

2

Modelo de Fluxo Subterrâneo

O capítulo segundo vai estudar primeiramente os parâmetros hidrogeológicos de sistema aquífero. Seguidamente vai-se estudar a lei de Darcy. Assim, com esta lei em mão, é desenvolvida a equação de fluxo subterrâneo estabelecendo um balanço de massa num elemento infinitesimal do volume do meio poroso representativo de um sistema aquífero.

2.1.

Parâmetros Hidrogeológicos

Seguidamente são estudados os parâmetros de caracterização dos sistemas aquíferos, com a finalidade de construir um modelo numérico para estabelecer a resposta desses sistemas contra certas influências externas: infiltrações, bombeamentos, fontes, etc. (Castany, 1971).

2.1.1.

Porosidade

A porosidade de um material é definida pela razão entre o volume da porção ocupada por ar e/ou água e o volume total. Considerado um volume de uma amostra de meio poroso aquífero é possível definir o seguinte:

- V_s = volume da parte sólida.
- V_v = volume de vazios.
- V_t = volume total = $V_s + V_v$.

Assim, a porosidade, n , é determinada por:

$$n = V_v / V_t \quad (2-1)$$

É também importante definir que das reservas de águas subterrâneas é apenas recuperável a água gravífica, o que é apenas uma parte do volume total dos poros (Alfaro, 2005). Assim, considerando que V_e é o volume de água contida nos meios porosos (rocha ou solo) e libertada exclusivamente por ação da gravidade, a porosidade eficaz, θ , é definida como:

$$\theta = V_e / V_t \quad (2-2)$$

2.1.2.

Condutividade Hidráulica

A condutividade hidráulica, K , que aparece como o coeficiente de proporcionalidade na lei de Darcy (2-5) depende de uma variedade de fatores físicos: como a porosidade, a distribuição e tamanho das partículas, forma das partículas e, arranjo das partículas. A condutividade hidráulica também é função das propriedades do fluido em consideração, nesse sentido a vazão do fluido transportado é diretamente proporcional ao peso específico do fluido e inversamente proporcional à viscosidade dinâmica do fluido, ν .

A condutividade hidráulica, K , é um parâmetro que expressa a facilidade com que um fluido é transportado através do meio poroso. A condutividade pode ser expressa em função dos parâmetros do meio poroso e do fluido da seguinte forma:

$$K = \frac{k \rho g}{\mu} = \frac{kg}{\nu} \quad (2-3)$$

onde K [L/T] é a condutividade hidráulica, k a permeabilidade intrínseca do meio poroso, ρ é a massa específica, μ é a viscosidade dinâmica e ν é a viscosidade cinemática e g a aceleração da gravidade.

2.1.3.

Transmissividade

A transmissividade, T , é o parâmetro que define as características de um sistema aquífero estruturado por uma matriz porosa. Indica a facilidade com que a água pode fluir através de um aquífero de dimensões conhecidas, sendo definida como o fluxo por unidade de espessura do aquífero saturado, b , e unidade de gradiente hidráulica:

2.1.4.

Coeficiente de armazenamento específico

O termo coeficiente de armazenamento, S_s , é um parâmetro hidrodinâmico muito importante que caracterizam a um reservatório aquífero. Trata-se de um valor adimensional que representa a percentagem de água gravítica que existe num determinado volume composto de água mais rocha. Nesse sentido o coeficiente de armazenamento específico, S_0 , é definido como o coeficiente de armazenamento por unidade de espessura do aquífero:

$$S_0 = S_s / b \quad (2-4)$$

2.2.

Equações fundamentais do fluxo das águas subterrâneas

Esta seção estabelece as leis e equações que governam o fluxo das águas subterrâneas em meios porosos, particularmente em sistemas aquíferos.

Como parte do ciclo hidrológico, as águas subterrâneas são transportadas das áreas de recarga natural ou artificial para outras áreas de descarga. A força de condução do fluxo da água subterrânea é consequência do potencial hidráulico ϕ . Se o fluido tem a mesma carga em qualquer ponto não há nenhum fluxo, mas, se existe uma diferença de carga no espaço (gradiente hidráulico), a água flui no sentido onde a carga hidráulica decresce.

A peculiaridade do movimento das águas subterrâneas são as suas velocidades muito baixas, mas, como se movimenta através de seções transversais relativamente grandes transporta grandes quantidades da água.

2.2.1.

Lei de Darcy

Esta lei estabelece que a vazão do fluxo subterrâneo (volume de água por unidade de tempo), Q , é proporcional à secção transversal A , proporcional à diferença de potencial hidráulico, $(\phi_1 - \phi_2)$, e inversamente proporcional ao comprimento que separa os dois pontos onde os potenciais são medidos (Fitts, 2002):

$$Q = KA(\phi_1 - \phi_2)/L \quad (2-5)$$

em que K é um coeficiente de proporcionalidade (condutividade hidráulica). As alturas são medidas em relação a um plano horizontal de referência arbitrária, descrevendo a soma da energia potencial e a pressão do fluido por unidade de peso:

$$\phi = z + p/\gamma \quad (2-6)$$

em que p é a pressão, γ é o peso específico e z é a altura da água. A energia cinética não é considerada desde que geralmente as mudanças na carga hidráulica são muito maiores do que as mudanças na energia cinética. A perda de energia por unidade de volume, $\Delta\phi = (\phi_1 - \phi_2)$, é produzida pela fricção do fluxo das águas subterrâneas através dos caminhos tortuosos na matriz porosa. A Figura 3 indica o esquema da lei de Darcy.

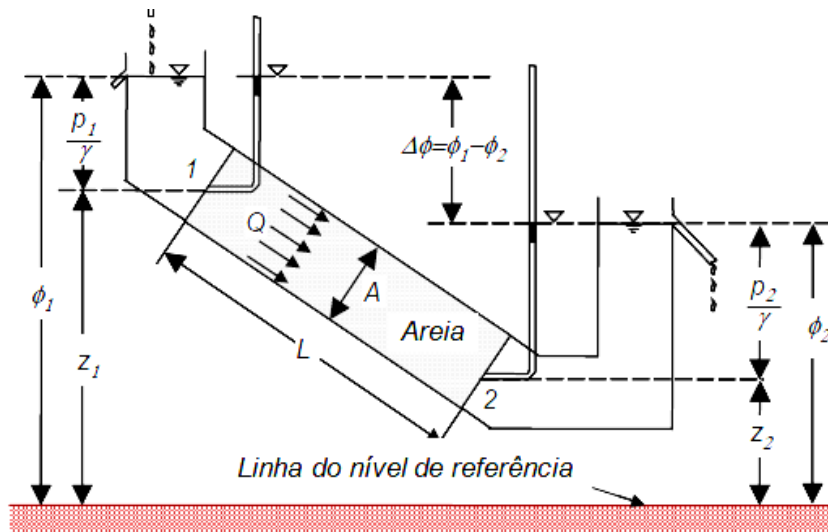


Figura 3 Experimento da lei de Darcy

A razão Q/A define a vazão volumétrica específica, q , ou a *velocidade de Darcy* (volume de água fluindo por unidade de tempo através de uma unidade de área normal à direção do fluxo). Outra relação importante é o gradiente hidráulico, J , definido pela razão: $(\phi_1 - \phi_2)/L$, o que representa uma queda de carga hidráulica por unidade de comprimento. Considerando o gradiente hidráulico, a equação (2-5) é:

$$q = k(\phi_1 - \phi_2)/L = KJ \quad (2-7)$$

No limite a equação (2-7) torna-se na chamada lei de Darcy na sua forma diferencial:

$$q = -K \frac{\partial \phi}{\partial L} \quad (2-8)$$

A velocidade de Darcy, q , representada pela equação (2-8) não é a velocidade real da água subterrânea, devido a que a água está confinada a fluir através dos poros. Assim define-se a velocidade real, v^* , como:

$$v^* = q/n \quad (2-9)$$

onde n representa a porosidade da matriz porosa do aquífero.

Se o fluxo de águas subterrâneas é através de um meio poroso de textura fina, as forças de aderência são significativas; o mesmo acontece se o fluxo é através de uma matriz porosa de elevada quantidade de poros que não estão ligados entre eles. Nos dois casos é preciso fazer uso da porosidade eficaz, θ , de modo que a velocidade real é também escrita como $v = q/\theta$.

A forma geral tridimensional da expressão de lei de Darcy, relativa ao escoamento de um fluido incompressível e homogêneo, considerando a condutividade hidráulica invariante em todas as direções, é expressa como:

$$q_x = -K \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2-10)$$

$$q_y = -K \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (2-11)$$

$$q_z = -K \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (2-12)$$

Se o meio poroso é anisotrópico, a generalização tridimensional da lei de Darcy gera as seguintes equações (K_{ij} representa o tensor de permeabilidade):

$$q_x = -K_{xx} \frac{\partial \phi}{\partial x} - K_{xy} \frac{\partial \phi}{\partial y} - K_{xz} \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (2-13)$$

$$q_y = -K_{yx} \frac{\partial \phi}{\partial x} - K_{yy} \frac{\partial \phi}{\partial y} - K_{yz} \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (2-14)$$

$$q_z = -K_{zx} \frac{\partial \phi}{\partial x} - K_{zy} \frac{\partial \phi}{\partial y} - K_{zz} \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (2-15)$$

Os meios porosos anisotrópicos podem tornar-se meios isotrópicos considerando a seguinte aproximação (geralmente aplicáveis a muitos casos):

$$K_{xy} = K_{xz} = K_{yx} = K_{yz} = K_{zx} = K_{zy} \quad (2-16)$$

A validade da lei de Darcy é restrita para fluxos em regime laminar, onde o número de Reynolds oscila entre um e dez (normalmente a vazão específica subterrânea é suficientemente baixa para ficar em regime laminar).

2.2.2.

Equação de Continuidade

Fitts (Fitts, 2002) demonstra que a equação de continuidade é baseada no princípio de conservação da massa, e que a construção do modelo matemático começa por considerar um elemento de volume representativo diferencial do meio poroso, ∂V , cujos lados são ∂x , ∂y e ∂z . Este volume considera a massa de fluido subterrâneo que ingressa, a massa de fluido subterrâneo que sai, e massa que fica armazenada. A Figura 4 mostra o volume diferencial.

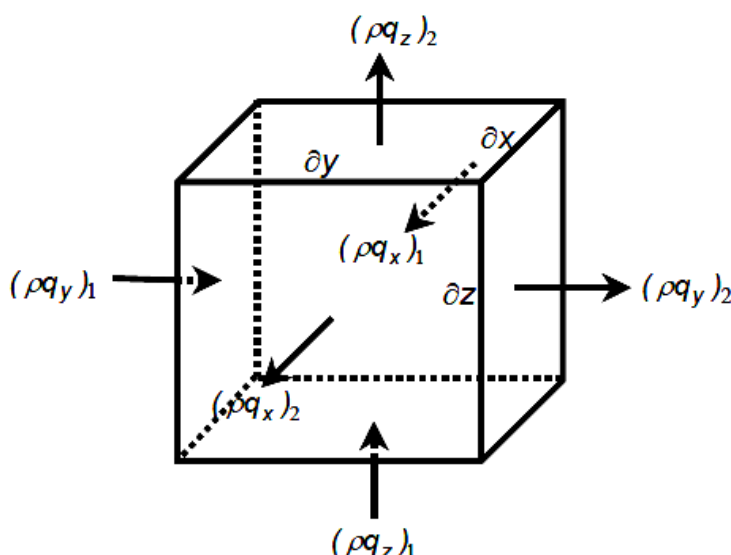


Figura 4 Elemento de volume diferencial

Pelo lado posterior (lado 1) do elemento diferencial na Figura 4 em um diferencial de tempo ∂t e normal com o eixo x , entra uma massa de fluido M_x igual a:

$$M_x = (\rho q_x)_1 \partial y \partial z \partial t \quad (2-17)$$

Da mesma maneira, pelo lado anterior (lado 2), sai uma massa de fluido igual a

$$M_{x+dx} = (\rho q_x)_2 \partial y \partial z \partial t \quad (2-18)$$

A diferença de massa de entrada e saída no eixo x , dentro do elemento diferencial do volume é:

$$\Delta M_x = M_x - M_{x+dx} = [(\rho q_x)_1 - (\rho q_x)_2] \partial y \partial z \partial t = \frac{\partial(\rho q_x)}{\partial x} \partial x \partial y \partial z \partial t \quad (2-19)$$

Agora, a variação da massa por unidade de tempo e unidade de volume, u , é definido como:

$$\Delta u_x = - \frac{\partial(\rho q_x)}{\partial x} \quad (2-20)$$

Os resultados são semelhantes para os eixos y e z :

$$\Delta u_y = - \frac{\partial(\rho q_y)}{\partial y} \quad (2-21)$$

$$\Delta u_z = - \frac{\partial(\rho q_z)}{\partial z} \quad (2-22)$$

Realizando a soma das equações (2-20), (2-21) e (2-22), indica que a diferença entre a entrada e a saída de água num elemento de volume diferencial do meio poroso do aquífero é:

$$\Delta u = \Delta u_x + \Delta u_y + \Delta u_z = - \left(\frac{\partial(\rho q_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho q_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho q_z)}{\partial z} \right) \quad (2-23)$$

É importante ter em conta a possibilidade de extrair ou introduzir um volume de fluido por diferencial de tempo, ∂t , e por unidade de volume definido pela letra F (por exemplo, fontes e bombeamentos). Isto dentro do elemento de volume de estudo, ∂V . Assim a diferença entre as entradas e saídas de água é agora:

$$\Delta u = - \left(\frac{\partial(\rho q_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho q_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho q_z)}{\partial z} \right) \pm F \rho \quad (2-24)$$

onde ρ é a densidade do fluido. O signo positivo é para ingressos de águas (fontes) e o signo negativo é para extrações (bombeamentos).

A variação de massa partindo do princípio de conservação da massa, deve ser igual ao armazenamento pela acumulação de fluido num tempo diferencial, ∂t , dentro do volume de poros, n , do volume de controle diferencial, ∂V :

$$-\left(\frac{\partial(\rho q_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho q_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho q_z)}{\partial z}\right) \pm F\rho = \frac{\partial(\rho n)}{\partial t} \quad (2-25)$$

Levando em conta o conceito estudado do coeficiente de armazenamento específico, S_0 , em conjunto com a equação (2-25) fornecem a expressão que define a equação de continuidade:

$$-\left(\frac{\partial(\rho q_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho q_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho q_z)}{\partial z}\right) \pm F\rho = \rho S_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2-26)$$

2.2.3.

Equações do Fluxo de Águas Subterrâneas

Levando em conta a equação de continuidade em conjunto com e a lei de Darcy, considerando que a densidade da água mantém-se constante, é possível fornecer diferentes tipos de equações em termos das características do meio poroso. Assim, no caso de um meio poroso não homogêneo e anisotrópico, a equação fornecida é:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \pm F = S_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2-27)$$

Para o caso de um meio poroso isotrópico homogêneo a equação obtida é:

$$K \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) \pm F = S_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2-28)$$

No caso de um fluxo estacionário, ou, no caso onde o fluido é sólido e incompressível, o termo do lado direito da equação (2-28) deve desaparecer, estabelecendo a equação seguinte:

$$K \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) \pm F = 0 \quad (2-29)$$

Finalmente, se o sistema é estacionário e não tem nenhuma contribuição ou extração de água, F , fornece-se a *equação de Laplace* para o potencial hidráulico como se segue:

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2-30)$$

O presente capítulo forneceu as formulações básicas para quantificar o fluxo de águas subterrâneas em meios porosos de diferentes características. A resolução destas equações em conjunto com as equações de transporte para meios porosos são calculadas fazendo uso de métodos numéricos, tais como diferenças finitas ou elementos finitos (Herbert e Anderson, 1982).