

2

Transmissão em canais MIMO

Neste capítulo são apresentados modelos matemáticos de canais MIMO, incluindo modelos de correlação entre os coeficientes do canal. Em seguida são apresentados os fundamentos de sistemas GSM, usado como base para as estratégias apresentadas nos capítulos seguintes. Por fim, serão apresentadas considerações a respeito do erro dos estimadores de canais MIMO.

2.1

Modelo de transmissão

Modelos de canal de propagação são empregados para prever ou representar o comportamento do sinal emitido no enlace que liga o transmissor ao receptor de um sistema de comunicação. Os efeitos experimentados pelo sinal no canal são vistos como a união das seguintes componentes: perda de propagação no percurso, desvanecimento em larga escala e desvanecimento em pequena escala. Para cada uma destas componentes, existem modelos que visam descrever o seu comportamento.

Em particular, o desvanecimento em pequena escala corresponde às rápidas variações em amplitude do sinal recebido, resultado da propagação em multipercursos, caracterizada pela chegada no receptor de réplicas do sinal transmitido em diferentes instantes, amplitudes e fases. Este desvanecimento é dito plano na frequência quando a duração do símbolo é maior que o espalhamento dos tempos de chegada das réplicas, o que corresponde a dizer que o intervalo de chegada dos multipercursos é relativamente pequeno. Neste caso, considera-se que todos chegam dentro do mesmo *slot* de tempo e o canal é dito banda-estreita. Ao considerar o desvanecimento seletivo em frequência, o espalhamento de retardos é relativamente grande e as componentes de multipercursos devem ser consideradas individualmente. Este fato induz a existência de interferência entre símbolos produzida pelo canal, que, nesta situação, é rotulado como banda-larga.

Um canal MIMO banda-larga com multipercursos resolvíveis, que une N_T antenas de uma estação transmissora a N_R antenas de uma estação receptora, é expresso pela resposta ao impulso com L *taps* e a relação entre o sinal de saída discreto no instante k , $\mathbf{y}[k]$, e o sinal de entrada, $\mathbf{x}[k]$, de dimensões $N_R \times 1$ e $N_T \times 1$, respectivamente, é dada por:

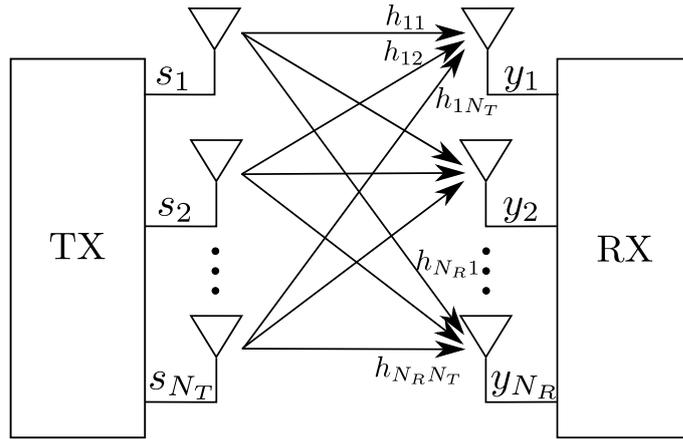


Figura 2.1: Modelo de canal de um sistema MIMO.

$$\mathbf{y}[k] = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{H}_l \mathbf{x}[k-l] + \mathbf{n}[k], \quad (2-1)$$

sendo a matriz $N_R \times N_T$ \mathbf{H}_l , o l -ésimo *tap* da resposta ao impulso discreta do canal MIMO e $\mathbf{n}[k]$ o ruído aditivo observado na recepção. Seus elementos $h_{i,j}^{(l)}$ representam os ganhos complexos experimentados pelo sinal que deixa a j -ésima antena transmissora em direção à i -ésima antena receptora, como apresentado na Figura 2.1.

De forma semelhante aos canais com antenas simples, os canais MIMO banda-larga exigem o desenvolvimento de sistemas de transmissão e equalização que combatam a interferência entre símbolos. Uma solução adotada é a associação dos sistemas MIMO com Multiplexação Espacial (MIMO-SMX) ¹ à comunicação em blocos OFDM [26]. Neste esquema, os fluxos de dados independentes passam por moduladores OFDM antes de serem emitidos por suas respectivas antenas. Como resultado, o canal MIMO seletivo em frequência é convertido em canais planos paralelos. Na recepção, assumindo o uso de preenchimento suficiente do sinal transmitido (por prefixo cíclico ou preenchimento de zeros) os sinais são individualmente passados por demoduladores OFDM e então detectados. Por este motivo, os estudos em sistemas MIMO consideram predominantemente o cenário de canais planos. Esta consideração também será adotada nas estratégias aqui apresentadas, logo abordagens desenvolvidas para canais seletivos em frequência estão fora do escopo desta Tese.

Ao se considerar a existência de um canal MIMO faixa-estreita, a expressão (2-1) é reduzida a:

¹Nesta Tese, os sistemas MIMO-SMX também serão referidos como sistemas MIMO convencionais, em oposição aos sistemas MIMO com Modulação Espacial (MIMO-SM).

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}. \quad (2-2)$$

O vetor \mathbf{n} é modelado como um vetor aleatório com função densidade de probabilidade que segue uma distribuição normal complexa circularmente simétrica com média e matriz covariância dadas por:

$$\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{n}} = \mathbb{E}[\mathbf{n}] = \mathbf{0} \quad (2-3)$$

$$\mathbf{K}_{\mathbf{n}} = \mathbb{E}[\mathbf{nn}^H] = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_{\mathbf{R}}}, \quad (2-4)$$

Os elementos de \mathbf{H} são modelados como variáveis aleatórias geradas por uma distribuição Gaussiana complexa circularmente simétrica de média $\mu_h = 0$ e variância $\sigma_h^2 = 1$. Esta suposição resulta em enlaces transmissor-receptor de ganho unitário e modela o desvanecimento Rayleigh da amplitude do sinal recebido, típico de canais rádio móveis e ricos em espalhadores do sinal [27].

A consideração de que os elementos de \mathbf{H} são gerados de maneira independente da distribuição Gaussiana idealiza um posicionamento dos objetos espalhadores do sinal transmitido e um espaçamento mínimo entre as antenas em ambos os lados do sistema possivelmente considerado irreal. Isto motiva a análise das estatísticas de segunda ordem do canal de propagação.

Dentre os modelos analíticos de canal baseados nas características de correlação entre os ganhos dos enlaces individuais, duas abordagens disseminadas na literatura merecem destaque: o modelo de correlação completa e o modelo de Kronecker.

A equação de síntese do modelo de correlação completa para a geração de um canal Gaussiano complexo correlacionado é dado por [28]:

$$\mathbf{H}_{\text{corr}} = \text{unvec} \left(\mathbf{R}_{\mathbf{H}}^{\frac{1}{2}} \mathbf{g}_{\text{iid}} \right), \quad (2-5)$$

sendo $\text{unvec}(\cdot)$ a operação de transformação do vetor de comprimento $N_R N_T$ na matriz com os mesmos elementos, de dimensão $N_R \times N_T$. O vetor \mathbf{g}_{iid} armazena os $N_R N_T$ elementos independentes, sorteados da distribuição Gaussiana de média zero e variância unitária. $\mathbf{R}_{\mathbf{H}}$ promove a transformação da matriz de elementos independentes na nova matriz correlacionada.

Definindo $\mathbf{R}_{\mathbf{H}}$ como uma matriz Hermitiana, sua decomposição em autovalores e autovetores é expressa por:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{H}} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{U}^H. \quad (2-6)$$

Por sua vez, sobre $\mathbf{R}_{\mathbf{H}}^{\frac{1}{2}}$ pode-se escrever:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{H}}^{\frac{1}{2}} = \sum_{k=1}^{N_R N_T} \lambda_k^{\frac{1}{2}} \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^H, \quad (2-7)$$

sendo λ_k e \mathbf{u}_k o k -ésimo autovalor e autovetor de $\mathbf{R}_{\mathbf{H}}$, respectivamente. Verifica-se $\mathbf{R}_{\mathbf{H}}$ como a matriz covariância de $\text{vec}(\mathbf{H}_{\text{corr}})$ uma vez que:

$$\mathbb{E} \left[\text{vec}(\mathbf{H}_{\text{corr}}) (\text{vec}(\mathbf{H}_{\text{corr}}))^H \right] = \mathbb{E} \left[\mathbf{R}_{\mathbf{H}}^{\frac{1}{2}} \mathbf{g}_{\text{iid}} \mathbf{g}_{\text{iid}}^H \mathbf{R}_{\mathbf{H}}^{\frac{1}{2}} \right] = \mathbf{R}_{\mathbf{H}}. \quad (2-8)$$

A matriz com elementos do canal MIMO correlacionados pode ser gerado a partir da matriz de elementos Gaussianos independentes através de:

$$\text{vec}(\mathbf{H}_{\text{corr}}) = \sum_{k=1}^{N_R N_T} g_k \lambda_k^{\frac{1}{2}} \mathbf{u}_k, \quad (2-9)$$

sendo g_k o k -ésimo elemento de \mathbf{g}_{iid} . Isto é verificado observando-se que:

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \left[\text{vec}(\mathbf{H}_{\text{corr}}) (\text{vec}(\mathbf{H}_{\text{corr}}))^H \right] &= \mathbb{E} \left[\left(\sum_{k=1}^{N_R N_T} g_k \lambda_k^{\frac{1}{2}} \mathbf{u}_k \right) \left(\sum_{l=1}^{N_R N_T} g_l \lambda_l^{\frac{1}{2}} \mathbf{u}_l \right)^H \right] \\ &= \sum_{k=1}^{N_R N_T} \lambda_k \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^H. \end{aligned} \quad (2-10)$$

De fato, (2-10) corresponde à matriz covariância de $\text{vec}(\mathbf{H}_{\text{corr}})$. Assim, as expressões (2-5) e (2-9) são equivalentes, mas são relativamente complexas, pois exigem a especificação de $(N_R \times N_T)^2$ e $(N_R \times N_T)^3$ parâmetros, respectivamente.

Uma simplificação que objetiva reduzir o número de parâmetros a serem especificados e que, adicionalmente, fornece uma estrutura mais simples do que a abordagem anterior é o modelo de Kronecker [29]. Nesta estratégia, são especificadas duas matrizes, chamadas matrizes de correlação unilateral, dadas por:

$$\mathbf{R}_{\text{rx}} = \frac{1}{\alpha} \mathbb{E} \left[\mathbf{H}_{\text{corr}} \mathbf{H}_{\text{corr}}^H \right] = \frac{1}{\alpha} \sum_{n=1}^{N_T} \mathbb{E} \left[\mathbf{h}_n^{(c)} \mathbf{h}_n^{(c)H} \right] \quad (2-11a)$$

$$\mathbf{R}_{\text{tx}} = \frac{1}{\beta} \mathbb{E} \left[\mathbf{H}_{\text{corr}}^T \mathbf{H}_{\text{corr}}^* \right] = \frac{1}{\beta} \sum_{m=1}^{N_R} \mathbb{E} \left[\mathbf{h}_m^{(l)T} \mathbf{h}_m^{(l)*} \right], \quad (2-11b)$$

sendo $\mathbf{h}_n^{(c)}$ a n -ésima coluna de \mathbf{H}_{corr} e $\mathbf{h}_m^{(l)}$, a m -ésima linha de \mathbf{H}_{corr} . A matriz \mathbf{R}_{rx} , de dimensão $N_R \times N_R$, representa a correlação dos sinais que chegam entre todas as antenas receptoras a cada uma das antenas transmissoras. O significado análogo é atribuído a \mathbf{R}_{tx} , de dimensão $N_T \times N_T$. As constantes de normalização α e β visam garantir a manutenção do ganho unitário do canal. Para estes parâmetros, a seguinte restrição é empregada:

$$\alpha\beta = \text{tr}(\mathbf{R}_{\mathbf{H}}) = \mathbb{E} \left[\|\mathbf{H}_{\text{corr}}\|_{\text{F}}^2 \right] = \text{tr} \left(\mathbb{E} \left[\mathbf{H}_{\text{corr}} \mathbf{H}_{\text{corr}}^{\text{H}} \right] \right). \quad (2-12)$$

A matriz de canal MIMO correlacionada é sintetizada através de:

$$\mathbf{H}_{\text{corr}} = \mathbf{R}_{\text{rx}}^{\frac{1}{2}} \mathbf{G}_{\text{iid}} \left(\mathbf{R}_{\text{tx}}^{\frac{1}{2}} \right)^{\text{T}}, \quad (2-13)$$

sendo \mathbf{G}_{iid} a matriz $N_R \times N_T$ cujos elementos são variáveis aleatórias Gaussianas independentes. Ademais, é possível mostrar que $\mathbf{R}_{\mathbf{H}} \approx \mathbf{R}_{\text{tx}} \otimes \mathbf{R}_{\text{rx}}$ e $\mathbf{R}_{\mathbf{H}^{\text{H}}} \approx \mathbf{R}_{\text{rx}}^* \otimes \mathbf{R}_{\text{tx}}^*$, sendo $\mathbf{R}_{\mathbf{H}^{\text{H}}}$ a matriz covariância de $\text{vec}(\mathbf{H}_{\text{corr}}^{\text{H}})$ [30]. Esta abordagem requer a especificação de $N_R^2 + N_T^2$ parâmetros. A principal restrição desta estratégia é que assume-se a independência entre os objetos causadores do espalhamento do sinal nos lados do transmissor e receptor.

Ao longo desta Tese, os desempenhos das estratégias propostas foram avaliadas em canal correlacionado. As matrizes correlacionadas foram produzidas empregando o modelo de Kronecker, e as matrizes de correlação \mathbf{R}_{rx} e \mathbf{R}_{tx} têm seus elementos (i, j) dados por $r_{i,j} = \tau^{|i-j|}$, sendo τ o valor do coeficiente de correlação entre duas antenas vizinhas, do lado transmissor ou receptor.

2.2

Sistemas MIMO com Modulação Espacial Generalizada (MIMO-GSM)

Os sistemas MIMO com Modulação Espacial têm se destacado como um importante tópico de pesquisa nos últimos anos sob a motivação da redução de utilização dos recursos de rádio de um sistema de comunicação [31]. A abordagem empregada por estes sistemas estabelece que apenas um subconjunto das antenas transmissoras é ativado simultaneamente para a transmissão de símbolos e a seleção das antenas a serem ativadas é controlada diretamente pelo fluxo de dados a ser enviado. A forma como esta operação é executada introduz duas unidades independentes para a alocação de informação: (a) os símbolos pertencentes à constelação da modulação empregada, transmitidos de forma paralela pelas antenas transmissoras, tal como nos sistemas MIMO convencionais (MIMO-SMX) [22], e (b) a seleção de uma combinação de antenas

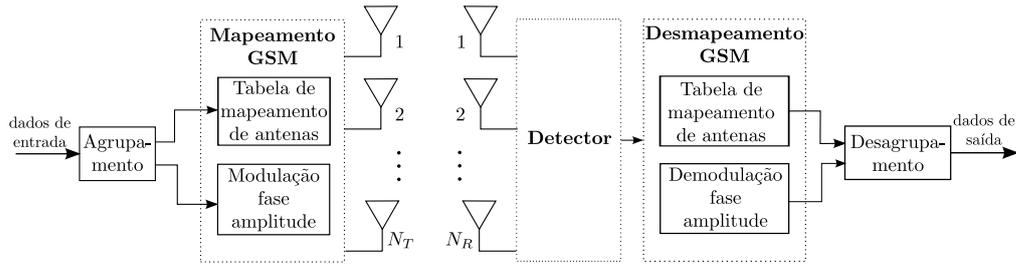


Figura 2.2: Sistema GSM.

a ser ativada dentre um conjunto de combinações válidas.

No lado oposto do sistema, os receptores precisam desempenhar a detecção das antenas transmissoras e dos símbolos transmitidos por estas antenas. Isto pode ser feito por receptores que realizam estas detecções em estágios distintos, aqui denominados receptores de duas fases, ou por receptores que o fazem de maneira integrada, quando não há estágios dedicados à detecção de símbolos e de antenas transmissoras. A detecção dos símbolos transmitidos costumeiramente ocorre com o emprego das técnicas de detecção dos sistemas MIMO-SMX, enquanto a detecção das antenas ativas normalmente baseiam-se em métodos de detecção da energia do sinal recebido após algum processamento, explorando o universo de combinações permitidas [13, 16, 32].

O diagrama apresentado na Figura 2.2 apresenta os blocos constituintes de um sistema GSM. Conforme apresentado, a primeira operação realizada pelo transmissor é a separação do fluxo de dados binários de entrada em blocos de igual tamanho. O tamanho dos blocos formados é igual ao número de bits transmitidos em um uso do canal pelo sistema. Sendo M a ordem da modulação digital empregada, N_C o número de combinações válidas de antenas simultaneamente ativas no transmissor e N_A o número de antenas simultaneamente ativas, a taxa de transmissão R atingida por um sistema GSM é dada por:

$$\begin{aligned}
 R &= \log_2(N_C M^{N_A}) \\
 &= \log_2(N_C) + N_A \log_2(M) \quad (\text{bits/uso do canal}). \quad (2-14)
 \end{aligned}$$

Em seguida, o transmissor GSM realiza duas fases de mapeamento: (a) o mapeamento dos primeiros $\log_2 N_C$ bits do bloco em uma das N_C combinações válidas de antenas ativas e (b) o convencional mapeamento dos $N_A \log_2 M$ bits restantes às N_A antenas ativas através de um esquema de modulação digital.

Considere uma tabela que associa blocos de dados binários de entrada a padrões de ativação das antenas transmissoras, denominado nesta Tese de mapeamento de bits em combinações de antenas transmissoras, Π , realizado

pela matriz Booleana \mathbf{V} que é constituída por N_C vetores \mathbf{v}_c , $c = 1, 2, \dots, N_C$, de comprimento N_T . O vetor \mathbf{v}_c sinaliza os índices das antenas ativas ou, equivalentemente, as posições dos elementos não nulos no vetor transmitido ao utilizar a c -ésima combinação válida:

$$\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1 \quad \mathbf{v}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{v}_{N_C}]. \quad (2-15)$$

A escolha do número total de antenas transmissoras e de antenas ativas é determinante na definição da taxa de transmissão. Verifica-se por (2-14) que a variação do número de antenas influencia ambos os termos da soma, de forma que pode-se alcançar o mesmo valor de R para diferentes combinações de N_T , N_A e M . No entanto, uma restrição imposta a N_C é que ele seja potência de dois, a fim de que $\log_2 N_C \in \mathbb{N}$ e, logo, toda combinação de antena possa ser mapeada em um código binário inteiro. A escolha do valor de N_C e do mapeamento Π pode ser feito em função da estratégia de detecção empregada, como será apresentado no Capítulo 3, ou a fim de prover melhor desempenho de detecção, em detrimento da taxa transmitida, como apresentado na Seção 3.3. Porém, se o objetivo é a maximização da taxa, o maior número de combinações de antenas deve ser utilizado. Maximizando o primeiro termo de (2-14), neste caso, tem-se:

$$N_C = N_C^{(\max)} = \left\lfloor \binom{N_T}{N_A} \right\rfloor_{2^p}, \quad (2-16)$$

sendo $\lfloor x \rfloor_{2^p}$ a maior potência de dois que é menor ou igual a x . Como exemplo, considere um sistema GSM com $N_T = 4$, $N_A = 2$ e $N_C = N_C^{(\max)}$. Neste caso, um exemplo de mapeamento de combinações permitidas, apresentado pela matriz $\mathbf{V}^{(N_T, N_A)}$, de dimensão $N_T \times N_C$, é:

$$\mathbf{V}^{(4,2)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2-17)$$

Na saída dos N_A moduladores são gerados símbolos b_i , $i = 1, 2, \dots, N_A$, pertencentes à constelação empregada e com energia média $\mathbb{E}[|b_i|^2] = E_s$, representada pelo conjunto \mathcal{B} , e que mapeiam os $N_A \log_2 M$ bits restantes do bloco formado. Estes símbolos são arranjados no vetor \mathbf{b} de dimensão $N_A \times 1$,

de forma que $\mathbf{b} \in \mathcal{B}^{N_A}$. O bloco de dados transmitido é representado pelo vetor de transmissão \mathbf{s} , formado com o uso das matrizes de posicionamento, cuja função é alocar os elementos de \mathbf{b} nas corretas posições de \mathbf{s} de acordo com a combinação de antenas definidas pelo mapeamento Π . Um transmissor GSM que utiliza N_C combinações de antenas possui N_C matrizes de posicionamento \mathbf{P}_c , de dimensão $N_T \times N_A$, que são dadas por:

$$\mathbf{P}_c = \mathbf{I}_{N_T}^{(\mathbf{v}_c)}, \quad c = 1, 2, \dots, N_C \quad (2-18)$$

onde $\mathbf{I}_{N_T}^{(\mathbf{v}_c)}$ é a matriz composta pelas colunas da matriz identidade \mathbf{I} de dimensão $N_T \times N_T$ indexadas pelo vetor lógico \mathbf{v}_c . Assim, ao se considerar que para a transmissão de uma sequência binária foi empregada a combinação de antenas $c = k$, o bloco de dados transmitidos é dado pelo vetor com a forma:

$$\mathbf{s} = \mathbf{P}_k \mathbf{b}. \quad (2-19)$$

Define-se assim, o conjunto $\mathcal{S} = \{\mathbf{P}_c \mathbf{b} \mid c \in \{1, 2, \dots, N_C\}, \mathbf{b} \in \mathcal{B}^{N_A}\}$, que reúne os possíveis valores de \mathbf{s} . A título de exemplificação, a Tabela 2.1 exhibe os mapeamentos realizados no transmissor para um sistema com esquema de modulação BPSK, $N_T = 4$, $N_A = 2$ e a matriz de combinações de antenas exibida em (2-17).

O vetor de símbolos transmitidos atravessa o canal MIMO e chega às antenas receptoras. O sinal recebido tem a forma apresentada em (2-1) e replicada abaixo:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n}. \quad (2-20)$$

Em um dado uso do canal pelo transmissor, ao se considerar que a k -ésima combinação de antenas foi empregada, (2-20) pode ser reescrita como:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_k \mathbf{b} + \mathbf{n}, \quad (2-21)$$

onde \mathbf{H}_k , de dimensão $N_R \times N_A$, possui apenas as colunas de \mathbf{H} indicadas em \mathbf{v}_k , referentes às antenas transmissoras ativas nesta transmissão. Assim, o papel dos receptores de sistemas GSM consiste na detecção das antenas transmissoras ativas \hat{k} e do vetor de símbolos transmitidos $\hat{\mathbf{b}}$.

A razão entre a energia média do sinal e a densidade espectral de potência do ruído, normalmente denotada nos sistemas MIMO e também nesta Tese,

Tabela 2.1: Exemplo de tabela de mapeamento GSM.

Bloco binário	Combinação de antenas (a_1, a_2)	Vetor de símbolos $\mathbf{b} = [b_1 \ b_2]^T$	Vetor transmitido $\mathbf{s} = [s_1 \ \dots \ s_{N_T}]^T$
0000	(1, 2)	$[+1 \ +1]^T$	$[+1 \ +1 \ 0 \ 0]^T$
0001		$[+1 \ -1]^T$	$[+1 \ -1 \ 0 \ 0]^T$
0010		$[-1 \ +1]^T$	$[-1 \ +1 \ 0 \ 0]^T$
0011		$[-1 \ -1]^T$	$[-1 \ -1 \ 0 \ 0]^T$
0100	(1, 3)	$[+1 \ +1]^T$	$[+1 \ 0 \ +1 \ 0]^T$
0101		$[+1 \ -1]^T$	$[+1 \ 0 \ -1 \ 0]^T$
0110		$[-1 \ +1]^T$	$[-1 \ 0 \ +1 \ 0]^T$
0111		$[-1 \ -1]^T$	$[-1 \ 0 \ -1 \ 0]^T$
1000	(2, 4)	$[+1 \ +1]^T$	$[0 \ +1 \ 0 \ +1]^T$
1001		$[+1 \ -1]^T$	$[0 \ +1 \ 0 \ -1]^T$
1010		$[-1 \ +1]^T$	$[0 \ -1 \ 0 \ +1]^T$
1011		$[-1 \ -1]^T$	$[0 \ -1 \ 0 \ -1]^T$
1100	(3, 4)	$[+1 \ +1]^T$	$[0 \ 0 \ +1 \ +1]^T$
1101		$[+1 \ -1]^T$	$[0 \ 0 \ +1 \ -1]^T$
1110		$[-1 \ +1]^T$	$[0 \ 0 \ -1 \ +1]^T$
1111		$[-1 \ -1]^T$	$[0 \ 0 \ -1 \ -1]^T$

é definida como a relação sinal-ruído (*signal-to-noise ratio* SNR) média, ρ , observada em cada antena receptora. O sinal observado na i -ésima antena receptora é dado por:

$$y_i = \sum_{j=1}^{N_A} h_{ij}^{(k)} b_j + n_i, \quad (2-22)$$

sendo $h_{ij}^{(k)}$ o (i, j) -ésimo elemento de \mathbf{H}_k . Assumindo um canal com coeficientes decorrelacionados, a SNR média observada nesta antena é dada por:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\mathbb{E} \left[\left| \sum_{j=1}^{N_A} h_{ij}^{(k)} b_j \right|^2 \right]}{\mathbb{E} [|n_i|^2]} \\ &= \frac{\mathbb{E} \left[\sum_{j=1}^{N_A} |h_{ij}^{(k)} b_j|^2 + \sum_{m=1}^{N_A} \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^{N_A} h_{im}^{(k)*} h_{in}^{(k)} b_m^* b_n \right]}{N_0} \\ &= N_A \sigma_h^2 \frac{E_s}{N_0}. \end{aligned} \quad (2-23)$$

2.3

Erros de estimativa do canal MIMO

A estimação do canal MIMO é um componente fundamental no projeto de receptores eficientes. Métodos conhecidos, como estimadores de mínimos quadrados (*least squares estimator*, LSE), de máxima verossimilhança (*maximum likelihood estimator*, MLE), entre os estimadores que empregam sequências de treinamento, assim como os métodos de estimação cega, como [33, 34], são comumente aplicados como estimadores da matriz \mathbf{H} nos sistemas MIMO [35]. Nos sistemas de modulação espacial, ao considerar os métodos de estimação que usam sequências de treinamento, a impossibilidade de emissão de matrizes de pilotos simultaneamente por todas as antenas transmissoras, uma vez que apenas subconjuntos dos N_T elementos transmissores podem ser ativados ao mesmo tempo, impõe um desafio adicional aos estimadores de canal nos sistemas MIMO-SM. Isto deve-se ao fato de estes sistemas requererem períodos de transmissões de pilotos mais longos comparados aos sistemas MIMO convencionais, pois o conhecimento integral da matriz do canal requer que todas as antenas transmissoras sejam ativadas, o que pode exigir múltiplos períodos de transmissão dos sistemas GSM. O projeto de estimadores elaborados especificamente para os sistemas GSM, que evitem a excessiva perda de eficiência espectral, mantém-se como uma área de estudo em aberto.

Nesta Tese, a avaliação dos detectores propostos incluiu o estudo de seus desempenhos no cenário em que o receptor possui conhecimento imperfeito da matriz do canal. O erro de estimação do canal MIMO no receptor é comumente modelado como uma matriz de erro, \mathbf{H}_e , adicionada à matriz do canal verdadeira, resultando na matriz do canal conhecida pelo receptor, $\hat{\mathbf{H}}$:

$$\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{H} + \mathbf{H}_e, \quad (2-24)$$

sendo os elementos de \mathbf{H}_e gerados a partir da mesma distribuição usada para os elementos de \mathbf{H} , ou seja, uma distribuição Gaussiana complexa, de média nula e variância σ_{err}^2 .

Assume-se que este erro é resultado do uso de um estimador de canal despolarizado com o desempenho do estimador de variável aleatória de mínimo erro médio quadrático (MMSE). Em um sistema linear como o apresentado em (2-2), em que o vetor de dados observados \mathbf{y} e o vetor de variáveis aleatórias a ser estimado, $\mathbf{h} = \text{vec}(\mathbf{H})$ são conjuntamente Gaussianos, o estimador MMSE é linear com o vetor de dados e é eficiente, ou seja, possui erro médio quadrático igual ao limitante de Cramer-Rao. Uma demonstração para esta afirmativa é

apresentada no Apêndice A.

O erro médio quadrático do estimador, $\mathcal{M}(h_{i,j})$, é empregado para especificar a variância das componentes de erro adicionadas em (2-24). Utilizando a expressão (A-11), no Apêndice A, e assumindo $\rho = \rho_p$, $\sigma_h^2 = 1$ e que o número de antenas ativas em uma transmissão é N_A , $\mathcal{M}(h_{i,j})$ é dado por:

$$\mathcal{M}(h_{i,j}) = \frac{1}{1 + \frac{P}{N_A}\rho}, \quad (2-25)$$

sendo P o número de transmissões de vetores de treinamento.

Para uma dada configuração de sistema, ao se considerar que o número de pilotos é suficientemente grande tal que $\frac{P}{N_A}\rho \gg 1$, $\mathcal{M}(h_{i,j})$ pode ser aproximado por:

$$\mathcal{M}(h_{i,j}) \approx \frac{N_A}{P}\rho^{-1}. \quad (2-26)$$

Nos resultados numéricos apresentados, as componentes de erro em (2-24) são sorteadas de uma distribuição Gaussiana complexa de média nula e variância $\sigma_{\text{err}}^2 = \mathcal{M}(h_{i,j})$, em que P é mantido fixo, assim o erro médio quadrático do estimador é uma fração do inverso da relação sinal-ruído corrente.