3 Métodos de Cálculo

Embora exista uma quantidade razoável de métodos de cálculos para o dimensionamento de estruturas de contenção ancoradas, como por exemplos:

- Métodos Empíricos
- Método de Winkler (Molas de Winkler)
- Método Clássico ou Equilíbrio Limite
- Métodos dos elementos finitos (MEF).

O presente trabalho abordará apenas o método clássico e o método dos elementos finitos (MEF), visto que o método clássico é o mais utilizado na prática regional e o método dos elementos finitos é o mais sofisticado dentre os métodos de cálculo.

Logo, o objetivo é avaliar as vantagens e benefícios do método mais preciso (MEF) em relação ao método regionalmente mais popular.

3.1 Método Clássico

O método clássico é conhecido por esse nome porque sua análise é baseada nas teorias clássicas de empuxo (Coulomb e Rankine). É também conhecido por equilíbrio limite, já que os cálculos são baseados em simples equações de equilíbrio.

As principais hipóteses assumidas pelo método são:

- A cortina é perfeitamente rígida (Figura 3.1)
- A cortina sofre apenas deslocamentos de rotação e translação (Figura 3.1)
- Os empuxos laterais atuantes sobre a cortina são totalmente mobilizadas, isto é, os empuxos ativo e passivo limites (Figura 3.1)
- O solo é rígido perfeitamente plástico (Figura 3.1)



Figura 3.1 – Hipóteses assumidas pelo método – a) Empuxos e deslocamentos assumidos no cálculo b) Comportamento tensão-deformação de um solo rígido perfeitamente plástico – c) Comportamento tensão-deformação mais próximo do real.

Os resultados fornecidos pelo método são: a altura total da estrutura, as cargas nos apoios (tirantes e escoras) e os esforços na estrutura (momento fletor e cortante). O cálculo para encontrar a solução do problema é realizado através de equações de equilíbrio.

Em resumo, a metodologia é a seguinte:

- São feitas simplificações e uso de artifícios da mecânica estrutural (viga, apoio, engaste, rótula, etc.) para que estruturas de contenção, geralmente hiperestáticas, se tornem uma "viga contínua" isostática;
- Admite que todo o empuxo ativo é mobilizado atrás da estrutura (região do solo contido);
- Admite que todo o empuxo passivo é mobilizado na frente da estrutura (região do solo escavado);
- Por fim, utilizando simples equações de equilíbrio das forças horizontais e dos momentos (Equação 3.1 e 3.2), é possível determinar a geometria da estrutura e os esforços estruturais.

$$\sum M_{A} = 0 :: E_{a} \cdot L_{a} - E_{p} \cdot L_{p} = 0$$
(3.1)

$$\sum F_h = 0 \therefore F_a = E_a - E_p \tag{3.2}$$

Onde:

- E_a : Resultante do empuxo ativo
- E_p : Resultante do empuxo passivo
- F_a : Força atuante no apoio.



Figura 3.2 – Equilíbrio entre as forças horizontais e os momentos.

Existem duas metodologias dentro do método clássico (Figura 3.3): o método da base livre (Free Earth Support) e o método da base engastada (Fixed Earth Support). Basicamente, a diferença entre essas metodologias é a consideração ou não do "engastamento" na base da estrutura de contenção. Os itens 3.1.1 e 3.1.2 descrevem com mais detalhes esses métodos.



Figura 3.3 – Variações do método clássico – a) Base Livre (Free Earth Support) – b) Base engastada (Fixed Earth Support).

3.1.1 Base Livre

No método da base livre (Free Earth Support) admite-se que a resistência do solo e/ou a profundidade enterrada abaixo do nível da escavação seja insuficiente para produzir o engastamento na base da cortina. Desta forma, a cortina fica livre para girar em torno de sua extremidade inferior e, consequentemente o diagrama de momento fletor assume a forma apresentada na Figura 3.4.



Figura 3.4 – Método da base livre (Free Earth Support).

O procedimento de cálculo é feito da seguinte forma:

 Em primeiro lugar, são definidos a distribuição dos carregamentos atuantes tanto em frente à estrutura (passivo) quanto atrás da cortina (ativo) e esses carregamentos são definidos a partir das teorias clássicas de empuxo limites (Coulomb e Rankine). Nessa etapa, também são determinados o carregamento hidrostático (devido ao lençol freático), como também as cargas laterais devido aos carregamentos na superfície (Figuras 3.5 e 3.6).



Figura 3.5 – Carregamentos sobre a estrutura de contenção.



Figura 3.6 – Distribuição dos empuxos.

II. É introduzido o fator de segurança (Figura 3.7), onde parte do empuxo passivo é desconsiderado (geralmente, em torno de 50% - ver item 3.1.3).



Figura 3.7 – Aplicação do fator de segurança.

 III. O cálculo da altura enterrada (ficha – f) é realizado pela Equação 3.3, que consiste no cálculo de equilíbrio dos momentos em relação ao ponto de apoio (A) no topo.



Figura 3.8 – Cálculo da ficha.

 $\sum M_A = 0 \iff \sum_{i=1}^N \left(E_a \cdot L_a - E_p \cdot L_p \right) = 0$ (3.3)

Onde E_a representa a resultante do empuxo ativo e L_a a distância entre o ponto onde a resultante do empuxo ativo atua e o ponto A (ponto considerado para o cálculo do momento). Já E_p representa a resultante do empuxo passivo e L_p a distância entre o ponto onde a resultante do empuxo passivo atua e o ponto (A).

IV. A força no apoio (F_a) é dado pela seguinte Equação:

$$\sum F_h = 0 \leftrightarrow F_a = \sum_{i=1}^N (E_a - E_p)$$
(3.4)

V. O cálculo dos diagramas de momento fletor e força cisalhante é realizado do mesmo modo de uma viga isostática.



Figura 3.9 - Distribuição dos esforços na estrutura.

- VI. A estrutura de contenção então é dimensionada considerando os o momento fletor máximo e a força cisalhante máxima.
- VII. Como base no valor da força no apoio, as escoras ou ancoragens (tirantes ou tirantes) também são dimensionados.

3.1.2 Base Engastada

O método da base engastada (Fixed Earth Support), também conhecido como método de Blum (1931) surgiu com o intuito de aprimorar o método da base livre (Free Earth Support).

Após várias análises em modelos físicos Blum observou que o aumento da profundidade enterrada e/ou o aumento da rigidez do solo faz com que apareça o

"engastamento" na base da estrutura de contenção e, consequentemente, as hipóteses de deflexão e momentos fletores adotadas no método Free Earth Support estariam erradas nesses casos.

Em suas análises Blum concluiu que, nos casos onde o "engastamento" é mobilizado, é razoável considerar que no ponto onde a resultante do empuxo é nulo (ponto N – Figura 3.10) o momento fletor também é nulo. E, por sua vez, de acordo com a teoria das estruturas, também é possível admitir que esse ponto seja um apoio (ponto onde a força e o momento fletor são nulos).



Figura 3.10 – Método da base engastada (Fixed Earth Support).

Assim, ao adotar essa hipótese, é possível que a estrutura hiperestática possa ser simplificada e subdividida em duas vigas isostáticas ligadas por uma rótula no ponto de inflexão (Ponto N), como se apresenta na Figura 3.11.



Figura 3.11 – Divisão da estrutura hiperestática em duas vigas isostática.

Além disso, para garantir o "engastamento", Blum recomenda aumentar a ficha em 20% ($\Delta x = 20\%$). E, por fim, com o objetivo de simplificar o cálculo da profundidade da ficha, Blum propôs que a distribuição de empuxo passivo que atua sobre a parte engastada da cortina (conhecido também como contra-

empuxo) deve ser modelada por uma força concentrada, aplicada ao eixo de rotação da cortina (Figura 3.11), isto é feito para não influenciar no equilíbrio dos momentos.

Basicamente, o procedimento do cálculo no método da base engastada (Fixed Earth Support) é realizado da seguinte forma:

- Os empuxos, devido ao peso solo, da água e de carregamentos na superfície, são estimados de forma idêntica ao método Free Earth Support (item 3.1.1)
- É introduzido o fator de segurança, onde parte do empuxo passivo é desconsiderado (geralmente, em torno de 50% - ver item 3.1.3).



Figura 3.12 – Aplicação do fator de segurança.

III. Em seguida, é realizado o cálculo para determinar o ponto onde a resultante do carregamento é zero, a distância entre o nível da escavação e o ponto N é dado pela seguinte equação:

$$u = \frac{E_a}{\gamma . K} \tag{3.5}$$

Onde:

- *u*: profundidade onde a resultante do empuxo é igual a zero;
- E_a : empuxo ativo;
- γ: peso específico do solo abaixo da escavação;
- *K*: resultante entre o empuxo ativo e passivo.

A resultante entre o empuxo ativo e passivo é dado por:

$$K = E_M K_n \cos \delta_n - K_a \cos \delta_a \tag{3.6}$$

Onde:

- *E_M*: porcentagem da área mobilizada do empuxo passivo para cortinas de perfis metálicos com pranchas pré-moldadas (ver item 3.1.4);
- K_p : coeficiente de empuxo passivo (item 3.1.6);
- K_a : coeficiente de empuxo ativo (item 3.1.6);
- δ_p , δ_a : ângulo de atrito entre o solo e a estrutura, respectivamente, passivo e ativo (para a pesquisa $\delta_a = 2/3$. ϕ' e $\delta_p = 0$).
- IV. Após a definição do ponto N, a estrutura é dividida em 2 (duas) vigas isostática. A "viga" superior é analisada para o cálculo da força no apoio (F_a) pela Equação 3.7 de equilíbrio dos momentos entre o empuxo ativo e passivo em relação ao ponto N.

 $\sum M_N = 0 \leftrightarrow \sum (E_a^1, L_a - E_n^1, L_n - F_a, b_a)$



Figura 3.13 – Cálculo da força no apoio.

V. Ainda analisando somente a "viga" superior, o cálculo da força fictícia
 R é realizado pelo equilíbrio das forças horizontais de acordo com a
 Equação 3.8:

$$\sum F_h = 0 \leftrightarrow R = \sum \left(E_a^1 - E_p^1 - F_a \right)$$
(3.8)

VI. Agora analisando a "viga" isostática inferior, o cálculo do comprimento
 d" é realizado pelo equilíbrio dos momentos em relação ao ponto P, como se mostra na Equação 3.9.



Figura 3.14 – Cálculo da profundidade enterrada (ficha).

(3.7)

$$\sum M_P = 0 \leftrightarrow \sum \left(E_{a,2} \cdot L_a - E_{p,2} \cdot L_p + R \cdot b_b \right) = 0$$
(3.9)

VII. Após o cálculo do comprimento d" é possível determinar a profundidade enterrada (ficha) da cortina. A ficha é a soma:

$$f = d^{\prime\prime} + u \tag{3.10}$$

 VIII. Para garantir o engastamento deve-se ainda aumentar a ficha em 20%, logo a altura enterrada de projeto será:

$$f_d = 1,2 * f \tag{3.11}$$

IX. O cálculo dos diagramas de momento fletor e força cisalhante é realizado utilizando-se a mesma metodologia da teoria das estruturas para uma viga isostática.



Figura 3.15 – Diagramas dos esforços na estrutura.

- X. Utilizando-se os valores máximos do momento fletor e da força cisalhante, é realizado o dimensionamento da estrutura de contenção
- XI. Como a força no apoio cálculo na Equação 3.8 é realizado o dimensionamento dos tirantes.

A prática regional utiliza o método da base engastada (Fixed Earth Support), pois é considerado o mais "seguro", uma vez que é necessário aumentar a profundidade enterrada para garantir o engastamento (Δx - Figura 3.10). No entanto, o relatório 104 da CIRIA (Padfield e Mair., 1984) recomenda que esse método não seja utilizado em solos argilosos, já que o "engastamento" é perdido a longo prazo devido a reologia da argila, também não é recomendado em estruturas de contenção mais rígidas (por exemplo, parede diafragma), pois observou que não ocorre ponto de inflexão nesses tipos de cortinas e, por fim, cortinas escorada (o método subestima as cargas nas escoras, pois em cortinas escoradas há uma concentração de tensões no nível das escoras - ver item 2.2).

3.1.3 Fator de Segurança

Desde metade do século passado até os dias de hoje existe um debate considerável sobre como os empuxos, ativo e passivo, são distribuídos em uma estrutura de contenção enterrada. Por exemplo, em uma cortina enterrada apoiada no topo, os métodos clássicos consideram que ela tenderá a sofrer uma ruptura por rotação em forma de corpo rígido sobre o suporte (Figura 3.16).



Figura 3.16 – Hipóteses assumidas pelo método - a) Modo de ruptura – b) Distribuição dos empuxos.

Em resposta a rotação da cortina, o método assume que os empuxos (ativo e passivo) aumentem linearmente com a profundidade, formando um triângulo, como mostrado na Figura 3.16.

A distribuição dos empuxos mostrado na Figura 3.16 corresponde às condições limites, ou seja, quando a cortina está à beira da ruptura por rotação. As tensões atrás da parede estão com os mínimos valores possíveis (limite ativo), enquanto que as tensões na frente da cortina estão com seus máximos valores possíveis (limite passivo).

No entanto, Terzaghi (1943) constatou, a partir de seus experimentos em modelos físicos, que em muitos solos, principalmente as areias, o coeficiente de empuxo lateral in situ ($K_0 = \sigma'_H / \sigma'_V$) está perto do limite ativo (Figura 3.17). Nessas condições, as tensões no solo atrás da cortina caem para os valores mínimos (limite ativo) após um pequeno movimento da parede (Figura 3.17).



b)

Figura 3.17 – Mobilização do empuxo em relação ao deslocamento – a) Experimento de Terzaghi, 1943 – b) Empuxo mobilizado em condições de serviço (estrutura rígida).

Já em frente à cortina são requeridos movimentos um pouco maiores do que os aceitáveis sob as condições de operacionalidade (estado limite de serviço). Nestes casos, é de se esperar que a estrutura de contenção sob condições de operacionalidade esteja em equilíbrio sob a ação do empuxo ativo e sob um empuxo passivo inferior ao previsto (Figura 3.17).

Então, para que uma cortina fique suficientemente distante da ruptura, Terzaghi recomenda que seja aplicado um fator de segurança (F_s) sobre o empuxo passivo. Essa abordagem tem como objetivo desconsiderar parte do empuxo passivo, como mostrado na Figura 3.18.



Figura 3.18 – Introdução do fator de segurança.

3.1.4 Estruturas de Contenção Descontínuas

O método clássico foi desenvolvido inicialmente para estruturas de contenção contínuas (Figura 3.19), como, por exemplos, cortinas de estacas prancha, parede diafragma, etc. No entanto, é possivel aplicá-lo para o dimensionamento de estruturas descontínuas, como é o caso das cortinas de perfil pranchado (soldier pile wall, king post wall, muro tipo Berlim, etc.).

Antes de realizar as análises é necessário aplicar alguns ajustes para levar em consideração a descontinuidade do muro de contenção.



Figura 3.19 – Estruturas contínuas versus descontínuas – a) cortina contínua (empuxo passivo 100% mobilizado) – b) cortina descontínua.

Por exemplo, em uma parede diafragma (estrutura contínua) a zona passiva mobilizada abaixo do nível da escavação será de 100%, já em uma cortina de perfil pranchado a zona passiva mobilizada depende, a princípio, da largura do perfil e o espaçamento entre eles (Figura 3.19).

No entanto, devido ao efeito arco do solo e o espraiamento das tensões (Figura 3.20), a largura do perfil pode ser virtualmente aumentada por um fator de

ajuste em até três vezes, ou seja, a zona de empuxo passivo mobilizado deixa de ser somente a largura do perfil (b_f) e passa a ser até três vezes maior (Figura 3.20).

A largura virtual ou largura ajustada pode ser calculada pelas seguintes Equações (Caltrans, 2001):

$$fator \ de \ ajuste = (0,08, \phi') \le 3,0$$
 (3.12)

$$largura a justada = (largura real). (0,08. \phi')$$
(3.13)

E consequentemente, a zona de empuxo passivo mobilizado é dada pela seguinte equação:

$$E_M = \frac{largura \, ajustada}{espaçamento \, dos \, perfis} \tag{3.14}$$



Figura 3.20 – Mobilização do empuxo passivo – a) Empuxo passivo mobilizado apenas sobre a largura do perfil – b) espraiamento das tensões – c) Efeito combinado de algumas estacas.

Por exemplo, se em uma estrutura de contenção com perfis metálicos de 0,2m de largura espaçados a cada 1,5m for construída em um terreno de solo granular com ângulo de atrito de 30°, a zona passiva mobilizada será de:

$$E_M = \frac{(Largura \ Efetiva). \ (0,08. \ \phi')}{Espaçamento \ dos \ Perfis} \therefore \frac{(0,2) * (0,08.30)}{1,5} \therefore \frac{0,48}{1,5} = 0,32$$

Ou seja, se a geometria na porção enterrada da cortina fosse contínua a área de empuxo passivo mobilizado seria de 100%, no entanto, como a estrutura é descontínua a zona passiva mobilizada é de 32% (Figura 3.21).



Figura 3.21 - Porcentagem da área de empuxo passivo mobilizado.

3.1.5 Vantagens e Limitações do Método Clássico

O método clássico é baseado na simples distribuição linear das tensões laterais, na realidade, como discutido no capítulo 2, a distribuição dos empuxos laterais podem apresentar diversos formatos.

Outra desvantagem é que o cálculo por método clássico é baseado somente na resistência do solo, ou seja, a rigidez do solo não é levada em conta, consequentemente o método não dá qualquer indicação dos movimentos da cortina. Além disso, estruturas hiperestáticas (por exemplo, cortinas multi-ancoradas) e os carregamentos não uniformes na superfície (ver Figura 3.22) requerem consideráveis hipóteses simplificadoras, que geralmente não refletem a condição real em campo.



Figura 3.22 – Métodos utilizados para determinar a variação do empuxo lateral devido a um carregamento na superfície – a) Carregamento finito uniformemente distribuído (Pappin, 1986) – b) Carregamento finito uniformemente distribuído (Georgiadis et al, 1998).

No entanto, apesar das várias limitações citadas acima, deve-se reconhecer que o método clássico é bastante útil, pois possui a grande vantagem de as análises serem realizadas com poucos dados de entrada e, mesmo assim, fornecer resultados razoavelmente confiáveis. Embora, na grande maioria das vezes, serem bastante conservadores devido a introdução de altos fatores de segurança visando cobrir as imprecisões tanto dos parâmetros do solo utilizados como também as conhecidas limitações do método.

3.1.6 Software de Dimensionamento – Sheeting Design

O software comercial GEO5, mais especificamente o módulo de dimensionamento de estruturas de contenção denominado "Sheeting Design" foi utilizado no presente trabalho. O software é desenvolvido pela empresa FINE Engineering Software Ltd. da República Tcheca e foi escolhido por ser um dos mais utilizados na prática regional.

O programa permite que o dimensionamento seja realizado tanto pelo método "Free Earth Suport" como também pelo "Fixed Earth Suport" e as análises são feitas utilizando-se os mesmos cálculos e procedimentos descritos nos itens 3.1.1 e 3.1.2. Já os empuxos (ativo e passivo) considerados no programa estão descritos nos itens abaixo.

O empuxo ativo (E_a) no software é calculado pelo método de Coulomb:

$$E_a = \sigma_z K_a - c' K_{ac} \tag{3.15}$$

Onde:

- σ_z : tensão vertical;
- K_a : coeficiente de empuxo ativo;
- c': coesão efetiva;
- K_{ac} : coeficiente de empuxo ativo devido à coesão.

O coeficiente de empuxo ativo (K_a) é dado por:

$$K_a = \frac{\cos^2(\phi' - \alpha)}{\cos^2 \alpha . \cos(\alpha + \delta) . \left(1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi' + \delta) . \sin(\phi' + \beta)}{\cos(\alpha + \delta) . \sin(\alpha - \beta)}}\right)^2}$$
(3.16)

O coeficiente de empuxo ativo devido à coesão é dado por:

$$K_{ac} = \frac{K_{ahc}}{\cos(\alpha + \delta)}$$
(3.17)

Onde:

$$K_{ahc} = \frac{\cos \phi' \cdot \cos \beta \cdot \cos[(\delta - \alpha) \cdot (1 + \tan(-\alpha) \cdot \tan \beta)]}{1 + \sin(\phi' + \delta + \alpha - \beta)}$$
(3.18)

- $-\phi'$: ângulo de atrito efetivo do solo;
- δ : ângulo de atrito solo-estrutura;
- β: inclinação do terreno;
- $-\alpha$: inclinação da estrutura de contenção.

Já o empuxo passivo (E_p) no software é determinado pelo método de Rankine adaptado por Mazindrani e Ganjali (1997):

$$E_p = \sigma_z . K'_p \tag{3.19}$$

Onde:

- $-\sigma_z$: tensão vertical na profundidade analisada
- $-K'_p$: coeficiente de empuxo passivo

O coeficiente de empuxo passivo formulado por Mazindrani e Ganjali é dado pela seguinte Equação:

$$K'_{p} = \frac{1}{\cos^{2} \phi'} \cdot \left[2 + 2\left(\frac{c'}{\sigma_{z}}\right) \cdot \cos \phi' \cdot \sin \phi' + \sqrt{4 \cdot \left(1 - \cos^{2} \phi'\right) + 4 \cdot \left(\frac{c'}{\sigma_{z}}\right)^{2} \cdot \cos^{2} \phi' + 8 \cdot \left(\frac{c'}{\sigma_{z}}\right) \cdot \cos \phi' \cdot \sin \phi'} \right] - 1$$
(3.20)

3.2 Método dos Elementos Finitos

Uma grande parcela dos problemas de engenharia não possui solução analítica viável, pois envolve materiais com características, comportamentos e condições de contorno complexas. Tal cenário nos revela as limitações da mente humana, já que nem sempre conseguimos compreender fenômenos que nos rodeiam de uma forma integrada.

Assim, o procedimento natural dos engenheiros consiste na subdivisão dos sistemas nos seus componentes individuais, cujo comportamento é conhecido, para mais tarde reconstruir o sistema original, permitindo a sua interpretação

Nesse sentido surgiu o método dos elementos finitos. A ideia básica do método dos elementos finitos é encontrar a solução de um problema complicado substituindo-o por vários outros mais simples, no entanto interligados e dependente entre si.

Para isto, é feito um processo geral de discretização de um sistema contínuo complexo em elemento mais simples, regido por leis matemáticas conhecidas (Figura 3.23). Consequentemente, já que o problema real é substituído por um mais simples, o resultado encontrado é apenas uma solução aproximada ao invés da solução exata.



Figura 3.23 - Peça contínua transformada em vários "elementos finitos" menores.

Nos últimos anos têm sido inúmeras as aplicações deste método aos problemas que envolvem a geotecnia, muito em particular aos casos de estruturas de contenção de escavações. A aplicabilidade deste método é de fato surpreendente, já que, além de apresentar uma sólida fundamentação teórica e um apreciável nível de sofisticação, se tem revelado muito versátil, possibilitando:

- a consideração, com grande detalhe, da geometria da escavação e das condições do terreno natural, nomeadamente a sua estratigrafia e a posição do nível freático;
- a consideração de cargas e deslocamentos impostos, com múltiplas disposições e variações ao longo do tempo;
- a simulação das etapas construtivas;
- a utilização de diversas leis constitutivas para simular o comportamento dos diversos materiais envolvidos, que poderão ser variáveis com o tempo e com o estado de tensão;

a consideração da interação entre o solo e a estrutura de suporte.

Para a elaboração desta dissertação foi escolhido o programa de cálculo automático PLAXIS 3D (versão 2013). Trata-se de um software comercial criado com a finalidade de determinação do estado de deformação e de tensão em solos. O seu desenvolvimento foi iniciado em 1987, pela universidade holandesa *Technical University of Delft*. Atualmente a empresa PLAXIS b.v., detentora dos direitos do programa é responsável pelo contínuo desenvolvimento do mesmo.

A escolha deste programa de cálculo resultou de um conjunto de fatores, dos quais se destaca o fato de ser um software comercial, amplamente utilizado e testado em todo o mundo. Além de possuir uma interface gráfica bastante simples e intuitiva, tanto na introdução de dados como na análise dos resultados, outro fator que contribuiu foi que no programa estão implementados os mais recentes desenvolvimentos em relação aos modelos constitutivos dos materiais.

3.2.1 Modelos Constitutivos

Um dos aspectos fundamentais para a obtenção de bons resultados com a utilização de um modelo de elementos finitos consiste na correta definição dos diversos modelos constitutivos. Existem atualmente várias alternativas, desde os mais simples, como o modelo linear elástico, até aos mais complexos, como, por exemplo, os modelos de solos moles que acoplam o comportamento mecânico (resistência + plasticidade + fluência) ao comportamento hidráulico (percolação).

A escolha do modelo constitutivo a ser utilizado nem sempre é fácil, pois, se por um lado é certo que um modelo mais recente e complexo tende a traduzir melhor as propriedades dos materiais, este necessitará de uma maior quantidade de parâmetros, que nem sempre estarão disponíveis.

Abaixo está descrito o modelo constitutivo utilizado no trabalho, modelo de enrijecimento plástico com rigidez à pequenas deformações (Hardening Soil Model-Small Strain).

3.2.2 Modelo de Enrijecimento Plástico

Na grande maioria dos problemas geotécnicos existe, em regra geral, razoável informação acerca dos parâmetros de resistência do maciço, mas pouca informação sobre a deformabilidade do mesmo. Esta situação resulta, em parte, da complexidade da relação tensão-deformação, bem como da variabilidade da rigidez do solo em função da tensão de confinamento e da trajetória de tensões.

Pelas razões enumeradas, torna-se difícil estabelecer um valor da deformabilidade que possa ser utilizado numa lei constitutiva do tipo Mohr-Coulomb. Já o modelo de enrijecimento plástico (hardening soil model) permite uma representação do comportamento do solo muito mais próxima da realidade, em especial no que respeita à simulação dos ciclos de descarga e recarga, impostos pelas sucessivas fases de escavação e aplicação de pré-esforço nas ancoragens.

O modelo de enrijecimento plástico é um modelo elastoplástico, cuja superfície de escoamento não é fixa no espaço das tensões principais, podendo expandir, ocorrendo durante essa expansão deformações plásticas irreversíveis.

Durante a expansão da superfície de escoamento podem ocorrer dois tipos de endurecimento (ou enrijecimento): o endurecimento por cisalhamento, utilizado para modelar as deformações plásticas causadas por um incremento das tensões desviadoras e o endurecimento por compressão isotrópica, que modela as deformações plásticas causadas por uma compressão primária num carregamento isotrópico (Figura 3.24).



Figura 3.24 – Formas de enrijecimento plástico.

Quando um corpo de prova de solo é submetido a uma tensão desviadora sofre uma diminuição de rigidez e simultaneamente uma deformação plástica irreversível. Durante um ensaio, a curva que relaciona a deformação axial (ε_1) com a tensão desviadora (q) pode ser razoavelmente aproximada por uma hipérbole (Figura 3.25).



Figura 3.25 – Variação da rigidez ao longo do ensaio triaxial.

Esta relação, formulada inicialmente por Konder e Zelasko (1963), foi posteriormente introduzida no conhecido modelo hiperbólico por Duncan e Chang (1970).

O modelo de enrijecimento plástico consegue, no entanto, superar este último em três aspectos de grande importância:

- utiliza a teoria da plasticidade, em vez da teoria da elasticidade;
- inclui a dilatância do solo;
- introduz a superfície de escoamento por compressão, que conduz a uma região elástica fechada (Figura 3.26).



Figura 3.26 - Regiões de deformação plásticas e elásticas.

Dentre as principais características deste modelo constitutivo destacam-se:

- a capacidade de variação da rigidez do solo com a tensão de confinamento (através do parâmetro *m*);
- a consideração de deformações plásticas provocadas por incrementos de

tensão cisalhante (através do parâmetro E_{50} – Figura 3.27);

- a consideração de deformações plásticas devidas a incrementos de tensão isotrópica (através do parâmetro E_{oed} – Figura 3.27);
- a possibilidade de utilização de diferentes parâmetros de rigidez, quer seja para representar a trajetória de tensões de primeiro carregamento ou representar a trajetória de descarregamento-recarregamento (por intermédio dos fatores E_{ur} e v_{ur} – Figura 3.27);
- a utilização da envoltória de ruptura de acordo com o critério de Mohr-Coulomb (considerando os valores de c', φ' e ψ).



Figura 3.27 – Parâmetros utilizados para representar cada região do comportamento do solo.

Em um ensaio triaxial drenado, a relação entre a deformação axial (ε_1) e a tensão desviadora (q), ilustrada pela Figura 3.28, pode ser descrita pela Equação:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2E_{50}} \frac{q}{1 - (q/q_a)}$$
 para $q < q_f$ (3.21)

em que q_a representa a assímptota da hipérbole e q_f o valor máximo da tensão desviadora (tensão de ruptura obtida no ensaio).

Derivando a Equação 3.21 em relação a ε_1 , obtêm-se um valor para a rigidez tangente inicial E_0 igual a $2E_{50}$.



Figura 3.28 – Relação hiperbólica entre tensão e deformação.

O valor de q_f pode ser derivado a partir da envoltória de ruptura de Mohr-Coulomb:

$$q_f = (c \cot \phi' + {\sigma'}_3) \frac{2 \sin \phi'}{1 - \sin \phi'}$$
(3.22)

Quando a tensão desviadora atinge o valor de q_f , e a assímptota da hipérbole, q_a , determina o parâmetro R_f , que pode ser considerado igual a 0,9 quando não existirem dados do solo que o permitam determinar.

$$R_f = \frac{q_f}{q_a} \tag{3.23}$$

O valor de E_{50} , que consiste no módulo de deformabilidade secante para a tensão desviadora correspondente a metade da tensão desviadora máxima, para uma determinada tensão efetiva de confinamento σ'_3 , pode ser calculado através da Equação seguinte:

$$E_{50} = E_{50}^{ref} \left(\frac{c' \cos \phi' - \sigma'_3 \sin \phi'}{c' \cos \phi' + p'^{ref} \sin \phi'} \right)^m$$
(3.24)

onde E_{50}^{ref} é o módulo de Young de referência relacionado ao primeiro carregamento, determinado com base numa tensão efetiva de confinamento de referência p'^{ref} .

É conveniente observar que, na Equação 3.24, o valor de σ'_3 é negativo para uma tensão de compressão.

O parâmetro m, que estabelece a dependência da deformabilidade com as tensões, poderá ser considerado igual a 1,0 para solos argilosos moles. Em numerosos estudos realizados em areias e siltes, o valor de m situa-se entre 0,5 e 1,0 (Von Soos, 1990). No entanto, é importante que seja determinado, a partir de ensaios triaxiais, um valor para esta variável.

Para descrever a rigidez do solo de forma muito mais precisa do que o modelo de Mohr-Coulomb, o modelo constitutivo hardening soil utiliza uma rigidez distinta para o caso de uma trajetória de primeiro carregamento e outra rigidez para uma trajetória de descarregamento ou recarregamento. Para este último caso, a deformabilidade é calculada de forma muito semelhante à situação de primeiro carregamento:

$$E_{ur} = E_{ur}^{ref} \left(\frac{c' \cos \phi' - \sigma'_3 \sin \phi'}{c' \cos \phi' + p'^{ref} \sin \phi'} \right)^m$$
(3.25)

onde E_{ur}^{ref} é o módulo de Young de referência no descarregamento ou recarregamento, determinado com base numa tensão efetiva de confinamento p'^{ref} .

Ao contrário dos modelos baseados na teoria da elasticidade, num modelo elastoplástico, de que é exemplo o modelo de enrijecimento plástico, não existe uma relação única entre o módulo de deformabilidade triaxial E_{50} e o módulo de deformabilidade triaxial e o módulo de deformabilidade edométrico E_{eod} . Este último é determinado pela Equação seguinte:

$$E_{oed} = E_{oed}^{ref} \left(\frac{c' \cos \phi' - \sigma'_1 \sin \phi'}{c' \cos \phi' + p'^{ref} \sin \phi'} \right)^m$$
(3.26)

onde E_{oed}^{ref} é o módulo de Young edométrico de referência, determinado com base numa tensão efetiva de confinamento p'^{ref} , tal como mostra a Figura 3.29. Notese que admite na Equação valores positivos para as tensões de compressão.



Figura 3.29 - Definição do módulo de deformabilidade edométrico.

3.2.3 Superfície de Escoamento

A forma da função de escoamento plástico varia no espaço das tensões principais à medida que ocorre o endurecimento dos materiais. Na Figura 3.30 estão representadas as sucessivas funções de escoamento, que vão culminar no critério de ruptura de Mohr-Coulomb, quando a tensão de desvio atinge o valor q_f . Para o caso particular em que o valor de m é considerado igual à unidade, as funções de escoamento deixam de ser curvas e passam a ser retas, já que a dependência da rigidez em relação à tensão de confinamento passa a ser linear.



Figura 3.30 - Evolução da superfície de escoamento com o endurecimento.

As superfícies de escoamento representadas na Figura 3.30 são, no entanto, insuficientes para explicar a variação de volume que ocorre em ensaios de compressão isotrópica. Torna-se necessária a utilização de uma superfície de escoamento adicional, que feche a região elástica na direção do eixo da tensão isotrópica. Sem esta superfície de escoamento, não seria possível a consideração de valores independentes para os parâmetros E_{50}^{ref} e E_{oed}^{ref} .

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1312973/CA

De forma semelhante à deformabilidade triaxial, definida por E_{50}^{ref} , que controla a superfície de escoamento por cisalhamento, o módulo de deformabilidade oedométrico, definido por E_{oed}^{ref} , controla a envoltória de escoamento por compressão.

A superfície de escoamento de compressão é, no plano p' - q, definida por um elipse, tal como representado na Figura 3.31 O seu comprimento no eixo p'vale p'_p e no eixo q vale $\alpha . p'_p$. O valor p'_p corresponde à tensão de préconsolidação e α é determinado a partir do valor de K_0 (coeficiente de empuxo em repouso).



Figura 3.31 - Superfície de escoamento do modelo Hardening Soil no plano p'-q.

A Figura 3.32 representa a superfície de escoamento do modelo hardening soil no espaço das tensões principais, para o caso particular em que a coesão é nula.



Figura 3.32 – Superfície de escoamento do modelo hardening soil no espaço das tensões principais (com coesão nula).

3.2.4 Obtenção dos Parâmetros

A Tabela 3.1 apresenta, de forma resumida, os parâmetros necessários à completa definição de um modelo constitutivo do solo do tipo hardening soil com rigidez a pequenas deformações.

Parâmetros de Resistência	ϕ'	ângulo de atrito efetivo	(°)
	<i>c'</i>	coesão efetiva	(kPa)
	ψ	ângulo de dilatância na ruptura	(°)
Parâmetros de Rigidez	E ₅₀	módulo de rigidez secante - triaxial drenado	(kPa)
	Eoed	módulo edométrico	(kPa)
	Eur	módulo de rigidez no descarregamento-recarregamento - triaxial drenado	(kPa)
	m	módulo expoente para rigidez dependente da tensão	-
	v _{ur}	coeficiente de Poisson no descarregamento-recarregamento	-
Características Iniciais	POP	tensão de sobre adensamento	(kPa)
	OCR	taxa de sobre adensamento	-
	K ₀	coeficiente de empuxo em repouso	-
Parâmetros de Rigidez à Pequenas Deformações	G ₀	módulo cisalhante máximo	(kPa)
	Ŷ0,7	deformação cisalhante no qual G₀ foi reduzido para 70%	-

Tabela 3.1 - Resumo dos parâmetros exigidos pelo modelo constitutivo HSM-SS.

A realização de ensaios edométricos permite determinar o valor do parâmetro E_{oed}^{ref} , a tensão de sobre adensamento e ainda o grau de sobreconsolidação da amostra, indispensáveis para definir o estado de tensão inicial do maciço.

O módulo cisalhante inicial G_0 pode ser obtido em ensaios geofísicos, por exemplo, bender element, cross hole, etc. Já o parâmetro $\gamma_{0,7}$ corresponde à deformação cisalhante no qual o G_0 foi reduzido em 30% do valor inicial (Figura 3.25).



Figura 3.33 – Curva de degradação do módulo de deformação cisalhante (*G*).

E o $\gamma_{0.7}$ pode ser obtido no ensaio triaxial pelo seguinte procedimento:

I. Em primeiro lugar, é necessário obter o módulo cisalhante correspondente a 70% do módulo cisalhante máximo (G_0), e ele pode ser calculado pela seguinte Equação:

$$G_{0,7} = \frac{G_0}{1,385} \tag{3.27}$$

II. Em seguida, pode-se encontrar o módulo de Young (*E*) correspondente ao $G_{0,7}$.

$$E_{0,7} = 2(1 + v_{ur}).G_{0,7}$$
(3.28)

III. E por fim, pode-se encontrar a deformação cisalhante no ensaio triaxial correspondente ao $E_{0,7}$ (Figura 3.26). A deformação cisalhante no ensaio triaxial é calculado pela Equação abaixo:

$$\gamma = \varepsilon_{axial} - \varepsilon_{radial} \tag{3.29}$$



Figura 3.34 - Curva tensão-deformação no ensaio triaxial.

O restante dos parâmetros pode ser determinado através de ensaios triaxiais. O parâmetro *m* pode ser estimado tanto nos ensaios edométricos como também nos ensaios triaxiais, basta realizar ensaios em níveis de tensões diferentes.

3.2.5 Importância da Qualidade dos Parâmetros Geotécnicos

Há vários casos na literatura técnica nacional e internacional que demonstram a capacidade do MEF em prever com razoável exatidão as tensões e os deslocamentos gerados por escavações profundas. Os últimos anos têm sido marcados por sucessivos avanços tanto em relação aos modelos constitutivos como também em relação à capacidade do software em modelar, por exemplos, problemas 3D, análise não linear da interface solo-estrutura, fluxo acoplado à deformação etc.

Atualmente está bem claro que o sucesso das análises numéricas está diretamente relacionado com a qualidade dos parâmetros geotécnicos fornecidos aos métodos. Uma das principais preocupações que o projetista deve ter antes do emprego de um método numérico é garantir que os parâmetros necessários à análise seja obtido da melhor forma possível.

Nesse sentido, sabe-se que os ensaios de laboratório são os mais indicados para obter os parâmetros geotécnicos, pois é possível controlar e medir todas as variáveis importantes durante o ensaio. Mesmo assim, o projetista deve levar em conta os efeitos de amostragem, a variabilidade natural do solo, o efeito escala, a anisotropia (tanto da rigidez como também da resistência) e os efeitos do nível de tensão e deformação na seleção dos parâmetros geotécnicos.

Além disso, há caso como, por exemplo, em areias, onde a obtenção de amostras indeformadas é extremamente difícil e, nesses casos, ensaios com pressiômetro passam a ser mais indicados.

Outro ponto muito importante é a relevância do empuxo em repouso (K_0) nas análises numéricas. Finno (2011) realizou uma análise de sensitividade dos parâmetros do modelo constitutivo de enrijecimento plástico (hardening soil model) para uma análise de escavação (Figura 3.35) e concluiu que a sensitividade do K_0 só é menor do que a do ângulo de atrito do solo (ϕ).

Apesar da importância do K_0 nas análises numéricas, a obtenção direta desse parâmetro na prática brasileira é muito difícil, já que os equipamentos capazes de mensurar a relação σ_H/σ_V (por exemplos, pressiômetro, dilatômetro e triaxial K_0) estão restritos a pouquíssimas empresas e universidades.

Em consequência disso, a grande parte dos projetistas é obrigada a recorrer às correlações (por exemplo, Jaky 1944: $K_0 = 1 - \sin \phi'$). O maior problema é que essas correlações são bem aceitas em solos sedimentares, mas falta evidências da sua eficácia em solos residuais tropicais (solos da região).



3.2.6 Vantagens do Método dos Elementos Finitos

Dentre às principais vantagens do método dos elementos finitos (MEF) em relação ao método clássico de cálculo estão as capacidades de:

- modelar a interação solo-estrutura,
- prever os deslocamentos, e
- calcular as poropressões, fluxo e as forças de percolação.

A análise da interação solo-estrutura é extremamente importante em estruturas de contenção, já que sempre que se executa uma escavação surgem movimentos no terreno, esses deslocamentos inevitavelmente alteram o estado de tensão do terreno.

Deste modo, a magnitude das tensões depende dos deslocamentos (Figura 3.36) e os deslocamentos por sua vez, variam com a magnitude do empuxo, ou seja, é um processo interativo e integrado que apenas análises numéricas conseguem resolver.

Além disso, o MEF (ao contrário do método clássico) consegue, pelo menos em parte, avaliar a redistribuição das tensões (Figura 2.6) causada principalmente pelo arqueamento do solo.



Figura 3.36 – Distribuição dos empuxos – a) Estágio 1 – b) Estágio final (Goh et al, 2005).

Outra grande vantagem do MEF é a capacidade de prever os deslocamentos (Figura 3.37). Essa análise passa a ser muito importante quando há edifícios, ruas, tubulações, etc. perto do muro de contenção, pois o engenheiro pode prever e avaliar se os deslocamentos gerados pela execução da escavação podem afetar a operacionalidade das estruturas e serviços circunvizinhos (Estado Limite de Serviço - item 3.3). Além disso, a previsão dos movimentos permite que o método observacional seja aplicado (item 3.4).



Figura 3.37 – Recalques acumulativos nos estágios construtivos – a) primeiro nível da escavação – b) segundo nível da escavação e a colocação do primeiro nível de escoramento – c) nível da escavação final e colocação do segundo nível de escoramento.

E, por fim, o MEF também é capaz de analisar as poropressões e o fluxo, isto se torna importante em casos onde a diferença entre os níveis d'agua entre o lado escavado e o lado do solo contido é grande, podendo resultar no levantamento do fundo da escavação (Figura 3.38) e consequentemente a ruptura da estrutura de contenção.



Figura 3.38 – Efeitos da força de percolação – a) Fluxo no fundo da escavação – b) Ruptura causada por levantamento do fundo da escavação.

3.3 Estado Limite de Serviço

Historicamente, engenheiros civis foram ensinados a dimensionar apenas para o estado limite último, ou seja, para o caso de ruptura. Entretanto, na maioria dos casos, danos à estrutura levam à perda de sua funcionalidade muito antes do colapso, isto é, torna-se inutilizável sem que ocorra uma ruptura em si. Ao invés de garantir somente que não ocorra o colapso é ainda mais importante garantir que a estrutura projetada funcione durante toda a sua vida útil.

O estado limítrofe onde a estrutura perde a sua operacionalidade é denominado "estado limite de serviço". Embora em alguns casos seja difícil de estabelecer previamente esse estado, no caso específico de escavações profundas as principais causas da perda de funcionalidade das estruturas vizinhas e do próprio muro de contenção são os deslocamentos excessivos. Portanto, é primordial que o projeto seja condicionado nas seguintes questões:

- quanto deslocamento é permitido ?
- qual é o projeto ideal para manter os deslocamentos dentro dos valores permitidos?

Dentre os métodos para avaliar quanto deslocamento é permitido em edifícios estruturados estão as propostas de Skempton *et al.* (1956)¹, Meyerhof

(1956)², Polshin e Tolkar (1957)³, Meyerhof (1953)⁴ e Grant *et al.* (1974)⁵ (Tabela 3.2).

Essas metodologias (que foram elaboradas a partir de dados empíricos, propõem que quando a distorção angular (β - Figura 3.39) ultrapassa os valores máximos admissíveis apresentados na Tabela 3.2, a probabilidade de que ocorra danos à estrutura é grande.



Figura 3.39 – Distorção angular.

Fator Limitante para Edifícios Estruturados	Distorção Angular Máxima Admissível β)
Danos Estruturais	1/150(1); 1/250(2); 1/200(3)
Rachaduras nas Paredes	1/150(1) a 1/500(2)
Danos Estruturais em Pórticos	1/300(4 e 5)

Tabela 3.2 - Distorção angular máxima admissível.

3.4 Método observacional

Em resumo, o princípio do método observacional é acompanhar as respostas do solo/estrutura através de medições em campo (deslocamento e/ou tensões) e compará-las com as previstas em projeto. Por exemplo, se uma escavação for executada ao lado de um edifício já existente (Figura 3.40), os

recalques gerados devido à escavação podem danificar a estrutura do prédio vizinho.

Portanto, a abordagem correta é: em primeiro lugar, dimensionar a estrutura de contenção para que os inevitáveis recalques fiquem em uma faixa segura, onde provavelmente não causarão danos a estrutura da edificação vizinha. Em seguida, o projetista deve elaborar um plano de instrumentação capaz de medir todas as variáveis relevantes (recalque, deflexão, poropressão, etc.) nos pontos críticos da obra. Por fim, é necessário que seja realizado o acompanhamento contínuo da obra e a comparação previsto versus medido, até os recalques estabilizarem.

Se durante o acompanhamento os recalques estiverem em um nível muito menor do que o previsto, indica que o projeto foi superdimensionado e medidas de otimização, tal como a redução do número de escoras ou tirantes podem ser discutidas (Figura 3.40). Caso os recalques estiverem em um nível superior ao previsto, o projetista deve ter um plano de contingência (por exemplo, aumentar o número de escoras ou tirantes) pronto para ser empregado, para que os níveis de recalques retornem aos padrões aceitáveis e não causem danos à estrutura vizinha ou até mesmo a ruptura geral do terreno.



Figura 3.40 – Aplicação do método observacional (adaptado de Nicholson et al. 1999).

3.5 Dimensionamento de Tirantes

Tirantes são basicamente constituídos por um ou mais elementos de aço (barras, fios ou cordoalhas) capaz de suportar esforços de tração e de transmitilos ao solo através da interação com o bulbo (Figura 3.41).



Figura 3.41 - Componentes do tirante.

O bulbo é formado pela injeção de calda de cimento sob pressão. A Figura 3.42 ilustra a influência da pressão de injeção sobre o formato e tamanho do bulbo. Isto é, quanto maior a pressão de injeção maior será o diâmetro do bulbo e consequentemente maior o efeito de ancoragem. Já que o comportamento de uma ancoragem em solo é fundamentalmente governado pelo mecanismo de transferência da carga entre tirante e o maciço de solo através de interações na interface solo-bulbo (Figura 3.43)



Para efeitos de projeto a resistência frontal do bulbo (Figura 3.43) é geralmente desprezada e a capacidade de carga da ancoragem é considerada função apenas da sua resistência lateral.



Figura 3.43 – Resistência lateral dos tirantes.

Portanto, a capacidade de carga dos tirantes (Q_u) é dada pela seguinte equação:

$$Q_u = \pi. D_s. L_s. q_s \tag{3.30}$$

Onde:

- D_s: diâmetro nominal da ancoragem;

- *L_s*: comprimento de ancoragem (ou bulbo);

 $- q_s$: resistência lateral unitária limite do tirante.

A resistência lateral (q_s) pode ser determinada a partir de ensaios de arrancamento realizado no próprio local onde se deseja executar os tirantes. Ou pode ser estimada por correlações. Por exemplo, a resistência lateral (q_s) pode ser estimada a partir do número de golpes do ensaio SPT (N_{SPT}) , a Figura 3.44 apresenta a correlação proposta por Bustamante e Doix (1985) e a Tabela 3.3 apresenta os valores sugeridos pela FHWA (Sabatini *et al*, 1999).



Figura 3.44 – Correlação entre a resistência lateral de solos arenosos e o N_{SPT} (adaptado de Bustamante e Doix, 1985).

Tipo de Solo	Densidade relativa consistência Faixa de SPT*	Resistência lateral última (kN/m)
	Fofa (4-10)	145
Areia e Pedregulho	Média Densidade (11-30)	220
	Densa (31-50)	290
	Fofa (4-10)	100
Areia	Média Densidade (11-30)	145
	Densa (31-50)	190
	Fofa (4-10)	70
Areia e Silte	Média Densidade (11-30)	100
	Densa (31-50)	130
- Misturas de silte e argila de	Rijas (10-20)	30
baixa plasticidade - Areias micáceas - Misturas de silte	Duras (21-40)	60

Tabela 3.3 – Correlação entre a resistência lateral e o N_{SPT} (Sabatini *et al*, 1999).

Para o dimensionamento dos tirantes a NBR-5629 recomenda que a capacidade de carga última (Q_u) do tirante seja dividida por um fator de segurança. Os valores do fator de segurança contra o arrancamento devem ser no mínimo 1,75 (para tirantes definitivos) e 1,5 (tirantes provisórios).

$$Q_{ADM} = Q_u / Fator \, de \, segurança$$
 (3.31)

Já em relação à posição do bulbo e o espaçamento entre os tirantes é importante garantir que o bulbo seja ancorado na região estável do maciço (Figura 3.45). Além disso, os bulbos devem estar suficientemente distantes entre si para que não ocorra interferência entre as tensões geradas entre eles.

A Figura 3.45 apresenta algumas recomendações da FHWA (Sabatini *et al*, 1999) para que esses requisitos sejam atendidos.



Figura 3.45 – Recomendações em relação a posição e espaçamento dos bulbos (Sabatini *et al*, 1999).