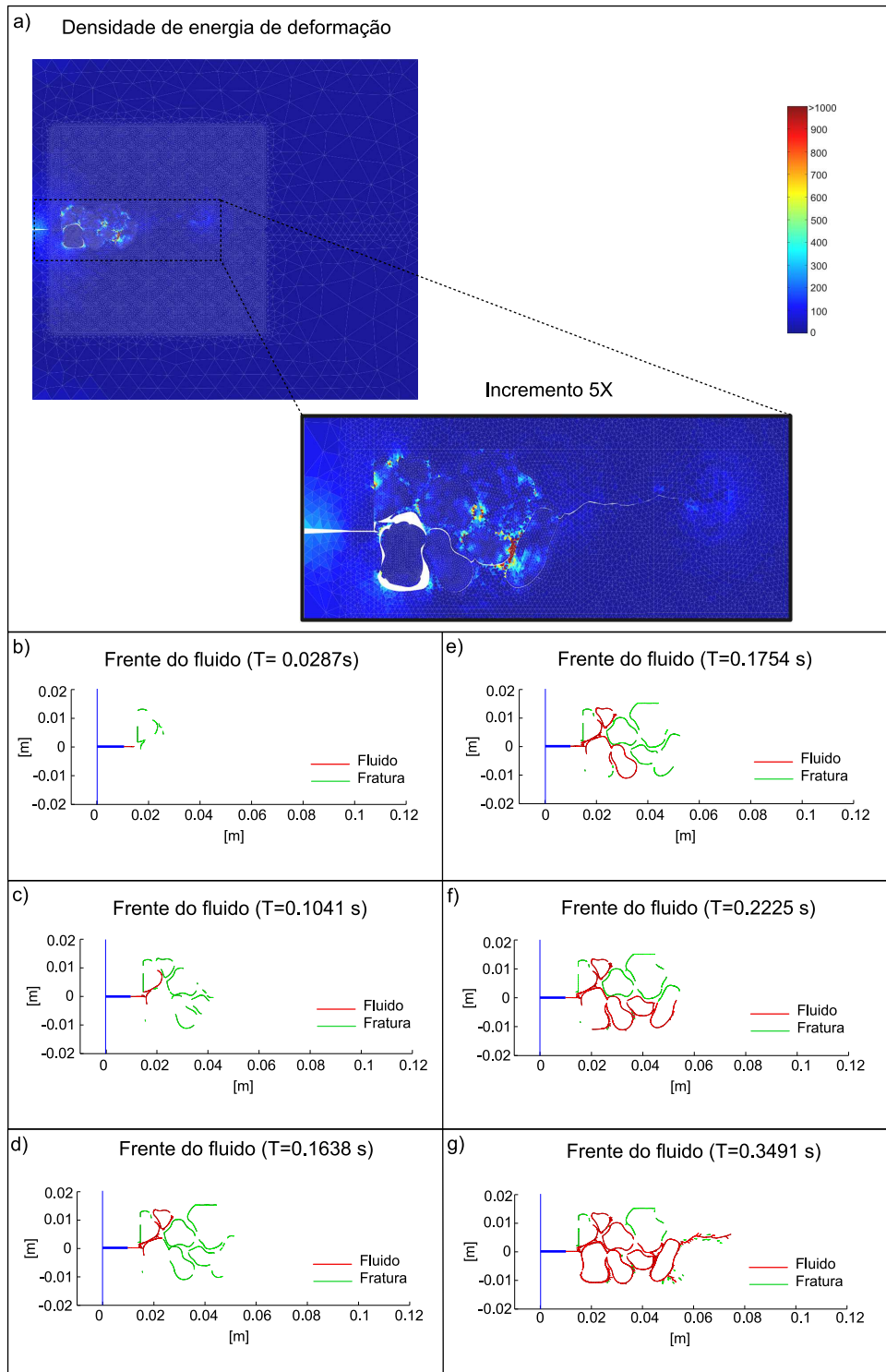


Figura 5.24: Geometria e condições de contorno da modelagem do processo de fraturamento hidráulico em um meio com inclusões de um outro material mais rígido



6

Conclusões e Sugestões

No presente trabalho, de acordo com os objetivos propostos, foi desenvolvida uma ferramenta numérica com acoplamento fluidomecânico que permite estudar e entender o processo de fraturamento hidráulico em materiais rochosos. Esta ferramenta numérica utiliza o método dos elementos finitos, para modelar o processo de fraturamento do material, e o modelo de lattice-Boltzmann, para modelar o fluxo de fluido no interior da fratura. A diferença deste trabalho em relação a outras propostas encontradas na bibliografia técnica é a capacidade de simular o processo de fraturamento hidráulico em materiais heterogêneos e/ou descontínuos, que são mais representativos do material geológico. Isto se deve à vantagem do modelo de lattice-Boltzmann de modelar numericamente o fluxo de fluido em geometrias complexas, como uma fratura. Da mesma maneira, o processo de fraturamento, modelado através do método dos elementos finitos, utiliza a técnica da zona de fratura coesiva para capturar o processo de amolecimento (*softening*) do material utilizando o modelo potencial PPR. Este modelo apresenta a vantagem de simular numericamente o processo de fraturamento no Modo I, Modo II e Modo I-II, bem como a vantagem da sua implementação extrínseca. Este tipo de implementação ajuda a diminuir o custo computacional e os problemas de estabilidade numérica que a implementação intrínseca pode apresentar, devido à utilização de valores altos de rigidez do elemento coesivo para representar a fase pré fratura.

Assim, a seguir serão apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros da presente pesquisa, as quais serão abordadas por etapas.

Modelo mecânico (Método dos elementos finitos - MEF).

O método dos elementos finitos foi utilizado para a modelagem do processo de fraturamento, sendo para isso implementado o modelo potencial PPR. Este modelo, na sua implementação extrínseca, tem a característica

de inserir elementos de interface na malha de elementos finitos de forma adaptativa, para capturar o processo de amolecimento (*softening*) da zona de fraturamento. A diferença deste modelo com o modelo de banda de fissuramento, que também foi implementado durante o desenvolvimento deste trabalho, é que não é necessário modificar a matriz de rigidez dos elementos da zona de fraturamento para reproduzir o processo de amolecimento. O modelo potencial PPR utiliza elementos de interface cujas forças coesivas descarregam as tensões dos elementos adjacentes com o aumento da sua abertura que, quando comparado com o modelo de banda de fissuramento, diminui a sua dependência da malha. O modelo potencial PPR apresenta bons resultados quando comparado com o modelo de banda de fissuramento e com ensaios de laboratório, mostrando-se uma ferramenta numérica confiável para a modelagem do processo de fraturamento em materiais geológicos. Esta potencialidade foi mostrada na modelagem numérica do ensaio brasileiro em uma rocha granítica, observando-se uma excelente resultado quando comparado com o ensaio de laboratório. No entanto, para a correta modelagem, é preciso fornecer os parâmetros de resistência à fratura do material de forma correta, os quais podem ser obtidos a partir de ensaios de laboratório e/ou através de um processo de calibração.

Modelo de fluxo de fluido (Modelo de lattice-Boltzmann - LB)

A utilização do modelo de lattice-Boltzmann se deve principalmente à sua capacidade de simular numericamente o fluxo de um fluido através de geometrias complexas, como uma fratura. Para poder representar a condição de contorno móvel (como são as paredes de uma fratura se abrindo), foram utilizadas duas técnicas para a interação fluido-estrutura: através da utilização de funções de interpolação e, através da utilização de células parcialmente saturadas. Para o caso das funções de interpolação, as funções de distribuição das células próximas ao contorno são modificadas segundo a sua distância com o sólido. Este processo eleva o custo computacional devido ao processo de busca das células próximas ao contorno, busca das direções de movimento de cada uma destas célula direcionadas para o sólido, e devido cálculo das distâncias entre o centro destas células e o sólido. Para otimizar este processo, a técnica das células parcialmente saturadas apresenta a vantagem de reduzir o processo de busca, já que esta formulação somente utiliza a fração sólida da célula localizada no contorno do sólido. O modelo de lattice-Boltzmann modela de forma correta o fluxo em placas paralelas (lei de Poiseuille), assim como a

variação da pressão do fluido quando as paredes do canal se movimentam.

Modelagem numérica do processo de fraturamento hidráulico através do acoplamento numérico fluidomecânico MEF-LB.

O acoplamento fluido mecânico MEF-LB permitiu modelar o processo de fraturamento hidráulico em diferentes tipos de materiais: homogêneo, heterogêneo e descontínuo. Para o caso do material homogêneo e, no Modo I de ruptura, os resultados obtidos a partir da simulação foram comparados com as soluções analíticas encontradas na bibliografia técnica. Esta comparação mostrou algumas diferenças, principalmente para o caso da curva de pressão de injeção do fluido. Isto pode ocorrer devido às hipóteses de trabalho consideradas (que são diferentes daquelas do modelo analítico) e devido ao processo de injeção do fluido, que é simulado numericamente desde o processo de pressurização da fratura inicial. Como pode ser visto nos resultados, a modelagem numérica do processo de fraturamento hidráulico através do acoplamento fluidomecânico MEF-LB permite obter a curva de pressão do fluido injetado durante todo o processo. Com isso é possível observar a pressurização inicial, a pressão de ruptura, a pressão de propagação e o *shut-in* (fechamento da vazão). No entanto, um efeito importante não levado em conta pela solução analítica é a variação da pressão do fluido com o movimento das paredes da fratura. Dependendo das condições de contorno do problema, este movimento pode alterar a pressão do fluido localmente, modificando o campo de tensões no material.

Sugestões para trabalhos futuros.

Com base nos resultados obtidos, observa-se que a ferramenta numérica proposta apresenta a potencialidade de simular numericamente o processo de fraturamento hidráulico em materiais geológicos. No entanto, é necessário maior aprofundamento na pesquisa a fim de conseguir resultados mais confiáveis e na escala do poço. Desta forma, sugere-se o seguinte:

- A implementação de um modelo de contato entre os blocos gerados durante o processo de fraturamento. Durante a modelagem do processo de fraturamento hidráulico em materiais heterogêneos e descontínuos, foi observado que blocos podem ser gerados. O movimento destes blocos envolve a detecção de contatos para que eles não penetrem no material intacto ou em outro bloco. Uma vez que as forças coesivas são nulas, o

movimento do bloco só depende da pressão do fluido ao redor dele. A implementação de um modelo de contato seria um passo para a combinação do método dos elementos finitos com o método dos elementos discretos, o que aumentaria as possibilidades de resolver outros problemas geotécnicos.

- De ser implementado um modelo de contato entre elementos que permita a interação entre blocos, permitiria estudar o processo de fraturamento hidráulico com o uso de propante. Isto é devido a que o modelo de lattice-Boltzmann permite calcular a força que o fluido exerce sobre um sólido imerso, tal como a força de arraste.
- A implementação da técnica de refinamento da rede lattice-Boltzmann permitiria calcular com maior precisão as macro variáveis do fluido na ponta da fratura, podendo ser otimizado o custo computacional. Isto é devido a que esta técnica permitiria refinar somente aquela área por onde a fratura vai se propagar, diminuindo o número de células envolvidas no processo de cálculo.
- Realizar maiores estudos para o aumento da escala de trabalho no modelo de lattice-Boltzmann, a fim de realizar simulações numéricas do processo de fraturamento hidráulico na escala do poço. Para isto, é necessário desenvolver uma metodologia de calibração das propriedades do material e do fluido para uma escala maior.

Referências Bibliográficas

- [1] ADACHI, J. J.; DETOURNAY, E. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**. Self-similar solution of plane-strain fracture driven by a power-law fluid, journal, n.26, 2002.
- [2] AL-SHAYEA, N. **Engineering Geology**. Crack propagation trajectories for rock under mixed mode i-ii fracture, journal, v.81, 2005.
- [3] BAHORICH, B. **Examining the effect of cemented natural fractures on hydraulic fracture propagation in hydrostone block experiments**. Texas - US, 2012. Dissertação de Mestrado - University of Texas at Austin.
- [4] BARENBLATT, G. I. **Applied Mathematics and Mechanics**. The formation of equilibrium cracks during brittle fracture: General ideas and hypothesis, axially symmetric cracks, journal, v.23, p. 622–636, 1959.
- [5] BARENBLATT, G. I. **Advances in Applied Mechanics**. The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture, journal, v.7, p. 55–125, 1962.
- [6] BAŽANT, Z. **Journal of Engineering**. Comment on orthotropic models for concrete and geomaterials., journal, v.109, n.3, p. 849–865, 1983.
- [7] BENDEZU, M.; CARVALHO, E.; ROEHL, D. ; ROMANEL, C. **PROCEEDINGS: XXXIV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering - CILAMCE**. Finite element modeling of the hydraulic fracture problem in impermeable media using a cohesive zone model, journal, 2013.
- [8] BHATNAGAR, P.; GROSS, E. ; KROOK, M. **Physical Review**. A model for collision processes in gases. i. small amplitude processes in charged and neutral one-component systems, journal, v.94, p. 511–525, 1953.
- [9] BHATTACHARJEE, S. **Static and seismic fracture analysis of concrete gravity dams**. Montreal-Canada, 1993. Tese de Doutorado - McGill University.

- [10] BOBET, A.; EINSTEIN, H. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**. Fracture coalescence in rock-type materials under uniaxial and biaxial compression, journal, v.35, 1998.
- [11] BORGES, J. **Análise do comportamento de vigas de concreto de alto desempenho por meio da mecânica da fratura**. São Paulo-Brasil, 2002. Tese de Doutorado - Universidade de São Paulo.
- [12] BUNGER, A.; DETOURNAY, E. ; GARAGASH, D. **International Journal of Fracture**. Toughness-dominated hydraulic fracture with leak-off, journal, n.134, 2005.
- [13] CARRIER, B.; GRANET, S. **Engineering Fracture Mechanics**. Numerical modeling of hydraulic fracture problem in permeable medium using cohesive zone model, journal, v.79, 2012.
- [14] CHEN, Z. **An abaqus implementation of the xfem for hydraulic fracture problems**. USA: InTech, Effective and Sustainable Hydraulic Fracturing - chapter 36, 2013.
- [15] CHEN, Z.; BUNGER, A. P.; ZHANG, X. ; JEFFREY, R. **Acta Mechanica Sinica**. Cohesive zone finite element-based modeling of hydraulic fractures, journal, n.5, 2009.
- [16] CHOI, S. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**. Interpretation of shut-in pressure in hydrofracturing pressure-time records using numerical modeling, journal, v.50, 2012.
- [17] COUNCIL, N. R. **Rock fractures and fluid flow**. Washington: National Academy Press, 1996.
- [18] DE FIGUEIREDO, R. **Aplicação da técnica da relaxação dinâmica à solução de problemas geotécnicos**. Rio de Janeiro-Brasil, 1991. Dissertação de Mestrado - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro-PUC-Rio.
- [19] DETOURNAY, E. **International Journal of Geomechanics**. Propagation regimes of fluid-driven fractures in impermeable rocks, journal, n.4, 2004.
- [20] DUGDALE, D. S. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**. Yielding of steel sheets containing cracks, journal, v.8, p. 100–104, 1960.

- [21] EKER, E.; AKIN, S. **PROCEEDINGS: Thirtieth Workshop on Geothermal Reservoir Engineering - Stanford University**. Lattice boltzmann simulation of fluid flow in synthetic fractures, journal, 2005.
- [22] ELMO, D. **Evaluation of a hybrid FEM/DEM approach for determination of rock mass strength using a combination of discontinuity mapping and fracture mechanics modelling, with particular emphasis on modelling of jointed pillars**. UK, 2006. Tese de Doutorado - University of Exeter.
- [23] ESPINHA, R.; CELES, W.; RODRIGUEZ, N. ; PAULINO, G. **Engineering with Computers**. Partops: compact topological framework for parallel fragmentation simulations., journal, v.25, p. 345–365, 2009.
- [24] FEENSTRA, P. H. **Computational aspects of biaxial stress in plain and reinforced concrete**. Netherlands, 1993. Tese de Doutorado - Delft University of Technology.
- [25] FERNANDES, P. **Modelagem semi-analítica pseudo tridimensional de propagação e fechamento de fraturas induzidas em rocha**. São Paulo - Brasil, 1998. Tese de Doutorado - Universidade Estadual de Campinas.
- [26] FRIND, E. O. **Groundwater modelling (numerical methods)**. Technical report, 1995.
- [27] FRISCK, U.; HASSLACHER, B. ; POMEAU, Y. **Physical Review**. Lattice-gas automata for the navier-stokes equation, journal, v.56, n.14, 1986.
- [28] FRYDMAN, M. **Iniciação e propagação de fraturas em poços de petróleo**. Rio de Janeiro - Brasil, 1996. Tese de Doutorado - Pontificia Universidade Catolica do Rio de Janeiro.
- [29] FU, P.; CRUZ, L.; MOOS, D.; SETTGAST, R. ; RYERSON, F. **PROCEEDINGS: 49th US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium**. Numerical investigation of a hydraulic fracture bypassing a natural fracture in 3d, journal, v.1, 2015.
- [30] GALINDO-TORRES, S. **Computers Methods in Applied Mechanics and Engineering**. A coupled discrete element lattice boltzmann method for the simulation of fluid-solid interaction with particles of general shapes, journal, v.265, 2013.

- [31] GARAGASH, D.; DETOURNAY, E. **Journal of Applied Mechanics**. Plane-strain propagation of a fluid-driven fracture: small toughness solution, journal, v.72, 2005.
- [32] GARAGASH, D. I. **International Journal of Solids and Structures**. Propagation of a plane-strain hydraulic fracture with a fluid lag: Early-time solution, journal, n.43, 2006.
- [33] GEERTSMA, J.; DE KLERCK, F. **Journal of Petroleum Technology**. A rapid method of predicting width and extent of hydraulically induced fractures, journal, v.246, 1969.
- [34] GLADROW, W. **Lattice-Gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models - An Introduction**. Berlin: Springer, 2005.
- [35] GOLBERT, D. **Modelos de lattice-boltzmann aplicados à simulação computacional do escoamento de fluidos incompressíveis**. Petrópolis,RJ-Brasil, 2009. Dissertação de Mestrado - Laboratório Nacional de Computação Científica.
- [36] GRIFFITH, A. A. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London**. The phenomena of rupture and flow in solids, journal, v.221, p. 163–198, 1921.
- [37] GUIET, J.; REGGIO, M. ; TEYSSEDOU, A. **Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics**. Implementation and application of the lattice boltzmann method using matlab, journal, v.5, n.1, 2011.
- [38] GUZINA, B.; RIZZI, E.; WILLAM, K. ; PAK, R. **Journal of Engineering Mechanics**. Failure prediction of smeared-crack formulations., journal, v.121, n.1, 1995.
- [39] HADDAD, M.; SEPEHRNOORI, K. **PROCEEDINGS: Unconventional Resources Technology Conference**. Simulation of multiple-stage fracturing in quasibrittle shale formations using pore pressure cohesive zone model, journal, 2014.
- [40] HE, X.; LUO, L. **Journal of Structural Physics**. Lattice boltzmann model for the incompressible navier-stokes equation, journal, v.88, 1997.
- [41] HILLERBORG, A.; MODÉER, M. ; PETERSSON, P. **Cement and Concrete Research**. Analysis of crack formation and crack growth in

- concrete by means of fracture mechanics and finite elements., journal, v.6, p. 773–782, 1976.
- [42] HUNSWEEK, M. J.; SHEN, Y. ; LEW, A. J. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**. A finite element approach to the simulation of hydraulic fractures with lag, journal, 2013.
- [43] INGLIS, C. E. **Proc. Institute of Naval Architecys**. Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners, journal, v.60, 1913.
- [44] IRWIN, G. **ASM Cleveland**. Fracture dynamics in fracturing of metals, journal, 1948.
- [45] IRWIN, G. **Journal of Applied Mechanics**. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate, journal, v.24, 1957.
- [46] ITASCA. **Universal Distinct Element Code - UDEC**. USA: Itasca Consulting Group -User's Manual v4.0, 2004.
- [47] JIRÁSEK, M.; ZIMMERMANN, T. **Journal of Engineering Mechanics**. Analysis of rotating crack model., journal, v.124, n.8, p. 842–851, 1998.
- [48] JIRÁSEK, M.; ZIMMERMANN, T. **Journal of Engineering Mechanics**. Rotating crack model with transition to scalar damage., journal, v.124, n.3, p. 277–284, 1998.
- [49] KLERCK, P. **The finite element modelling of discrete fracture in quasi-brittle materials**. Swansea, UK, 2010. Tese de Doutorado - University of Wales Swansea.
- [50] KLERCK, P.; SELLERS, E. ; OWEN, D. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**. Discrete fracture in quasi-brittle materials under compressive and tensile stress states., journal, v.193, p. 3035–3056, 2004.
- [51] LALLEMAND, P.; LUO, L. **Journal of Computational Physics**. Lattice boltzmann method for moving boundaries, journal, v.184, p. 406–421, 2003.
- [52] LECAMPION, B. **Communications in Numerical Methods in Engineering**. An extended finite element method for hydraulic fracture problems, journal, n.25, 2009.

- [53] LI, Y.; ZIMMERMAN, T. **Computers and Structures**. Numerical evaluation of the rotating crack model., journal, v.69, p. 487–497, 1998.
- [54] LIN, Z.; FANG, H. ; TAO, R. **Physical Review**. Improved lattice boltzmann model for incompressible two-dimensional steady flows, journal, v.54, n.6, 1996.
- [55] LISJAK, A.; GRASSELLI, G. **International Rock Mechanics and Geotechnical Engineering**. A review of discrete modeling techniques for fracturing processes in discontinuous rock masses., journal, v.6, p. 301 – 314, 2014.
- [56] LISJAK, A.; GRASSELLI, G. ; VIETOR, T. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**. Continuum-discontinuum analysis of failure mechanisms around unsupported circular excavations in anisotropic clay shales., journal, v.65, p. 96 – 115, 2013.
- [57] LISJAK, A.; MAHABADI, O.; KAIFOSH, P.; VIETOR, T. ; GRASSELLI, G. **PROCEEDINGS: Rock Engineering and Rock Mechanics: Structures in and on Rock Masses - EUOROCK 2014**. A preliminary evaluation of an enhanced fdem code as a tool to simulate hydraulic fracturing in jointed rock masses, journal, 2014.
- [58] MAHABADI, O. **Investigating the influence of micro-scale heterogeneity and microstructure on the failure and mechanical behavior of geomaterials**. Toronto, CA, 2012. Tese de Doutorado - University of Toronto.
- [59] MAHABADI, O.; GRASSELLI, G. ; MUNJIZA, A. **Numerical modeling of a brazilian disc test of layered rocks using the combined finite-discrete element method**. Toronto-Canada, 2009. ROCKENG09: Proceedings of the 3dr CANUS Rock Mechanics Symposium.
- [60] MAHABADI, O.; LISJAK, A.; MUNJIZA, A. ; GRASSELLI, G. **International Journal of Geomechanics**. Y-geo: a new combined finite-discrete element numerical code for geomechanical applications., journal, v.12, p. 676–688, 2012.
- [61] MAHABADI, O. K.; LISJAK, A.; MUNJIZA, A. ; GRASSELLI, G. **International Journal of Geomechanics-ASCE**. Y-geo: a new combined finite-discrete element numerical code for geomechanical applications, journal, v.12, p. 676 – 688, 2012.

- [62] MEJIA CAMONES, L.; VARGAS JR., E.; DE FIGUEIREDO, R. ; VELLOSO, R. **Engineering Geology**. Application of the discrete element method for modeling of rock crack propagation and coalescence in the step-path failure mechanism, journal, v.153, 2013.
- [63] MELE, I. **Lattice boltzmann method**. Eslovenia, 2003. Seminar: Univerza v Ljubljani.
- [64] MOHAMAD, A. **Lattice Boltzmann Method - Fundamentals and Engineering Applications with Computern Codes**. London, UK: Springer, 2011.
- [65] MUNJIZA, A. **The combined finite-discrete element method**. West Sussex PO19 8SQ, England: John Wiley and Sons, Ltd, 2004.
- [66] NOBLE, D.; TORCYNISKI, J. **International Journal for Modern Physics**. A lattice-boltzmann method for partially saturated computational cells, journal, v.9, p. 1189–1201, 1998.
- [67] OLLER, S. **Fractura mecánica: Un enfoque global**. Barcelona: CIMNE, 2001.
- [68] OROWAN, E. **Technical Report No. 3 - Office of Naval Research**. Energy criteria of fracture, journal, 1954.
- [69] PARK, K. **Potential-based fracture mechanics using cohesive zone and virtual internal bond modeling**. USA, 2013. Tese de Doutorado - University of Illinois at Urbana-Champaign.
- [70] PARK, K.; PAULINO, G. **Applied Mechanics Review, ASME**. Cohesive zone models: a critical review of traction-separation relationships across fracture surfaces., journal, v.64, p. 0608021–06080220, 2011.
- [71] PARK, K.; PAULINO, G. **Engineering Fracture Mechanics**. Computational implementation of the ppr potencial-based cohesive model in abaqus: Educational perspective., journal, v.93, p. 239–262, 2012.
- [72] PARK, K.; PAULINO, G. ; ROESLER, J. **Journal of the Mechanics and Physics of Solid**. A unified potencial-based cohesive model of mixed-mode fracture., journal, v.57, p. 891–908, 2009.
- [73] PAULINO, G.; CELES, W.; ESPINHA, R. ; ZHANG, Z. **Engineering with Computers**. A general topology-based framework for adaptative

- insertion of cohesive elements in finite element meshes., journal, v.24, p. 59–78, 2008.
- [74] REINHARDT, H. W.; CORNELISSEN, H. A. W. ; HORDUK, D. A. **Journal of Structural Engineering**. Tensile test and failure analysis of concrete, journal, v.112, n.11, 1986.
- [75] ROTS, J. G. **Computational modeling of concrete fracture**. Netherlands, 1998. Tese de Doutorado - Delft University of Technology.
- [76] SALEHI, S.; NYGAARD, R. **PROCEEDINGS: 44th US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium**. Finite-element analysis of deliberately increasing the wellbore fracture gradient, journal, 2010.
- [77] SALINAS, S. **Introduction to Statistical Physics**. New York, US: Springer-Verlag, 2001.
- [78] SHI, Y.; ZHAO, T. ; GUO, Z. **Physical Review**. Lattice boltzmann method for incompressible flows with large gradients, journal, v.73, 2006.
- [79] SNEDDON, I.; LOWENGRUB, M. **Crack problems in the classical theory of elasticity**. 1. ed., New York: Wiley, 1969.
- [80] SONG, S. H. **A cohesive zone modeling approach considering viscoelastic effects**. USA, 2003. Tese de Doutorado - University of Illinois at Urbana-Champaign.
- [81] TALEGHAN1, D. **PROCEEDINGS: 45th US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium**. Modeling simultaneous growth of multi-branch hydraulic fractures, journal, 2011.
- [82] TORRES, S.; CASTAÑO, J. **Physical Review**. Simulation of the hydraulic fracture process in two dimensions using a discrete element method, journal, v.75, 2007.
- [83] VARGAS JR., E.; BARRETO, A. **Considerações sobre aspectos do fluxo em aquíferos fraturados relevantes à exploração de água**. Brasil, 2003. Simpósio de Hidrogeologia do Sudeste.
- [84] VELLOSO, R. **Simulação numérica de problemas de acoplamento fluidomecânico em meios porosos utilizando o método dos elementos discretos**. Rio de Janeiro - Brasil, 2010. Tese de Doutorado - Pontificia Universidade Catolica do Rio de Janeiro.

- [85] WANG, Y.; ADHIKARY, D. **PROCEEDINGS: World Geothermal Congress**. Hydraulic fracture simulation based on coupled discrete element method and lattice boltzmann method, journal, 2015.
- [86] WEBER, N.; SIEBERT, P.; WILLBRAND, K.; FEINENDEGEN, M.; C.CLAUSER ; FRIES, T. **THE xfem with an explicit-implicit crack description for hydraulic fracture problems**. USA: InTech, Effective and Sustainable Hydraulic Fracturing - chapter 35, 2013.
- [87] WHITTAKER, B. N.; SINGH, R. N. ; SUN, G. **Rock Fracture Mechanics: Principles, Design and Applications**. Amsterdam: Elsevier, 1992.
- [88] YAO, Y. **Rock Mechanics and Rock Engineering**. Linear elastic and cohesive fracture analysis to model hydraulic fracture in brittle and ductile rocks, journal, v.45, 2012.
- [89] ZHANG, Z.; PAULINO, G. **International Journal of Plasticity**. Cohesive zone modeling of dynamic failure in homogeneous and functionally graded materials., journal, v.21, p. 1195–1254, 2005.
- [90] ZHELTOV, Y. P.; KHRISTIANOVITCH, S. A. **Izvest. Akad. Nauk. SSSR. Otdel. Tekh Nauk**. The hydraulic fracturing of a oil-producing formation, journal, v.41, n.3, 1955.