



Lílian de Vasconcellos Cavalcanti

**Análise da Estabilidade e Vibrações de
Casca Conoidais Abatidas**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-
graduação em Engenharia Civil do Departamento de
Engenharia Civil da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Paulo Batista Gonçalves

Rio de Janeiro
Setembro de 2014



Lílian de Vasconcellos Cavalcanti

**Análise da Estabilidade e Vibrações de
Casca Conoidais Abatidas**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Paulo Batista Gonçalves

Orientador

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof^a. Deane de Mesquita Roehl

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof^a. Eliane Maria Lopes Carvalho

Universidade Federal Fluminense

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial de Pós-Graduação do CTC

Rio de Janeiro, 26 de setembro de 2014

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem a autorização da universidade, da autora e do orientador.

Lílian de Vasconcellos Cavalcanti

Graduada em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (1994), com ênfase em Estruturas. Ingressou na Marinha do Brasil em 1998, onde desenvolveu experiência em projetos de cálculo estrutural, análise de projetos de engenharia civil, fiscalização e contratos públicos de obras civis, primeiramente da Diretoria de Obras Civis da Marinha. Atuou como fiscal de obras contratadas, no Arsenal de Marinha do Rio de Janeiro. Atualmente, trabalha na Coordenadoria Geral para a Construção do Submarino Nuclear, onde atua na equipe de gerência das obras do Estaleiro de Construção do Submarino Nuclear e Base Naval, em andamento no complexo naval de Itaguaí, obra a cargo da empresa Odebrecht.

Ficha Catalográfica

Cavalcanti, Lílian de Vasconcellos

Análise de estabilidade e vibrações de cascas conoidais abatidas / Lílian de Vasconcellos Cavalcanti ; orientador: Paulo Batista Gonçalves – 2014.

154 f. : il. (color.) ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2014.

Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Cascas conoidais. 3. Análise de vibrações. 4. Estabilidade. 5. Cascas abatidas. I. Gonçalves, Paulo Batista. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. III. Título.

Dedico este trabalho àqueles que o tornaram possível:

Meus Pais, Aluizio e Regina, pelo amor e apoio logístico fundamental.

Meu esposo, André, pelo companheirismo e exemplo de retidão.

Meus filhos, Nathan e Gabriel, por serem o motivo de todo o esforço.

Agradecimentos

A Deus, pela vida, e por todas as bênçãos, através da minha sólida família, da saúde dos meus filhos, e da esperança que se renova a cada amanhecer.

A todos os amigos e familiares que, de uma forma ou de outra, me estimularam ou me ajudaram, ao longo desta jornada.

Aos meus pais, Aluizio e Regina, pelo amor incondicional, e pelo apoio nos momentos mais difíceis.

Aos meus filhos, Nathan e Gabriel, pelo carinho e aconchego, mesmo com tantos momentos de minha ausência.

Ao meu esposo, André Paulo, pelo amor, companheirismo, amizade e suporte psicológico.

À Marinha do Brasil, pelo apoio logístico e incentivo profissional constantes

Ao professor Paulo Batista Gonçalves, que, desde o início dos trabalhos, soube orientar-me com dedicação, paciência e competência e, principalmente, soube ser compreensivo, transmitindo a segurança e perseverança necessárias para o bom andamento dos trabalhos.

Aos professores que participaram da Comissão Examinadora.

À PUC-Rio, pela oportunidade oferecida, instalações e aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia Civil, em especial à Rita de Cássia, sempre presente e disposta a ajudar, que tornou-se uma amiga querida.

À Fernanda Leal Benet, pelo apoio logístico e profissional e toda a amizade e carinho aos 45 do segundo tempo.

Aos amigos(as) de turma da PUC-Rio, que espero levar para a vida.

Resumo

Cavalcanti, LÍlian de Vasconcellos Cavalcanti. Gonçalves, Paulo Batista. **Análise da Estabilidade e Vibrações de Cascas Conoidais Abatidas**. Rio de Janeiro, 2014. 152p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Estruturas de cascas delgadas descritas por superfícies regradas têm sido frequentemente utilizadas em engenharia civil, devido ao fato de que elas são uma das soluções estruturais mais econômicas para cobrir grandes vãos. Superfícies regradas são obtidas pelo movimento de uma ou mais linhas ao longo de uma ou mais curvas. Sendo assim, elas são fáceis de construir, o que justifica a sua escolha em muitos casos. Por razões estéticas e estruturais, estas estruturas são geralmente superfícies abatidas, o que leva, como no caso de arcos abatidos, a uma forte não linearidade geométrica. Entre as cascas descritas por superfícies regradas, as cascas conoidais são frequentemente favorecidas para coberturas de grandes áreas livres de colunas, pela facilidade de construção, elegância estética e pelo bom fornecimento de luz natural. Uma casca conoidal é um caso especial de cilindróide, pertencente às superfícies de Catalan, e é gerada por uma linha reta em movimento paralelo a um plano, conhecido como o plano diretor, com uma de suas extremidades em uma curva plana e a outra em uma linha reta. Por vezes, uma parte da superfície conoidal no extremo reto é suprimida dando origem a uma configuração truncada. O objetivo deste trabalho é analisar, utilizando uma formulação de elementos finitos, as características de flambagem e vibração desta forma estrutural. Uma análise paramétrica detalhada é realizada para compreender a influência das condições de contorno e dimensões físicas da casca no seu comportamento estático e dinâmico. São apresentadas conclusões específicas no final do trabalho, para resumir os resultados do presente estudo, que pretende servir como importante subsídio para os engenheiros envolvidos na construção de estruturas similares.

Palavras-chave

Cascas Conoidais; Análise de Vibrações; Estabilidade; Cascas Abatidas.

Abstract

Cavalcanti, LÍlian de Vasconcellos. Gonçalves, Paulo Batista (Advisor). **Buckling and Vibration Analysis of Shallow Conoidal Shells**. Rio de Janeiro, 2014. 153p. M.Sc. Dissertation – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Slender shell structures described by ruled surfaces have been frequently used in civil engineering due to the fact that they are one of the most economical structural solutions to cover large spans. Ruled surfaces are obtained by the movement of one or more lines along one or more curves. So they are easy to cast, which justifies their choice in many cases. For aesthetic and structural reasons these structures are usually shallow surfaces, which leads, as in the case of shallow arches, to a strong geometric nonlinearity. Among the shells described by ruled surfaces, conoidal shells are frequently favored as roofing units to cover large column-free areas due to the ease of fabrication, aesthetic elegance and good provision of natural light. A conoidal shell is a special case of cylindroids belonging to Catalan's surfaces and is generated by a variable straight line moving parallel to a plane, known as the director plane, with one of its ends on a plane curve and the other on a straight line. Sometimes a part of the conoidal surface at the straight end is cut off giving a truncated configuration. The objective of this work is to analyze, using a finite element formulation, the buckling and vibration characteristics of this structural form. A detailed parametric analysis is conducted to understand the influence of boundary conditions, different spans, widths, and other physical dimensions on the static and dynamic characteristics of the structure. Specific conclusions are drawn at the end, to summarize the contributions of the present investigation, which are expected to serve as important design aids to engineers engaged in shell construction.

Keywords

Conoidal shells; Vibration Analysis; Stability; Shallow Shells.

Sumário

1 Introdução	17
1.1.	17
Um Breve Histórico sobre Cascas Esbeltas	17
1.2.	20
Cascas Esbeltas: Vantagens e Características Básicas	20
1.3. Definição de Superfícies Regradas	21
1.4. Superfícies Regradas Usuais em Engenharia Civil	23
1.5. Revisão Bibliográfica	29
1.6. Objetivo	31
1.7. Descrição do conteúdo da dissertação	32
2 Teoria De Placas	33
2.1. Elementos da Teoria de Flexão de Placas	33
2.2. Equações de Equilíbrio Não Lineares	39
2.2.1. Somatório de Forças e Momentos	39
2.2.2. Energia Potencial Estacionária	41
3 Teoria De Cascas Conoidais Abatidas	44
3.1. Teoria de Flexão de Placas Curvas e Imperfeitas	44
3.2. Casos Particulares de Placas Curvas	46
3.2.1. Casca Conoidal	46
4 Esforços em Cascas Conoidais	54
4.1. Placa Plana	54
4.2. Casca conoidal com diferentes condições de contorno	57
4.2.1. Modelo mais rígido – caso EEEE – engaste nos quatro bordos.....	57
4.2.2. Caso SASALL – casca simplesmente apoiada nos bordos retos e livre nos bordos curvos – restrições assimétricas	64

4.2.3. Caso SASALL – simplesmente apoiada nos bordos retos e livre nos bordos curvos – apoios simétricos	70
4.2.4. Caso SASASASA – casca simplesmente apoiada nos quatro bordos	73
4.2.5. Caso EELL – Casca engastada nos bordos retos e livre nos bordos curvos	76
4.3. Modelos com diferentes curvaturas	80
4.4. Modelos com diferentes dimensões	92
5 Análise Dinâmica	104
5.1. Metodologia para Análise Modal da Casca Conoidal	104
5.1.1. Análise de convergência do modelo para escolha da malha em EF	104
5.1.2. Resultados para a Casca Conoidal - Malha 24 x 48 – MODO 1	105
5.2. Variação da curvatura (parâmetros Hh e HI) da casca conoidal.....	108
5.3. Variação das condições de contorno da casca conoidal	111
5.4. Variação do Comprimento da Casca Conoidal	119
5.5. Comparação com os Resultados para a Placa Plana	121
6 Análise da Estabilidade	126
6.1. Modelos com diferentes condições de contorno	126
6.1.1. Modelo mais flexível da casca conoidal – Caso SASALL	126
6.1.2. Modelo mais rígido da casca conoidal – Caso EEEE	127
6.1.3. Comparação entre os modelos – Casos SASALL e EEEE	128
6.2. Modelos com diferentes curvaturas	129
6.3. Modelos com diferentes dimensões	134
7 Conclusões e Sugestões para trabalhos futuros	135
7.1 Conclusões	135
7.2 Sugestões para trabalhos futuros	141
Referências Bibliográficas	142

Apêndice 1	146
Tabela 6.1 - Carga x Frequência Natural da casca conoidal mais flexível.	146
Tabela 6.2 - Carga x ω_0 da casca conoidal mais flexível.....	146
Tabela 6.3 - Carga x Frequência Natural da casca conoidal mais rígida.	147
Tabela 6.4 - Carga x ω_0 da casca conoidal mais rígida.	147
Tabelas 6.5 – Variação da frequência natural mínima com o nível de carregamento estático. Influência da curvatura da casca na carga crítica.	148
Tabela 6.6 – Carga crítica q_{cr} (kPa) x Altura H_h (m)	150
Tabela 6.7 - Carga crítica q_{cr} (kPa) x Altura H_h (m)	150
Tabelas 6.8 - Variação da frequência natural mínima com o nível de carregamento estático. Influência do comprimento a da casca na carga crítica.	151

Lista de figuras

Figura 1.1- Felix Candela - Restaurante Los Manantiales, México	18
Figura 1.2 – Grandes estruturas em forma de casca	20
Figura 1.3 - Modelo de casca conoidal para estudo em túnel de vento e distribuição de pressão devido à carga de vento.	21
Figura 1.4 - Superfícies Regradas	22
Figura 1.5 - Superfícies Regradas Cilíndrica e Cônica	23
Figura 1.6 - Paraboloide Hiperbólico	24
Figura 1.7 - Parabolóide Hiperbólico - Igreja do Colégio Marianistas (Zaragoza - Espanha)	24
Figura 1.8 – Cilindróide	25
Figura 1.9 - Cilindróide - Fundação Getúlio Vargas, Rio de Janeiro, Brasil.	25
Figura 1.10 - Hiperbolóide de revolução de uma só folha	26
Figura 1.11 - Exemplos típicos de estruturas em hiperboloide	27
Figura 1.12 – Conóide	28
Figura 1.13 – Exemplos típicos de estruturas em conóides.	29
Figura 2.1 - Placa plana retangular submetida à carga de superfície fz. Ref. Brush e Almroth (1975)	33
Figura 2.2 - Forças e Momentos atuantes em um elemento infinitesimal de placa. Ref. Brush e Almroth (1975)	34
Figura 2.3 - Elemento de placa em uma configuração deformada. Ref. Brush e Almroth (1975)	39
Figura 3.1 - Geometria da Casca Conoidal (ref. A.K. Das e J.N. Bandyopadhyay - <i>Theoretical and experimental studies on conoidal shells</i>)	46
Figura 4.1- Geometria da casca conoidal.	51
Figura 4.2- Geometria da casca conoidal plotada em 3D no Maple 14... ..	52
Figura 4.3 - Propriedades da casca conoidal no ROBOT.	53

Figura 4.4 - Identificação dos quatro bordos.	53
Figura 4.5 - Momento Fletor M_{xx} [-1,81 ; +3,79] kN.m/m.....	55
Figura 4.6 - Momento Fletor M_{yy} . [-1,18 ; +3,05] kN.m/m.....	55
Figura 4.7 - Momento Torsor M_{xy} [-0,55 ; +0,55] kN.m/m.	56
Figura 4.8 - Esforço Cortante Q_{xx} [-4,41 ; +4,41] kN/m.	56
Figura 4.9 - Esforço Cortante Q_{yy} [-4,02 ; +4,02] kN.m/m.	57
Figura 4.10 - Distribuição dos esforços na casca conoidal – Caso EEEE.	60
Figura 4.11 - Definição dos cortes A-A1 e A-A2.	61
Figura 4.12 - Cortes A-A1 e A-A2, mostrando a variação dos esforços na casca – Caso EEEE.	63
Figura 4.13 - Distribuição dos esforços na casca conoidal – Caso SASALL (Assimétrico).	67
Figura 4.14 - Cortes A-A1 e A-A2, mostrando a variação dos esforços na casca – Caso SASALL (Assimétrico).	69
Figura 4.15 - Distribuição dos esforços na casca conoidal – caso SASALL (simétrico).	72
Figura 4.16 - Distribuição dos esforços na casca conoidal – Caso SASASASA.	75
Figura 4.17 - Distribuição dos esforços na casca conoidal – caso EELL.	78
Figura 4.18 - Distribuição dos esforços na casca conoidal – Curvatura Hh= 0,50 m.	83
Figura 4.19 - Distribuição dos esforços na casca conoidal – Curvatura Hh= 1,00 m.	85
Figura 4.20 - Distribuição dos esforços na casca conoidal – Curvatura Hh= 2,00 m.	88
Figura 4.21 - Distribuição dos esforços na casca conoidal – Curvatura Hh= 2,50 m.	91
Figura 4.22 - Distribuição dos esforços na casca conoidal – Dimensão a = 3 m.	95
Figura 4.23 - Distribuição dos esforços na casca conoidal – Dimensão a = 9 m.	98

Figura 4.24 - Distribuição dos esforços na casca conoidal – Dimensão a = 12 m	102
Figura 5.1 – Geometria da casca conoidal (Figura análoga à Figura 3.1)	104
Figura 5.2 – Parâmetros da análise modal no programa ROBOT	104
Figura 5.3 – Malha de EF da casca conoidal	105
Figura 5.4 – Janela para seleção dos autovetores	106
Figura 5.5 – Variação dos deslocamentos relativos ao primeiro modo de vibração ao longo do eixo de simetria XX.	107
Figura 5.6 – Variação dos deslocamentos relativos ao primeiro modo de vibração ao longo do eixo YY.	108
Figura 5.7 - Variação do primeiro modo de vibração em função da curvatura da casca. Direção x.	109
Figura 5.8 - Variação do primeiro modo de vibração em função da curvatura da casca. Direção y.	110
Figura 5.9 - Desenho esquemático da numeração dos bordos	111
Figura 5.10 – Comparação entre os modos de vibração para os modelos E-E-E-E e	114
Figura 5.11 – Comparação entre os modos de vibração para os modelos SA-SA-SA-SA e SA-SA-L-L.....	114
Figura 5.12 - Modos de vibração do modelo EEEE	115
Figura 5.13 – Modos de vibração do modelo EELL	116
Figura 5.14 - Modos de vibração do modelo SASASASA	117
Figura 5.15 - Modos de vibração do modelo SASALL	118
Figura 5.16 - Frequências naturais do modelo SASALL para a = 3 m....	119
Figura 5.17 - Frequências naturais do modelo EEEE para a = 3 m.....	120
Figura 5.18 - Frequências naturais do modelo SASALL para a = 9 m...	120
Figura 5.19 - Frequências naturais do modelo EEEE para a = 9 m.....	120
Figura 5.20 - Frequências naturais do modelo SASALL para a=12m....	120
Figura 5.21 - Frequências naturais do modelo EEEE para a=12m.....	121

Figura 5.22 - Frequências naturais e modos de vibração para a placa plana modelo EEEE	122
Figura 5.23 - Frequências naturais e modos de vibração para a placa plana modelo SASALL.	123
Figura 6.1 – Variação da frequência natural mínima em função da magnitude do carregamento. Caso SASALL.	126
Figura 6.2 – Variação do quadrado da frequência natural mínima, ω_0^2 com a sobrecarga, q. Caso SASALL.	127
Figura 6.3 - Variação da frequência natural mínima em função da magnitude do carregamento. Caso EEEE.	128
Figura 6.4 - Variação do quadrado da frequência natural mínima, ω_0^2 , com a sobrecarga, q. Caso EEEE.....	128
Figura 6.5 – Variação da frequência natural mínima com o nível de carregamento estático. Influência da curvatura da casca na carga crítica.	132
Figura 6.6 – Variação da carga crítica q_{cr} (kPa) com a altura H_h (m). $H_h / H_l = 2$	134
Figura 6.7 - Variação da carga crítica q_{cr} (kPa) com a altura H_h (m). $H_h / H_l = 2$	134
Figura 6.8 - Variação da frequência natural mínima com o nível de carregamento estático. Influência do comprimento a da casca na carga crítica.	137

Lista de tabelas

Tabela 4.1 - Influência das condições de contorno da casca conoidal nos esforços solicitantes máximos.	79
Tabela 4.2 - Influência da curvatura da casca nos valores máximos absolutos dos esforços - caso EEEE.	91
Tabela 4.3 - Influência da dimensão a da casca conoidal nos esforços solicitantes máximos – Caso de apoio EEEE.	102
Tabela 5.1 - Convergência das Frequências Naturais	105
Tabela 5.2 - Frequências naturais para diferentes curvaturas da casca	109
Tabela 5.3 - Modos de vibração para diferentes curvaturas da casca (Caso EEEE)	110
Tabela 5.4 – Frequências naturais de vibração para as diferentes condições de contorno da casca conoidal.	112
Tabela 5.5 - Comparação entre as frequências naturais em Hz para os diversos comprimentos da casca conoidal	119
Tabela 5.6 - Comparação entre as frequências naturais em Hz para a placa e para a casca.	124
Tabela 6.1 – Influência da curvatura da casca no valor da carga crítica.	133
Tabela 6.2 – Cargas críticas para modelos com diferentes dimensões.	138
Tabela 6.1 - Carga x Frequência Natural da casca conoidal mais flexível.	146

*Todos esses que aí estão
Atravancando o meu caminho,
Eles passarão...
Eu passarinho!*

Mario Quintana, Poeminho do Contra