

# 1 INTRODUÇÃO.

## 1.1. Considerações Gerais.

Uma das vantagens de utilizar as estruturas esbeltas tais como treliças, cascas ou arcos é a sua alta rigidez por unidade de peso. Assim, estes elementos estruturais têm sido empregados para suportar diferentes tipos de carregamentos e ao mesmo tempo vencer grandes vãos sem colunas intermediárias.

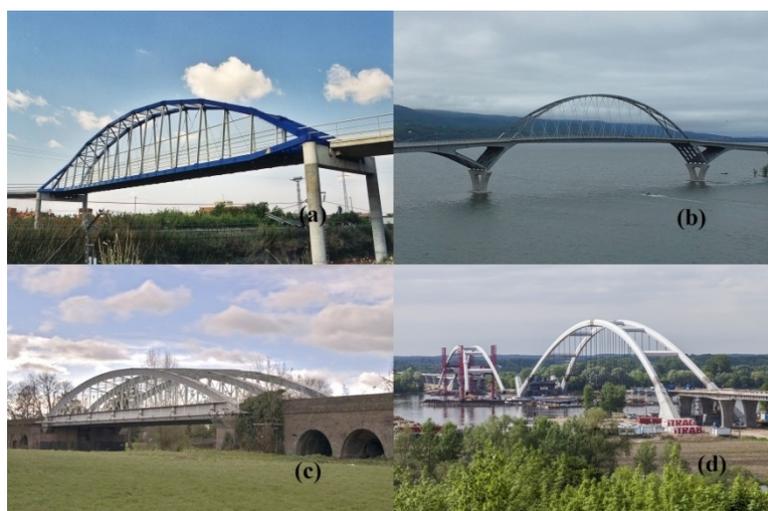
Frequentemente o colapso deste tipo de estrutura está ligado à instabilidade estrutural. A instabilidade estrutural tem um caráter intrinsecamente não linear, o qual dificulta significativamente a sua análise (Reis, 2001).

No caso de arcos abatidos o comportamento apresentado é altamente não linear. Neste tipo de estruturas o aumento do carregamento provoca uma diminuição progressiva da rigidez da estrutura (declividade da trajetória de equilíbrio) até que esta se anula em um ponto limite, onde ocorre uma instabilidade por *snap-through* (Reis, 2001; Bazant e Cedolin, 2010). Esta não linearidade leva a um comportamento dinâmico complexo e, muitas vezes, à perda de estabilidade do arco quando sujeito a cargas dinâmicas bem inferiores à carga crítica estática.

Os arcos normalmente são utilizados como elemento estrutural principal na construção de pontes, galpões ou coberturas de grandes vãos. Arcos de curvatura variável e com apoios elásticos têm sido utilizados com frequência na construção de pontes como ilustrado na Figura 1.1e na Figura 1.2 (Lee e Wilson,1990; Bradford, et al. 2007; Pi, et al. 2007).



**Figura 1.1** - A ponte “The Infinity” que atravessa o rio Tees, nordeste da Inglaterra. (a) e (b) Curvatura variável da ponte. (c) e (d) Detalhe dos tirantes do arco. [Fonte: [http://en.wikipedia.org/wiki/Infinity\\_Bridge](http://en.wikipedia.org/wiki/Infinity_Bridge)]



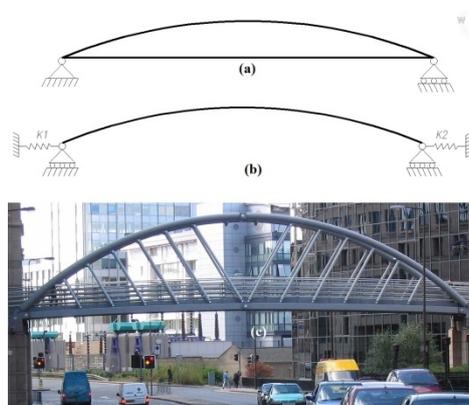
**Figura 1.2** - Pontes com arco atirantado. (a) Passarela de pedestre em Lleida-Espanha. (b) Ponte do lago Champlain em New York. (c) Ponte ferroviária de Windsor, Berkshire. (d) Ponte de Torún, Polônia. [Fonte: [http://en.wikipedia.org/wiki/Tied-arch\\_bridge](http://en.wikipedia.org/wiki/Tied-arch_bridge)]

Diferentes tipos de arcos são utilizados nas construções de coberturas de estádios, conforme ilustra a Figura 1.3. Neste tipo de estrutura é importante o estudo do comportamento dinâmico e da estabilidade dos arcos (Pi e Trahair, 1999; Pi e Bradford, 2010a,b). Em muitos casos estes arcos são abatidos, o que aumenta a possibilidade de *snap-through* (Bradford *et al.* 2004; Bradford *et al.* 2007).



**Figura 1.3** - (a) Estádio Wembley em Londres, Inglaterra. (b) Estádio da Luz em Lisboa, Portugal. [Fonte (a): [http://en.wikipedia.org/wiki/Wembley\\_Stadium](http://en.wikipedia.org/wiki/Wembley_Stadium)]; [Fonte (b): [http://en.wikipedia.org/wiki/Est%C3%A1dio\\_da\\_Luz](http://en.wikipedia.org/wiki/Est%C3%A1dio_da_Luz)]

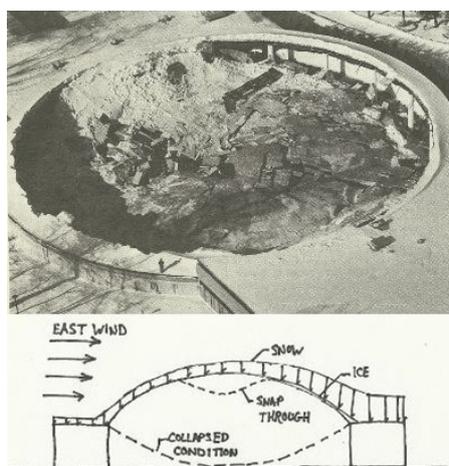
Em geral, o arco é engastado ou tem apoios articulados, o que exige uma boa fundação para receber eficientemente as reações horizontais e verticais, sendo, no caso de arcos abatidos, a reação horizontal a mais importante. Para anular as reações horizontais, é costume usar arcos atirantados. Neste caso o tirante pode ser representado esquematicamente por duas molas horizontais de igual rigidez (como visto na Figura 1.4). Também no caso de galpões com teto em arco, têm-se que as extremidades do arco sofrem deslocamentos horizontais devido à flexibilidade dos pilares ou outras estruturas de apoio. Este apoios elásticos aumentam a flexibilidade do sistema estrutural e a probabilidade de perda de estabilidade sob cargas estáticas e dinâmicas.



**Figura 1.4** - Arco Atirantado. (a) Esquema de arco atirantado. (b) Esquema equivalente a um arco atirantado. (c) Arco atirantado. [Fonte (c): <http://www.brantacan.co.uk/ArchTiedEdin.jpg>]

Existem vários acidentes de grandes proporções que envolvem a estabilidade das estruturas esbeltas abatidas. Na Figura 1.5 mostra-se o acidente ocorrido no auditório da faculdade de Brookville em New York, Estados Unidos, onde a estrutura ruiu em virtude de uma instabilidade por *snap-through*. Na Figura 1.6 mostra-se outro exemplo acontecido no Rio de Janeiro, Brasil, onde a cobertura do estádio olímpico João Havelange (Engenhão) apresentou problemas

estruturais. Um laudo final, apresentado pela Prefeitura de Rio de Janeiro e feita pela comissão especial de avaliação (De Andrade *et al.* 2013) indicou que uma das causas da falha da cobertura foram as instabilidades local e global, assim como também as possíveis imperfeições do sistema estrutural não consideradas no projeto.



**Figura 1.5** - Colapso do auditório da faculdade de C.W. Post. [Fonte: <https://failures.wikispaces.com/C.%20W.%20Post%20College%20Auditorium%20Collapse>]



**Figura 1.6** - Estádio olímpico do Engenhão em Rio de Janeiro – Brasil. [Fonte: <http://www.rio.rj.gov.br/web/guest/exibeconteudo?id=4144211>]

Neste trabalho é estudada a estabilidade estática e o comportamento dinâmico linear e não linear dos arcos parabólicos com apoios elásticos fazendo uso do método numérico de Rayleigh-Ritz.

## 1.2. Considerações Iniciais.

O arco, como um elemento estrutural, existe desde os primórdios da engenharia estrutural e, mesmo sendo utilizado em muitas construções, o comportamento dos arcos ainda não é conhecida na sua totalidade.

Com a aplicação de uma força estática suficientemente grande, o arco pode sofrer *snap-through*, onde saltos repentinos ocorrem passando a estrutura de um estado de equilíbrio estático para outro. A flambagem no plano de arcos abatidos sinusoidais foi estudada por Timoshenko e Gere (1962). Wasseerman (1977) analisou o comportamento da frequência e do carregamento crítico, também em arcos sinusoidais, quando submetidos a diferentes tipos carregamentos radiais: pressão hidrostática e pressão com direção constante. Filipich *et al.* (1987), mediante o método variacional de Rayleigh-Ritz, o método Dunkerley e uma formulação de elementos finitos, determinou a frequência fundamental de um arco circunferencial restringido em um dos seus extremos e no meio do arco, enquanto que no outro extremo é aplicado um carregamento pontual. O estudo das frequências naturais de arcos não circulares e com diferentes tipos de apoios, também por métodos numéricos, foi realizado por Lee e Wilson (1990). Huang *et al.* (1998) desenvolveram um procedimento para a análise de arcos com curvatura e seção variável, utilizando os métodos de Frobenius e da rigidez dinâmica e obtiveram resultados numéricos para alguns dos arcos parabólicos frequentemente utilizados na engenharia estrutural.

Ao se aplicar carregamentos harmônicos, estes podem produzir também perda de estabilidade. Plaut e Hsieh (1985) estudaram, mediante métodos numéricos e o procedimento de Runge-Kutta, o comportamento dinâmico de arcos abatidos suportados por rótulas e submetidos a um carregamento vertical com duas componentes harmônicas. Blair *et al.* (1996) investigaram a resposta dinâmica de arcos abatidos mediante o método de balance harmônico e algoritmos de continuação e utilizaram a teoria de Floquet para determinar a estabilidade da resposta e seus pontos de bifurcação, demonstrando também que as trajetórias das soluções instáveis forneceram esclarecimentos adicionais sobre o comportamento dinâmico de sistemas não lineares. Oh *et al.* (2000) deduziram as equações diferenciais que governam a vibração livre de arcos parabólicos, em catenária e

elípticos com seções variáveis e diferentes tipos de apoios (articulado-articulado, articulado-engastado e engastado-engastado), sendo resolvidas numericamente para se obter as frequências e os modos de vibração. Bi e Dai (2000) estudaram o comportamento dinâmico e as bifurcações de arcos abatidos submetidos a carregamentos periódicos com ressonância interna.

Pi e Trahair (1999) estudaram o comportamento de arcos de aço submetidos a carregamentos de compressão uniformes e não uniformes e desenvolveram métodos para dimensionamento, enfatizando que as recomendações de projeto para colunas de aço em compressão não podem ser utilizadas diretamente no projeto de arcos submetidos à compressão. La Poutre (2001) estudou o comportamento estrutural de arcos de aço e propôs regras de dimensionamento, que foram comparadas com resultados experimentais, para prever seu comportamento estrutural. Malm e Andersson (2006) mediram os efeitos dinâmicos produzidos em uma ponte com arco atirantado quando um trem a atravessa. Os resultados obtidos são comparados com um modelo de elementos finitos em 3D. Eles mostram que vibrações de grande amplitude ocorrem quando o trem atravessa a ponte e que isto pode levar a uma falha por fadiga de elementos estruturais da ponte. Lederman *et al.* (2014) utilizam a geometria de um arco para desenvolver uma ponte retrátil de aço utilizada como “ponte de assalto”.

Os efeitos do deslocamento antes de ocorrer flambagem em arcos abatidos suportados por apoios elásticos foram estudados por alguns pesquisadores. Pi *et al.* (2007) pesquisaram o comportamento elástico não linear no plano e a estabilidade em arcos circulares abatidos submetidos a carregamentos radiais uniformemente distribuídos ao longo do eixo do arco e suportados elasticamente por molas, obtendo a solução analítica para a carga crítica e a relação entre o abatimento do arco e a flexibilidade dos seus suportes. Bradford *et al.* (2007) investigaram a estabilidade no plano de arcos abatidos suportados horizontalmente por molas elásticas submetidos a carregamentos verticais uniformemente distribuídos, utilizando o princípio dos trabalhos virtuais para encontrar a equação não linear de equilíbrio e a equação de equilíbrio crítico. Eles mostram que a rigidez das molas tem um efeito importante no comportamento do arco. Os resultados obtidos foram comparados com previsões feitas usando programas de elementos finitos e dados experimentais (Wang *et al.*, 2007). Breslavsky *et al.* (2008) estudaram a flambagem simétrica e não simétrica de arcos abatido

mediante o método de Ince e o método dos determinantes de Hill. O comportamento dos arcos circulares abatidos (articulado-engastado e engastado-engastado) submetidos a carregamentos radiais uniformemente distribuídos e a um campo uniforme de temperatura foi investigado por Pi e Bradford (2010a). A estabilidade de arcos parabólicos abatidos com molas de rigidez rotacional nos apoios e submetidos a um carregamento vertical foi estudada por Cai e Feng (2010). Pi e Bradford (2010b) estudaram a flambagem no plano e fora do plano de arcos circulares submetidos a carregamentos radiais.

### **1.3. Objetivos.**

#### **1.3.1. Objetivo Geral.**

O objetivo geral desta dissertação é realizar o estudo da estabilidade e a resposta dinâmica linear e não linear de arcos abatidos com apoios elásticos.

#### **1.3.2. Objetivos Específicos.**

- Investigar a estabilidade estática do sistema mediante o método analítico para aferir os resultados utilizando uma formulação aproximada empregando o método de Rayleigh-Ritz.
- Deduzir a equação diferencial linear e não linear que descreve o comportamento dinâmico do sistema fazendo uso do método de Rayleigh-Ritz.
- Estudar o comportamento dinâmico não linear do sistema empregando ferramentas como resposta no tempo, plano de fase, diagramas de bifurcação, perfis de energia e bacias de atração.

### **1.4. Estrutura da dissertação.**

Esta dissertação está dividida em seis capítulos, incluindo o presente capítulo. Os capítulos seguintes a este são compostos da seguinte forma:

**Capítulo 2.** Neste capítulo apresentam-se o desenvolvimento, mediante o princípio dos trabalhos virtuais, das equações de equilíbrio não linear e equação

de equilíbrio crítico de um arco parabólico abatido suportado horizontalmente por molas elásticas.

**Capítulo 3.** Este capítulo utiliza-se o método aproximado de Rayleigh-Ritz para obter o carregamento crítico e o deslocamento vertical no meio do arco e assim aferir a precisão deste modelo numérico comparando os resultados com aqueles obtidos da solução analítica desenvolvida no capítulo 2.

**Capítulo 4.** Neste capítulo se obtém, mediante o princípio de Hamilton, a equação diferencial não linear que governa o comportamento dinâmico do arco sob um carregamento harmônico.

**Capítulo 5.** Neste capítulo é apresentada a análise dinâmica não linear do arco com ajuda de algumas ferramentas, tais como, respostas no tempo e planos de fase, diagramas de bifurcação e perfis de energia.

**Capítulo 6.** Este capítulo destina-se a apresentar as conclusões obtidas após os a análise dos resultados e as sugestões para trabalhos futuros.