3
Fluxo de Potência e Fluxo de Potência Continuado

Os estudos de fluxos de potência são de muita importância no planejamento e desenho dos sistemas de potência, assim como também, na determinação das melhores condições de operação, controle e supervisão dos sistemas existentes. [3]

3.1.
Fluxo de Potência [3] [4]

3.1.1.
Introdução

A análise de fluxo de potência em redes elétricas consiste basicamente na determinação do estado da rede (i.e. magnitude das tensões nodais e os ângulos de fase), da distribuição dos fluxos e das injeções de potências ativa e reativa nas barras, dentre outras grandezas de interesse. Nesse tipo de análise, a modelagem do sistema é estática e a rede é representada por um conjunto de equações e inequações algébricas. Tais modelos se justificam pelo fato da análise se referir a situações em que as variações das grandezas no tempo são suficientemente lentas, de modo que o efeito transitório pode ser desconsiderado. O comportamento do sistema elétrico de potência

Nos sistemas de potência, os componentes podem ser ligados de duas formas distintas: entre os nós (barras do sistema), como é o caso das linhas de transmissão e transformadores, e entre o nó de referência e um nó qualquer, como é o caso das cargas, dos geradores, compensadores síncronos, etc. Os geradores e as cargas do sistema são tratados como parte externa do sistema. Sendo assim, são modelados como injeções constantes de potência nos nós da rede. A parte interna da rede, formada pelos demais componentes (i.e. linhas de transmissão, transformadores, etc.) é tratada como um conjunto de circuitos passivos e modelada por meio da matriz de admitância de barra. Impondo-se a conservação das potências ativa e reativa em cada nó da rede é possível obter as equações básicas que regem o comportamento dos fluxos de potência nas redes elétricas. Em outras palavras, em cada nó da rede, a potência líquida injetada deve igual à soma das potências que fluem para os nós adjacentes.

3.1.2. Modelagem de Linhas e Transformadores

3.1.2.1. Linhas de Transmissão

O modelo equivalente π de uma linha de transmissão, representado na Figura 3.1.

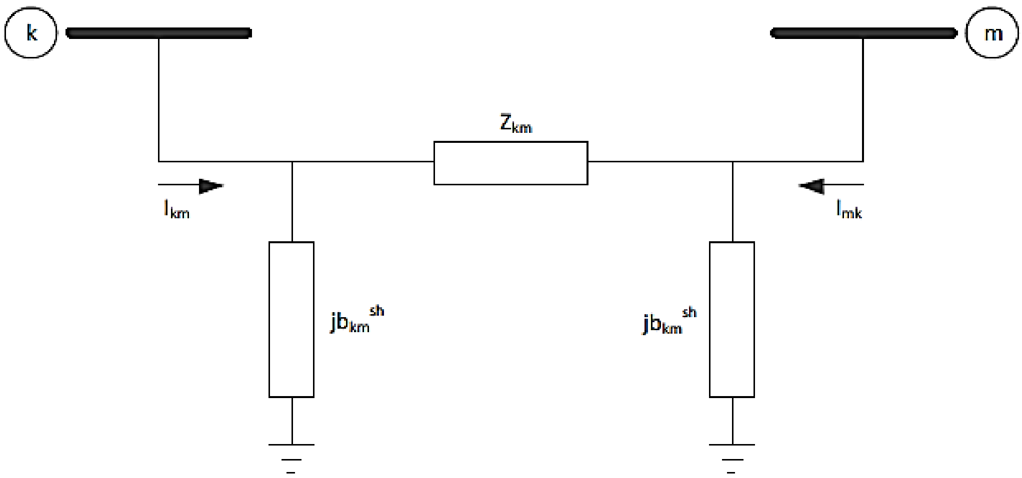

Figura 3.1 Modelo Equivalente π de Linha de Transmissão

A impedância do elemento série é dada por:

$$Z_{km} = r_{km} + jx_{km} \tag{3.1}$$

A admitância série é dada por:

$$y_{km} = g_{km} + jb_{km} = Z_{km}^{-1} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} - j\frac{x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \tag{3.2}$$

A corrente I_{km} é formada por uma componente série e um componente shunt, calculada a partir das tensões terminais E_k e E_m e dos parâmetros do modelo π equivalente:

$$I_{km} = y_{km}(E_k - E_m) + jb_{km}^{sh}E_k \quad (3.3)$$

Onde:

$$E_k = V_k * e^{j\theta k} \quad (3.4)$$

$$E_m = V_m * e^{j\theta m} \quad (3.5)$$

Analogamente, a corrente I_{km} é dada por:

$$I_{mk} = y_{mk}(\mathrm{E}_m - \mathrm{E}_k) + jb_{mk}^{sh}E_m \quad (3.6)$$

3.1.2.2. Transformadores

A representação geral de transformadores em fase e defasadores, dada na Figura 3.2, consiste basicamente em uma admitância série y_{km} e um transformador ideal com relação de transformação série *1:t*. Para o transformador em fase, *t* é um número real *(t=a)* e para o defasador, t é um número complexo *($t=a^{ej\varphi}$)*.

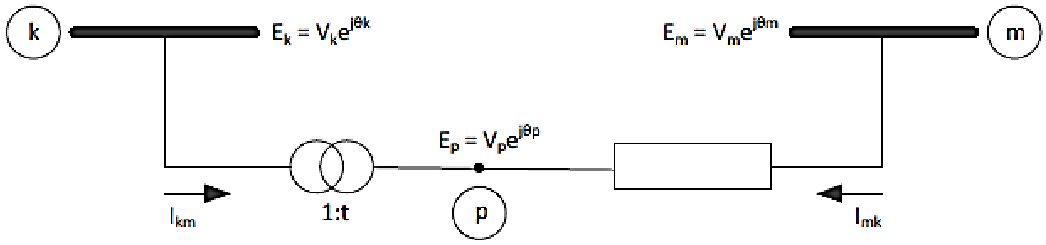

Figura 3.2: Representação Geral dos Transformadores

Considerando-se o modelo do transformador em fase, a relação entre os módulos das tensões nos nós terminais k e p é:

$$\frac{V_p}{V_k} = a \tag{3.7}$$

Como $\theta_k = \theta_p$ tem-se:

$$\frac{E_p}{E_k} = \frac{V_p * \mathrm{e}^{j\theta p}}{V_k * \mathrm{e}^{j\theta k}} = a \tag{3.8}$$

O fato de o transformador ser ideal implica que as potências complexas na entrada e na saída são iguais, ou seja, não há dissipação de potência ativa ou reativa entre os nós k e p, assim:

$$E_k I_{km}^* + E_p I_{mk}^* = 0 \tag{3.9}$$

A partir das equações (3.8) e (3.9) obtém-se:

$$\frac{I_{km}}{I_{mk}} = -\left|\frac{I_{km}}{I_{mk}}\right| = -a \tag{3.10}$$

As correntes I_{km} e I_{mk} estão desfasadas 180° e seus módulos estão na razão $a=1$. O transformador em fase pode ser representado por um circuito equivalente π, conforme ilustrado na Figura 3.3.

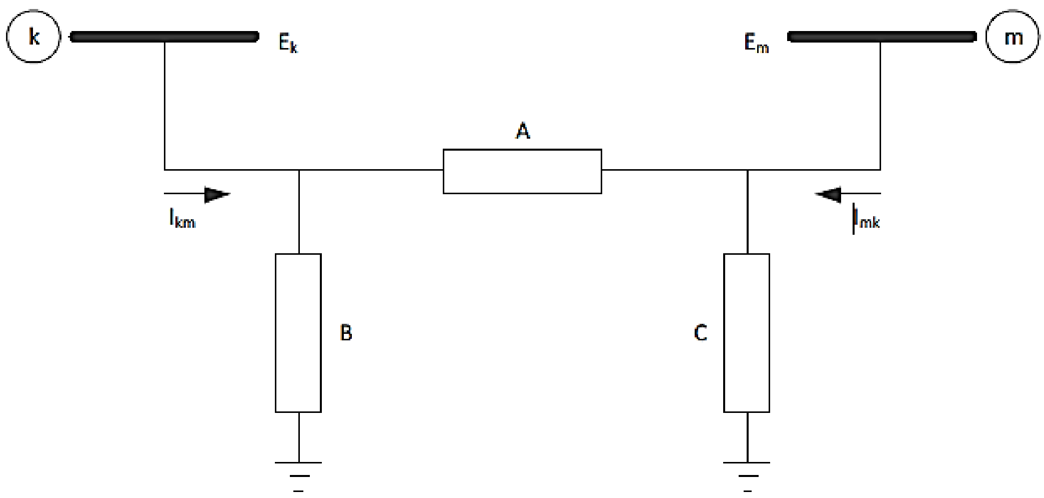

Figura 3.3: Circuito Equivalente π de Transformador em Fase

A determinação das admitâncias A, B e C do circuito equivalente é feita identificando-se as correntes I_{km} e I_{mk} de modelo da Figura 3.2, com as correntes correspondentes do circuito equivalente. Para o modelo da Figura 3.2, tem-se:

$$I_{km} = -ay_{km}(E_k - E_m) = a^2 y_{km} E_k - ay_{km} E_m \qquad (3.11)$$

$$I_{mk} = y_{mk}(E_m - E_p) = (-\mathrm{t}\, y_{km}) E_k + (y_{km}) E_m \qquad (3.12)$$

Para o modelo π da Figura 3.3 tem-se:

$$I_{km} = BE_k + \mathrm{A}(E_k - E_m) = (\mathrm{A} + \mathrm{B}) E_k + (-\mathrm{A}) E_m \qquad (3.13)$$

$$I_{mk} = CE_m + \mathrm{A}(E_m - E_k) = (-\mathrm{A}) E_k + (\mathrm{A} + \mathrm{C}) E_m \qquad (3.14)$$

Identificando-se os coeficientes de E_k em (3.11), (3.12), (3.13) e (3.14) e obtém-se:

$$A = ay_{km} \tag{3.15}$$

$$B = a(a-1)y_{km} \tag{3.16}$$

$$C = (1-a)y_{km} \tag{3.17}$$

As equações (3.15), (3.16) e (3.17) permitem a análise do efeito da relação de transformação 1:a sobre os módulos das tensões terminais V_k e V_m. Caso a =1, as admitâncias B e C são nulas e o circuito equivalente π reduz-se à admitância série y_{km}. Alterando-se a relação de transformação para um valor $a \leq 1$, B terá sinal contrário a y_{km} sendo do tipo capacitivo, enquanto C será do tipo indutivo, implicando em uma tendência a aumentar V_k e reduzir V_m. Por outro lado, quando $a > 1$, B será indutivo enquanto a C será do tipo capacitivo, havendo uma tendência a diminuir V_k e aumentar V_m. Se uma das barras terminais tiver tensão regulada (Pθ ou θV), ou estiver eletricamente próxima de uma barra deste tipo, a outra barra terminal sofrerá efeitos das alterações na relação 1:a. Nestes casos, quando uma das tensões terminais é rígida, tudo se passa como se o transformador se apoiasse em um de seus terminais para elevar ou diminuir o módulo da tensão do terminal oposto.

3.1.2.3. Transformadores Defasadores

Este tipo de transformadores permite o controle do fluxo de potência ativa do ramo qual está inserido. A situação é análoga a de um circuito em corrente contínua, no qual se insere uma fonte de tensão em um dos seus ramos. Dependendo da polaridade da fonte, a corrente que flui no ramo pode aumentar ou diminuir, eventualmente mudando de sinal. Em uma rede de transmissão em corrente alterna, o defasador consegue afetar o fluxo de potência ativa introduzindo uma defasagem entre os nós *k* e *p*. O modelo do defasador puro, aquele que somente afeta a relação entre as fases das tensões E_k e E_m, sem afetar a relação entre seus módulos, está mostrado na Figura 3.4.

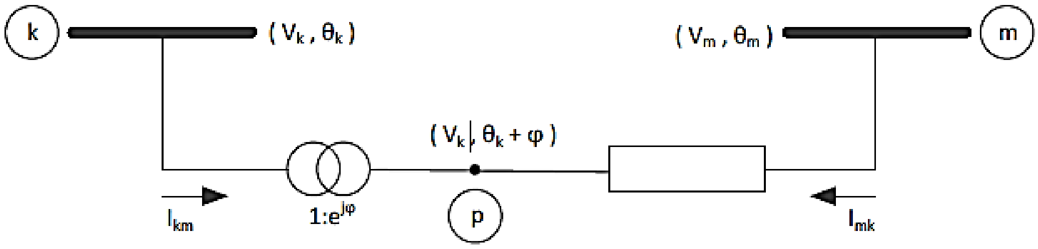

Figura 3.4: Defasador Puro ($t=e^{j\varphi}$)

Neste caso tem-se:

$$\frac{E_p}{E_k} = t = e^{j\varphi} \tag{3.18}$$

Logo:

$$\theta_p = \theta_k + \varphi \tag{3.19}$$

Substituindo-se (3.18) e (3.9) obtém-se:

$$\frac{I_{km}}{I_{mk}} = -t = -e^{-j\varphi} \tag{3.20}$$

As correntes I_{km} e I_{mk} podem ser escritas em função das tensões terminais, da mesma forma que para o transformador em fase, resultando:

$$I_{km} = -t^* y_{km}(E_m - E_p) = y_{km}E_k - t^* y_{km}E_m \tag{3.21}$$

$$I_{mk} = y_{km}(E_m - E_p) = -ty_{km}E_k + y_{km}E_m \tag{3.22}$$

Observa-se que é impossível a determinação dos parâmetros A, B e C do circuito equivalente π neste caso, pois em (3.21) e (3.22) o coeficiente de E_m na equação de I_{km} difere do coeficiente do E_k na equação de I_{mk}.

O defasador com $t=ae^{j\varphi}$ afeta não somente o fluxo de potência ativa, mas também de potência reativa do ramo onde este inserido. O procedimento seguido na obtenção das equações de I_{km} e I_{mk} é o mesmo dos casos precedentes. A única diferença em relação à (3.21) e (3.22), é que para o coeficiente de E_k na equação de I_{km} passa a ser a^2y_{km} ao invés de y_{km}. Uma possibilidade prática e simples de se representar aproximadamente um defasador com $a\neq 1$ consiste em utilizar um modelo constituído de um transformador em fase ($t=a$) em série com um defasador puro ($t=e^{j\varphi}$).

3.1.3. O problema dos Fluxos de Potência

O cálculo de fluxo de potência é de extrema importância nos estudos de planejamento e operação dos sistemas elétricos de potência. A modelagem do sistema é estática, sendo a rede representada por um conjunto de equações e inequações algébricas.

As equações básicas de fluxo de potência são obtidas impondo-se a primeira lei de Kirchhoff, no tocante à conservação das potências ativa e reativa em cada barra da rede, isto é, a potência líquida injetada em uma barra deve ser igual à soma das potências que fluem pelos componentes conectados a esta barra. A segunda lei de Kirchhoff é utilizada para expressar os fluxos de potência nos ramos como função das suas tensões terminais.

Quatro grandezas estão associadas a cada barra da rede:

- V_k: Módulo da tensão na barra k;
- θ_k: Ângulo da tensão na barra k;
- P_k: Potência ativa líquida injetada na barra k;
- Q_k: Potência reativa líquida injetada na barra k;

Dependendo de como estas grandezas são tratadas no problema do fluxo de potência, são então definidos os tipos de barras:

- Barra de carga ou PQ: Não existe qualquer controle de tensão nestas barras. Conhecem-se as grandezas P_k e Q_k calculam-se V_k e θ_k;
- Barra de tensão controlada ou PV: Existem dispositivos de controle que permitem manter o módulo de tensão e a injeção de potência ativa em valores especificados, tais como os geradores e compensadores síncronos. Conhecidos P_k e V_k calculam-se Q_k e θ_k;
- Barra de referência, flutuante, swing, slack ou Vθ Esta barra fornece a referência angular e fecha o balanço de potência ativa e reativa do sistema, levando em consideração as perdas do sistema de transmissão. Conhecidos V_k e θ_k calculam-se P_k e Q_k;
- Barra de controle de tensão ou P: Esta barra, com Q_k variável, é utilizada para controlar a tensão de uma barra remota (barra PQV). Conhecido P_k calcula-se Q_k, V_k e θ_k;
- Barra remota ou PQV: É uma barra de carga que passa a ter sua tensão controlada remotamente por uma ou mais barras P ou por um ou mais transformadores de taps variáveis. Conhecidos P_k, Q_k e V_k, calculam-se θ_k;
- Barra θ: É a barra onde se especifica θ_k, valor de referência dos ângulos das tensões. Nessa barra pode-se especificar V_k, como é mais usual, ou Q_k Pode-se também especificar P_k, embora não seja usual. Conhecidos θ_k, e V_k (ou Q_k), calculam-se P_k e Q_k (ou V_k).

Matematicamente, o problema do fluxo de potência é constituído por duas equações para cada barra, onde cada uma delas representa o fato das potências ativa e reativa injetada em uma barra serem iguais à soma dos fluxos que deixam está barra através das linhas de transmissão e transformadores.

$$P_k = \sum_{m \in \Omega k} P_{km}\left(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m\right) \tag{3.23}$$

$$Q_k + Q_k^{sh} = \sum_{m \in \Omega k} Q_{km}\left(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m\right) \tag{3.24}$$

Onde:

- Ω_k: Conjunto das barras conectadas à barra *k;*
- P_{km}: Fluxo de potência ativa no ramo *k-m;*
- Q_{km}: Fluxo de potência reativa no ramo *k-m;*
- Q_k^{sh}: Injeção de potência reativa devido ao elemento shunt conectado na barra *k.*

As equações (3.23) e (3.24) consideram que as injeções líquidas de potência são positivas quando entram na barra (geração) e negativas quando saem da barra (carga). Os fluxos de potência são positivos quando saem e negativos quando entram na barra. Para os elementos shunt das barras é adotada a mesma convenção para as injeções. Estas convenções de sentido para potências ativas e reativas são as mesmas utilizadas para as correntes, sendo indicadas na Figura 3.5.

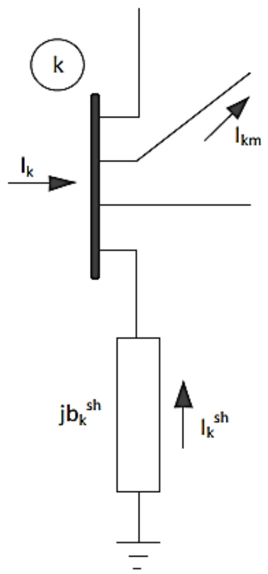

Figura 3.5: Convenção do Sentido de Fluxo de Potência

O conjunto das inequações que fazem parte do problema do fluxo de potência é formado, dentre outras, pelos limites nas injeções de potência reativa das barras PV.

$$Q_k^{\min} \le Q_k \le Q_k^{\max} \tag{3.25}$$

3.1.4. Expressões Gerais dos Fluxos

Os fluxos de potência ativa e reativa em linhas de transmissão, transformadores em fase e defasadores obedecem às expressões gerais:

$$P_{km} = \left(a_{km}V_k\right)^2 \mathrm{g}_{km} - a_{km}V_kV_m g_{km}\cos\left(\theta_{km} + \varphi_{km}\right) - a_{km}V_kV_m b_{km} sen(\theta_{km} + \varphi_{km}) \tag{3.26}$$

$$Q_{km} = -(a_{km}\,\mathrm{V}_k)^2(\mathrm{b}_{km} + \mathrm{b}_{km}^{sh}) + a_{km}V_kV_m b_{km}\cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) - a_{km}V_kV_m g_{km}\,\mathrm{sen}(\theta_{km} + \varphi_{km}) \tag{3.27}$$

No caso de linhas de transmissão, $a_{km} = 1$ e $\varphi_{km} = 0$. Para transformadores em fase, $b_{km}^{sh} = 0$ e $\varphi_{km} = 0$. Para os defasadores puros, $b_{km}^{sh} = 0$ e $a_{km} = 1$. Finalmente, para os defasadores, $b_{km}^{sh} = 0$.

3.1.5. Formulação Matricial

Tendo em vista a Figura 3.5, a injeção de corrente na barra k é dada por:

$$I_k + I_k^{sh} = \sum_{m \in \Omega k} I_{km} \tag{3.28}$$

A expressão geral para corrente I_{km} em uma linha de transmissão, transformador em fase e defasador puro é dada por:

$$I_{km} = \left(a_{km}^2 y_{km} + jb_{km}^{sh}\right)E_k + \left(-a_{km}e^{-j\varphi km}y_{km}\right)E_m \tag{3.29}$$

A equação (3.28) pode ser reescrita como:

$$I_{km} = \left[jb_k^{sh} + \sum\nolimits_{m\in\Omega k} \left(jb_{km}^{sh} + a_{km}^2 y_{km} \right) \right] E_k + \sum\nolimits_{m\in\Omega} \left(-a_{km} e^{-j\varphi km} y_{km} \right) E_m \quad (3.30)$$

Na forma matricial tem-se:

$$\overline{I} = Y\overline{E} \quad (3.31)$$

Onde:

- $\overline{I}$:Vetor de injeções de corrente;
- $\overline{E}$: Vetor das tensões nodais cujas componentes são $E_k = V_k e^{j\theta k}$;
- Y: Matriz admitância nodal.

Os elementos da matriz Y são dados por:

$$I_k + I_k^{sh} = \sum\nolimits_{m\in\Omega k} I_{km} \quad (3.32)$$

$$Y_{kk} = jb_k^{sh} + \sum_{m\in\Omega k} \left(jb_{km}^{sh} + a_{km}^2 y_{km} \right) \quad (3.33)$$

Em geral, esta matriz é esparsa, ou seja, tem uma grande proporção de elementos nulos. Caso o elemento existente entre as barras k e m seja uma linha de transmissão, $Y_{km} = -y_{km}$, se for um transformador em fase, $Y_{km} = -a_{km}y_{km}$ e se um defasador puro, $Ykm = -e^{-j\varphi km} y_{km}$. Se a rede for formada de linhas de transmissão e transformadores em fase, a matriz Y será simétrica. A presença de defasadores torna a matriz assimétrica.

A injeção de corrente I_k dada em (3.30) pode ser colocada na forma:

$$I_k = Y_{kk}E_k + \sum_{m\in\Omega k} Y_{km}E_m = \sum_{m\in\Omega\phi_k} Y_{km}E_m \quad (3.34)$$

Onde φ_k é o conjunto das barras adjacentes à barra k, incluindo a mesma.

Considerando-se que:

$$Y_{km} = G_{km} + jB_{km} \quad (3.35)$$

$$E_m = V_m e^{j\theta m} \tag{3.35}$$

A equação (3.34) pode ser reescrita como:

$$I_k = \sum_{m \in \Omega\phi_k} V_m e^{j\theta m} (\mathrm{G}_{km} + \mathrm{jB}_{km}) \tag{3.36}$$

A injeção de potência complexa S_k é dada por:

$$S_k^* = P_k - jQ_k = E_k^* I_k \tag{3.37}$$

Substituindo-se (3.36) e (3.37) e considerando-se que $E_k^k = V_k\, e^{-j\theta k}$, obtém-se:

$$S_k^* = V_k e^{-j\theta k} \sum_{m \in \phi_k} V_m e^{j\theta m} (\mathrm{G}_{km} + jB_{km}) \tag{3.38}$$

As injeções de potência ativa e reativa podem ser obtidas identificando-se a parte real e imaginária de (3.38).

$$P_k = V_k \sum_{m \in \phi_k} V_m (\mathrm{G}_{km} \cos\theta_{km} + B_{km} \operatorname{sen}\theta_{km}) \tag{3.39}$$

$$Q_k = V_k \sum_{m \in \phi_k} V_m (\mathrm{G}_{km}\, sen\theta_{km} - B_{km} \cos\theta_{km}) \tag{3.40}$$

onde:

$$\theta_{km} = \theta_k - \theta_m \tag{3.41}$$

3.1.6. Método de Newton-Raphson para Solução dos Fluxos de Potência

Considera-se inicialmente um problema no qual são dados P_k e Q_k para as barras PQ, P_k e V_k para as barras PV e V_k e θ_k nas barras PV. Pretende-se calcular V_k e Θ_k nas barras PQ e Θ_k nas barras PV. Uma vez resolvido este problema, serão conhecidos V_k e Θ_k para todas as barras da rede, o que torna possível o cálculo de P_k e Q_k para as barras ΘV, Q_k para as barras PV e outras variáveis de interesse como, por exemplo, os fluxos de potência nas linhas de transmissão e transformadores.

O sistema de equações a ser resolvido é composto por duas equações e duas incógnitas para cada barra PQ e uma equação e uma incógnita para cada barra PV, ou seja, se N_{PQ} e N_{PV} representam as quantidades de barras PQ e PV, respectivamente, trata-se de um sistema de $2N_{PQ} + N_{PV}$ equações algébricas não lineares com o mesmo número de incógnitas.

As equações que compõem este sistema podem ser escritas do seguinte modo: para as barras PQ e PV:

$$\Delta P_k = P_k^{esp} - P_k = 0 \qquad (3.42)$$

para as barras PQ:

$$\Delta Q_k = Q_k^{esp} - Q_k = 0 \qquad (3.43)$$

P_k^{esp} e Q_k^{esp} são as injeções de potência ativa e reativa especificadas na barra k e P_k e Q_k são as injeções de potência ativa e reativa calculadas para a barra k, dadas por (3.39) e (3.40) respectivamente.

As funções ΔP_k e ΔQ_k podem ser colocadas na forma vetorial:

$$\Delta P = P^{esp} - P(\mathrm{V}, \theta) \qquad (3.44)$$

$$\Delta Q = Q^{esp} - Q(\mathrm{V}, \theta) \qquad (3.45)$$

seja *g(x)* a função vetorial:

$$g(x) = \begin{bmatrix} \Delta\bar{P} \\ \Delta\bar{Q} \end{bmatrix} \tag{3.46}$$

as incógnitas podem ser agrupadas no vetor $\bar{x}$ dado a seguir:

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} \bar{\theta} \\ \bar{V} \end{bmatrix} \tag{3.47}$$

em que $\bar{\Theta}$ é o vetor dos ângulos das tensões das barras PQ e PV e $\bar{V}$ é o vetor dos módulos das tensões das barras PQ.

Considere inicialmente o sistema:

$$\mathbf{g}(\bar{x}) = \mathbf{0} \tag{3.48}$$

Pretende-se calcular o valor de $\bar{x}$ para o qual a função $g(\bar{x})$ se anula, ou seja, determinar os valores de Θ_k e V_k para os quais as potências ativa e reativa calculadas P_k e Q_k sejam iguais às potências ativa e reativa especificadas P_k^{esp} Q_k^{esp}.

A resolução desse problema pelo método de Newton-Raphson segue os seguintes passos:

1. Faz-se o contador de iterações $h = 0$ e escolhem-se os valores iniciais de $\bar{x} = \bar{x}^{(h)} = \bar{x}^{(0)}$, ou seja, $\Theta_k = \Theta_k^{(0)}$ para as barras PQ e PV e de $V_k = V_k^{(0)}$ para as barras PQ.
2. Calcula-se o valor da função $g(\bar{x})$ no ponto $\bar{x} = \bar{x}^{(h)}$, ou seja, $P_k(V^{(h)}, \Theta^{(h)})$ para as barras PQ e PV e $Q_k(V^{(h)}, \Theta^{(h)})$ para as barras PQ. Posteriormente determinam-se os resíduos $\Delta P_k^{(h)}$ e $\Delta Q_k^{(h)}$.
3. Compara-se o valor calculado $g(\bar{x}^{(h)})$ com a tolerância especificada ε. Caso $max|\Delta P_k^{(h)}| \leq \varepsilon$ e $max|\Delta Q_k\ (h)| \leq \varepsilon$, o processo iterativo convergiu para a solução $(V^{(h)}, \Theta^{(h)})$. Caso contrário passa-se ao próximo passo.
4. Lineariza-se a função $g(\bar{x})$ em torno do ponto $(x^{(h)};g(x^{(h)}))$ por intermédio da série de Taylor, desprezando-se os termos de ordem superior a 1:

$$\overline{\mathrm{g}}(\overline{x}^h + \Delta\overline{x}^h) \cong \overline{\mathrm{g}}(\overline{x}^h) + \overline{\mathrm{g}}'(\overline{x}^h)\Delta\overline{x} \tag{3.49}$$

sendo *g'(x)=dg/dx*. Este passo se resume ao cálculo de derivada *g'(x*$^{(h)}$*)*.

Para a solução de fluxo de carga pelo método de Newton-Raphson, é definida a matriz Jacobiano como:

$$J^{(\mathrm{h})} = -\begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \tag{3.50}$$

Os elementos das sub-matrizes H, N, M e L são dados por:

$$H_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} = V_k V_m (\mathrm{G}_{km} \mathrm{sen}\,\theta_{km} - \mathrm{B}_{km} \cos\theta_{km}) \tag{3.51}$$

$$H_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = \\ -V_k^2 B_{kk} - V_k \sum_{m \in \phi k} \mathrm{V}_m (\mathrm{G}_{km} \mathrm{sen}\,\theta_{km} - \mathrm{B}_{km} \cos\theta_{km}) \tag{3.52}$$

$$N_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial V_m} = V_k (\mathrm{G}_{km} \cos\theta_{km} + \mathrm{B}_{km} \mathrm{sen}\,\theta_{km}) \tag{3.53}$$

$$N_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_k} = \\ V_k^2 G_{kk} + \sum_{m \in \phi k} \mathrm{V}_m (\mathrm{G}_{km} \cos\theta_{km} + \mathrm{B}_{km} \mathrm{sen}\,\theta_{km}) \tag{3.54}$$

$$M_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} = -V_k V_m (\mathrm{G}_{km} \cos\theta_{km} + \mathrm{B}_{km} \mathrm{sen}\,\theta_{km}) \quad (3.55)$$

$$M_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} = \quad (3.56)$$

$$-V_k^2 G_{kk} + V_k \sum_{m \in \phi k} \mathrm{V}_m (\mathrm{G}_{km} \cos\theta_{km} + \mathrm{B}_{km} \mathrm{sen}\,\theta_{km})$$

$$L_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} = -V_k (\mathrm{G}_{km} \mathrm{sen}\,\theta_{km} - \mathrm{B}_{km} \cos\theta_{km}) \quad (3.57)$$

$$L_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = \quad (3.58)$$

$$-V_k^2 B_{kk} + \sum_{m \in \phi k} \mathrm{V}_m (\mathrm{G}_{km} \mathrm{sen}\,\theta_{km} - \mathrm{B}_{km} \cos\theta_{km})$$

Os elementos H_{kk}, N_{kk}, M_{kk} *e* L_{kk} podem ser expressos em função das injeções de potência ativa e reativa na barra k. Assim tem-se:

$$H_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = -Q_k - V_k^2 B_{kk} \quad (3.59)$$

$$N_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_k} = \frac{P_k}{V_k} + V_k G_{kk} \quad (3.60)$$

$$M_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} = P_k - V_k^2 G_{kk} \quad (3.61)$$

$$L_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = \frac{Q_k}{V_k} - V_k B_{kk} \qquad (3.62)$$

Das expressões deduzidas para as sub-matrizes *H, N, M* e *L* conclui-se que a matriz Jacobiano, formada a partir destas sub-matrizes, possui a mesma estrutura esparsa da matriz admitância nodal.

5. Resolve-se o problema linearizado:

$$\bar{g}(\bar{x}^h) + \mathrm{g}'(\bar{x}^h)\Delta\bar{x} = 0 \qquad (3.63)$$

que pode ser reescrito da forma:

$$\bar{g}(\bar{x}^h) = -\mathrm{g}'(\bar{x}^h)\Delta\bar{x} \qquad (3.64)$$

ou seja, resolvendo o sistema linear:

$$\begin{bmatrix} \Delta\bar{P} \\ \Delta\bar{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\bar{\theta} \\ \Delta\bar{V} \end{bmatrix} \qquad (3.65)$$

6. determinam-se, então, a nova solução $\bar{x}^{(h+1)} = \bar{x}^{(h)} + \Delta\bar{x}^{(h)}$, os seja:

$$\bar{\theta}^{h+1} = \bar{\theta}^h + \Delta\bar{\theta}^h \qquad (3.66)$$

$$\bar{V}^{h+1} = \bar{V}^h + \Delta\bar{V}^h \qquad (3.67)$$

7. Faz-se $h=h+1$ e volta-se ao passo 2.

3.1.7. Sumário da Seção

Nesta seção foram apresentados os aspectos gerais do cálculo do fluxo de potência, o qual consiste basicamente na determinação do estado da rede e da distribuição dos fluxos. A modelagem do sistema neste tipo de problema estática, sendo a rede representada por equações algébricas. Uma formulação genérica sobre o fluxo de potência foi desenvolvida, incluindo-se a dedução das equações básicas do problema, a descrição do modo de operação dos principais componentes da rede de transmissão e a definição dos principais tipos de barras. Além das equações básicas, foi mencionada a existência de um conjunto adicional de inequações que representam as restrições de operação da rede.

Por fim, o problema do fluxo de potência foi modelado em sua forma mais geral, conforme a formulação não-linear, para solução através do método de Newton-Raphson.

3.2
Fluxo de Potência Continuado

O método do FPC serve para encontrar o ponto de máximo carregamento do sistema através de sucessivas soluções das equações de fluxo de potência. O amento gradual da carga através da variação manual do fator de carregamento λ, e solução do problema de fluxo de potência até que o processo divirja, não possibilita a obtenção do PMC, mas apenas chegar até bem próximo a ele. Isso ocorre porque a matriz Jacobiano torna-se singular no ponto PMC [5].

3.1.8.
Princípio Básico [1]

O FPC usa um processo iterativo que envolve um passo preditor e um passo corretor, como se pode ver na Figura 3.6 Desde uma solução conhecida (A), um preditor tangente é usado para estimar a solução (B) para um padrão específico de aumento de carga. O passo corretor determina a solução exata (C), usando a análise convencional de fluxo de potência tratado no capitulo 3, com a carga fixa.

A tensão para um aumento adicional de carga é predita baseada em um novo preditor tangente. Se a nova carga estimada (D) é agora maior que o carregamento máximo da solução exata, um passo corretor com cargas fixadas não permitiria a convergência e, portanto, um passo corretor com uma tensão fixada no barramento monitorado é aplicado para buscar a solução exata (E). Como o limite de estabilidade de tensão é atingido, para determinar o máximo tamanho exato de incremento de carga deve-se reduzir gradualmente o preditor.

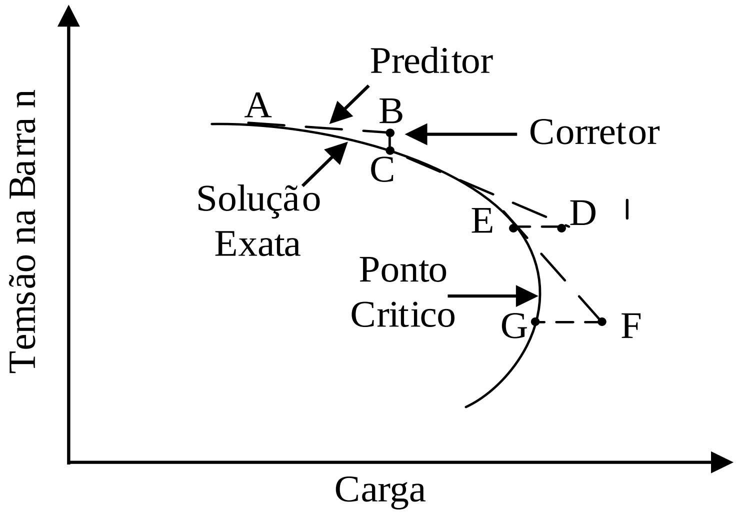

Figura 3.6: Sequência de Passos FPC

3.1.9. Formulação Matemática

As equações básicas são similares às do método convencional de fluxo de potência excetuando que a adição do parâmetro de incremento de carga λ. Reescrevendo as equações de fluxo de potência, em sua forma mais geral:

$$F(V,\theta,\lambda)=0 \tag{3.68}$$

Onde V é o vetor dos módulos das tensões nodais, θ é o vetor dos ângulos de fase nodais, λ é o fator de carregamento, e F é um vetor composto pelas equações dos balanços de potências ativa e reativa nodais. A equação (3.68) pode ser reescrita como:

Para barras PQ e PV:

$$\lambda P^{esp}-P(V,\theta)=0 \tag{3.69}$$

Para barras PQ:

$$\lambda Q^{esp}-Q(V,\theta)=0 \tag{3.70}$$

Onde $P^{esp} = P^{gen} - P^{carga}$ é a diferença entre as potências ativas geradas e consumidas para as barras de carga (*PQ*) e geração (*PV*), e $Q^{esp} = Q^{gen} - Q^{carga}$ é a diferença entre as potências reativas geradas e consumidas para as barras *PQ*. Para o caso-base, o fator de carregamento é $\lambda=1$. Para uma barra *k* qualquer, $P(V,\theta)$ e $Q(V,\theta)$ serão:

$$P_k(\mathrm{V},\theta) = \mathrm{G}_k V_k^2 - V_k \sum_{m\in\Omega k} V_m(\mathrm{g}_{km}\cos\theta_{km} + b_{km}\,\mathrm{sen}\,\theta_{km}) \quad (3.71)$$

$$, \quad k \in PQ, PV$$

$$Q_k(\mathrm{V},\theta) = -B_k V_k^2 - V_k \sum_{m\in\Omega k} V_m(\mathrm{g}_{km}\mathrm{sen}\,\theta_{km} - b_{km}\cos\theta_{km}) \quad (3.72)$$

$$, \quad k \in PQ$$

Onde Ω_k é o conjunto de todas as barras diretamente conectadas à barra *k*. $(G_k + jB_k)$ é o elemento da diagonal (*k*,*k*) da matriz admitância nodal, e $(g_{kl} + jb_{kl})$ corresponde à admitância série do ramo que conecta as barras *k* e *l*. O sistema de equações (3.69**)** pressupõe que o carregamento da rede é proporcional ao do caso-base e considera o fator de potência constante.

O conjunto de equações não lineares mostradas anteriormente resolvem-se mediante a especificação de um valor para λ tal que; $0 \leq \lambda \leq \lambda_{crítico}$; onde $\lambda=0$ representa o caso-base, e $\lambda_{crítico}$ é estado de carregamento crítico.

3.1.10. Passo Preditor

No passo preditor usa-se uma aproximação linear para estimar a solução para uma mudança em uma das variáveis de estado (θ, V ou λ). Tomando as derivadas dos dois lados de (3.68), com as variáveis de estado correspondentes à solução inicial, resulta o seguinte conjunto de equações lineares.

$$F_\theta d\theta + F_V dV + F_\lambda d\lambda = 0$$

Ou,

$$\begin{bmatrix} F_\theta & F_V & F_\lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\theta \\ dV \\ d\lambda \end{bmatrix} = 0 \qquad (3.73)$$

Desde a adição da variável desconhecida λ nas equações de fluxo de potência é necessário mais uma equação para resolver (3.73). Isso é satisfeito mediante o estabelecimento de um dos componentes do vetor tangente para *+1* ou *-1*.

$$\begin{bmatrix} F_\theta & F_V & F_\lambda \\ & e_k & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\theta \\ dV \\ d\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \pm 1 \end{bmatrix} \qquad (\ 3.74)$$

Onde e_k é um vetor fila com todos os elementos iguais a zero, exceto o elemento k^{th}(correspondente ao parâmetro de continuação) sendo igual a *1*.

Inicialmente, o parâmetro de carga λ é escolhido como o parâmetro de continuação e a componente correspondente do vetor tangente é ajustada em *+1*. Durante os subsequentes passos preditores, o λ é escolhido para ser a variável de estado que tem a maior taxa de rotação perto da solução dada, e o sinal de seu declive determina o sinal do componente correspondente ao vetor tangente.

Uma vez que o vetor tangente é encontrado, o preditor para a nova solução é dado por:

$$\begin{bmatrix} \theta \\ V \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_0 \\ V_0 \\ \lambda_0 \end{bmatrix} + \sigma \begin{bmatrix} d\theta \\ dV \\ d\lambda \end{bmatrix} \qquad (3.75)$$

Onde o subscrito “*0*” identifica os valores das variáveis de estado no início do passo preditor. O tamanho do passo preditor σ é escolhido de modo que a solução do fluxo de potência exista com o parâmetro de continuação especificado. Se para um tamanho de passo dado não se encontra uma solução, o tamanho do passo é reduzido, e o passo corretor é repetido até encontrar uma solução.

3.1.11. Passo Corretor

No passo corretor o conjunto original de equações $F(\theta,V,\lambda) = 0$ é aumentado em uma equação que especifica a variável de estado selecionada como parâmetro de continuação.

$$\begin{bmatrix} F(\theta, \mathrm{V}, \lambda) \\ x_k - \eta \end{bmatrix} = [0] \tag{3.76}$$

Em (3.50), X_k é a variável de estado selecionada como parâmetro de continuação e η é igual ao valor previsto de X_k. Esse conjunto de equações pode ser resolvido usando uma ligeira modificação do método Newton-Raphson. A introdução da equação especificando X_k faz com que a matriz jacobiano não fique singular no ponto de operação.

A componente tangencial de λ (p.ex. $d\lambda$) é positiva na parte superior da curva ϕ constante no plano *PV*, é zero no ponto crítico, e é negativa na parte inferior da curva. Portanto o sinal de $d\lambda$ indicará se o ponto crítico foi ou não atingindo.

Se o parâmetro de continuação é o acréscimo de carga, o corretor será uma linha vertical (p.ex. o segmento *BC* da Figura 3.6). Por outro lado se o módulo da tensão é o parâmetro de continuação, o corretor será uma linha horizontal (p.ex. o segmento *DE* da Figura 3.6).

3.1.12. Seleção do Parâmetro de Continuação

A seleção de parâmetro de continuação adequado é particularmente importante para o passo corretor. Uma má escolha pode fazer com que a solução divirja. Por exemplo, o uso do parâmetro λ como parâmetro de continuação na região do ponto crítico pode causar que a solução divirja se a estimativa excede a máxima carga. Por outro lado, quando é usada a tensão como parâmetro de continuação a solução pode divergir se são utilizados grandes passos de mudança de tensão.