

## 6

# Modelo condicional de três fatores no mercado norte-americano

## 6.1

### Introdução

Os modelos de fatores relacionam o risco de um ativo a um conjunto de fatores de risco que influenciem a variação dos retornos. O desempenho do modelo depende da seleção dos fatores capazes de melhor explicar a variação dos retornos, bem como da estimação das sensibilidades a estes fatores. A literatura engloba trabalhos no sentido de busca e análise de novos fatores e no tratamento dinâmico em que os betas sejam estimados a partir de sua variação temporal.

O CAPM é ainda hoje o modelo de apreçamento mais utilizado na prática, de forma que apenas um fator de risco é considerado, dado pelo excesso de retorno da carteira de mercado. Apesar de sua popularidade, ao longo das últimas décadas, vários estudos questionam que apenas um fator de risco seja suficiente para explicar toda a variação *cross-sectional* dos retornos. A evidência empírica na literatura ressalta que outras fontes macroeconômicas de risco e características específicas das firmas podem ser capazes de explicar melhor os retornos em conjunto com o risco de mercado (Chen, Roll e Ross, 1986; Fama e French, 1993). Neste sentido, destaca-se o modelo de três fatores de Fama e French (1993) abordado no Capítulo 2 desta tese. Por outro lado, ainda que a validade do CAPM na forma incondicional seja questionável, na forma condicional ele pode apresentar melhores resultados no que se refere ao tratamento de anomalias tais como efeito tamanho e efeito valor. De fato, a variação do beta de um ativo no tempo é também consenso na literatura (Jagannathan e Wang, 1996; Avramov e Chordia, 2006) e as modelagens propostas incluem modelos de volatilidade condicional, dependência em variáveis condicionantes e modelos na forma espaço-estado, como apresentado também na revisão de literatura no Capítulo 2.

Alguns estudos apresentam evidências empíricas de que, na forma condicional, a capacidade explicativa do CAPM pode melhorar de maneira relevante. No contexto de modelos na forma espaço-estado, como abordado no Capítulo 5, Adrian e Franzoni (2009) observam que o modelo de *Learning* CAPM por eles proposto reduz consideravelmente os erros de apreçamento no período de

julho/1963 a dezembro/2004 no mercado americano e, ao considerar a dinâmica do processo de reversão à média conjuntamente com a influência de variáveis condicionantes, os erros de apreçamento são comparáveis em magnitude aos observados a partir do modelo de três fatores (Fama e French, 1993) na sua forma estática. Por outro lado, ao analisar os erros de apreçamento do modelo estático de três fatores de Fama e French (1993), os autores observam que para algumas carteiras são ainda estatisticamente significativos.

De forma mais abrangente, a literatura aborda também modelos condicionais nos quais mais de um fator de risco é considerado. São os chamados modelos multifatores condicionais, nos quais as sensibilidades aos fatores de risco variam no tempo. As modelagens da dinâmica dos betas seguem as mesmas propostas para o CAPM condicional, envolvendo também modelos de volatilidade condicional, dependência em variáveis condicionantes e modelos na forma espaço-estado (Ferson e Harvey, 1999; Garcia e Bonomo, 2001; Bentz, 2003; Avramov e Chordia, 2006; Mergner, 2009; Bauer, Cosemans e Schotman, 2010). Como abordado no Capítulo 2, Ferson e Harvey (1999) propõem a modelagem da dinâmica dos betas do modelo de três fatores de Fama e French (1993) como funções determinísticas de variáveis condicionantes defasadas no período de julho/1963 a dezembro/1994. Eles argumentam que tais variáveis capturam variação nos retornos esperados não capturadas pelos fatores de Fama e French (1993); por outro lado, o poder explicativo destas variáveis poderia estar associado à variação dos betas no modelo de três fatores. Os autores verificam empiricamente que realmente os betas variam ao longo do tempo de forma que o tratamento do modelo na forma condicional seria mais apropriado. Entretanto, mesmo na forma condicional, o modelo de três fatores não consegue explicar na totalidade os retornos esperados condicionais das carteiras ordenadas por BM e tamanho. Em contrapartida, Avramov e Chordia (2006) apresentam vários modelos de apreçamento em que os betas são tratados de forma dinâmica e apontam para a superioridade do modelo condicional de três fatores de Fama e French (1993). Os autores identificam que o modelo de três fatores na forma estática não é capaz de capturar satisfatoriamente a influência das variáveis de BM e tamanho na análise *cross-sectional* dos retornos de ações individuais no período entre julho/1994 a dezembro/2001. Quando os betas são tratados como

dinâmicos a partir de funções variáveis relativas ao ciclo econômico e a características das firmas, as variáveis BM e tamanho perdem poder explicativo.

Tendo em vista o bom desempenho da modelagem proposta por Adrian e Franzoni (2009) no caso do modelo de um fator, este capítulo tem como objetivo a extensão desta abordagem para um modelo condicional de três fatores de Fama e French (1993) de forma a verificar se a capacidade explicativa do modelo também pode ser melhorada. Apesar da extensa literatura sobre CAPM condicional, trabalhos sobre modelos de fatores condicionais são mais escassos, principalmente no que se refere à modelagem de betas como processos estocásticos estimados através do filtro de Kalman (Bentz, 2003; Mergner, 2009). A base de ativos analisada no presente estudo é composta por carteiras ordenadas por BM e tamanho. Estas carteiras são capazes de explicitar os conhecidos efeitos valor e tamanho apontados em estudos como os de Fama e French (1992) no mercado norte-americano, sendo a mesma base de dados analisada no trabalho de Adrian e Franzoni (2009). Partindo do ajuste do CAPM e do modelo de três fatores de Fama e French (1993) incondicionais, são ajustados também os modelos de *Learning* CAPM de Adrian e Franzoni (2009) sem e com a dependência em variáveis condicionantes, bem como a extensão da modelagem para o modelo de três fatores, de forma que no caso condicional os betas podem variar segundo duas especificações para o processo estocástico (passeio aleatório e reversão à média). O ajuste dos modelos condicionais é analisado através dos testes de resíduos e seus desempenhos são comparados a partir de medidas agregadas como o RMSE e o MAE. Finalmente são comparados os erros de apreçamento a partir de cada um dos modelos e avaliados os ganhos em comparação com os modelos incondicionais.

Os resultados acerca do *Learning* CAPM ratificam as conclusões de Adrian e Franzoni (2009), uma vez que o modelo é capaz de reduzir de forma relevante os erros de apreçamento comparado ao CAPM incondicional. Entretanto, apesar da redução observada em comparação com o CAPM incondicional, os erros de apreçamento permanecem significativos para algumas carteiras, com destaque para as de ações de menor tamanho e maior BM no período analisado.

Considerando o ajuste dos modelos condicionais de três fatores, assim como no modelo de um fator, as modelagens envolvendo dinâmica temporal dos betas descrita por processos estocásticos apresentam melhor resultado no que se refere

às medidas agregadas RMSE e MAE, relativas à capacidade preditiva dentro da amostra, em comparação com modelo incondicional correspondente. Nesta análise e também comparando as medidas de AIC e BIC, o desempenho para o modelo condicional de três fatores com processo de reversão à média para os betas apresenta melhor resultado do que o no caso do passeio aleatório. Destaca-se, porém, que, mesmo nos modelos condicionais de três fatores, os resíduos apresentam não normalidade e heterocedasticidade. Comparando os erros de apreçamento dos modelos, verifica-se que o tratamento condicional melhora capacidade explicativa do modelo de três fatores em relação ao modelo incondicional, apesar de os ganhos não serem tão relevantes em termos absolutos comparado ao modelo de fator. O modelo cuja dinâmica dos betas segue processo de passeio aleatório combinado com as variáveis condicionantes apresenta os melhores resultados, considerando a média das 25 carteiras. De forma mais específica, analisando os erros de carteiras de ações de menor tamanho e maior valor, *small-value* (14 e 15), principais indicadores dos efeitos tamanho e valor, verifica-se que são reduzidos de forma mais significativa na modelagem por reversão à média, em especial quando incluídas variáveis condicionantes.

Este capítulo está organizado da seguinte forma. A seção 6.2 apresenta a metodologia utilizada neste estudo, envolvendo questões relacionadas à estimação dos modelos e testes de apreçamento. A seção 6.3 apresenta os dados utilizados e a 6.4 os resultados empíricos. A seção 6.5 conclui o capítulo.

## 6.2 Metodologia

### 6.2.1 Modelo de fatores condicional

O modelo proposto neste estudo envolve múltiplos fatores com betas dinâmicos dados por combinação de processos estocásticos e variáveis explicativas, estendendo o modelo de Adrian e Franzoni (2009), de forma que:

$$R_{i,t} = \boldsymbol{\beta}'_{i,t} \mathbf{f}_t + \epsilon_{i,t} \quad \epsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma_\epsilon^2) \quad (6.1)$$

$$\boldsymbol{\beta}_{i,t+1} = \mathbf{B}_i + \Delta_i(\boldsymbol{\beta}_{i,t} - \mathbf{B}_i) + \boldsymbol{\Phi}_i \mathbf{Z}_t + \boldsymbol{\eta}_{i,t} \quad \boldsymbol{\eta}_{i,t} \sim N(0, \mathbf{Q}) \quad (6.2)$$

$$E[\epsilon_{i,t} \boldsymbol{\eta}'_{i,t}] = 0 \text{ para todo } t; \quad E[\epsilon_{i,t} \epsilon'_{i,s}] = 0 \text{ e } E[\boldsymbol{\eta}_{i,t} \boldsymbol{\eta}'_{i,s}] = 0 \text{ para todo } t, s$$

onde  $R_{i,t}$  é o excesso de retorno do ativo ou carteira,  $\mathbf{f}_t$  é o vetor representando o retorno dos fatores,  $\beta_{i,t}$  é o vetor de sensibilidades do ativo  $i$  aos fatores,  $\mathbf{B}_i$  é o vetor de médias de longo prazo do vetor beta,  $\Delta_i$  é uma matriz diagonal em que os valores correspondem aos parâmetros de persistência do movimento de reversão à média de cada beta,  $\mathbf{Z}_t$  é o vetor de variáveis condicionantes explicativas, corrigidas pela média sem perda de generalidade, e  $\Phi_i$  é a matriz com coeficientes que relacionam a dependência dos betas com as variáveis condicionantes. Além disso, a matriz  $\mathbf{Q}$  é considerada diagonal, de forma que os betas dos fatores são descorrelacionados entre si.

Considerando o modelo de três fatores de Fama e French (1993), o conjunto de equações (6.1)-(6.2) pode ser reescrito como apresentado na seção 4.2. Algumas equações são aqui reapresentadas para facilitar a leitura do capítulo. Seguindo o modelo de Adrian e Franzoni (2009), para cada ativo  $i$ , tem-se que:

$$\begin{aligned} R_{i,t} &= \beta_{i1,t}f_{1,t} + \beta_{i2,t}f_{2,t} + \beta_{i3,t}f_{3,t} + \epsilon_{i,t} \quad \epsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma_\epsilon^2) \\ \beta_{i1,t+1} &= B_{i1} + \delta_{i1}(\beta_{i1,t} - B_{i1}) + \Phi'_{i1}\mathbf{Z}_t + \eta_{i1,t+1} \quad \eta_{i1,t} \sim N(0, \sigma_{\eta1}^2) \\ \beta_{i2,t+1} &= B_{i2} + \delta_{i2}(\beta_{i2,t} - B_{i2}) + \Phi'_{i2}\mathbf{Z}_t + \eta_{i2,t+1} \quad \eta_{i2,t} \sim N(0, \sigma_{\eta2}^2) \\ \beta_{i3,t+1} &= B_{i3} + \delta_{i3}(\beta_{i3,t} - B_{i3}) + \Phi'_{i3}\mathbf{Z}_t + \eta_{i3,t+1} \quad \eta_{i3,t} \sim N(0, \sigma_{\eta3}^2) \end{aligned} \quad (6.3)$$

onde  $f_{1,t}$  é o prêmio de risco de mercado,  $f_{2,t}$  é o retorno da carteira *HML* e  $f_{3,t}$  é o retorno da carteira *SMB*.  $B_{i1}$ ,  $B_{i2}$  e  $B_{i3}$  são as médias de longo prazo do processo de cada beta, ou médias incondicionais, e os parâmetros  $\delta_{i1}$ ,  $\delta_{i2}$  e  $\delta_{i3}$  são os parâmetros de persistência, que revelam a força de reversão do processo de cada beta para sua média incondicional.  $\Phi'_{ij}$  é o vetor de coeficientes que relaciona  $\beta_{ij,t}$  com  $\mathbf{Z}_t$  ( $j = 1, 2$  e  $3$ ), dado por uma linha da matriz  $\Phi_i$ . Cada um dos coeficientes beta segue um processo de reversão à média, de forma que  $|\delta_{ij}| < 1$ . Neste caso, a média e a variância incondicional de cada  $\beta_{ij,t}$  são dadas por:

$$E[\beta_{ij}] = \frac{(1 - \delta_{ij})B_{ij}}{(1 - \delta_{ij})} = B_{ij} \quad (6.4)$$

$$var[\beta_{ij}] = \frac{\sigma_{\eta j}^2 + \sum_g \phi_{ij,g}^2 var[Z_g]}{(1 - \delta_{ij}^2)} \quad (6.5)$$

conforme abordado na seção 4.2. O modelo guarda outros modelos da literatura como casos particulares. Se apenas um fator de risco for apreçado, recai-se no

próprio modelo proposto por Adrian e Franzoni (2009), que já trata outros da literatura de CAPM condicional como casos particulares. Dentre os mencionados neste trabalho, para apenas um fator, se os coeficientes  $\phi$ 's forem nulos, beta segue apenas o processo de reversão à média como Jostova e Philipov (2005). Se  $\delta_1$  e  $\sigma_{\eta_1}^2 = 0$ , obtém-se o modelo em que o beta é função linear de variáveis condicionantes, como tratado por Avramov e Chordia (2006). No caso de se considerar mais fatores, pode-se recair em modelos condicionais multifatores também tratados na literatura. Se  $\phi_{i1} = \phi_{i2} = \phi_{i3} = 0$  e  $\delta_{i1} = \delta_{i2} = \delta_{i3} = 1$ , recai-se no caso de regressão com coeficientes variantes no tempo seguindo processo de passeio aleatório, como o modelo apresentado por Mergner (2009). Finalmente, se  $\sigma_{\eta_1}^2 = \sigma_{\eta_2}^2 = \sigma_{\eta_3}^2 = 0$  e  $\delta_{i1} = \delta_{i2} = \delta_{i3} = 0$ , teremos o modelo em que os betas são funções determinísticas de variáveis condicionantes defasadas como apresentado por Ferson e Harvey (1999) e Avramov e Chordia (2006).

Para comparação com o modelo mais geral a ser estimado dado pelo sistema de equações (6.3), com e sem variáveis condicionantes, alguns outros casos particulares serão também analisados. Para apenas um fator, será estimado o modelo de Adrian e Franzoni (2009), com e sem variáveis condicionantes. Para o modelo de múltiplos fatores, será estimado adicionalmente o caso em que  $\delta_{i1} = \delta_{i2} = \delta_{i3} = 1$ , de forma que cada um dos betas segue processo de passeio aleatório com e sem variáveis condicionantes.

### 6.2.2

#### Modelo na forma espaço-estado e o Filtro de Kalman

A estimação do modelo proposto pode ser feita sob o tratamento apresentado na seção 4.2. Na forma espaço-estado, o modelo dado pelo conjunto de equações (6.3) pode ser escrito na forma matricial, como apresentado no sistema de equações (4.20):

$$R_{i,t} = (f_{1,t} \quad f_{2,t} \quad f_{3,t}) \begin{pmatrix} \beta_{i1,t} \\ \beta_{i2,t} \\ \beta_{i3,t} \end{pmatrix} + \epsilon_{i,t} \quad (6.6)$$

$$\begin{pmatrix} \beta_{i1,t+1} \\ \beta_{i2,t+1} \\ \beta_{i3,t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta_{i1} & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{i2} & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{i3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_{i1,t} \\ \beta_{i2,t} \\ \beta_{i3,t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{i1} & \Phi'_{i1} \\ a_{i2} & \Phi'_{i2} \\ a_{i3} & \Phi'_{i3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \mathbf{z}_t \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_{i1,t} \\ \eta_{i2,t} \\ \eta_{i3,t} \end{pmatrix}$$

onde  $a_{ij} = (1 - \delta_{ij})B_{ij}$ . Ou ainda:

$$R_{i,t} = \mathbf{S}_t \boldsymbol{\mu}_{i,t} + \epsilon_{i,t} \quad \epsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma_\epsilon^2) \quad (6.7)$$

$$\boldsymbol{\mu}_{i,t+1} = \mathbf{T}_{i,t} \boldsymbol{\mu}_{i,t} + \mathbf{c}_{i,t} + \mathbf{U}_{i,t} \boldsymbol{\eta}_{i,t} \quad \boldsymbol{\eta}_{i,t} \sim N(0, \mathbf{Q}_i)$$

de forma que as matrizes do sistema e o vetor de estado  $\boldsymbol{\mu}_{i,t}$  são dados por:

$$\mathbf{S}_t = (f_{1,t} \quad f_{2,t} \quad f_{3,t})$$

$$\boldsymbol{\mu}_{i,t} = \begin{pmatrix} \beta_{i1,t} \\ \beta_{i2,t} \\ \beta_{i3,t} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{i,t} = \mathbf{T}_i = \begin{pmatrix} \delta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{c}_{i,t} = \begin{pmatrix} a_{i1} & \Phi'_{i1} \\ a_{i2} & \Phi'_{i2} \\ a_{i3} & \Phi'_{i3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \mathbf{z}_t \end{pmatrix} = \Phi_i \begin{pmatrix} 1 \\ \mathbf{z}_t \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{U}_{i,t} = \mathbf{U} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{Q}_{i,t} = \mathbf{Q}_i = \begin{pmatrix} \sigma_{\eta_1}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\eta_2}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\eta_3}^2 \end{pmatrix}$$

Sejam:

$$\mathbf{b}_{i,t+1} = \mathbf{b}_{i,t+1|t} = E[\boldsymbol{\mu}_{i,t+1} | \mathbf{R}_{i,t}] \quad (6.8)$$

$$\mathbf{P}_{i,t+1} = \mathbf{P}_{i,t+1|t} = \text{var}[\boldsymbol{\mu}_{i,t+1} | \mathbf{R}_{i,t}] \quad (6.9)$$

onde  $\mathbf{R}_{i,t} = \{R_{i,1}, \dots, R_{i,t}\}$ . Aplicando o filtro de Kalman para estimar recursivamente o vetor de estado como nas equações (4.25)-(4.26), tem-se que:

$$\mathbf{b}_{i,t+1} = \mathbf{T}_i \mathbf{b}_{i,t} + \mathbf{c}_{i,t} + \mathbf{k}_{i,t} v_{i,t} \quad (6.10)$$

$$\mathbf{P}_{i,t+1} = \mathbf{T}_i \mathbf{P}_{i,t} \mathbf{L}'_{i,t} + \mathbf{U} \mathbf{Q}_i \mathbf{U}' \quad (6.11)$$

$$\text{onde } v_{i,t} = R_{i,t} - \mathbf{S}_t \mathbf{b}_{i,t}; \quad \mathbf{k}_{i,t} = \mathbf{T}_i \mathbf{M}_{i,t} F_{i,t}^{-1}; \quad \mathbf{M}_{i,t} = \mathbf{P}_{i,t} \mathbf{S}'_t; \quad (6.12)$$

$$F_{i,t} = \mathbf{S}_t \mathbf{P}_{i,t} \mathbf{S}'_t + \sigma_\epsilon^2; \quad \mathbf{L}_{i,t} = \mathbf{T}_i - \mathbf{k}_{i,t} \mathbf{S}_t$$

O conjunto de hiperparâmetros  $\boldsymbol{\psi}_i$  do modelo para cada ativo  $i$  é dado pelos parâmetros que compõem  $\mathbf{T}_i$  e  $\boldsymbol{\Phi}_i$ , pelos coeficientes  $a_{i1}$ ,  $a_{i2}$  e  $a_{i3}$ , que indiretamente fornecem informação sobre as médias de longo prazo  $B_{i1}$ ,  $B_{i2}$  e  $B_{i3}$ , e pelas variâncias  $\sigma_\epsilon^2$  e  $\sigma_{\eta_1}^2$ ,  $\sigma_{\eta_2}^2$  e  $\sigma_{\eta_3}^2$ , e podem ser estimados por máxima verossimilhança. De acordo com a equação (4.27), a função de log-verossimilhança é dada por:

$$\log L(\boldsymbol{\psi}_i; \mathbf{R}_i) = -\frac{N}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N \log F_{i,t} - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N \frac{(R_{i,t} - \mathbf{S}_t \mathbf{b}_{i,t})^2}{F_{i,t}} \quad (6.13)$$

No processo de estimação, dois conjuntos de valores iniciais são necessários. O primeiro se refere aos valores iniciais dos hiperparâmetros para maximização da verossimilhança. Como apresentado na seção 4.3.3, como  $\sigma_\epsilon^2$  foi utilizada a variância da série  $R_{i,t}$ ; como  $\sigma_{\eta_1}^2$ ,  $\sigma_{\eta_2}^2$  e  $\sigma_{\eta_3}^2$ , foram utilizadas as variâncias das séries dos betas estimado por mínimos quadrados com janelas móveis de 60 meses; como  $\delta_{i1}$ ,  $\delta_{i2}$  e  $\delta_{i3}$ , utilizou-se o valor 0,5; e como valores iniciais da média de longo prazo,  $B_{i1}$ ,  $B_{i2}$  e  $B_{i3}$ , foram utilizados os valores médios dos betas estimado por mínimos quadrados com janelas móveis, sendo  $a_{i1}$ ,  $a_{i2}$  e  $a_{i3}$  calculados como  $a_{ij} = (1 - \delta_{ij})B_{ij}$  para  $j = 1, 2$  e  $3$ . Os valores iniciais para os coeficientes de  $\boldsymbol{\Phi}_i$  foram zero. O programa utilizado foi o Matlab com funções adaptadas do *toolbox* SSM (Peng e Aston, 2011).

O segundo conjunto de valores iniciais diz respeito à inicialização do vetor de estado no filtro de Kalman. Tendo em vista que cada um dos betas segue um processo estacionário, a inicialização do filtro de Kalman utilizada é estacionária padrão. Como valor inicial do vetor de estado  $\mathbf{b}_{i,1}$ , correspondente ao valor esperado incondicional, utilizou-se o valor médio dos betas estimados por mínimos quadrados com janelas móveis (60 meses).<sup>1</sup> Os valores iniciais para a diagonal da matriz  $\mathbf{P}_{i,1}$ , correspondentes à variância incondicional de cada beta, podem ser calculados a partir da equação (6.5), considerando os valores iniciais para os hiperparâmetros no processo de estimação.

Algumas observações devem ser feitas aqui acerca dos modelos particulares que também serão estimados. Quanto ao modelo de um fator no qual beta segue reversão à média com e sem variáveis condicionantes, seguindo a metodologia

<sup>1</sup> Foi realizada também a estimação do modelo utilizando como médias de longo prazo os coeficientes da regressão a partir da série completa e os resultados não se alteram.

de Adrian e Franzoni (2009), a média incondicional é tratada como desconhecida e incorporada ao vetor de estado, sendo reestimada pelo filtro de Kalman a cada nova observação. Neste caso, a inicialização utilizada é a difusa exata, como apresentado na seção 4.3.3. Quanto ao modelo de três fatores no qual os betas seguem processo de passeio aleatório, a inicialização do filtro de Kalman também deve ser difusa exata, uma vez que os processos são não-estacionários.

### 6.2.3 Ajuste do modelo e diagnósticos

Como apresentado no Capítulo 5, considerando a estimação dos hiperparâmetros, é desejável medir o ajuste do modelo às series de dados. As medidas de AIC (*Akaike Information Criteria*) e o BIC (*Bayesian Information Criteria*) são calculados como:

$$AIC = \frac{1}{N} [-2 \log L(\mathbf{R}_i | \hat{\boldsymbol{\psi}}_i) + 2(q + w)] \quad (6.14)$$

$$BIC = \frac{1}{N} [-2 \log L(\mathbf{R}_i | \hat{\boldsymbol{\psi}}_i) + (q + w) \log N] \quad (6.15)$$

onde  $N$  é o tamanho da série,  $w$  é o número de hiperparâmetros a serem estimados e  $q$  é o número de elementos difusos no vetor de estado, se houver. Novamente, a análise de diagnósticos é também realizada partindo da premissa de que os distúrbios  $\epsilon_t$  e  $\boldsymbol{\eta}_t$  são normalmente distribuídos e serialmente independentes com variâncias constantes. Sob estas hipóteses, os erros de previsão-um-passo-a-frente padronizados, dados por:

$$e_{i,t} = \frac{v_{i,t}}{\sqrt{F_{i,t}}} \quad t = 1 \text{ a } N \quad (6.16)$$

(ou para  $t = q$  a  $N$  no caso de inicialização difusa) devem ser também normalmente distribuídos e serialmente independentes com variância unitária, onde  $v_{i,t}$  e  $F_{i,t}$  são a inovação e sua variância calculadas a partir das equações (6.12) do filtro de Kalman. Estas propriedades podem ser verificadas através dos testes de Jarque-Bera para normalidade, de Ljung-Box para autocorrelação, e ARCH de Engle para heterocedasticidade.

Finalmente, os modelos serão comparados quanto à sua capacidade preditiva *in-sample* através das medidas agregadas de RMSE e MAE dadas por:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [(R_{i,t} - \hat{R}_{i,t})^2]} \quad (6.17)$$

$$MAE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |R_{i,t} - \hat{R}_{i,t}|} \quad (6.18)$$

onde  $\hat{R}_{i,t}$  é o valor estimado de  $R_{i,t}$ . Testes de significância das diferenças entre RMSE e MAE são realizados utilizando a estatística de teste de Diebold e Mariano (1995).

#### 6.2.4 Análise dos erros de apreçamento

De forma a verificar se os modelos propostos são capazes de diminuir os erros de apreçamento em relação a modelos alternativos como o modelo condicional de um fator e o modelo incondicional de três fatores, a análise será realizada de acordo com a metodologia aplicada por Adrian e Franzoni (2009), que propõem a realização de teste a partir da estimação do erro de apreçamento condicional a cada instante de tempo. Em analogia ao modelo de um fator apresentado pelos autores, a partir das estimativas resultantes do filtro de Kalman para os coeficientes betas, o alfa condicional para o modelo de três fatores dado pelas equações (6.3) é estimado para cada mês como:

$$\hat{\alpha}_{i,t+1} = R_{i,t+1} - \sum_{j=1}^3 \hat{\beta}_{ij,t+1|t} f_{j,t+1} \quad (6.19)$$

onde  $\hat{\beta}_{ij,t+1|t}$  é a previsão um passo a frente do coeficiente beta relacionado ao fator  $j$  ( $j = 1$  a  $3$ ) resultante do filtro de Kalman, correspondente às componentes do vetor de estado previsto  $\mathbf{b}_{i,t+1}$ , conforme definido na equação (6.8). Sob a hipótese de que o modelo apreça satisfatoriamente o risco sistemático, tem-se:

$$\hat{\alpha}_i = E[\hat{\alpha}_{i,t+1}] = 0 \quad (6.20)$$

de forma que a estimativa final utilizada para  $\hat{\alpha}_i$  é a média da série temporal de  $\hat{\alpha}_{i,t+1}$ , sendo o desvio-padrão calculado como o desvio-padrão da média. Podem

ser calculadas novamente as duas medidas de erro para avaliar conjuntamente os erros de apreçamento de todos os ativos analisados, conforme proposto por Adrian e Franzoni (2009) e utilizado no Capítulo 5. A primeira é a raiz do erro médio quadrático considerando todos os ativos (*REMQ*). A segunda estatística é o *composite pricing error (CPE)*, calculado como  $\hat{\alpha}'\hat{\Omega}^{-1}\hat{\alpha}$ , onde  $\hat{\alpha}$  é um vetor composto pelos erros de apreçamento  $\hat{\alpha}_i$  dos  $p$  ativos e  $\hat{\Omega}$  é a matriz diagonal de variâncias estimadas dos retornos.

### 6.3 Dados

Em linha com grande parte da literatura sobre anomalias financeiras, os ativos analisados são as 25 carteiras ordenadas por BM e valor de mercado seguindo a construção proposta por Fama e French (1993). Neste contexto, o universo de ações é ordenado por valor de mercado (tamanho) e dividido em quintis (sendo o primeiro quintil, ou “1”, correspondente às ações menores, ou *small*; e o quinto quintil, ou “5”, às ações maiores, ou *big*). Da mesma forma, o universo é ordenado pela razão BM e dividido em quintis (sendo o quintil “1” correspondente às ações de menor BM, ou *growth*; o quintil “5” às ações de maior BM, ou *value*). As 25 carteiras são construídas a partir da interseção destes dois conjuntos<sup>2</sup>. As carteiras são construídas ao final do mês de junho de cada ano e os retornos são calculados ponderados por valor. Considerando o modelo condicional com base no modelo de três fatores de Fama e French (1993), serão utilizadas as séries dos retornos dos fatores correspondentes ao excesso de retorno de mercado  $R_m$  e às carteiras *SMB* (small minus big) e *HML* (high minus low)<sup>3</sup>.

Neste capítulo, será analisada a capacidade explicativa dos modelos propostos no período de julho 1963 a dezembro 2012. A periodicidade dos dados é mensal, de forma que para estimação dos modelos as séries apresentam 1038 observações. O período de análise começando em julho de 1963 é escolhido por ser aquele em que o CAPM apresenta grandes deficiências na explicação dos retornos médios das ações. Usualmente, os artigos que avaliam carteiras ordenadas por tamanho e BM têm como início dados a partir de 1963 (Fama e

<sup>2</sup> Os dados, bem como o detalhamento sobre o universo e construção das carteiras estão disponíveis no *website* do Prof. Kenneth French ([http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data\\_library.html](http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html))

<sup>3</sup> Os dados estão também disponíveis no mesmo *website* do Prof. Kenneth French.

French, 1992; Fama e French, 1993; Ferson e Harvey, 1999; Adrian e Franzoni, 2009). Por outro lado, Adrian e Franzoni (2009) defendem o uso de uma série mais longa para estimar o modelo de *Learning* por eles proposto, de forma que a influência do comportamento passado dos retornos seja refletida na média de longo prazo de beta. Do mesmo modo, os modelos aqui propostos são estimados utilizando a série completa dos dados disponíveis, iniciando em julho de 1926.

A escolha das variáveis condicionantes foi baseada na revisão de literatura apresentada nesta tese, com destaque para as informações apresentadas na seção 2.2.1. Foram escolhidas inicialmente quatro variáveis condicionantes cuja habilidade de previsão de beta ou do *equity premium* tenha sido verificada em estudos anteriores. A primeira variável é o *default spread* (Jagganathan e Wang, 1996; Avramov e Chordia, 2006; Ferson e Schadt, 1996; Ferson e Harvey, 1999) dada pela diferença entre as taxas dos títulos de risco de crédito diferentes classificados como BAA e AAA. Outras duas variáveis utilizadas foram o *term spread* (Ferson e Schadt, 1996; Ferson e Harvey, 1999), dado pela diferença entre as taxas de juros dos títulos americanos de maturidade 10 anos e 3 meses, e o excesso de retorno da carteira de mercado. Ambas são apresentadas por Campbell e Vuolteenaho (2004) e utilizadas neste mesmo contexto de variáveis condicionantes de beta por Adrian e Franzoni (2009). Finalmente, consideramos também a taxa de juros de curto prazo representada pelo rendimento de um *Treasury bill* de 1 mês (Ferson e Schadt, 1996; Ferson e Harvey, 1999).<sup>4</sup>

### 6.3.1 Análise das séries

A Tabela 6.1 apresenta as estatísticas descritivas das 25 séries correspondentes à interseção dos quintis de tamanho e BM no período de janeiro de 1963 a dezembro de 2012. As carteiras são nomeadas de acordo com a literatura da seguinte forma: a carteira *11* é chamada de *small-growth* (pequena-crescimento, ou seja, baixo valor de mercado e baixo BM); a carteira *15* é a *small-value* (pequena-valor, ou seja, baixo valor de mercado e alto BM); a carteira *51* é

<sup>4</sup> As séries para o *default spread* e o *term spread* foram obtidas na base de dados *Federal Reserve Economic Data (FRED Economic Data)*, disponível no *website* do *Federal Reserve Bank of St. Louis* (<http://research.stlouisfed.org/fred2/>). A série do retorno da carteira de mercado é dada por  $R_m$  do *website* do Prof. Kenneth French, bem como a série da taxa de juros do ativo livre de risco de curto prazo, obtida a partir do ativo de livre de risco  $R_f$ .

a *large-growth* (grande-crescimento, ou seja, alto valor de mercado e baixo BM); e a carteira 55 é a *large-value* (grande-valor, ou seja, alto valor de mercado e alto BM). As outras são numeradas de forma correspondente aos quintis intermediários. A Tabela 6.2 apresenta estatísticas acerca dos fatores de Fama e French (1993), *Rm*, *SMB* e *HML*, no mesmo período.

**Tabela 6.1 – Estatísticas descritivas do excesso de retorno das 25 carteiras (jan/1963 a dez/2012)**

|    | média | desvio padrão | Assimetria | curtose | JB        |
|----|-------|---------------|------------|---------|-----------|
| 11 | 0,23% | 8,06%         | -0,03      | 5,22    | 123,34*** |
| 12 | 0,77% | 6,94%         | 0,01       | 6,09    | 239,30*** |
| 13 | 0,81% | 6,05%         | -0,16      | 5,62    | 174,40*** |
| 14 | 0,99% | 5,71%         | -0,20      | 5,87    | 209,77*** |
| 15 | 1,14% | 6,16%         | -0,24      | 6,22    | 264,99*** |
| 21 | 0,43% | 7,27%         | -0,34      | 4,43    | 62,26***  |
| 22 | 0,69% | 6,03%         | -0,46      | 5,33    | 157,15*** |
| 23 | 0,89% | 5,49%         | -0,47      | 5,88    | 229,02*** |
| 24 | 0,92% | 5,33%         | -0,49      | 6,11    | 265,99*** |
| 25 | 1,00% | 6,05%         | -0,42      | 6,08    | 255,98*** |
| 31 | 0,46% | 6,71%         | -0,37      | 4,38    | 61,07***  |
| 32 | 0,74% | 5,53%         | -0,52      | 5,66    | 204,21*** |
| 33 | 0,76% | 5,06%         | -0,53      | 5,28    | 157,25*** |
| 34 | 0,86% | 4,95%         | -0,32      | 5,37    | 150,53*** |
| 35 | 1,05% | 5,53%         | -0,39      | 6,21    | 273,12*** |
| 41 | 0,56% | 5,95%         | -0,23      | 4,67    | 74,76***  |
| 42 | 0,54% | 5,23%         | -0,59      | 5,85    | 237,75*** |
| 43 | 0,69% | 5,10%         | -0,51      | 6,23    | 286,03*** |
| 44 | 0,83% | 4,86%         | -0,26      | 4,96    | 102,67*** |
| 45 | 0,83% | 5,52%         | -0,28      | 5,48    | 162,34*** |
| 51 | 0,43% | 4,73%         | -0,23      | 4,61    | 70,25***  |
| 52 | 0,48% | 4,48%         | -0,40      | 4,74    | 91,37***  |
| 53 | 0,45% | 4,41%         | -0,31      | 5,16    | 125,93*** |
| 54 | 0,54% | 4,40%         | -0,23      | 4,83    | 88,61***  |
| 55 | 0,61% | 5,06%         | -0,27      | 4,05    | 34,58***  |

Estimação no período de jan/1963 a dez/2012. JB é a estatística de Jarque-Bera. (\*\*\*) (\*\* e \*) representam valores significativos ao nível de 1%, 5% e 10%, respectivamente.

**Tabela 6.2 – Estatísticas descritivas dos fatores (janeiro de 1963 a dezembro de 2012)**

|            | Media | desvio padrão | correl Rm | correl SMB | correl HML |
|------------|-------|---------------|-----------|------------|------------|
| <b>Rm</b>  | 0,47% | 4,50%         | 1,00      |            |            |
| <b>SMB</b> | 0,25% | 3,12%         | 0,31      | 1,00       |            |
| <b>HML</b> | 0,40% | 2,89%         | -0,30     | -0,23      | 1,00       |

Como esperado no estudo de séries financeiras, as séries apresentam assimetria negativa e alta curtose, de forma que a normalidade dos retornos é rejeitada, o que pode ser verificado pela estatística do teste de Jarque-Bera para todas as carteiras. As médias e desvios-padrão observados são coerentes com os reportados em outros artigos, como os de Fama e French (1993; 1996)<sup>5</sup>. O excesso de retorno médio varia de 0,23% a 1,14% ao mês. A análise confirma a ampla evidência presente na literatura de uma relação negativa entre tamanho e retorno médio e de uma relação positiva entre BM e retorno médio. Carteiras de ações pequenas tendem a ter retornos maiores do que carteiras de ações grandes, assim como carteiras de ações de alto BM apresentam retorno médio maior comparado a carteiras de ações de baixo BM.<sup>6</sup>

Os valores médios dos prêmios de risco dos fatores são também da mesma ordem dos reportados por Fama e French (1993) até o início da década de 1990. A correlação entre  $R_m$  e  $SMB$  é positiva e entre  $R_m$  e  $HML$  é negativa, ambas na ordem de 0,30 em termos absolutos, valores um pouco menores do que os reportados no artigo mencionado. A correlação entre  $SMB$  e  $HML$  é negativa, da ordem de -0,20, pouco maior do que a reportada por Fama e French (1993). Pode-se considerar, desta forma, que a ordem de grandeza destas correlações permanece baixa, não invalidando o uso do modelo.

## **6.4 Resultados**

### **6.4.1 Modelos incondicionais**

Ajustando inicialmente o CAPM incondicional às 25 séries, os resultados obtidos são apresentados na Tabela 6.3.

---

<sup>5</sup> Cabe observar que, para o período analisado neste capítulo, a significância dos excessos dos retornos médios é maior do que a reportada por Fama e French (1993).

<sup>6</sup> O Painel A da Tabela 6.4 apresenta os mesmos dados de retornos médios mais a frente e facilita a visualização deste comportamento.

Tabela 6.3 – CAPM incondicional (janeiro de 1963 a dezembro de 2012)

|    | alfa     | beta    | Adj R2 | JB         |
|----|----------|---------|--------|------------|
| 11 | -0,44%** | 1,43*** | 0,6366 | 1449,99*** |
| 12 | 0,19%    | 1,23*** | 0,6319 | 3407,66*** |
| 13 | 0,30%*   | 1,10*** | 0,6652 | 603,45***  |
| 14 | 0,51%*** | 1,02*** | 0,6409 | 194,13***  |
| 15 | 0,63%*** | 1,08*** | 0,6202 | 177,00***  |
| 21 | -0,23%   | 1,40*** | 0,7507 | 610,65***  |
| 22 | 0,14%    | 1,17*** | 0,7613 | 153,77***  |
| 23 | 0,40%*** | 1,06*** | 0,7489 | 50,77***   |
| 24 | 0,44%*** | 1,01*** | 0,7275 | 62,74***   |
| 25 | 0,48%*** | 1,11*** | 0,6808 | 133,10***  |
| 31 | -0,17%   | 1,33*** | 0,7958 | 1630,72*** |
| 32 | 0,21%**  | 1,12*** | 0,8286 | 92,38***   |
| 33 | 0,29%**  | 1,00*** | 0,7905 | 152,61***  |
| 34 | 0,41%*** | 0,96*** | 0,7520 | 185,48***  |
| 35 | 0,57%*** | 1,02*** | 0,6933 | 129,69***  |
| 41 | -0,01%   | 1,22*** | 0,8488 | 5965,15*** |
| 42 | 0,03%    | 1,08*** | 0,8652 | 121,44***  |
| 43 | 0,21%*   | 1,03*** | 0,8190 | 548,10***  |
| 44 | 0,38%*** | 0,95*** | 0,7754 | 176,04***  |
| 45 | 0,34%**  | 1,04*** | 0,7114 | 123,65***  |
| 51 | -0,04%   | 0,99*** | 0,8820 | 11,27***   |
| 52 | 0,05%    | 0,93*** | 0,8717 | 574,68***  |
| 53 | 0,04%    | 0,87*** | 0,7910 | 307,94***  |
| 54 | 0,15%    | 0,83*** | 0,7149 | 1001,43*** |
| 55 | 0,19%    | 0,89*** | 0,6219 | 228,68***  |

Estimação no período de jan/1963 a dez/2012. JB é a estatística de Jarque-Bera. (\*\*\*) (\*\* e \*) representam valores significativos ao nível de 1%, 5% e 10%, respectivamente.

Apenas arrumando as informações acerca dos retornos médios e dos erros de apreçamento das carteiras provenientes do ajuste do CAPM incondicional para facilitar as análises seguintes, a Tabela 6.4 é apresentada a seguir.

Tabela 6.4 – Excesso de retorno e erros de apreçamento do CAPM incondicional (janeiro de 1963 a dezembro de 2012)

| Painel A – Excesso de retorno |       |       |       |       |       | Painel B - Erros de apreçamento do CAPM |         |          |          |          |
|-------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|---|---------|----------|----------|----------|
| BM                            |       |       |       |       |       |   |         |          |          |          |
| Tam                           | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 1                                       | 2       | 3        | 4        | 5        |
| 1                             | 0,23% | 0,77% | 0,81% | 0,99% | 1,14% | -0,44%**                                | 0,19%   | 0,30%*   | 0,51%*** | 0,63%*** |
| 2                             | 0,43% | 0,69% | 0,89% | 0,92% | 1,00% | -0,23%                                  | 0,14%   | 0,40%*** | 0,44%*** | 0,48%*** |
| 3                             | 0,46% | 0,74% | 0,76% | 0,86% | 1,05% | -0,17%                                  | 0,21%** | 0,29%**  | 0,41%*** | 0,57%*** |
| 4                             | 0,56% | 0,54% | 0,69% | 0,83% | 0,83% | -0,01%                                  | 0,03%   | 0,21%*   | 0,38%*** | 0,34%**  |
| 5                             | 0,43% | 0,48% | 0,45% | 0,54% | 0,61% | -0,04%                                  | 0,05%   | 0,04%    | 0,15%    | 0,19%    |

(\*\*\*), (\*\*) e (\*) representam valores significativos ao nível de 1%, 5% e 10%, respectivamente.

Observa-se que o intercepto é significativo para 14 das 25 séries ao nível de 10% de significância, evidenciando uma parcela de retorno não explicada pelo beta de mercado. Fama e French (1992) apresentam evidências de que o CAPM

incondicional não consegue explicar retornos de carteiras ordenadas por tamanho e BM. De fato, como já mencionado, para um mesmo nível de BM, as carteiras de menor tamanho tendem a apresentar retornos consistentemente maiores. Da mesma forma, para um mesmo nível de tamanho, carteiras de maior BM tendem a apresentar retornos maiores. Ao ajustar o CAPM incondicional, observamos parcela de retorno não explicado pelo beta de mercado estatisticamente significativa em carteiras de ações de menor tamanho e maior BM, evidenciando o efeito tamanho e o efeito valor, respectivamente. A carteira *small-value 15*, por exemplo, apresenta o maior erro de apreçamento, da ordem de 8% a.a., como também observado por Adrian e Franzoni (2009).

Ainda analisando a Tabela 6.3, observa-se que o modelo deixa ainda variação não explicada nos retornos dos ativos. Os valores do  $R^2$  ajustado são sempre menores do que 0,9 e, para carteiras de ações de pequeno tamanho e alto BM, o  $R^2$  ajustado é da ordem de 0,7. Os betas são sempre bastante significativos e variam muito de carteira para carteira, estando no intervalo entre 0,83 e 1,43. Em relação ao ajuste do modelo, os resíduos apresentam não normalidade para todas as séries.

Em seguida, foi ajustado o modelo de três fatores de Fama e French (1993) no mesmo período como apresentado na Tabela 6.5.

**Tabela 6.5 – Modelo de três fatores incondicional (julho de 1963 a dezembro de 2012)**

|            | Alfa      | beta Rm | beta SMB | beta HML | Adj R2 | JB        |
|------------|-----------|---------|----------|----------|--------|-----------|
| <b>p11</b> | -0,49%*** | 1,08*** | 1,37***  | -0,31*** | 0,9182 | 288,56*** |
| <b>p12</b> | -0,02%    | 0,95*** | 1,31***  | 0,04     | 0,9421 | 134,47*** |
| <b>p13</b> | 0,00%     | 0,92*** | 1,10***  | 0,28***  | 0,9518 | 52,10***  |
| <b>p14</b> | 0,13%**   | 0,88*** | 1,04***  | 0,45***  | 0,9448 | 143,01*** |
| <b>p15</b> | 0,13%**   | 0,98*** | 1,09***  | 0,70***  | 0,9463 | 40,61***  |
| <b>p21</b> | -0,19%*** | 1,12*** | 0,99***  | -0,38*** | 0,9513 | 46,22***  |
| <b>p22</b> | -0,05%    | 1,01*** | 0,88***  | 0,13**   | 0,9427 | 299,05*** |
| <b>p23</b> | 0,09%     | 0,97*** | 0,78***  | 0,39***  | 0,9383 | 269,12*** |
| <b>p24</b> | 0,06%     | 0,97*** | 0,72***  | 0,57***  | 0,9396 | 97,40***  |
| <b>p25</b> | -0,04%    | 1,08*** | 0,86***  | 0,80***  | 0,9483 | 48,47***  |
| <b>p31</b> | -0,06%    | 1,09*** | 0,73***  | -0,44*** | 0,9505 | 30,14***  |
| <b>p32</b> | 0,04%     | 1,04*** | 0,53***  | 0,19***  | 0,9110 | 700,71*** |
| <b>p33</b> | 0,01%     | 0,99*** | 0,44***  | 0,44***  | 0,8960 | 180,34*** |
| <b>p34</b> | 0,06%     | 0,99*** | 0,40***  | 0,61***  | 0,9004 | 482,12*** |
| <b>p35</b> | 0,11%     | 1,06*** | 0,54***  | 0,78***  | 0,8940 | 302,15*** |
| <b>p41</b> | 0,14%*    | 1,05*** | 0,39***  | -0,43*** | 0,9366 | 225,87*** |
| <b>p42</b> | -0,11%    | 1,08*** | 0,22***  | 0,21***  | 0,8888 | 89,04***  |
| <b>p43</b> | -0,04%    | 1,08*** | 0,17***  | 0,46***  | 0,8820 | 346,02*** |
| <b>p44</b> | 0,07%     | 1,02*** | 0,22***  | 0,58***  | 0,8880 | 40,71***  |
| <b>p45</b> | -0,09%    | 1,14*** | 0,24***  | 0,81***  | 0,8738 | 9,77***   |

|            |          |         |          |          |        |           |
|------------|----------|---------|----------|----------|--------|-----------|
| <b>p51</b> | 0,18%*** | 0,97*** | -0,24*** | -0,36*** | 0,9401 | 16,70***  |
| <b>p52</b> | 0,03%    | 1,00*** | -0,22*** | 0,10**   | 0,9001 | 78,69***  |
| <b>p53</b> | -0,07%   | 0,98*** | -0,23*** | 0,29***  | 0,8555 | 250,18*** |
| <b>p54</b> | -0,11%*  | 0,99*** | -0,21*** | 0,60***  | 0,8917 | 207,54*** |
| <b>p55</b> | -0,17%*  | 1,06*** | -0,09**  | 0,77***  | 0,8041 | 84,61***  |

Estimação no período de jan/1963 a dez/2012. JB é a estatística de Jarque-Bera. (\*\*\*), (\*\*), (\*) representam valores significativos ao nível de 1%, 5% e 10%, respectivamente.

Apenas arrumando as informações acerca dos erros de apreçamento das carteiras provenientes do modelo incondicional de três fatores de Fama e French (1993) para facilitar as análises seguintes, a Tabela 6.6 é apresentada a seguir.

**Tabela 6.6 – Erros de apreçamento do modelo de FF incondicional (janeiro de 1963 a dezembro de 2012)**

| Tam | BM        |        |        |         |         |
|-----|-----------|--------|--------|---------|---------|
|     | 1         | 2      | 3      | 4       | 5       |
| 1   | -0,49%*** | -0,02% | 0,00%  | 0,13%** | 0,13%** |
| 2   | -0,19%*** | -0,05% | 0,09%  | 0,06%   | -0,04%  |
| 3   | -0,06%    | 0,04%  | 0,01%  | 0,06%   | 0,11%   |
| 4   | 0,14%*    | -0,11% | -0,04% | 0,07%   | -0,09%  |
| 5   | 0,18%***  | 0,03%  | -0,07% | -0,11%* | -0,17%* |

(\*\*\*), (\*\*) e (\*) representam valores significativos ao nível de 1%, 5% e 10%, respectivamente.

O modelo de três fatores consegue capturar o risco de forma bem mais satisfatória do que o modelo de um fator. Todos os betas referentes ao prêmio de risco de mercado e ao fator *SMB* são significativos; em apenas uma carteira, o beta referente ao *HML* não é significativo. Os coeficientes de *SMB* e *HML* são claramente relacionados às características de tamanho e BM, respectivamente. Em cada quintil de BM, os betas de *SMB* decrescem da carteira de menor para a de maior tamanho. Analogamente, em cada quintil de tamanho, os betas de *HML* crescem de valores negativos para o quintil de menor BM a valores positivos no quintil de maior BM. Tendo em vista os significativos coeficientes nos dois fatores adicionais incluídos no modelo, observa-se um aumento relevante no  $R^2$  ajustado, todos na ordem de 0,80 e 0,90. Um efeito interessante de se destacar é que, ao serem adicionados os fatores *SMB* e *HML*, o beta de mercado das carteiras passa a variar entre 0,88 e 1,14, intervalo menor do que o observado no modelo de um fator. A carteira 11 e 55, que no modelo de um fator apresentavam betas de 1,43 e 0,89, respectivamente, no modelo de três fatores apresentam betas de mercado de 1,08 e 1,06 respectivamente. Fama e French (1993) observam que, em

geral, ao se considerarem os dois outros fatores, o beta de mercado tende a valores mais próximos de 1. Os resíduos do modelo continuam apresentando não normalidade para todas as séries.

Ainda que os três fatores capturem o risco comum de forma mais relevante do que o modelo de um fator, considerando o período analisado neste capítulo, o intercepto apresenta-se como estatisticamente significativo em oito carteiras ao nível de 10% de significância, sinalizando também erros de apreçamento decorrentes do ajuste do modelo<sup>7</sup>. Carteiras *small-value* (14 e 15) e *big-growth* (41 e 51) apresentam erro de apreçamento positivo não explicado, enquanto as carteiras *small-growth* (11 e 21) e *big-value* (54 e 55) o intercepto é significativamente negativo.

## 6.4.2 Modelos condicionais

### 6.4.2.1 Estimação do *Learning* CAPM

Considerando inicialmente o modelo de um fator, estimamos o modelo de CAPM condicional proposto por Adrian e Franzoni (2009), chamado de *Learning* CAPM, para as 25 carteiras de Fama e French (1993) com e sem as variáveis condicionantes. Seguindo a metodologia dos autores, o modelo foi estimado considerando os dados de julho de 1926 até dezembro de 2012, com objetivo de avaliar resultados análogos aos obtidos no referido artigo. Os modelos correspondem aos Modelos 1 e 2 apresentados na seção 4.3.1. A Tabela 6.7 apresenta os resultados da estimação de parâmetros para o modelo de um fator sem variáveis condicionantes, para quatro das 25 carteiras, sendo elas a carteira 11 (*small-growth*); a carteira 15 (*small-value*); a carteira 51 (*large-growth*) e a carteira 55 (*large-value*). São apresentados também testes de diagnósticos dos

<sup>7</sup> Esta análise varia de período para período. Fama e French (1993, pg 37), ao avaliar o intercepto da regressão para o modelo de três fatores incondicional no período de 1963 a 1991, observam apenas significância estatística ao nível de 10% em apenas três carteiras (11, 42 e 51). Fama e French (1996, pg. 59) observam significância ao nível de 10% para cinco carteiras (11, 12, 41, 42, 51) na análise até o ano de 1993. Ferson e Harvey (1999), analisando o modelo incondicional até 1994, verificam significância dos erros de apreçamento ao nível de 10% para quatro carteiras (11, 12, 42, 51), sendo que os autores rejeitam o modelo ao identificar variação temporal significativa do intercepto para 24 carteiras. Por outro lado, Adrian e Franzoni (2009), também avaliando o modelo incondicional agora para o período até 2004, observam significância ao nível de 10% para 10 carteiras (11, 14, 15, 21, 22, 23, 31, 42, 44 e 51).

resíduos relativos a normalidade, autocorrelação e heterocedasticidade, informação não analisada no trabalho de Adrian e Franzoni (2009). Na tabela 6.A.1, no Apêndice 6.A, são apresentados os dados completos para todas as 25 carteiras.

**Tabela 6.7 – Learning CAPM para carteiras no período de julho de 1926 a dezembro de 2012**

|           | $\sigma_{\epsilon}^2 \times 10^4$ | $\sigma_{\eta}^2 \times 10^2$ | $\delta$ | AIC   | BIC   | JB         | Q(12)    | LM(6)     |
|-----------|-----------------------------------|-------------------------------|----------|-------|-------|------------|----------|-----------|
| <b>11</b> | 36,48***                          | 85,86                         | -0,16*   | -2,41 | -2,38 | 8033,14*** | 68,51*** | 65,28***  |
| <b>15</b> | 13,08***                          | 53,50***                      | 0,18*    | -3,27 | -3,25 | 3448,42*** | 50,56*** | 34,67***  |
| <b>51</b> | 1,77***                           | 2,05***                       | 0,10     | -5,57 | -5,54 | 15,59***   | 32,56*** | 24,09***  |
| <b>55</b> | 10,71***                          | 6,73***                       | 0,84***  | -3,74 | -3,72 | 643,31***  | 15,69    | 137,47*** |

Estimação no período de jan/1926 a dez/2012. JB é a estatística de Jarque-Bera. Q(12) é a estatística de Ljung-Box, cuja hipótese nula é de não autocorrelação até *lag* de ordem 12. LM(6) é a estatística do teste ARCH de Engle, cuja hipótese nula é de não efeito ARCH até ordem 6. (\*\*\*), (\*\*) e (\*) representam valores significativos ao nível de 1%, 5% e 10%, respectivamente.

Para a maioria das carteiras, os parâmetros de variância da equação de retorno  $\sigma_{\epsilon}^2$  e da equação de beta  $\sigma_{\eta}^2$  são significativos a 1%. Apenas no caso da carteira 11, a variância  $\sigma_{\eta}^2$  aparece como não significativa, apesar de seu valor ser o mais alto dentre as estimativas de todas as carteiras. Quanto ao parâmetro de persistência  $\delta$ , apenas em três carteiras ele é não significativo ao nível de 10%. Como observado por Adrian e Franzoni (2009), os valores estimados para os parâmetros  $\sigma_{\epsilon}^2$  e  $\sigma_{\eta}^2$  variam muito entre as carteiras. As carteiras com ações pequenas, por exemplo, tendem a apresentar variâncias mais altas, tanto para a equação de retorno quanto para a equação de beta, do que as carteiras com ações grandes, de forma que os retornos são fortemente afetados tanto por variações no retorno de mercado quanto por variações em beta. O parâmetro  $\delta$  varia muito também entre as séries, revelando que os retornos das carteiras se comportam de forma bem diferente no que se refere à velocidade de reversão a um valor médio. Quanto mais alto o valor deste parâmetro, mais lenta é esta reversão.

Considerando o diagnóstico dos resíduos, em nenhuma das carteiras o teste de Jarque-Bera indica normalidade, por conta de alta curtose e assimetria. A não-normalidade pode estar relacionada à presença de *outliers* e à heterocedasticidade, também detectada pelo teste ARCH de Engle, cujo valor foi significativo em todas as carteiras.<sup>8</sup> O teste de Ljung-Box também rejeita a não-autocorrelação a 5% para

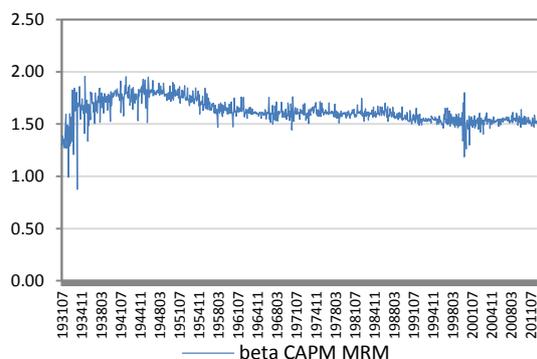
<sup>8</sup> Há que se observar que a estimação do modelo condicional é realizada para o período a partir de 1926, como proposto por Adrian e Franzoni (2009) e, nesse caso, a análise dos resíduos reflete informações de um período mais longo comparado aos das Tabelas 6.5 e 6.6.

21 das 25 carteiras. Estes resultados da análise de resíduos são similares aos observados por Mergner (2009) para o ajuste do mesmo modelo no estudo de séries de retorno de carteiras de setores da economia europeia. Para melhor ajuste dos modelos, poder-se-ia considerar outras distribuições para os termos de distúrbios do modelo, ou ainda, outros fatores de risco que pudessem explicar melhor as séries de excesso de retorno, sendo esta a linha de estudo da presente pesquisa.

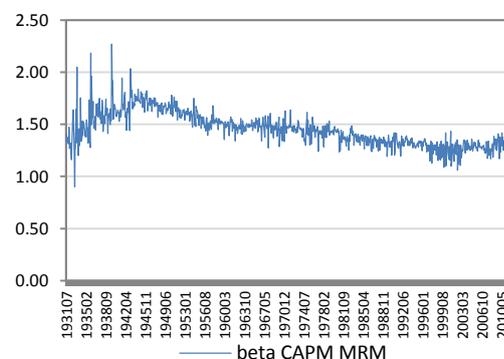
As séries estimadas dos betas para as quatro carteiras são apresentadas nas Figuras 6.1(a) a (d), que evidenciam bem os diferentes comportamentos para variação de beta entre as séries. A variação dos betas das carteiras 11 e 15 é primordialmente influenciada pela variância  $\sigma_{\eta}^2$ , sendo baixo o valor de  $\delta$ , de forma que a força de reversão à média é alta. Por outro lado, ao observar o comportamento do beta da carteira 55, verifica-se que o alto valor de  $\delta$  faz com que a reversão ao valor médio seja mais lenta. Finalmente, a variação no beta da carteira 51 é bem mais suave, sendo baixo tanto o valor de  $\sigma_{\eta}^2$  como de  $\delta$ .

**Figura 6.1 – Betas estimados pelo Learning CAPM**

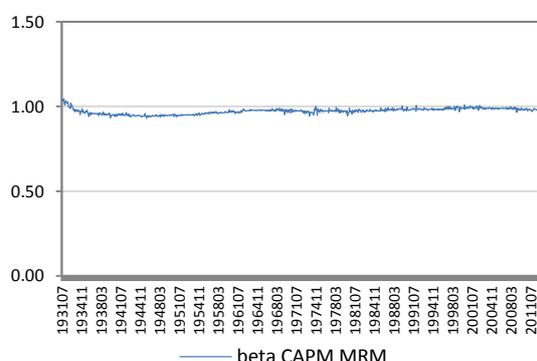
**(a) para carteira 11**



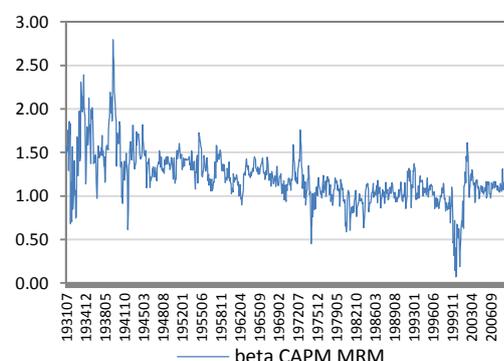
**(a) para carteira 15**



**(a) para carteira 51**



**(a) para carteira 55**



Em seguida, foi estimado o modelo de um fator com variáveis condicionantes. Considerando as quatro variáveis condicionantes descritas na seção 6.3, algumas análises preliminares foram realizadas utilizando todas elas e apenas subconjuntos delas, comparando a medida de *REMQ* proposta por Adrian e Franzoni (2009) em termos de redução de erro de apreçamento. Os melhores resultados são proporcionados pelo caso em que apenas duas das variáveis são consideradas, sendo elas *TERM* e *Rm*.<sup>9</sup> Desta forma, a Tabela 6.8 apresenta os resultados da estimação de hiperparâmetros para o modelo de um fator com variáveis condicionantes (considerando apenas as duas variáveis mencionadas) para as mesmas quatro carteiras, com os respectivos testes de diagnóstico dos resíduos. Na tabela 6.A.2, no Apêndice 6.A, são apresentados os dados completos para todas as 25 carteiras.

**Tabela 6.8 – Learning CAPM com variáveis condicionantes para carteiras no período de julho de 1926 a dezembro de 2012**

|           | $\sigma_{\epsilon}^2 \times 10^4$ | $\sigma_{\eta}^2 \times 10^2$ | $\delta$ | $\Phi_{TERM}$ | $\Phi_{Rm}$ | AIC   | BIC   | JB         | Q(12)    | LM(6)     |
|-----------|-----------------------------------|-------------------------------|----------|---------------|-------------|-------|-------|------------|----------|-----------|
| <b>11</b> | 36,44***                          | 81,76                         | -0,13    | -10,26        | 3,01***     | -2,42 | -2,38 | 8105,46*** | 77,48*** | 58,96***  |
| <b>15</b> | 13,20***                          | 48,20***                      | 0,20**   | 1,88          | 3,05***     | -3,29 | -3,26 | 3342,61*** | 52,91*** | 31,71***  |
| <b>51</b> | 1,79***                           | 1,91***                       | 0,12     | -0,25         | -0,28*      | -5,57 | -5,53 | 17,65***   | 31,71*** | 23,51***  |
| <b>55</b> | 10,67***                          | 6,99***                       | 0,83***  | 1,21          | 0,20        | -3,74 | -3,71 | 646,85***  | 15,81    | 137,93*** |

Estimação no período de jan/1926 a dez/2012. JB é a estatística de Jarque-Bera. Q(12) é a estatística de Ljung-Box, cuja hipótese nula é de não autocorrelação até *lag* de ordem 12. LM(6) é a estatística do teste ARCH de Engle, cuja hipótese nula é de não efeito ARCH até ordem 6. (\*\*), (\*) e (\*) representam valores significativos ao nível de 1%, 5% e 10%, respectivamente.

Da mesma forma que observado por Adrian e Franzoni (2009), os parâmetros de variância estimados não variam muito com a inclusão das variáveis condicionantes no modelo. A variável *Rm* aparece como estatisticamente significativa ao nível de 10% para 16 das 25 carteiras e a variável *TERM* para apenas duas delas. Assim como no referido trabalho, as variáveis condicionantes foram mantidas na análise, apesar de sua baixa significância estatística, tendo em vista que sua inclusão aumenta a capacidade explicativa do modelo, reduzindo erros de apreçamento, como apresentados mais a frente na seção 6.4.3. Por outro

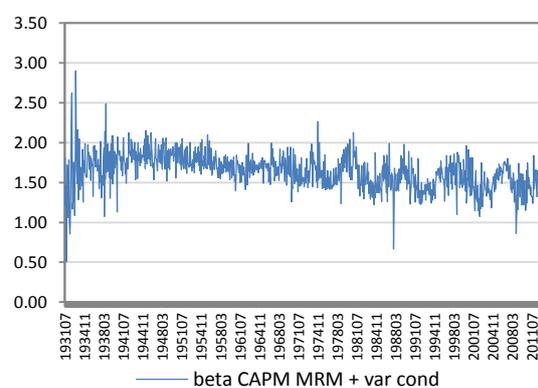
<sup>9</sup> Resultados acerca dos erros de apreçamento deste modelo são apresentados na seção 6.4.3 e dos modelos com outras variáveis são apresentados no Apêndice 6.B. Cabe observar que as variáveis que consideramos no modelo final são duas das mesmas utilizadas no trabalho de Adrian e Franzoni (2009). Quanto às outras duas utilizadas pelos autores, uma delas é o *cay* de Lettau e Ludvigson (2001), que aqui não utilizamos por estarmos trabalhando com dados mensais, e o *HML*, carteira correspondente a um dos fatores do modelo de três fatores de Fama e French (1993), foco de estudo deste capítulo também.

lado, observa-se que a inclusão de tais variáveis no modelo não melhora o ajuste no que se refere ao diagnóstico dos resíduos que permanecem apresentando resultados ruins para normalidade, heterocedasticidade e auto-correlação; as medidas de AIC e BIC também praticamente não se alteram.

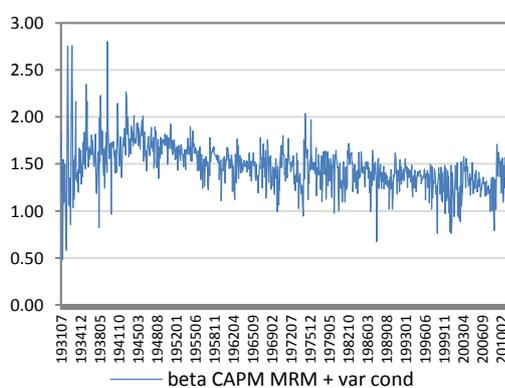
As séries estimadas dos betas para as quatro carteiras são apresentadas nas Figuras 6.2(a) a (d) a seguir. Nelas, fica evidente mais uma vez a diferença de comportamento para variação do beta de diferentes carteiras. De forma geral, a dinâmica do beta de cada carteira é bastante parecida com o caso anterior, porém a variação fica mais acentuada e ruidosa tendo em vista a influência das variáveis condicionantes, principalmente nas carteiras 11 e 15.

**Figura 6.2 – Betas estimados pelo *Learning* CAPM com variáveis condicionantes**

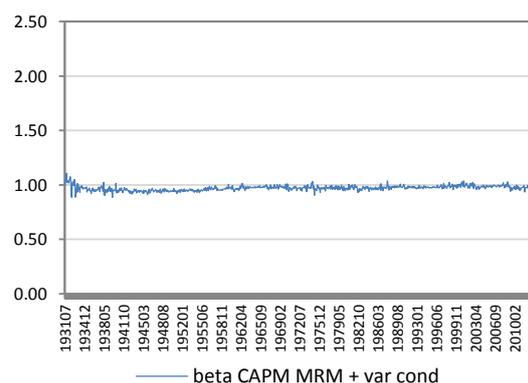
**(a) para carteira 11**



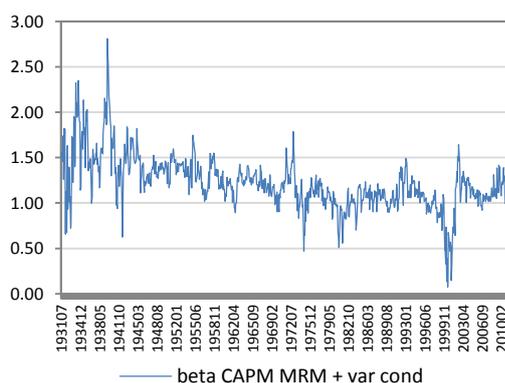
**(b) para carteira 15**



**(c) para carteira 51**



**(d) para carteira 55**



### 6.4.2.2 Estimação do modelo condicional de três fatores

A partir do sistema de equações (6.3), foi estimado em seguida o modelo condicional de três fatores sem a presença de variáveis condicionantes defasadas, considerando dois diferentes processos estocásticos para evolução da dinâmica de beta: passeio aleatório (RW) e reversão à média (MR)<sup>10</sup>. A Tabela 6.9 apresenta os resultados da estimação de parâmetros para as mesmas quatro carteiras anteriores, bem como os testes de diagnósticos dos resíduos relativos a normalidade, autocorrelação e heterocedasticidade. Na Tabela 6.A.3, no Apêndice 6.A, são apresentados os dados completos para todas as 25 carteiras.

---

<sup>10</sup> Para o modelo de reversão à média, foram estimados os casos em que os parâmetros  $\delta_1, \delta_2$  e  $\delta_3 \in (-1,1)$  e os casos em que  $\delta_1, \delta_2$  e  $\delta_3 \in (0,1)$ . A análise dos erros de apreçamento nos dois casos praticamente não se altera.

Tabela 6.9 – Modelo condicional de Fama e French para carteiras no período de julho de 1926 a dezembro de 2012

|    |    | $\sigma_{\epsilon}^2 \times 10^4$ | $\sigma_{\eta}^2 \times 10^2$ | $\sigma_{\eta}^2 \times 10^2$ | $\sigma_{\eta}^2 \times 10^2$ | $\delta_1$        | $\delta_2$        | $\delta_3$        | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | AIC   | BIC   | JB          | Q(12)    | LM(6)     |
|----|----|-----------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------|----------|-----------|
| 11 | RW | 22,71***                          | 0,03***                       | 0,09***                       | 71,34*                        |                   |                   |                   |       |       |       | -2,76 | -2,72 | 8282,13***  | 44,52*** | 285,54*** |
|    | MR | 10,64***                          | 28,90***                      | 28,31**                       | 148,43***                     | -0,20             | -0,35             | 0,19*             | 1,17  | 1,43  | 0,09  | -3,07 | -3,01 | 10306,80*** | 31,85*** | 96,33***  |
| 15 | RW | 2,36***                           | 0,08***                       | 0,64***                       | 3,46***                       |                   |                   |                   |       |       |       | -4,99 | -4,96 | 387,03***   | 25,62**  | 105,22*** |
|    | MR | 1,29***                           | 1,11***                       | 4,03***                       | 17,40***                      | 0,72*             | 0,72**            | 0,20              | 0,97  | 1,19  | 0,76  | -5,21 | -5,15 | 304,10***   | 14,78    | 62,71***  |
| 51 | RW | 0,96***                           | 0,03***                       | 0,01***                       | 0,01***                       |                   |                   |                   |       |       |       | -6,24 | -6,21 | 38,53***    | 34,07*** | 52,60***  |
|    | MR | 0,83 <sup>+</sup>                 | 0,09 <sup>+</sup>             | 0,29 <sup>+</sup>             | 0,07 <sup>+</sup>             | 0,95 <sup>+</sup> | 0,92 <sup>+</sup> | 0,98 <sup>+</sup> | 1,00  | -0,17 | -0,40 | -6,27 | -6,21 | 46,91***    | 24,95**  | 47,98***  |
| 55 | RW | 6,09 <sup>+</sup>                 | 1,12 <sup>+</sup>             | 0,00 <sup>+</sup>             | 0,09 <sup>+</sup>             |                   |                   |                   |       |       |       | -4,32 | -4,28 | 1783,35***  | 12,03    | 263,95*** |
|    | MR | 3,48***                           | 3,69***                       | 1,72***                       | 26,28***                      | 0,72**            | 0,73              | -0,04             | 1,10  | -0,08 | 0,86  | -4,47 | -4,41 | 548,14***   | 10,06    | 133,07*** |

Estimação no período de jan/1926 a dez/2012. JB é a estatística de Jarque-Bera. Q(12) é a estatística de Ljung-Box, cuja hipótese nula é de não autocorrelação até lag de ordem 12. LM(6) é a estatística do teste ARCH de Engle, cuja hipótese nula é de não efeito ARCH até ordem 6. (\*\*\*), (\*\*) e (\*) representam valores significativos ao nível de 1%, 5% e 10%, respectivamente. (†) indica que a significância dos parâmetros não foi calculada devido a algum valor baixo de variância  $\sigma_{\eta}^2$ . RW: passeio aleatório, MR: reversão à média.

Comparando as duas especificações para cada carteira, pode-se observar que o parâmetro estimado para a variância da equação de retorno  $\sigma_{\epsilon}^2$  é maior no caso do passeio aleatório comparado com o modelo de reversão à média, enquanto que as variâncias relativas às equações dos betas  $\sigma_{\eta_1}^2$ ,  $\sigma_{\eta_2}^2$  e  $\sigma_{\eta_3}^2$  são menores. De forma geral, são altamente significativas em ambos os casos. Os dois processos impõem um estrutura diferente na evolução dos betas condicionais. No caso do passeio aleatório, apesar de as variâncias  $\sigma_{\eta_1}^2$ ,  $\sigma_{\eta_2}^2$  e  $\sigma_{\eta_3}^2$  serem menores, os choques ao risco sistemático persistem indefinidamente, enquanto que no caso de reversão à média, os choques persistem por algum tempo, mas os betas reverterem à média em última instância. Neste caso, também comparando os parâmetros  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  e  $\delta_3$ , verifica-se que variam muito de carteira para carteira, tanto em termos de valores absolutos quanto no nível de significância.

O AIC e o BIC da especificação em que os betas seguem reversão à média são consistentemente menores, do que no caso em que se impõe o processo de passeio aleatório, o que indica que mesmo tendo que estimar seis parâmetros a mais, o modelo de reversão à média é preferível em termos de ajuste. A comparação de resultados para betas modelados como passeio aleatório e reversão à média é também apresentada por Mergner (2009) para o modelo de um fator e os resultados são equivalentes aos aqui observados no caso de três fatores.

Avaliando os testes de diagnóstico dos resíduos a partir da Tabela 6.A.3 no Apêndice 6.A, assim como no caso do modelo condicional de um fator, o teste de Jarque-Bera indica ainda não-normalidade para todas as séries. A hipótese de não-heterocedasticidade também é rejeitada para todas as carteiras, exceto para três delas também a partir da especificação de reversão à média. Novamente, esta não normalidade pode estar relacionada à presença de *outliers* e à questão da heterocedasticidade, acarretando em alta curtose, o que poderia ser melhorado considerando uma distribuição leptocúrtica para os erros do modelo uma vez que a inclusão de novos fatores não produziu melhores resultados neste sentido. A hipótese de não-autocorrelação não pode ser rejeitada para 17 das 25 carteiras ao nível de 5%, considerando um dos dois modelos, de modo que no que se refere ao teste de autocorrelação, o modelo de três fatores apresenta ajuste superior comparado ao modelo de um fator; e, considerando a especificação de reversão à

média, o resultado para o teste de autocorrelação apresenta melhores resultados dos que o caso de passeio aleatório.

As séries estimadas dos betas para as quatro carteiras da Tabela 6.9 são apresentadas nas Figuras 6.3(a,b,c), 6.4(a,b,c), 6.5(a,b,c) e 6.6(a,b,c) a seguir e evidenciam, novamente, a diferença de comportamento para variação de beta entre as séries das carteiras. Na carteira *11*, por exemplo, os valores de  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  e  $\delta_3$  estimados para o modelo de reversão à média são baixos, de forma que a variação dos betas é ditada essencialmente pelas variâncias  $\sigma_{\eta_1}^2$ ,  $\sigma_{\eta_2}^2$  e  $\sigma_{\eta_3}^2$ . Assim, a diferença na dinâmica temporal dos betas modelados pelas duas especificações (passeio aleatório e reversão à média) é bastante evidente. No caso da carteira *51*, ocorre o oposto. Os valores estimados de  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  e  $\delta_3$  são bastante altos, acima de 0,90, de forma que a dinâmica imposta pelo processo de reversão à média se aproxima daquela estimada pelo processo de passeio aleatório. Finalmente, para as carteiras *15* e *55*, os valores de  $\delta_1$  e  $\delta_2$  estimados são da ordem de 0,70 e os valores estimados de  $\delta_3$  nos dois casos é bastante baixo, de forma que as dinâmicas impostas pelos processos de reversão à média e passeio aleatório impõem comportamentos mais parecidos ou menos parecidos dependendo de cada beta.

Figura 6.3 - Betas estimados pelo modelo condicional de Fama e French para carteira 11

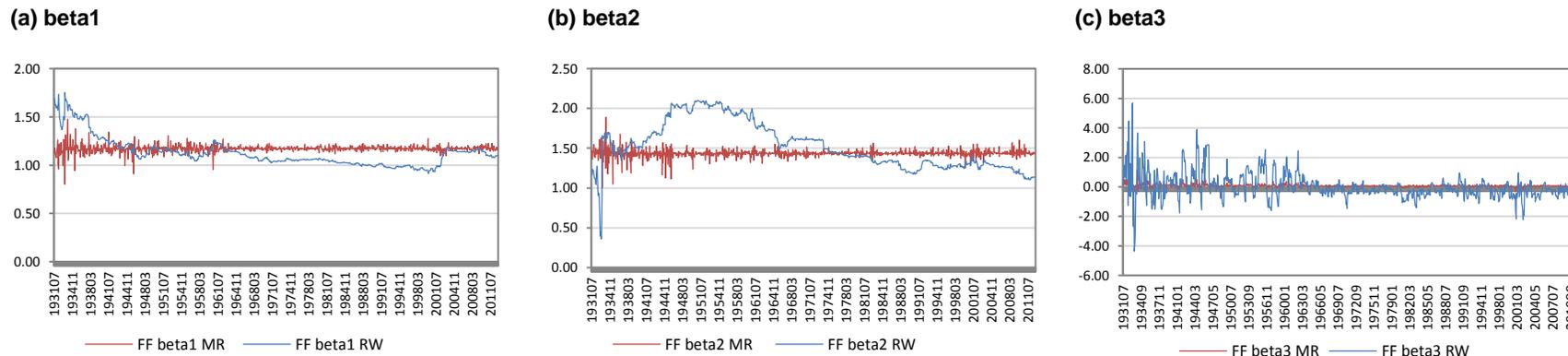


Figura 6.4 - Betas estimados pelo modelo condicional de Fama e French para carteira 15

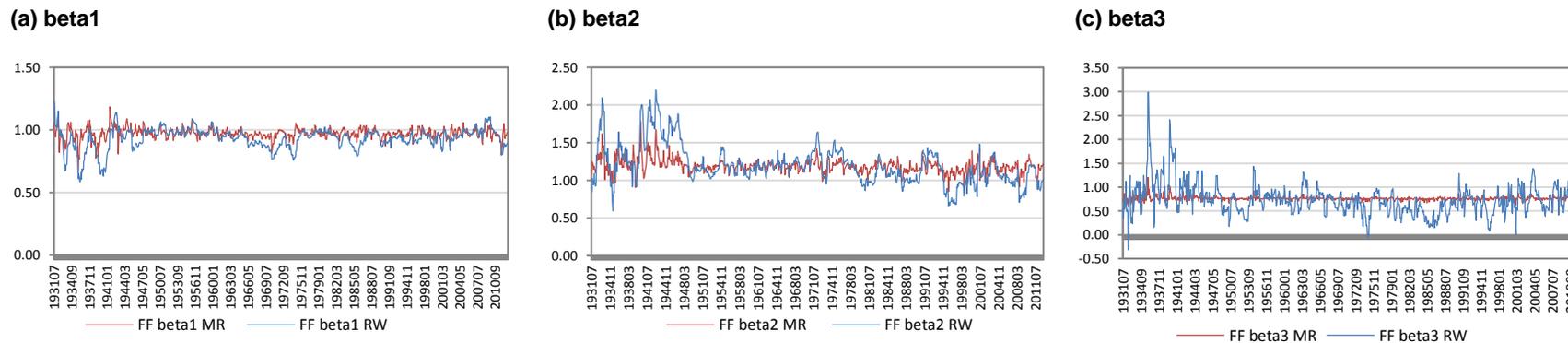


Figura 6.5 - Betas estimados pelo modelo condicional de Fama e French para carteira 51

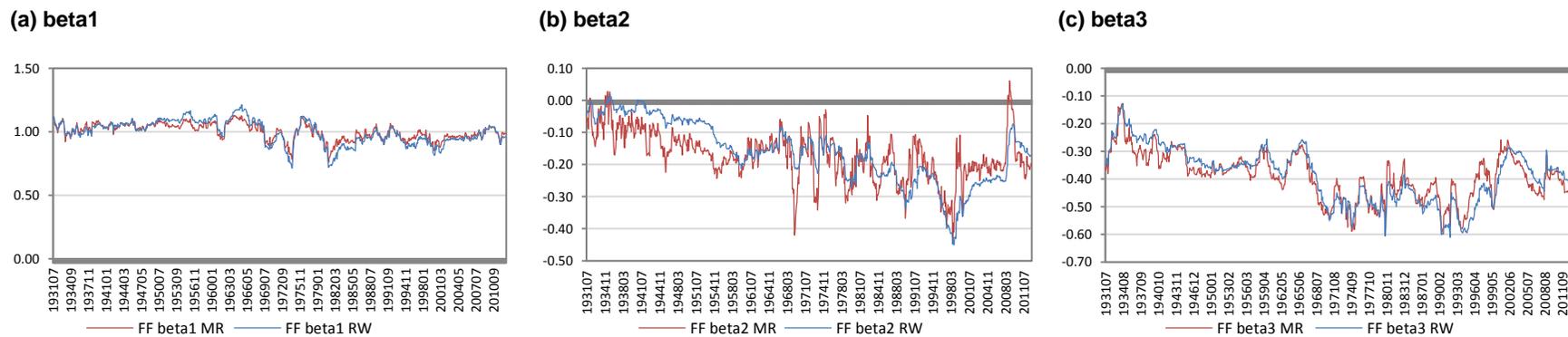
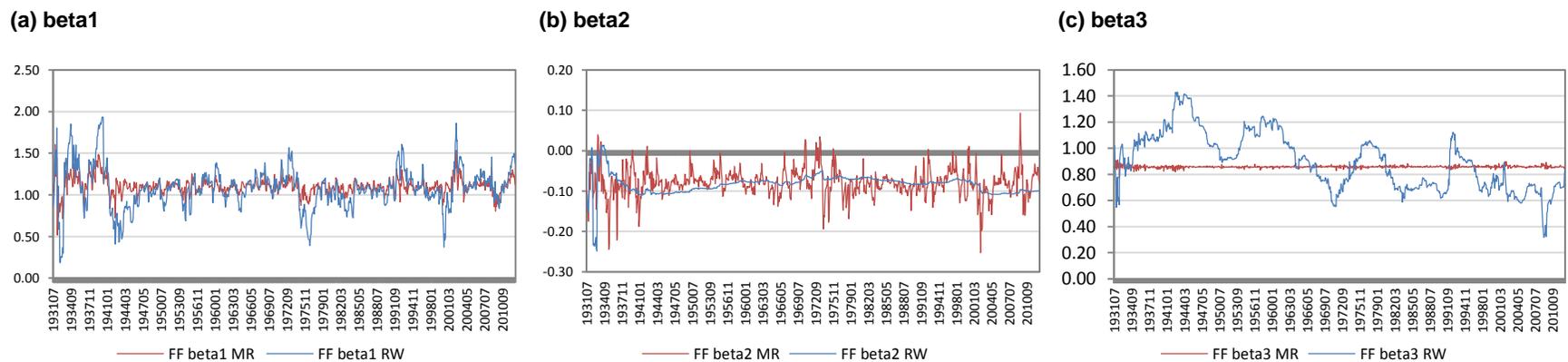


Figura 6.6 - Betas estimados pelo modelo condicional de Fama e French para carteira 55



Em seguida, foi estimado o mesmo modelo condicional de três fatores com a presença de variáveis condicionantes defasadas, considerando os dois processos estocásticos de passeio aleatório e reversão à média para evolução da dinâmica dos betas. A Tabela 6.10 apresenta os resultados da estimação de parâmetros para as mesmas quatro carteiras anteriores e os testes de diagnósticos dos resíduos relativos a normalidade, autocorrelação e heterocedasticidade. Na Tabela 6.A.4, no Apêndice 6.A, são apresentados os dados completos para todas as 25 carteiras.

Os valores estimados para as variâncias  $\sigma_{\epsilon}^2$  variam pouco com a inclusão das variáveis condicionantes, independente da especificação de passeio aleatório ou reversão à média. Os parâmetros  $\sigma_{\eta_1}^2$ ,  $\sigma_{\eta_2}^2$  e  $\sigma_{\eta_3}^2$  são mais sensíveis à inclusão das variáveis, porém, em termos absolutos, os valores estimados permanecem em níveis parecidos para todas as carteiras em ambas as especificações. Em relação ao processo de reversão à média, para algumas carteiras, os parâmetros  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  e  $\delta_3$  permanecem em níveis bem parecidos aos anteriores, mas para outras variam bastante com a inclusão das variáveis. Analisando a significância dos parâmetros de dependência nas variáveis condicionantes, observa-se que há pelo menos um coeficiente  $\phi$  significativo ao nível de 10% em 22 das 25 carteiras para alguma das duas especificações propostas. Essa significância se destaca mais na nas dinâmicas dos betas correspondentes aos fatores de *SMB* e *HML*. Por outro lado, comparando as medidas de AIC e BIC com os casos sem variáveis condicionantes, verifica-se que a inclusão destas variáveis praticamente não altera tais medidas, assim como também não melhora o ajuste dos resíduos.

As séries estimadas dos betas para as quatro carteiras são apresentadas nas Figuras 6.7(a,b,c), 6.8(a,b,c), 6.9(a,b,c) e 6.10(a,b,c), a seguir, que evidenciam novamente a diferença de comportamento para variação de beta entre as séries de diferentes carteiras.

Tabela 6.10 – Modelo condicional de Fama e French com variáveis condicionantes para carteiras no período de julho de 1926 a dezembro de 2012

|    |    | $\sigma_\epsilon^2 \times 10^4$ | $\sigma_{\eta_1}^2 \times 10^2$ | $\sigma_{\eta_2}^2 \times 10^2$ | $\sigma_{\eta_3}^2 \times 10^2$ | $\delta_1$ | $\delta_2$ | $\delta_3$ | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $\phi_{1TERM}$ | $\phi_{1Rm}$ | $\phi_{2TERM}$ | $\phi_{2Rm}$ | $\phi_{3TERM}$ | $\phi_{3Rm}$ | AIC   | BIC   | JB         | Q(12)    | LM(6)     |
|----|----|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|------------|------------|------------|-------|-------|-------|----------------|--------------|----------------|--------------|----------------|--------------|-------|-------|------------|----------|-----------|
| 11 | RW | 23,53***                        | 0,03***                         | 2,34***                         | 40,98***                        |            |            |            |       |       |       | 0,01           | -0,43        | 0,32           | 0,14         | 1,77***        | -0,82        | -2,76 | -2,70 | 7309,27*** | 40,70*** | 265,41*** |
|    | MR | 11,00***                        | 29,02***                        | 11,40***                        | 156,52***                       | -0,20      | 0,58       | 0,17       | 1,17  | 1,43  | 0,07  | -2,12          | -2,93        | -3,56          | 0,31         | 1,92**         | -1,70        | -3,07 | -2,98 | 9965,39*** | 29,32*** | 90,84***  |
| 15 | RW | 2,39***                         | 0,05***                         | 0,51***                         | 3,72***                         |            |            |            |       |       |       | 0,00           | -0,33        | -0,13          | 0,08         | -0,19          | 0,24         | -4,98 | -4,92 | 386,55***  | 25,05**  | 107,83*** |
|    | MR | 1,30***                         | 0,94***                         | 4,13***                         | 17,16***                        | 0,76*      | 0,65       | 0,14       | 0,98  | 1,18  | 0,77  | 0,36           | 0,13         | 2,66           | 0,11         | 0,86**         | 1,46***      | -5,23 | -5,14 | 315,80***  | 16,87    | 58,92***  |
| 51 | RW | 0,94***                         | 0,03***                         | 0,02***                         | 0,02***                         |            |            |            |       |       |       | 0,02           | -0,24**      | -0,06          | -0,11***     | -0,02          | 0,02         | -6,24 | -6,18 | 39,51***   | 29,53*** | 49,46***  |
|    | MR | 0,86*                           | 0,08*                           | 0,09*                           | 0,06*                           | 0,96*      | 0,97*      | 0,98*      | 1,00  | -0,17 | -0,40 | 0,02*          | -0,43*       | -0,13*         | -0,09*       | -0,03*         | 0,04*        | -6,27 | -6,18 | 42,83***   | 21,88**  | 49,15***  |
| 55 | RW | 5,91***                         | 0,97***                         | 0,11***                         | 0,11***                         |            |            |            |       |       |       | 0,18           | 0,13         | 0,23           | 0,29**       | 0,20           | -0,24*       | -4,31 | -4,25 | 1528,18*** | 14,57    | 290,07*** |
|    | MR | 3,72***                         | 2,21***                         | 0,38***                         | 25,43***                        | 0,80**     | 0,89***    | -0,02      | 1,11  | -0,09 | 0,84  | 0,01           | -5,15        | -4,19          | 0,12         | 1,17***        | -0,63        | -4,48 | -4,39 | 496,99***  | 6,97     | 108,36*** |

Estimação no período de jan/1926 a dez/2012. JB é a estatística de Jarque-Bera. Q(12) é a estatística de Ljung-Box, cuja hipótese nula é de não autocorrelação até *lag* de ordem 12. LM(6) é a estatística do teste ARCH de Engle, cuja hipótese nula é de não efeito ARCH até ordem 6. (\*\*\*), (\*\*) e (\*) representam valores significativos ao nível de 1%, 5% e 10%, respectivamente. (\*) indica que a significância dos parâmetros não foi calculada devido a algum valor baixo de variância  $\sigma_{\eta_j}^2$ . RW: passeio aleatório, MR: reversão à média.

Figura 6.7 - Betas estimados pelo modelo condicional de Fama e French com variáveis condicionantes para carteira 11

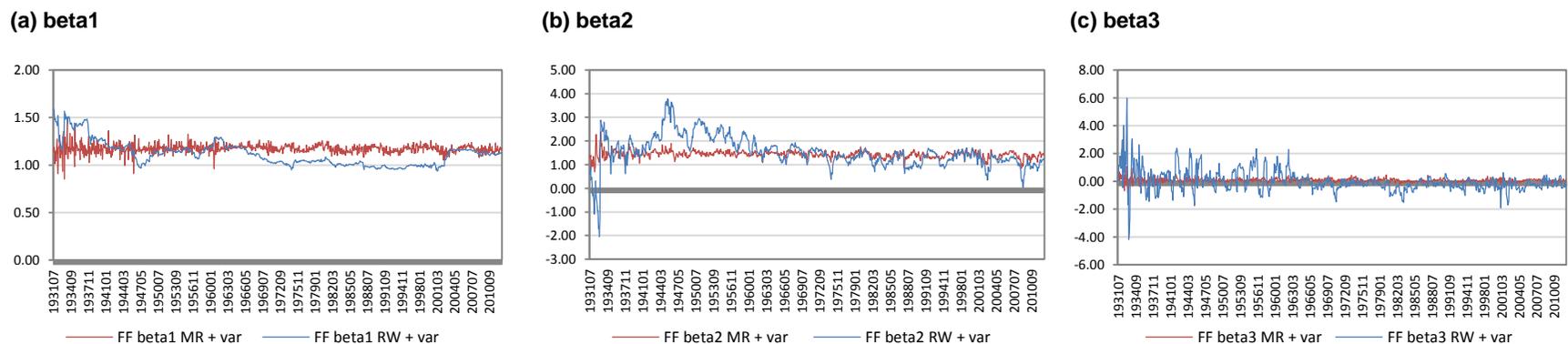


Figura 6.8 - Betas estimados pelo modelo condicional de Fama e French com variáveis condicionantes para carteira 15

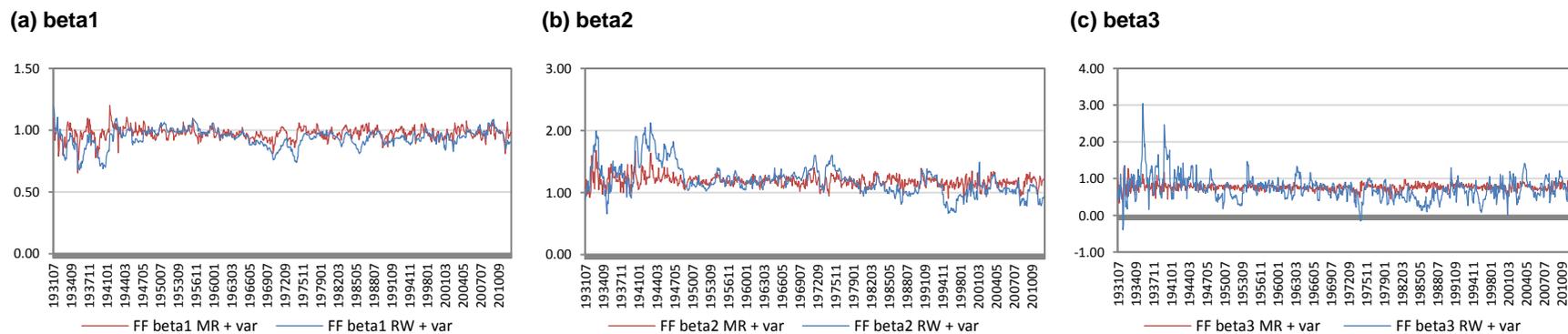


Figura 6.9 - Betas estimados pelo modelo condicional de Fama e French com variáveis condicionantes para carteira 51

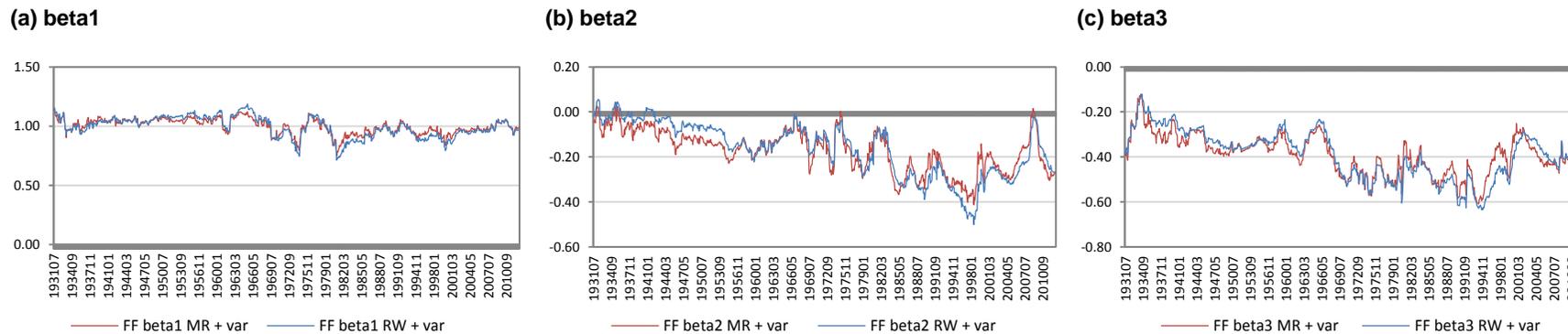
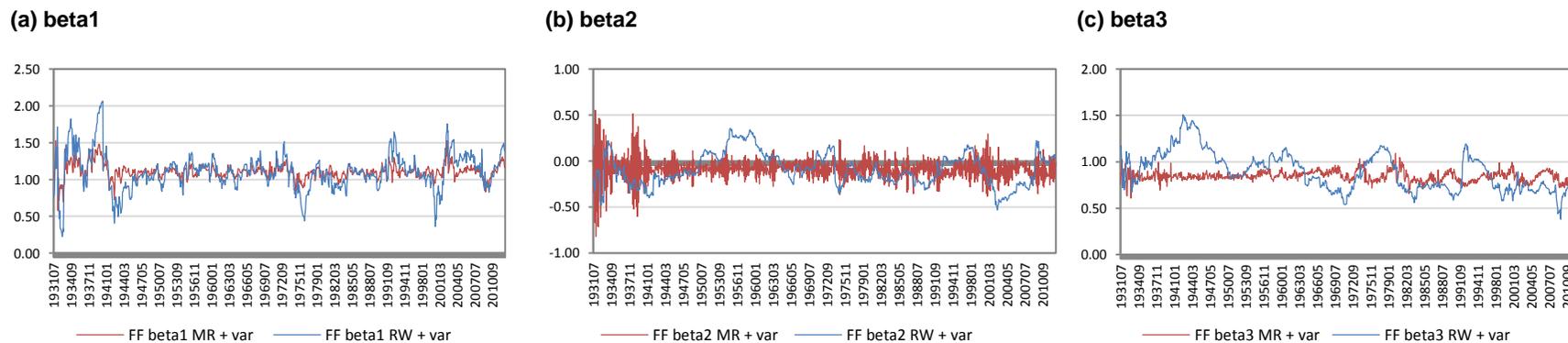


Figura 6.10 - Betas estimados pelo modelo condicional de Fama e French com variáveis condicionantes para carteira 55



A variação de beta no tempo pode ser bastante diferente dependendo da modelagem e de cada ativo analisado. Para comparação conjunta de todos os modelos, utilizamos o RMSE e o MAE, conforme equações (6.17) e (6.18). Os resultados foram obtidos para os modelos de um fator, com beta seguindo processo de reversão à média (MR) com e sem a dependência em variáveis condicionantes; e para os modelos de três fatores, com beta seguindo processo de reversão à média (MR) ou passeio aleatório (RW), também com e sem variáveis condicionantes.

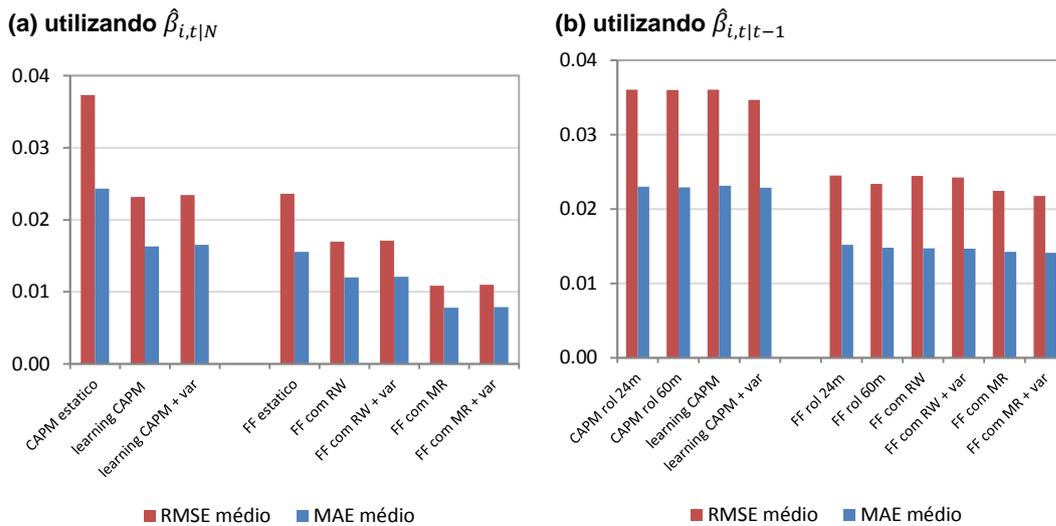
Dois resultados são apresentados. A Figura 6.11(a) apresenta uma comparação das medidas para os modelos na forma espaço-estado com os modelos incondicionais para o CAPM e para o de três fatores de Fama e French (1993); para tanto, as séries de betas foram obtidas a partir do suavizador de Kalman<sup>11</sup>, utilizando toda a série disponível ( $\hat{\beta}_{i,t|N}$ ). A Figura 6.11(b) apresenta as medidas para os modelos na forma espaço-estado a partir das séries de betas estimadas pelo filtro de Kalman um-passo-a-frente ( $\hat{\beta}_{i,t|t-1}$ )<sup>12</sup>, sendo comparadas com os casos de betas estimados por mínimos quadrados com janelas móveis (24 e 60 meses) tanto no caso do modelo de um fator como no de três fatores. Os valores apresentados correspondem à média das 25 carteiras. O detalhamento por carteira é apresentado no Apêndice 6.C.

---

<sup>11</sup> Detalhes sobre suavizador de Kalman em Durbin e Koopman (2001).

<sup>12</sup> Utilizando as séries a partir de  $t=61$  (*jul/1931*) para comparação com mínimos quadrados com janelas móveis de 60 meses.

Figura 6.11: RMSE e MAE médios



A partir da análise da Figura 6.11(a), considerando inicialmente o modelo de um fator, observamos que, quando beta varia no tempo segundo o *Learning CAPM* de Adrian e Franzoni (2009), os resultados são melhores comparados aos do CAPM incondicional. Na realidade, o RMSE e o MAE médio com o uso do *Learning CAPM* tornam-se da mesma ordem os valores observados para o modelo incondicional de três fatores Fama e French (1993). Considerando ainda os modelos três fatores com a variação dos betas para a série completa, observa-se que tanto a evolução segundo reversão à média quanto por passeio aleatório são capazes de reduzir o RMSE e o MAE médios em relação ao modelo incondicional, sendo no primeiro caso a redução ainda maior.

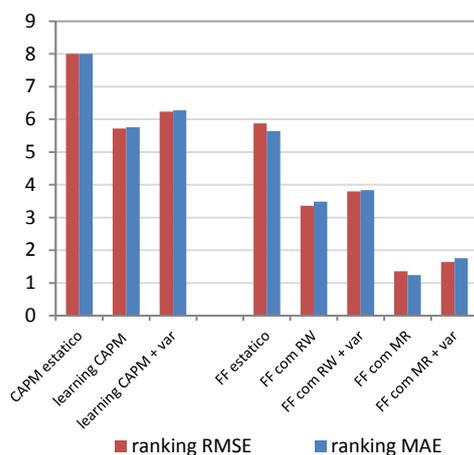
Considerando os betas previstos um-passo-a-frente, ao analisar a Figura 6.11(b), observa-se os valores para o RMSE e o MAE dos modelos propostos em comparação com os obtidos a partir da estimação com base em regressão com janelas móveis para os modelos de um fator e três fatores. No *Learning CAPM*, observa-se que a inclusão de variáveis condicionantes resulta em ligeira superioridade, apesar de a diferença entre os modelos ser pequena. No modelo de três fatores, destaca-se uma tímida superioridade do modelo em que os betas seguem reversão à média, com uma melhora pequena também ao incluir as variáveis condicionantes.

Adicionalmente à análise das medidas de RMSE e MAE médias, a comparação do desempenho dos modelos pode ser feita através de um *ranking*, ou seja, os modelos são ordenados do menor para o maior valor de RMSE / MAE,

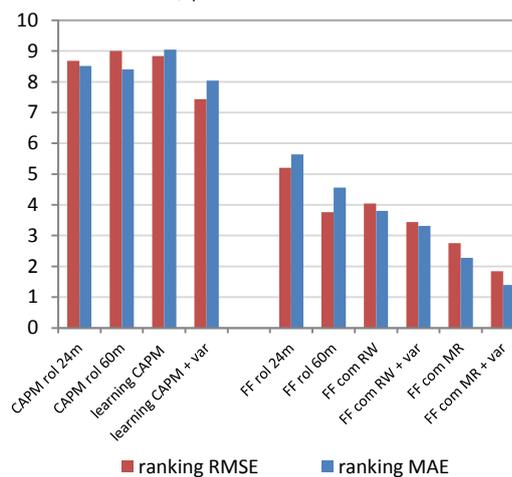
sendo o menor valor correspondente ao modelo de melhor performance (Mergner e Bulla, 2008). As Figuras 6.12(a) e 6.12(b) apresentam o *ranking* médio de cada modelo utilizando as séries suavizadas e um passo-a-frente, respectivamente, considerando as 25 carteiras.

Figura 6.12: *Ranking* de RMSE e MAE

(a) utilizando  $\hat{\beta}_{i,t|N}$



(b) utilizando  $\hat{\beta}_{i,t|t-1}$



Pela análise da Figura 6.12(a), observa-se que todos os modelos apresentam melhor desempenho do que o CAPM incondicional, que é ranqueado sempre em último para todas as carteiras pelos dois critérios. O ranking dos modelos de um fator condicionais (*Learning CAPM* com e sem variáveis condicionantes) é similar à obtida pelo modelo incondicional de três fatores de Fama e French (1993), confirmando a análise do valor médio de RMSE e MAE entre as carteiras. Os modelos de três fatores condicionais são sempre mais bem ranqueados do que o modelo incondicional, sendo a performance de qualquer um deles (passeio aleatório ou reversão à média, com e sem variáveis condicionantes) sempre superior ao modelo incondicional para todas as carteiras. Os modelos baseados na reversão à média dos betas aparecem sempre na posição de melhor desempenho, ou seja, menor RMSE e menor MAE, para todas as carteiras.

Observa-se ainda, pela Figura 6.12(b), que a performance do *Learning CAPM* é comparável a dos modelos em que beta é estimado por mínimos quadrados com janelas móveis, de forma que por esta análise não fica clara a superioridade do modelo no que se refere à capacidade preditiva um passo-a-frente. Novamente, observa-se que a inclusão de variáveis condicionantes resulta

em ligeira superioridade, ficando o modelo ranqueado em média um pouco melhor do que as demais abordagens estimadas para o caso de um fator. Já no caso dos modelos de três fatores, considerando especialmente o ranking médio pelo MAE, os modelos condicionais propostos considerando tanto a especificação de passeio aleatório como a de reversão à média aparecem melhor ranqueados do que os casos de betas estimados por mínimos quadrados com janelas móveis, com destaque para uma melhor performance quando são incluídas variáveis condicionantes.

Para complementar a análise da comparação dos modelos condicionais com os incondicionais com base no RMSE e no MAE, foram realizados testes de significância das diferenças entre tais medidas utilizando a estatística de Diebold e Mariano (1995), considerando o uso das séries dos betas obtidas pelo suavizador de Kalman ( $\hat{\beta}_{i,t|N}$ ). Os resultados, apresentados nas Tabelas 6.11 e 6.12, indicam o número de séries, dentre as 25 carteiras analisadas, para as quais a hipótese nula de não diferença entre as medidas encontradas por dois modelos é rejeitada. Ou seja, os casos em que os modelos, comparados dois a dois, realmente geram medidas de erros (RMSE e MAE) diferentes entre si.

**Tabela 6.11 - Testes de Diebold-Mariano para RMSE considerando série de  $\hat{\beta}_{i,t|N}$**

|                         | Learn<br>CAPM<br>+ var | FF<br>RW | FF<br>RW+var | FF<br>MR | FF<br>MR+var | CAPM | FF |
|-------------------------|------------------------|----------|--------------|----------|--------------|------|----|
| <b>Learn CAPM</b>       | 20                     | 23       | 20           | 25       | 25           | 24   | 9  |
| <b>Learn CAPM + var</b> | 0                      | 23       | 23           | 25       | 25           | 24   | 10 |
| <b>FF RW</b>            | 0                      | 0        | 12           | 25       | 25           | 24   | 23 |
| <b>FF RW + var</b>      | 0                      | 0        | 0            | 25       | 25           | 24   | 23 |
| <b>FF MR</b>            | 0                      | 0        | 0            | 0        | 14           | 24   | 25 |
| <b>FF MR +var</b>       | 0                      | 0        | 0            | 0        | 0            | 24   | 24 |
| <b>CAPM</b>             | 0                      | 0        | 0            | 0        | 0            | 0    | 24 |

Teste de Diebold-Mariano com correção de autocorrelação para lag 12

Tabela 6.12 – Testes de Diebold-Mariano para MAE considerando série de  $\hat{\beta}_{i,t|N}$ 

|                  | Learn<br>CAPM<br>+ var | FF<br>RW | FF<br>RW+var | FF<br>MR | FF<br>MR+var | CAPM | FF |
|------------------|------------------------|----------|--------------|----------|--------------|------|----|
| Learn CAPM       | 19                     | 22       | 23           | 25       | 25           | 25   | 14 |
| Learn CAPM + var | 0                      | 23       | 24           | 25       | 25           | 25   | 17 |
| FF RW            | 0                      | 0        | 15           | 25       | 25           | 25   | 25 |
| FF RW + var      | 0                      | 0        | 0            | 25       | 25           | 25   | 25 |
| FF MR            | 0                      | 0        | 0            | 0        | 9            | 25   | 25 |
| FF MR +var       | 0                      | 0        | 0            | 0        | 0            | 25   | 25 |
| CAPM             | 0                      | 0        | 0            | 0        | 0            | 0    | 25 |

Teste de Diebold-Mariano com correção de autocorrelação para lag 12

Pode-se observar que para todas as carteiras, o RMSE e o MAE da modelagem de três fatores considerando beta descrito por reversão à média difere do caso de passeio aleatório, que por sua vez diferem do modelo incondicional. Para a maioria das carteiras, isso também ocorre no caso do modelo de um fator condicional em relação ao CAPM incondicional. Destaca-se novamente que os resultados obtidos pelo *Learning* CAPM e pelo modelo de três fatores estático são mais próximos, tendo RMSE estatisticamente diferente, por exemplo, em apenas 9 carteiras.

### 6.4.3 Análise dos erros de apreçamento

A comparação dos modelos na seção 6.4.2 indica que o tratamento condicional apresenta melhores resultados do que os modelos incondicionais, ainda que a análise dos resíduos indique que uma especificação diferente para o termo de distúrbio dos modelos possa melhorar o ajuste. Ao considerar a variação temporal dos betas, pode-se ainda verificar se os modelos condicionais são capazes de reduzir erros de apreçamento em comparação com os modelos incondicionais correspondentes. O teste baseado na abordagem de séries temporais, seguindo a metodologia de Adrian e Franzoni (2009), tem como objetivo verificar os erros de apreçamento medidos pelo alfa de cada carteira.

Para os modelos condicionais, os alfas  $\hat{\alpha}_i$  são calculados como médias das séries temporais de acordo com a equação (6.19). Nesta seção, é apresentada inicialmente a análise do *Learning* CAPM em comparação com o CAPM incondicional de forma a verificar a redução dos erros de apreçamento observada

por Adrian e Franzoni (2009), a partir de dados mensais no período de janeiro de 1963 a dezembro de 2012. Em seguida, apresentamos os resultados para o modelo de três fatores no mesmo período.

A Tabela 6.13 compara os erros de apreçamento gerados pelo CAPM incondicional (Painel A) com os erros gerados pelo *Learning* CAPM sem e com variáveis condicionantes (Painel B e Painel C, respectivamente)<sup>13</sup>. Ao final, as duas medidas de *REMQ* e *CPE* definidas na seção 6.2.4 são também apresentadas.

---

<sup>13</sup> Os erros apresentados para o *Learning* CAPM com variáveis condicionantes se referem ao modelo estimado na seção 6.4.2.1, ou seja, utilizando *TERM* e *Rm* como variáveis. Os erros de apreçamento do *Learning* CAPM com outras variáveis são apresentados no Apêndice B.

**Tabela 6.13 – Erros de apreçamento do CAPM incondicional, do Learning CAPM e do Learning CAPM com variáveis condicionantes (janeiro 1963 a dezembro de 2012)**

| Painel A: CAPM incondicional |                       |        |         |        |        | Painel B: <i>Learning</i> CAPM |        |         |        |        | Painel C: <i>Learning</i> CAPM com variáveis cond. |        |         |        |        |
|------------------------------|-----------------------|--------|---------|--------|--------|--------------------------------|--------|---------|--------|--------|--|--------|---------|--------|--------|
| Quintis BM                   |                       |        |         |        |        | Quintis BM                     |        |         |        |        | Quintis BM   |        |         |        |        |
| Quintis tamanho              | 1                     | 2      | 3       | 4      | 5      | 1                              | 2      | 3       | 4      | 5      | 1  | 2      | 3       | 4      | 5      |
| 1                            | -0,44%                | 0,19%  | 0,30%   | 0,51%  | 0,63%  | -0,51%                         | 0,11%  | 0,19%   | 0,42%  | 0,50%  | -0,51%   | 0,08%  | 0,15%   | 0,38%  | 0,43%  |
|                              | (-1,96)               | (1,07) | (1,87)  | (3,14) | (3,48) | (-1,69)                        | (0,50) | (0,97)  | (2,46) | (2,50) | (-1,72)  | (0,37) | (0,79)  | (2,28) | (2,20) |
| 2                            | -0,23%                | 0,14%  | 0,40%   | 0,44%  | 0,48%  | -0,17%                         | 0,12%  | 0,36%   | 0,35%  | 0,38%  | -0,17%   | 0,09%  | 0,33%   | 0,32%  | 0,32%  |
|                              | (-1,44)               | (1,10) | (3,09)  | (3,41) | (2,94) | (-1,07)                        | (0,93) | (2,99)  | (2,71) | (2,25) | (-1,05)  | (0,70) | (2,81)  | (2,52) | (1,92) |
| 3                            | -0,17%                | 0,21%  | 0,29%   | 0,41%  | 0,57%  | -0,10%                         | 0,20%  | 0,23%   | 0,33%  | 0,47%  | -0,09%   | 0,19%  | 0,23%   | 0,30%  | 0,45%  |
|                              | (-1,35)               | (1,98) | (2,52)  | (3,40) | (3,66) | (-0,80)                        | (2,14) | (2,55)  | (3,04) | (3,27) | (-0,75)  | (2,04) | (2,53)  | (2,78) | (3,11) |
| 4                            | -0,01%                | 0,03%  | 0,21%   | 0,38%  | 0,34%  | 0,09%                          | 0,05%  | 0,18%   | 0,30%  | 0,22%  | 0,09%  | 0,04%  | 0,16%   | 0,29%  | 0,21%  |
|                              | (-0,09)               | (0,27) | (1,82)  | (3,34) | (2,44) | (1,04)                         | (0,67) | (2,21)  | (3,03) | (1,46) | (1,07)   | (0,55) | (1,94)  | (2,98) | (1,38) |
| 5                            | -0,04%                | 0,05%  | 0,04%   | 0,15%  | 0,19%  | -0,03%                         | 0,04%  | 0,02%   | 0,07%  | 0,11%  | -0,03%   | 0,03%  | 0,00%   | 0,06%  | 0,09%  |
|                              | (-0,47)               | (0,68) | (0,47)  | (1,34) | (1,43) | (-0,54)                        | (0,71) | (0,29)  | (0,64) | (0,75) | (-0,43)  | (0,52) | (0,03)  | (0,62) | (0,57) |
|                              | REMQ                  |        | 0,3260% |        |        | REMQ                           |        | 0,2685% |        |        | REMQ   |        | 0,2481% |        |        |
|                              | CPE                   |        | 0,0395  |        |        | CPE                            |        | 0,0261  |        |        | CPE  |        | 0,0221  |        |        |
|                              | REMQ (sem <i>II</i> ) |        | 0,3204% |        |        | REMQ (sem <i>II</i> )          |        | 0,2536% |        |        | REMQ (sem <i>II</i> )                              |        | 0,2305% |        |        |
|                              | CPE (sem <i>II</i> )  |        | 0,0382  |        |        | CPE (sem <i>II</i> )           |        | 0,0243  |        |        | CPE (sem <i>II</i> )                               |        | 0,0203  |        |        |

Erros de apreçamento do modelo incondicional calculados como o intercepto da regressão por mínimos quadrados ordinários. Erros de apreçamento nos modelos condicionais calculados como a média dos valores das séries temporais calculadas pela equação (6.19). Estatísticas *t* entre parêntesis. Para CAPM incondicional, estatísticas *t* calculadas com base na matriz de Newey-West (*lag*1). Para modelos condicionais, estatísticas *t* calculadas a partir do alfa médio  $\hat{\alpha}_i$  e do desvio-padrão da média.

O Painel A da Tabela 6.13 apresenta os valores já destacados na Tabela 6.3, com os erros de apreçamento do CAPM incondicional. No Painel B, observa-se que os erros de apreçamento tendem a cair, especialmente para as carteiras de ações de maior BM. O erro de apreçamento a partir do CAPM incondicional para a carteira *small-value 15*, por exemplo, da ordem de 8% ao ano, é reduzido em mais de 20% a partir do *Learning CAPM*. Também para as carteiras de ações de menor BM, os alfas são geralmente menores no Painel B, exceto por um resultado não satisfatório para a carteira *small-growth 11*. Adrian e Franzoni (2009), assim como Campbell e Vuolteenaho (2004), também destacam que tal carteira se mostrou problemática no contexto de outros estudos baseados em testes de ativos, tendo em vista que o pequeno tamanho dos ativos e a sua provável baixa liquidez pudessem implicar na necessidade de uma análise em separado para seus retornos.

A redução dos erros de apreçamento pode ser confirmada pelas medidas de erro *REMQ* e *CPE*. Comparando com o CAPM incondicional, o *REMQ* é reduzido em 18% e o *CPE* cai 34% com o uso do *Learning CAPM*. Se desconsiderarmos a carteira *11* da análise, as medidas são reduzidas em 21% e 36%, respectivamente. Ao considerar a inclusão de variáveis condicionantes no modelo, passando para a análise do Painel C, observamos que a redução dos erros de apreçamento se torna mais expressiva. Em praticamente todas as carteiras há uma redução em relação ao modelo anterior sem variáveis condicionantes. Comparando com o CAPM incondicional, o *REMQ* é reduzido agora em 24% e o *CPE* em 44%. Desconsiderando novamente a carteira *11* da análise, as medidas são reduzidas em 28% e 47%. Por outro lado, apesar da importante redução nos proporcionada pela introdução da variação temporal dos betas a partir do *Learning CAPM*, reportada por Adrian e Franzoni (2009) e também verificada aqui, os alfas permanecem estatisticamente significativos para algumas carteiras. Ou seja, a variação de beta é capaz de capturar parte do retorno não explicado pelo CAPM incondicional, mas ainda resta parcela significativa relacionada a anomalias financeiras, com destaque para o efeito valor.

A mesma análise pode então ser estendida para o modelo de três fatores de Fama e French (1993). A Tabela 6.14 compara os erros de apreçamento gerados pelo modelo incondicional (Painel A) com os erros gerados pelos modelos em que os betas seguem processo de reversão à média e de passeio aleatório (Painel B e Painel C, respectivamente).

**Tabela 6.14 – Erros de apreçamento do modelo de três fatores incondicional, com betas como reversão à média e com betas como passeio aleatório sem variáveis condicionantes (janeiro 1963 a dezembro de 2012)**

| Painel A: Modelo de três fatores incondicional |               |         |         |         |         | Painel B: Modelo com betas MR |         |         |         |         | Painel C: Modelo com betas RW |         |         |         |         |
|--|---------------|---------|---------|---------|---------|-------------------------------|---------|---------|---------|---------|-------------------------------|---------|---------|---------|---------|
| Quintis BM                                     |               |         |         |         |         | Quintis BM                    |         |         |         |         | Quintis BM                    |         |         |         |         |
| Quintis tamanho                                | 1             | 2       | 3       | 4       | 5       | 1                             | 2       | 3       | 4       | 5       | 1                             | 2       | 3       | 4       | 5       |
| 1  | -0,49%        | -0,02%  | 0,00%   | 0,13%   | 0,13%   | -0,69%                        | -0,11%  | -0,10%  | 0,09%   | 0,06%   | -0,49%                        | -0,07%  | -0,05%  | 0,11%   | 0,10%   |
|  | (-4,75)       | (-0,30) | (-0,05) | (2,23)  | (2,02)  | (-2,94)                       | (-0,73) | (-0,78) | (1,07)  | (0,74)  | (-1,88)                       | (-0,39) | (-0,35) | (1,24)  | (1,13)  |
| 2  | -0,19%        | -0,05%  | 0,09%   | 0,06%   | -0,04%  | -0,21%                        | -0,04%  | 0,12%   | 0,04%   | -0,06%  | -0,14%                        | -0,04%  | 0,10%   | 0,03%   | -0,03%  |
|  | (-2,86)       | (-0,83) | (1,58)  | (1,03)  | (-0,69) | (-2,33)                       | (-0,50) | (1,84)  | (0,72)  | (-0,75) | (-1,43)                       | (-0,46) | (1,49)  | (0,52)  | (-0,42) |
| 3  | -0,06%        | 0,04%   | 0,01%   | 0,06%   | 0,11%   | -0,08%                        | 0,06%   | 0,00%   | 0,07%   | 0,07%   | -0,03%                        | 0,03%   | 0,03%   | 0,03%   | 0,05%   |
|  | (-1,06)       | (0,61)  | (0,11)  | (0,80)  | (1,30)  | (-1,07)                       | (0,95)  | (0,01)  | (1,02)  | (0,83)  | (-0,46)                       | (0,47)  | (0,45)  | (0,40)  | (0,53)  |
| 4  | 0,14%         | -0,11%  | -0,04%  | 0,07%   | -0,09%  | 0,11%                         | -0,05%  | 0,01%   | 0,07%   | -0,12%  | 0,17%                         | -0,04%  | -0,04%  | 0,01%   | -0,11%  |
|  | (1,91)        | (-1,30) | (-0,54) | (1,02)  | (-1,19) | (1,74)                        | (-0,81) | (0,10)  | (0,89)  | (-1,27) | (2,68)                        | (-0,67) | (-0,63) | (0,11)  | (-1,10) |
| 5  | 0,18%         | 0,03%   | -0,07%  | -0,11%  | -0,17%  | 0,12%                         | 0,04%   | -0,04%  | -0,10%  | -0,19%  | 0,14%                         | 0,02%   | -0,06%  | -0,11%  | -0,18%  |
|  | (3,39)        | (0,51)  | (-0,94) | (-1,91) | (-1,79) | (2,71)                        | (0,84)  | (-0,65) | (-1,47) | (-1,70) | (3,22)                        | (0,33)  | (-0,92) | (-1,58) | (-1,58) |
|  | REMQ          | 0,1378% |         |         |         | REMQ                          | 0,1658% |         |         |         | REMQ                          | 0,1300% |         |         |         |
|  | CPE           | 0,0063  |         |         |         | CPE                           | 0,0070  |         |         |         | CPE                           | 0,0052  |         |         |         |
|  | REMQ (sem II) | 0,0982% |         |         |         | REMQ (sem II)                 | 0,0947% |         |         |         | REMQ (sem II)                 | 0,0864% |         |         |         |
|  | CPE (sem II)  | 0,0046  |         |         |         | CPE (sem II)                  | 0,0039  |         |         |         | CPE (sem II)                  | 0,0036  |         |         |         |

Erros de apreçamento do modelo incondicional calculados como o intercepto da regressão por mínimos quadrados ordinários. Erros de apreçamento nos modelos condicionais calculados como a média dos valores das séries temporais calculadas pela equação (6.19). Estatísticas  $t$  entre parêntesis. Para CAPM incondicional, estatísticas  $t$  calculadas com base na matriz de Newey-West (lag1). Para modelos condicionais, estatísticas  $t$  calculadas a partir do alfa médio  $\hat{\alpha}_i$  e do desvio-padrão da média. RW: passeio aleatório (*random walk*) e MR: reversão à média (*mean reverting*).

O Painel A da Tabela 6.14 apresenta os valores já destacados na Tabela 6.5. Apesar do conhecido desempenho superior do modelo de três fatores de Fama e French (1993) em comparação com o CAPM incondicional no tratamento do efeito valor e do efeito tamanho, os erros de apreçamento de algumas carteiras permanecem significativos no período analisado, em especial as carteiras *small-value* (14 e 15) e as carteiras de baixo BM (na primeira coluna da tabela). Movendo para os Painéis B e C, a queda observada não é tão relevante quando no caso do modelo de um fator, considerando também que os erros de apreçamento já são baixos no modelo de três fatores incondicional. Ainda assim, observa-se uma queda importante para os erros de apreçamento das carteiras *small-value* (14 e 15), em especial no caso da modelagem por reversão à média. A carteira *small-growth* permanece apresentando um comportamento problemático como observado no modelo de um fator.

De forma geral, pode-se avaliar novamente a redução dos erros de apreçamento pelas medidas de *REMQ* e o *CPE*. Tendo em vista que o resultado bem atípico da carteira 11, ao excluí-la da análise, verificamos que o *REMQ* e o *CPE* caem em 4% e 17% respectivamente ao considerar o processo de reversão à média para evolução dos betas, enquanto que esta redução é um pouco maior, de 12% e 23%, ao considerar o processo de passeio aleatório. Apesar de a análise de ajuste dos modelos indicar que o caso de reversão à média é superior ao de passeio aleatório, na análise dos erros de apreçamento verifica-se que o modelo mais parcimonioso é capaz de capturar o risco dos ativos de forma mais satisfatória considerando a média das 25 carteiras. Cabe observar, entretanto, que o modelo de reversão à média captura melhor o risco de carteiras *small-value* (14 e 15), indicadores dos principais erros de apreçamento identificados no CAPM e no modelo de três fatores incondicionais. No caso destas carteiras, a redução do erro de apreçamento proporcionada pelo modelo em que os betas seguem reversão à média é mais relevante. Por outro lado, destacam-se erros de apreçamento significativos em carteiras de ações de crescimento (baixo BM) considerando a partir do modelo de três fatores, mesmo com a modelagem de variação temporal dos betas. Para estas carteiras, inclusive, o modelo de um fator apresenta melhores resultados nos erros de apreçamento em relação ao modelo de três fatores.

Em seguida, são apresentados os resultados da avaliação dos erros de apreçamento dos modelos com a inclusão das variáveis condicionantes na Tabela

6.15. Para facilidade de leitura e comparação dos resultados, as informações do modelo de três fatores incondicional são repetidas no Paineis A. Os resultados do modelo em que os betas seguem processos de reversão à média e de passeio aleatório combinado com variáveis condicionantes são apresentados nos Paineis B e C, respectivamente.

**Tabela 6.15 – Erros de apreçamento do modelo de três fatores incondicional, com betas como reversão à média e com betas como passeio aleatório com variáveis condicionantes (janeiro 1963 a dezembro de 2012)**

| Painel A: Modelo de três fatores incondicional |                   |                   |                   |                   |                   | Painel B: Modelo com betas MR com var cond |                   |                   |                   |                   | Painel C: Modelo com betas RW com var cond |                   |                   |                   |                   |
|--|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|--|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|--|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| Quintis BM                                     |                   |                   |                   |                   |                   | Quintis BM                                 |                   |                   |                   |                   | Quintis BM                                 |                   |                   |                   |                   |
| Quintis tamanho                                | 1                 | 2                 | 3                 | 4                 | 5                 | 1  | 2                 | 3                 | 4                 | 5                 | 1  | 2                 | 3                 | 4                 | 5                 |
| 1  | -0,49%<br>(-4,75) | -0,02%<br>(-0,30) | 0,00%<br>(-0,05)  | 0,13%<br>(2,23)   | 0,13%<br>(2,02)   | -0,72%<br>(-3,10)                          | -0,09%<br>(-0,65) | -0,11%<br>(-0,91) | 0,06%<br>(0,71)   | 0,03%<br>(0,36)   | -0,43%<br>(-1,68)                          | -0,02%<br>(-0,11) | -0,05%<br>(-0,37) | 0,11%<br>(1,22)   | 0,10%<br>(1,14)   |
| 2  | -0,19%<br>(-2,86) | -0,05%<br>(-0,83) | 0,09%<br>(1,58)   | 0,06%<br>(1,03)   | -0,04%<br>(-0,69) | -0,22%<br>(-2,41)                          | -0,04%<br>(-0,60) | 0,10%<br>(1,60)   | 0,08%<br>(1,22)   | -0,06%<br>(-0,81) | -0,13%<br>(-1,31)                          | -0,04%<br>(-0,55) | 0,08%<br>(1,28)   | 0,05%<br>(0,87)   | -0,04%<br>(-0,53) |
| 3  | -0,06%<br>(-1,06) | 0,04%<br>(0,61)   | 0,01%<br>(0,11)   | 0,06%<br>(0,80)   | 0,11%<br>(1,30)   | -0,09%<br>(-1,19)                          | 0,07%<br>(1,08)   | 0,02%<br>(0,29)   | 0,07%<br>(1,01)   | 0,08%<br>(0,97)   | -0,04%<br>(-0,49)                          | 0,05%<br>(0,67)   | 0,04%<br>(0,54)   | 0,03%<br>(0,44)   | 0,05%<br>(0,53)   |
| 4  | 0,14%<br>(1,91)   | -0,11%<br>(-1,30) | -0,04%<br>(-0,54) | 0,07%<br>(1,02)   | -0,09%<br>(-1,19) | 0,12%<br>(1,86)                            | -0,04%<br>(-0,57) | 0,00%<br>(0,05)   | 0,08%<br>(1,10)   | -0,14%<br>(-1,43) | 0,16%<br>(2,62)                            | -0,04%<br>(-0,57) | -0,05%<br>(-0,75) | 0,03%<br>(0,45)   | -0,13%<br>(-1,25) |
| 5  | 0,18%<br>(3,39)   | 0,03%<br>(0,51)   | -0,07%<br>(-0,94) | -0,11%<br>(-1,91) | -0,17%<br>(-1,79) | 0,12%<br>(2,79)                            | 0,04%<br>(0,84)   | -0,05%<br>(-0,72) | -0,08%<br>(-1,16) | -0,23%<br>(-2,08) | 0,12%<br>(2,89)                            | 0,01%<br>(0,20)   | -0,06%<br>(-0,93) | -0,12%<br>(-1,77) | -0,17%<br>(-1,47) |
|  | REMQR             |                   | 0,1378%           |                   |                   | REMQR                                      |                   | 0,1736%           |                   |                   | REMQR                                      |                   | 0,1192%           |                   |                   |
|  | CPE               |                   | 0,0063            |                   |                   | CPE  |                   | 0,0077            |                   |                   | CPE  |                   | 0,0046            |                   |                   |
|  | REMQR (sem II)    |                   | 0,0982%           |                   |                   | REMQR (sem II)                             |                   | 0,0992%           |                   |                   | REMQR (sem II)                             |                   | 0,0843%           |                   |                   |
|  | CPE (sem II)      |                   | 0,0046            |                   |                   | CPE (sem II)                               |                   | 0,0042            |                   |                   | CPE (sem II)                               |                   | 0,0034            |                   |                   |

Erros de apreçamento do modelo incondicional calculados como o intercepto da regressão por mínimos quadrados ordinários. Erros de apreçamento nos modelos condicionais calculados como a média dos valores das séries temporais calculadas pela equação (6.19). Estatísticas  $t$  entre parêntesis. Para CAPM incondicional, estatísticas  $t$  calculadas com base na matriz de Newey-West (lag1). Para modelos condicionais, estatísticas  $t$  calculadas a partir do alfa médio  $\hat{\alpha}_i$  e do desvio-padrão da média. RW: passeio aleatório (*random walk*) e MR: reversão à média (*mean reverting*).

Novamente, pode-se avaliar a redução dos erros de apreçamento pelas medidas de *RMEQ* e *CPE* sem incluir a carteira *11* devido ao atípico comportamento. No caso do modelo com reversão à média, verifica-se que o *REMQ* não se reduz ao incluir as variáveis condicionantes, apesar de o *CPE* reduzir 9%, comparado ao modelo incondicional, de modo que o resultado correspondente para o caso sem variáveis condicionantes mostrou-se superior, como avaliado anteriormente na Tabela 6.14. Por outro lado, cabe observar que os erros de apreçamento das carteiras *small-value* (*14* e *15*) se reduzem ainda mais, sendo não significativos, ao serem incluídas as variáveis condicionantes. No caso do modelo com passeio aleatório, o *REMQ* e o *CPE* se reduzem respectivamente em 14% e 27%, respectivamente, de modo que a inclusão de variáveis condicionantes neste caso melhora, ainda que pouco, o resultado em comparação com o modelo correspondente sem variáveis, como avaliado também a partir da Tabela 6.14. Considerando os valores de *REMQ* e *CPE*, esta é a modelagem que produz melhores resultados para a média das 25 carteiras.

## 6.5 Conclusões do capítulo

No contexto de modelos de fatores condicionais, o estudo deste capítulo buscou avaliar a performance do CAPM e do modelo de três fatores de Fama e French (1993) com variação temporal das sensibilidades aos fatores seguindo a abordagem proposta por Adrian e Franzoni (2009), estimadas a partir do filtro de Kalman. Tendo em vista os resultados satisfatórios observados pelos autores ao comparar o modelo condicional de um fator no qual beta é descrito por um processo de reversão à média combinado com variáveis condicionantes com o CAPM incondicional, a aplicação empírica aqui apresentada baseou-se na mesma modelagem estendida para o caso do modelo de três fatores de Fama e French (1993) aplicada às 25 carteiras obtidas a partir da interseção de quintis ordenados por BM e tamanho no período de janeiro de 1963 a dezembro de 2012. Nesta base de ativos, o ajuste do CAPM incondicional permite verificar erros de apreçamento significativos, com destaque para a presença de anomalias de efeito valor e efeito tamanho. Ao ajustar o modelo incondicional de três fatores, apesar de pequenos em termos absolutos de modo geral, algumas carteiras também apresentam erros

de apreçamento significativos no período analisado. A análise da modelagem na forma condicional busca verificar se a capacidade explicativa do modelo ao tratar as sensibilidades aos fatores como variantes no tempo pode melhorar, reduzindo a significância dos erros de apreçamento.

No caso do modelo de três fatores, duas especificações foram propostas para o processo estocástico de evolução dos betas, sendo elas o processo de passeio aleatório e o processo de reversão à média. A estimação dos modelos explicita a variação dos betas no tempo, de forma bem diferente para cada carteira. O *Learning CAPM* de Adrian e Franzoni (2009), considerando apenas um fator de risco, foi também ajustado para comparação. Analisando o desempenho dos modelos no que se refere à capacidade preditiva *in-sample* através das medidas agregadas de RMSE e MAE, o modelo de três fatores condicionais em que os betas seguem processos estocásticos apresentam melhores resultados tanto em comparação com o modelo de três fatores incondicional quanto com o *Learning CAPM*. Cabe mencionar que a performance do *Learning CAPM* na comparação das medidas de RMSE e MAE é similar ao modelo incondicional de três fatores. Ainda comparando estas medidas, o desempenho do modelo condicional de três fatores para o processo de reversão à média é superior ao de passeio aleatório, assim como na comparação das medidas de AIC e BIC. Observa-se também que a inclusão de variáveis condicionantes aos modelos de três fatores melhora a capacidade preditiva um passo-a-frente, de forma tímida, tanto para o caso de reversão à média como para o caso de passeio aleatório. Por outro lado, avaliando o diagnóstico dos resíduos, observa-se não-normalidade e heterocedasticidade no ajuste de todos os modelos,

Ao analisar os erros de apreçamento, inicialmente para o modelo de um fator, comparando as modelagens condicionais sem e com variáveis condicionantes com os resultados do modelo incondicional, os resultados reportados por Adrian e Franzoni (2009) são ratificados. Os erros de apreçamento considerando a variação temporal de beta a partir de um processo de reversão à média são reduzidos e o ganho em comparação com o modelo incondicional é relevante. Entretanto, eles permanecem significativos em especial para as carteiras de ações de menor tamanho e maior BM. Comparando os erros de apreçamento dos modelos de três fatores condicionais com os observados a partir modelo incondicional, também obtêm-se bons resultados, apesar de os ganhos serem

menores do que os obtidos no caso do modelo de um fator. Apesar do melhor ajuste do modelo em que os betas seguem processo de reversão à média, o modelo mais parcimonioso cuja dinâmica dos betas se desenvolve a partir de processo de passeio aleatório apresenta melhores resultados de redução de erros de apreçamento considerando as medidas de *RMEQ* e *CPE* das 25 carteiras, sendo a redução um pouco maior quando incluídas as variáveis condicionantes. Por outro lado, os erros de carteiras de ações de menor tamanho e maior valor, *small-value* (14 e 15), principais indicadores dos efeitos tamanho e valor, são reduzidos de forma mais relevante na modelagem por reversão à média, em especial quando incluídas variáveis condicionantes. É importante também mencionar que, para carteiras de ações de crescimento (baixo BM), o modelo condicional de um fator produz melhor resultado em termos de erros de apreçamento do que os modelos de três fatores.

De modo geral, o tratamento temporal dos betas melhora a capacidade explicativa dos modelos em comparação com os modelos incondicionais, contribuindo para que erros de apreçamento relacionados a anomalias de valor e tamanho sejam ainda mais reduzidos, perdendo significância.

O estudo deste capítulo pode ser estendido em algumas direções. A primeira se refere ao ajuste dos modelos, cujos resultados mostram não-normalidade e heterocedasticidade. Mesmo com a inclusão de outros fatores, os resultados não são satisfatórios, indicando que uma especificação alternativa não-gaussiana para a distribuição dos termos de distúrbios do modelo pode trazer melhores resultados. O tratamento de *outliers* pode ser também implementado como melhoria. Outra análise pode envolver testes na forma *cross-sectional* de modo a verificar, para cada modelagem, a que características os erros de apreçamento podem estar relacionados, nos moldes realizados por Avramov e Chordia (2006). Finalmente, uma análise de modelos alternativos condicionais multifatores, além do tradicional modelo de Fama e French (1993), pode também ser objeto de estudo.

## Apêndice 6.A

Tabela 6.A.1 – *Learning* CAPM para as 25 carteiras no período de julho de 1926 a dezembro de 2012

|    | $\sigma_{\epsilon}^2 \times 10^4$ | $\sigma_{\eta}^2 \times 10^2$ | $\delta$ | AIC   | BIC   | JB         | Q(12)    | LM(6)     |
|----|-----------------------------------|-------------------------------|----------|-------|-------|------------|----------|-----------|
| 11 | 36,48***                          | 85,86                         | -0,16*   | -2,41 | -2,38 | 8033,14*** | 68,51*** | 65,28***  |
| 12 | 15,06***                          | 66,34***                      | -0,16**  | -3,11 | -3,08 | 3689,29*** | 23,13**  | 71,44***  |
| 13 | 11,80***                          | 52,73***                      | 0,13     | -3,35 | -3,33 | 1132,92*** | 46,58*** | 56,42***  |
| 14 | 9,53***                           | 35,61***                      | 0,26***  | -3,61 | -3,59 | 1035,93*** | 61,58*** | 32,68***  |
| 15 | 13,08***                          | 53,50***                      | 0,18*    | -3,27 | -3,25 | 3448,42*** | 50,56*** | 34,67***  |
| 21 | 10,88***                          | 17,38***                      | 0,43***  | -3,67 | -3,65 | 950,21***  | 26,44**  | 123,99*** |
| 22 | 6,39***                           | 19,79***                      | 0,18*    | -4,07 | -4,05 | 883,31***  | 23,76**  | 50,58***  |
| 23 | 4,82***                           | 16,60***                      | 0,34***  | -4,30 | -4,28 | 417,41***  | 41,05*** | 21,72***  |
| 24 | 6,70***                           | 13,22***                      | 0,51***  | -4,09 | -4,07 | 1790,44*** | 50,90*** | 149,27*** |
| 25 | 9,95***                           | 32,52***                      | 0,26**   | -3,61 | -3,58 | 540,73***  | 46,06*** | 45,68***  |
| 31 | 6,51***                           | 9,74***                       | 0,50***  | -4,18 | -4,16 | 2702,71*** | 12,07    | 177,41*** |
| 32 | 3,83***                           | 6,88***                       | 0,29     | -4,71 | -4,68 | 94,17***   | 32,74*** | 20,96***  |
| 33 | 4,02***                           | 1,85***                       | 0,86***  | -4,76 | -4,73 | 322,08***  | 29,39*** | 39,45***  |
| 34 | 4,58***                           | 8,79***                       | 0,58***  | -4,46 | -4,44 | 1000,29*** | 52,37*** | 147,41*** |
| 35 | 9,60***                           | 5,20***                       | 0,87***  | -3,86 | -3,84 | 251,14***  | 36,77*** | 76,55***  |
| 41 | 3,92***                           | 0,28***                       | 0,96***  | -4,90 | -4,87 | 9485,70*** | 41,70*** | 89,46***  |
| 42 | 2,62***                           | 1,26***                       | 0,82***  | -5,20 | -5,17 | 291,84***  | 47,20*** | 80,64***  |
| 43 | 3,00***                           | 4,18***                       | 0,60***  | -4,95 | -4,93 | 663,48***  | 50,19*** | 109,95*** |
| 44 | 4,21***                           | 3,68***                       | 0,82***  | -4,63 | -4,61 | 251,74***  | 35,47*** | 101,77*** |
| 45 | 10,13***                          | 6,40***                       | 0,84***  | -3,80 | -3,77 | 510,98***  | 23,07**  | 137,82*** |
| 51 | 1,77***                           | 2,05***                       | 0,10     | -5,57 | -5,54 | 15,59***   | 32,56*** | 24,09***  |
| 52 | 1,57***                           | 1,90***                       | 0,59***  | -5,63 | -5,60 | 815,31***  | 15,87    | 256,87*** |
| 53 | 2,65***                           | 4,51***                       | 0,52***  | -5,05 | -5,03 | 420,47***  | 17,72    | 142,30*** |
| 54 | 5,40***                           | 0,98***                       | 0,94***  | -4,52 | -4,50 | 1772,09*** | 29,20*** | 205,67*** |
| 55 | 10,71***                          | 6,73***                       | 0,84***  | -3,74 | -3,72 | 643,31***  | 15,69    | 137,47*** |

Estimação no período de jan/1926 a dez/2012. JB é a estatística de Jarque-Bera. Q(12) é a estatística de Ljung-Box, cuja hipótese nula é de não autocorrelação até *lag* de ordem 12. LM(6) é a estatística do teste ARCH de Engle, cuja hipótese nula é de não efeito ARCH até ordem 6. (\*\*\*), (\*\*) e (\*) representam valores significativos ao nível de 1%, 5% e 10%, respectivamente.

**Tabela 6.A.2 – Learning CAPM com variáveis condicionantes para carteiras no período de julho de 1926 a dezembro de 2012**

|    | $\sigma_{\epsilon}^2 \times 10^4$ | $\sigma_{\eta}^2 \times 10^2$ | $\delta$ | $\Phi_{TERM}$ | $\Phi_{Rm}$ | AIC   | BIC   | JB         | Q(12)    | LM(6)     |
|----|-----------------------------------|-------------------------------|----------|---------------|-------------|-------|-------|------------|----------|-----------|
| 11 | 36,44***                          | 81,76                         | -0,13    | -10,26        | 3,01***     | -2,42 | -2,38 | 8105,46*** | 77,48*** | 58,96***  |
| 12 | 15,53***                          | 59,96***                      | -0,14*   | -3,08         | 2,44***     | -3,12 | -3,08 | 3638,84*** | 25,55**  | 70,07***  |
| 13 | 12,14***                          | 47,40***                      | 0,19     | -0,26         | 1,99***     | -3,36 | -3,32 | 1191,30*** | 51,20*** | 62,42***  |
| 14 | 9,74***                           | 31,31***                      | 0,27***  | -1,08         | 2,34***     | -3,63 | -3,59 | 818,14***  | 61,22*** | 33,51***  |
| 15 | 13,20***                          | 48,20***                      | 0,20**   | 1,88          | 3,05***     | -3,29 | -3,26 | 3342,61*** | 52,91*** | 31,71***  |
| 21 | 11,07***                          | 15,24***                      | 0,49***  | -2,21         | 0,70*       | -3,67 | -3,64 | 959,24***  | 27,20*** | 128,71*** |
| 22 | 6,57***                           | 16,79***                      | 0,19*    | -0,64         | 1,89***     | -4,09 | -4,06 | 618,16***  | 29,13*** | 52,02***  |
| 23 | 4,94***                           | 14,70***                      | 0,35***  | -0,17         | 1,41***     | -4,32 | -4,28 | 275,91***  | 46,65*** | 25,67***  |
| 24 | 6,74***                           | 12,30***                      | 0,50***  | 0,27          | 1,29***     | -4,11 | -4,07 | 1453,43*** | 49,25*** | 142,57*** |
| 25 | 9,99***                           | 31,23***                      | 0,24**   | 4,24          | 1,54***     | -3,61 | -3,58 | 543,37***  | 42,87*** | 39,10***  |
| 31 | 6,60***                           | 9,11***                       | 0,48***  | -2,50         | 0,74**      | -4,19 | -4,16 | 2547,03*** | 11,78    | 190,49*** |
| 32 | 3,89***                           | 6,24***                       | 0,34     | 0,24          | 0,43*       | -4,71 | -4,67 | 88,49***   | 32,84*** | 20,33***  |
| 33 | 4,01***                           | 1,93***                       | 0,85***  | -0,13         | 0,15        | -4,75 | -4,72 | 330,15***  | 29,56*** | 38,97***  |
| 34 | 4,66***                           | 7,75***                       | 0,58**   | 1,15          | 0,96***     | -4,47 | -4,44 | 976,72***  | 45,97*** | 135,70*** |
| 35 | 9,50***                           | 5,82***                       | 0,85***  | 0,79          | 0,37        | -3,86 | -3,82 | 247,50***  | 37,22*** | 72,43***  |
| 41 | 3,94***                           | 0,24***                       | 0,96***  | -0,08         | 0,05        | -4,89 | -4,86 | 9390,17*** | 42,26*** | 88,91***  |
| 42 | 2,62***                           | 1,24***                       | 0,82***  | 0,48          | -0,01       | -5,19 | -5,16 | 295,65***  | 46,91*** | 79,11***  |
| 43 | 3,07***                           | 3,55***                       | 0,62***  | 1,11          | 0,53***     | -4,96 | -4,92 | 674,04***  | 48,55*** | 96,82***  |
| 44 | 4,21***                           | 3,71***                       | 0,81***  | 0,31          | 0,02        | -4,63 | -4,59 | 251,34***  | 34,82*** | 101,27*** |
| 45 | 10,13***                          | 6,44***                       | 0,84***  | 0,65          | -0,03       | -3,79 | -3,76 | 510,37***  | 22,21**  | 136,75*** |
| 51 | 1,79***                           | 1,91***                       | 0,12     | -0,25         | -0,28*      | -5,57 | -5,53 | 17,65***   | 31,71*** | 23,51***  |
| 52 | 1,57***                           | 1,90***                       | 0,59***  | 1,25*         | -0,07       | -5,63 | -5,59 | 820,96***  | 15,00    | 258,01*** |
| 53 | 2,65***                           | 4,46***                       | 0,51***  | 2,16**        | 0,07        | -5,05 | -5,02 | 412,98***  | 17,67    | 141,53*** |
| 54 | 5,59***                           | 0,39***                       | 0,98***  | 0,23          | 0,42***     | -4,53 | -4,50 | 1686,92*** | 22,88**  | 192,04*** |
| 55 | 10,67***                          | 6,99***                       | 0,83***  | 1,21          | 0,20        | -3,74 | -3,71 | 646,85***  | 15,81    | 137,93*** |

Estimação no período de jan/1926 a dez/2012. JB é a estatística de Jarque-Bera. Q(12) é a estatística de Ljung-Box, cuja hipótese nula é de não autocorrelação até lag de ordem 12. LM(6) é a estatística do teste ARCH de Engle, cuja hipótese nula é de não efeito ARCH até ordem 6. (\*\*\*), (\*\*) e (\*) representam valores significativos ao nível de 1%, 5% e 10%, respectivamente.

Tabela 6.A.3 – Modelo condicional de Fama e French para carteiras no período de julho de 1926 a dezembro de 2012

|    |    | $\sigma_{\epsilon}^2 \times 10^4$ | $\sigma_{\eta_1}^2 \times 10^2$ | $\sigma_{\eta_2}^2 \times 10^2$ | $\sigma_{\eta_3}^2 \times 10^2$ | $\delta_1$ | $\delta_2$ | $\delta_3$ | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | AIC   | BIC   | JB          | Q(12)    | LM(6)     |
|----|----|-----------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|------------|------------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------|----------|-----------|
| 11 | RW | 22,71***                          | 0,03***                         | 0,09***                         | 71,34*                          |            |            |            |       |       |       | -2,76 | -2,72 | 8282,13***  | 44,52*** | 285,54*** |
|    | MR | 10,64***                          | 28,90***                        | 28,31**                         | 148,43***                       | -0,20      | -0,35      | 0,19*      | 1,17  | 1,43  | 0,09  | -3,07 | -3,01 | 10306,80*** | 31,85*** | 96,33***  |
| 12 | RW | 9,13+                             | 0,00+                           | 34,55+                          | 0,15+                           |            |            |            |       |       |       | -3,64 | -3,60 | 4335,80***  | 39,25*** | 241,13*** |
|    | MR | 4,74***                           | 8,15***                         | 21,78***                        | 38,62***                        | -0,38**    | 0,59***    | 0,06       | 1,05  | 1,18  | 0,23  | -3,98 | -3,92 | 3369,00***  | 39,73*** | 140,59*** |
| 13 | RW | 7,06***                           | 1,56***                         | 1,52***                         | 0,00***                         |            |            |            |       |       |       | -4,07 | -4,04 | 5208,40***  | 61,93*** | 153,02*** |
|    | MR | 3,27***                           | 5,75***                         | 21,02***                        | 19,10***                        | 0,66***    | -0,06      | -0,31**    | 1,01  | 1,16  | 0,37  | -4,34 | -4,28 | 3920,93***  | 40,45*** | 170,66*** |
| 14 | RW | 3,86+                             | 0,14+                           | 0,26+                           | 0,00+                           |            |            |            |       |       |       | -4,84 | -4,81 | 2807,49***  | 72,93*** | 174,88*** |
|    | MR | 1,39***                           | 5,27***                         | 12,89***                        | 7,40***                         | 0,08       | -0,22      | 0,34       | 0,93  | 1,09  | 0,51  | -5,08 | -5,02 | 750,41***   | 36,80*** | 103,19*** |
| 15 | RW | 2,36***                           | 0,08***                         | 0,64***                         | 3,46***                         |            |            |            |       |       |       | -4,99 | -4,96 | 387,03***   | 25,62**  | 105,22*** |
|    | MR | 1,29***                           | 1,11***                         | 4,03***                         | 17,40***                        | 0,72*      | 0,72**     | 0,20       | 0,97  | 1,19  | 0,76  | -5,21 | -5,15 | 304,10***   | 14,78    | 62,71***  |
| 21 | RW | 3,73***                           | 0,04***                         | 0,09***                         | 5,29***                         |            |            |            |       |       |       | -4,65 | -4,62 | 1866,64***  | 17,69    | 100,94*** |
|    | MR | 2,25***                           | 2,99***                         | 1,36***                         | 21,41***                        | 0,34       | 0,83**     | 0,13       | 1,09  | 1,06  | -0,30 | -4,86 | -4,80 | 115,30***   | 15,09    | 63,51***  |
| 22 | RW | 2,57***                           | 0,06***                         | 0,48***                         | 0,31***                         |            |            |            |       |       |       | -5,14 | -5,11 | 955,00***   | 36,11*** | 183,97*** |
|    | MR | 1,49***                           | 2,79***                         | 5,23***                         | 3,01***                         | -0,11      | 0,55***    | 0,74***    | 1,03  | 0,93  | 0,05  | -5,30 | -5,24 | 947,34***   | 18,71    | 113,47*** |
| 23 | RW | 2,00***                           | 0,08***                         | 0,13***                         | 0,08***                         |            |            |            |       |       |       | -5,45 | -5,41 | 778,18***   | 17,90    | 86,01***  |
|    | MR | 1,32+                             | 0,28+                           | 1,30+                           | 7,96+                           | 0,89+      | 0,52+      | 0,31+      | 0,97  | 0,82  | 0,26  | -5,56 | -5,50 | 564,73***   | 15,24    | 46,84***  |
| 24 | RW | 1,89***                           | 0,03***                         | 0,01***                         | 0,52***                         |            |            |            |       |       |       | -5,50 | -5,47 | 4198,78***  | 21,45**  | 202,55*** |
|    | MR | 1,26+                             | 0,07+                           | 0,03+                           | 11,04+                          | 0,90+      | 0,99+      | 0,22+      | 0,99  | 0,81  | 0,50  | -5,62 | -5,56 | 1232,38***  | 4,29     | 18,62***  |
| 25 | RW | 2,79***                           | 0,12***                         | 0,04***                         | 0,03***                         |            |            |            |       |       |       | -5,17 | -5,14 | 651,19***   | 44,31*** | 116,89*** |
|    | MR | 1,48***                           | 3,63***                         | 0,76                            | 9,60***                         | 0,17       | 0,85       | -0,26      | 1,06  | 0,94  | 0,81  | -5,27 | -5,21 | 446,38***   | 18,16    | 58,28***  |
| 31 | RW | 2,55***                           | 0,34***                         | 0,08***                         | 0,03***                         |            |            |            |       |       |       | -5,18 | -5,14 | 272,33***   | 12,22    | 139,12*** |
|    | MR | 1,50***                           | 2,28***                         | 3,68***                         | 9,53***                         | 0,27       | 0,12       | 0,33*      | 1,08  | 0,74  | -0,34 | -5,30 | -5,23 | 67,53***    | 10,65    | 62,11***  |
| 32 | RW | 2,27***                           | 0,04***                         | 0,03***                         | 0,37***                         |            |            |            |       |       |       | -5,33 | -5,30 | 156,35***   | 13,46    | 124,44*** |
|    | MR | 1,36+                             | 1,98+                           | 1,02+                           | 7,29+                           | -0,15+     | 0,77+      | 0,39+      | 1,03  | 0,62  | 0,08  | -5,45 | -5,39 | 39,29***    | 16,48    | 25,54***  |
| 33 | RW | 1,97***                           | 0,25***                         | 0,15***                         | 0,12***                         |            |            |            |       |       |       | -5,38 | -5,35 | 391,32***   | 40,46*** | 114,31*** |
|    | MR | 1,57***                           | 2,32***                         | 0,84***                         | 0,17***                         | 0,41       | 0,87***    | 0,98***    | 1,02  | 0,54  | 0,25  | -5,48 | -5,42 | 198,71***   | 26,21**  | 65,69***  |
| 34 | RW | 2,20***                           | 0,01***                         | 0,12***                         | 0,26***                         |            |            |            |       |       |       | -5,37 | -5,34 | 265,16***   | 33,56*** | 191,60*** |

|           |    |                   |                   |                    |                   |                   |                   |                   |      |       |       |       |       |            |          |           |
|-----------|----|-------------------|-------------------|--------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|------|-------|-------|-------|-------|------------|----------|-----------|
|           | MR | 1,31 <sup>+</sup> | 1,75 <sup>+</sup> | 0,30 <sup>+</sup>  | 6,65 <sup>+</sup> | 0,37 <sup>+</sup> | 0,94 <sup>+</sup> | 0,61 <sup>+</sup> | 1,00 | 0,55  | 0,46  | -5,48 | -5,42 | 86,91***   | 16,71    | 43,86***  |
| <b>35</b> | RW | 3,98***           | 0,04***           | 0,07***            | 0,08***           |                   |                   |                   |      |       |       | -4,85 | -4,81 | 1917,11*** | 12,92    | 61,02***  |
|           | MR | 2,29 <sup>+</sup> | 0,22 <sup>+</sup> | 13,88 <sup>+</sup> | 8,12 <sup>+</sup> | 0,92 <sup>+</sup> | 0,03 <sup>+</sup> | 0,07 <sup>+</sup> | 1,09 | 0,59  | 0,82  | -4,98 | -4,91 | 262,95***  | 4,68     | 112,90*** |
| <b>41</b> | RW | 2,00***           | 0,04***           | 0,19***            | 0,03***           |                   |                   |                   |      |       |       | -5,48 | -5,44 | 242,40***  | 26,81**  | 104,77*** |
|           | MR | 1,20***           | 1,61***           | 2,63***            | 5,63***           | 0,22              | 0,60              | 0,16              | 1,07 | 0,34  | -0,32 | -5,58 | -5,52 | 25,00***   | 12,00    | 19,34***  |
| <b>42</b> | RW | 1,80***           | 0,10***           | 0,09***            | 0,36***           |                   |                   |                   |      |       |       | -5,49 | -5,45 | 114,07***  | 12,94    | 105,85    |
|           | MR | 1,39 <sup>+</sup> | 0,24 <sup>+</sup> | 5,03 <sup>+</sup>  | 0,78 <sup>+</sup> | 0,90 <sup>+</sup> | 0,30 <sup>+</sup> | 0,92 <sup>+</sup> | 1,03 | 0,30  | 0,07  | -5,58 | -5,52 | 115,27***  | 13,70    | 62,78***  |
| <b>43</b> | RW | 2,09***           | 0,04***           | 0,59***            | 0,31***           |                   |                   |                   |      |       |       | -5,32 | -5,29 | 275,48***  | 18,48    | 144,25*** |
|           | MR | 1,19***           | 1,14***           | 5,37***            | 5,66***           | 0,65              | 0,36              | 0,65***           | 1,03 | 0,30  | 0,27  | -5,47 | -5,41 | 35,81***   | 30,67*** | 53,52***  |
| <b>44</b> | RW | 2,65***           | 0,08***           | 0,04***            | 0,43***           |                   |                   |                   |      |       |       | -5,16 | -5,12 | 316,09***  | 29,65*** | 64,94***  |
|           | MR | 1,83***           | 1,34***           | 0,04***            | 8,69***           | 0,71              | 0,99**            | 0,42***           | 1,04 | 0,32  | 0,48  | -5,24 | -5,18 | 372,91***  | 21,40**  | 18,17**   |
| <b>45</b> | RW | 4,94***           | 0,00***           | 0,18***            | 1,43***           |                   |                   |                   |      |       |       | -4,55 | -4,52 | 108,72***  | 20,25*   | 92,78***  |
|           | MR | 3,57***           | 3,01***           | 0,22***            | 11,53***          | -0,13             | 0,98***           | 0,52***           | 1,15 | 0,35  | 0,85  | -4,65 | -4,59 | 75,61***   | 16,79    | 44,47***  |
| <b>51</b> | RW | 0,96***           | 0,03***           | 0,01***            | 0,01***           |                   |                   |                   |      |       |       | -6,24 | -6,21 | 38,53***   | 34,07*** | 52,60***  |
|           | MR | 0,83 <sup>+</sup> | 0,09 <sup>+</sup> | 0,29 <sup>+</sup>  | 0,07 <sup>+</sup> | 0,95 <sup>+</sup> | 0,92 <sup>+</sup> | 0,98 <sup>+</sup> | 1,00 | -0,17 | -0,40 | -6,27 | -6,21 | 46,91***   | 24,95**  | 47,98***  |
| <b>52</b> | RW | 1,35***           | 0,09***           | 0,01***            | 0,07***           |                   |                   |                   |      |       |       | -5,85 | -5,82 | 89,74***   | 13,73    | 50,29***  |
|           | MR | 0,98***           | 1,52***           | 0,90***            | 0,11***           | 0,25              | 0,72***           | 0,98***           | 0,99 | -0,17 | 0,01  | -5,95 | -5,88 | 33,37***   | 10,74    | 11,67*    |
| <b>53</b> | RW | 2,29***           | 0,07***           | 0,04***            | 0,16***           |                   |                   |                   |      |       |       | -5,34 | -5,30 | 166,01***  | 24,31**  | 67,24***  |
|           | MR | 1,44***           | 3,17***           | 1,63***            | 0,89***           | 0,17              | 0,76***           | 0,88**            | 0,94 | -0,20 | 0,25  | -5,44 | -5,38 | 55,52***   | 22,73**  | 33,81***  |
| <b>54</b> | RW | 2,20***           | 0,11***           | 0,02***            | 0,85***           |                   |                   |                   |      |       |       | -5,28 | -5,25 | 1808,99*** | 26,88**  | 228,40*** |
|           | MR | 1,29***           | 3,01***           | 2,60***            | 2,76***           | -0,12             | 0,63**            | 0,81***           | 1,01 | -0,17 | 0,55  | -5,43 | -5,37 | 131,58***  | 23,47**  | 76,78***  |
| <b>55</b> | RW | 6,09 <sup>+</sup> | 1,12 <sup>+</sup> | 0,00 <sup>+</sup>  | 0,09 <sup>+</sup> |                   |                   |                   |      |       |       | -4,32 | -4,28 | 1783,35*** | 12,03    | 263,95*** |
|           | MR | 3,48***           | 3,69***           | 1,72***            | 26,28***          | 0,72**            | 0,73              | -0,04             | 1,10 | -0,08 | 0,86  | -4,47 | -4,41 | 548,14***  | 10,06    | 133,07*** |

Estimação no período de jan/1926 a dez/2012. JB é a estatística de Jarque-Bera. Q(12) é a estatística de Ljung-Box, cuja hipótese nula é de não autocorrelação até lag de ordem 12. LM(6) é a estatística do teste ARCH de Engle, cuja hipótese nula é de não efeito ARCH até ordem 6. (\*\*\*), (\*\*) e (\*) representam valores significativos ao nível de 1%, 5% e 10%, respectivamente. (\*) indica que a significância dos parâmetros não foi calculada devido a algum valor baixo de variância  $\sigma_{ij}^2$ . RW: passeio aleatório, MR: reversão à média.

Tabela 6.A.4 – Modelo condicional de Fama e French com variáveis condicionantes para carteiras no período de julho de 1926 a dezembro de 2012

|    |    | $\sigma_{\epsilon}^2 \times 10^4$ | $\sigma_{\eta_1}^2 \times 10^2$ | $\sigma_{\eta_2}^2 \times 10^2$ | $\sigma_{\eta_3}^2 \times 10^2$ | $\delta_1$ | $\delta_2$ | $\delta_3$ | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $\phi_{1TERM}$ | $\phi_{1Rm}$ | $\phi_{2TERM}$ | $\phi_{2Rm}$ | $\phi_{3TERM}$ | $\phi_{3Rm}$ | AIC   | BIC   | JB         | Q(12)    | LM(6)     |
|----|----|-----------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|------------|------------|------------|-------|-------|-------|----------------|--------------|----------------|--------------|----------------|--------------|-------|-------|------------|----------|-----------|
| 11 | RW | 23,53***                          | 0,03***                         | 2,34***                         | 40,98***                        |            |            |            |       |       |       | 0,01           | -0,43        | 0,32           | 0,14         | 1,77***        | -0,82        | -2,76 | -2,70 | 7309,27*** | 40,70*** | 265,41*** |
|    | MR | 11,00***                          | 29,02***                        | 11,40***                        | 156,52***                       | -0,20      | 0,58       | 0,17       | 1,17  | 1,43  | 0,07  | -2,12          | -2,93        | -3,56          | 0,31         | 1,92**         | -1,70        | -3,07 | -2,98 | 9965,39*** | 29,32*** | 90,84***  |
| 12 | RW | 9,35*                             | 0,00*                           | 32,50*                          | 0,00*                           |            |            |            |       |       |       | 0,09*          | 0,24*        | 0,20*          | 0,02*        | -1,60*         | 0,21*        | -3,64 | -3,58 | 3751,15*** | 38,80*** | 257,21*** |
|    | MR | 4,71                              | 8,18                            | 19,47                           | 36,90                           | -0,32**    | 0,62***    | 0,03       | 1,06  | 1,17  | 0,24  | -0,23          | -1,08        | -7,26*         | 0,45         | -1,45**        | 3,08***      | -3,99 | -3,90 | 3254,39*** | 39,74*** | 153,44*** |
| 13 | RW | 7,06*                             | 1,37*                           | 1,58*                           | 0,00*                           |            |            |            |       |       |       | 0,18*          | -0,07*       | 0,13*          | 0,00*        | -0,58*         | 0,17*        | -4,07 | -4,01 | 5447,19*** | 66,41*** | 143,38*** |
|    | MR | 3,22***                           | 5,82***                         | 21,12***                        | 19,00***                        | 0,66***    | -0,03      | -0,33**    | 1,01  | 1,15  | 0,37  | 0,42           | -2,07        | -5,42          | 0,31         | 0,12           | 0,88         | -4,34 | -4,25 | 3946,39*** | 42,08*** | 166,69*** |
| 14 | RW | 3,86*                             | 0,13*                           | 0,27*                           | 0,00*                           |            |            |            |       |       |       | 0,15*          | -0,20*       | 0,06*          | 0,00*        | 0,05*          | 0,04*        | -4,83 | -4,77 | 2818,67*** | 73,58*** | 173,43*** |
|    | MR | 1,39***                           | 5,26***                         | 11,20***                        | 8,19***                         | 0,11       | -0,29**    | 0,15       | 0,93  | 1,08  | 0,51  | -0,91          | -2,55        | -3,36          | 0,13         | 1,15***        | 0,81**       | -5,08 | -4,99 | 748,79***  | 35,54*** | 105,49*** |
| 15 | RW | 2,39***                           | 0,05***                         | 0,51***                         | 3,72***                         |            |            |            |       |       |       | 0,00           | -0,33        | -0,13          | 0,08         | -0,19          | 0,24         | -4,98 | -4,92 | 386,55***  | 25,05**  | 107,83*** |
|    | MR | 1,30***                           | 0,94***                         | 4,13***                         | 17,16***                        | 0,76*      | 0,65       | 0,14       | 0,98  | 1,18  | 0,77  | 0,36           | 0,13         | 2,66           | 0,11         | 0,86**         | 1,46***      | -5,23 | -5,14 | 315,80***  | 16,87    | 58,92***  |
| 21 | RW | 3,73***                           | 0,03***                         | 0,06***                         | 5,42                            |            |            |            |       |       |       | -0,02          | 0,26         | -0,13          | -0,06        | 0,02           | -0,30        | -4,64 | -4,58 | 1981,55*** | 16,83    | 94,31***  |
|    | MR | 2,26***                           | 3,12***                         | 1,13***                         | 20,65                           | 0,29       | 0,85***    | 0,13       | 1,09  | 1,06  | -0,30 | 1,11           | -0,24        | -3,93          | -0,28        | 0,30           | -0,66        | -4,86 | -4,77 | 113,34***  | 14,31    | 59,99***  |
| 22 | RW | 2,55***                           | 0,05***                         | 0,45***                         | 0,34***                         |            |            |            |       |       |       | 0,08           | 0,04         | -0,11          | 0,01         | -0,18          | 0,21*        | -5,14 | -5,07 | 837,57***  | 36,49*** | 184,20*** |
|    | MR | 1,48***                           | 2,85***                         | 4,51***                         | 3,39***                         | -0,06      | 0,60***    | 0,67***    | 1,04  | 0,92  | 0,05  | 0,52           | -0,40        | -2,64**        | 0,62***      | -0,21          | 0,35         | -5,31 | -5,22 | 906,34***  | 21,62**  | 119,49*** |
| 23 | RW | 2,00***                           | 0,08***                         | 0,12***                         | 0,08***                         |            |            |            |       |       |       | 0,22*          | -0,03        | 0,06           | -0,06        | -0,07          | -0,01        | -5,44 | -5,38 | 801,31***  | 19,37*   | 87,12***  |
|    | MR | 1,40*                             | 0,21*                           | 0,00*                           | 8,77*                           | 0,92*      | 0,96*      | 0,24*      | 0,97  | 0,83  | 0,26  | 0,21*          | 0,07*        | -2,35*         | 0,07*        | -0,31*         | 0,52*        | -5,56 | -5,46 | 469,36***  | 14,53    | 58,10***  |
| 24 | RW | 1,96*                             | 0,00*                           | 0,00*                           | 0,60*                           |            |            |            |       |       |       | 0,04*          | 0,18*        | -0,06*         | 0,06*        | -0,04*         | -0,16*       | -5,50 | -5,44 | 3871,29*** | 23,31**  | 190,80*** |
|    | MR | 1,31*                             | 0,04*                           | 0,00*                           | 10,28*                          | 0,92*      | 1,00*      | 0,25*      | 0,99  | 0,82  | 0,49  | -0,18*         | 0,17*        | -1,68*         | 0,09*        | -0,03*         | -0,88*       | -5,63 | -5,54 | 842,01***  | 4,80     | 19,13***  |
| 25 | RW | 2,78***                           | 0,11***                         | 0,05***                         | 0,02***                         |            |            |            |       |       |       | 0,05           | -0,13        | 0,02           | -0,07        | -0,02          | -0,06        | -5,16 | -5,10 | 616,81***  | 45,74*** | 123,58*** |
|    | MR | 1,46***                           | 3,51***                         | 0,93***                         | 9,61***                         | 0,20       | 0,78**     | -0,28*     | 1,06  | 0,94  | 0,82  | 2,03           | 1,13         | 1,13           | -0,19        | -0,56**        | -0,31        | -5,27 | -5,18 | 432,34***  | 21,68**  | 61,57***  |
| 31 | RW | 2,56***                           | 0,37***                         | 0,07***                         | 0,01***                         |            |            |            |       |       |       | -0,05          | 0,18         | 0,09           | 0,03         | -0,01          | -0,12*       | -5,17 | -5,11 | 273,98***  | 13,10    | 135,40*** |
|    | MR | 1,51***                           | 2,25***                         | 3,54***                         | 9,54***                         | 0,28       | 0,10       | 0,31*      | 1,08  | 0,74  | -0,34 | 0,52           | -1,34        | -2,55          | -0,07        | 0,21           | -0,02        | -5,29 | -5,20 | 74,82***   | 10,18    | 61,89***  |
| 32 | RW | 2,27***                           | 0,02***                         | 0,03***                         | 0,38***                         |            |            |            |       |       |       | -0,09          | 0,17         | -0,12          | 0,12**       | 0,04           | 0,01         | -5,33 | -5,27 | 126,78***  | 11,16    | 121,21*** |
|    | MR | 1,36***                           | 1,99***                         | 0,65***                         | 7,73***                         | -0,16      | 0,84       | 0,24       | 1,03  | 0,62  | 0,08  | -0,47          | 0,43         | -4,95**        | -0,23        | -0,18          | -0,62**      | -5,46 | -5,37 | 26,56***   | 19,23*   | 23,89***  |
| 33 | RW | 1,99***                           | 0,24***                         | 0,08***                         | 0,14***                         |            |            |            |       |       |       | 0,01           | 0,08         | -0,15          | -0,14*       | 0,20**         | 0,07         | -5,38 | -5,32 | 296,31***  | 41,28*** | 125,69*** |
|    | MR | 1,51***                           | 2,71***                         | 0,57***                         | 0,28***                         | 0,27       | 0,91***    | 0,97**     | 1,02  | 0,55  | 0,24  | -1,65          | -0,05        | -0,22          | -0,16        | 0,34*          | -0,20        | -5,48 | -5,38 | 122,72***  | 24,72**  | 62,32***  |
| 34 | RW | 2,17***                           | 0,02***                         | 0,10***                         | 0,30***                         |            |            |            |       |       |       | -0,02          | 0,03         | 0,21           | 0,09*        | 0,18*          | -0,02        | -5,37 | -5,31 | 238,06***  | 33,64*** | 180,35*** |
|    | MR | 1,33***                           | 1,35***                         | 0,42***                         | 7,09***                         | 0,48*      | 0,91       | 0,57***    | 1,00  | 0,55  | 0,46  | 0,05           | -0,02        | -1,35          | 0,23         | 0,16           | -0,28        | -5,47 | -5,38 | 91,37***   | 17,92    | 45,89***  |

|    |    |                   |                   |                    |                    |                   |                    |                   |      |       |       |                    |                    |                    |                    |                    |                    |       |            |           |           |
|----|----|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|-------------------|--------------------|-------------------|------|-------|-------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|-------|------------|-----------|-----------|
| 35 | RW | 4,04***           | 0,02***           | 0,08***            | 0,05***            |                   |                    |                   |      |       | 0,00  | 0,08               | 0,04               | -0,12**            | -0,12              | 0,01               | -4,84              | -4,78 | 2536,57*** | 14,55     | 58,31***  |
|    | MR | 2,26 <sup>+</sup> | 0,37 <sup>+</sup> | 13,27 <sup>+</sup> | 7,89 <sup>+</sup>  | 0,89 <sup>+</sup> | -0,01 <sup>+</sup> | 0,14 <sup>+</sup> | 1,09 | 0,59  | 0,82  | 0,31 <sup>+</sup>  | -1,55 <sup>+</sup> | -1,69 <sup>+</sup> | 0,02 <sup>+</sup>  | -0,77 <sup>+</sup> | 0,36 <sup>+</sup>  | -4,97 | -4,88      | 271,40*** | 5,12      |
| 41 | RW | 2,08***           | 0,01***           | 0,13***            | 0,01***            |                   |                    |                   |      |       | -0,09 | 0,25               | 0,12               | 0,13***            | 0,14               | -0,15              | -5,49              | -5,42 | 253,82***  | 24,84**   | 114,91*** |
|    | MR | 1,19***           | 1,59***           | 2,93***            | 5,41***            | 0,26              | 0,53               | 0,11              | 1,07 | 0,35  | 0,32  | 0,54               | 0,16               | -0,74              | -0,47***           | -0,08              | -0,27              | -5,58 | -5,49      | 25,15***  | 10,89     |
| 42 | RW | 1,80***           | 0,09***           | 0,08***            | 0,36***            |                   |                    |                   |      |       | 0,00  | 0,21               | -0,17              | -0,11*             | 0,02               | -0,02              | -5,48              | -5,42 | 112,79***  | 14,53     | 98,95***  |
|    | MR | 1,39***           | 0,22***           | 4,51***            | 0,90***            | 0,90              | 0,34               | 0,90**            | 1,02 | 0,30  | 0,07  | 0,00               | 2,42               | -0,85              | -0,16              | -0,44              | 0,02               | -5,59 | -5,49      | 109,09*** | 17,02     |
| 43 | RW | 2,11***           | 0,05***           | 0,02***            | 0,88***            |                   |                    |                   |      |       | -0,10 | 0,15               | -0,15              | 0,07               | -0,20**            | 0,41***            | -5,33              | -5,27 | 211,54***  | 29,64***  | 113,96*** |
|    | MR | 1,19 <sup>+</sup> | 0,80 <sup>+</sup> | 5,98 <sup>+</sup>  | 5,81 <sup>+</sup>  | 0,74 <sup>+</sup> | 0,26 <sup>+</sup>  | 0,60 <sup>+</sup> | 1,03 | 0,29  | 0,27  | 0,19 <sup>+</sup>  | 0,46 <sup>+</sup>  | -3,54 <sup>+</sup> | 0,05 <sup>+</sup>  | 0,05 <sup>+</sup>  | 0,60 <sup>+</sup>  | -5,47 | -5,38      | 29,27***  | 30,53***  |
| 44 | RW | 2,66***           | 0,08***           | 0,02***            | 0,41***            |                   |                    |                   |      |       | -0,17 | 0,21**             | 0,13               | 0,10               | 0,10               | -0,21*             | -5,16              | -5,09 | 301,51***  | 28,19***  | 59,25***  |
|    | MR | 1,85***           | 1,56***           | 0,02***            | 7,88***            | 0,66              | 1,00***            | 0,42              | 1,04 | 0,35  | 0,49  | -0,65              | 0,14               | -4,06**            | 0,02               | 0,15               | -0,39              | -5,24 | -5,15      | 378,67*** | 21,96**   |
| 45 | RW | 4,89***           | 0,00***           | 0,17***            | 1,34***            |                   |                    |                   |      |       | -0,06 | -0,01              | 0,09               | -0,13***           | -0,21              | -0,17              | -4,55              | -4,49 | 101,48***  | 20,91*    | 95,04***  |
|    | MR | 3,42 <sup>+</sup> | 0,10 <sup>+</sup> | 12,17 <sup>+</sup> | 10,75 <sup>+</sup> | 0,93 <sup>+</sup> | 0,22 <sup>+</sup>  | 0,52 <sup>+</sup> | 1,14 | 0,30  | 0,86  | -0,07 <sup>+</sup> | -5,66 <sup>+</sup> | -2,07 <sup>+</sup> | -0,37 <sup>+</sup> | 1,23 <sup>+</sup>  | -0,32 <sup>+</sup> | -4,66 | -4,57      | 84,04***  | 18,18     |
| 51 | RW | 0,94***           | 0,03***           | 0,02***            | 0,02***            |                   |                    |                   |      |       | 0,02  | 0,24**             | -0,06              | -0,11***           | -0,02              | 0,02               | -6,24              | -6,18 | 39,51***   | 29,53***  | 49,46***  |
|    | MR | 0,86 <sup>+</sup> | 0,08 <sup>+</sup> | 0,09 <sup>+</sup>  | 0,06 <sup>+</sup>  | 0,96 <sup>+</sup> | 0,97 <sup>+</sup>  | 0,98 <sup>+</sup> | 1,00 | -0,17 | -0,40 | 0,02 <sup>+</sup>  | -0,43 <sup>+</sup> | -0,13 <sup>+</sup> | -0,09 <sup>+</sup> | -0,03 <sup>+</sup> | 0,04 <sup>+</sup>  | -6,27 | -6,18      | 42,83***  | 21,88**   |
| 52 | RW | 1,35***           | 0,07***           | 0,01***            | 0,07***            |                   |                    |                   |      |       | 0,12  | 0,04               | -0,06              | 0,09*              | -0,08              | 0,00               | -5,85              | -5,79 | 58,80***   | 13,34     | 61,29***  |
|    | MR | 0,98***           | 1,51***           | 0,95***            | 0,11***            | 0,22              | 0,71**             | 0,98***           | 0,99 | -0,18 | 0,00  | -0,12              | 0,03               | -0,06              | 0,22               | -0,08              | -0,05              | -5,94 | -5,85      | 28,91***  | 10,36     |
| 53 | RW | 2,30***           | 0,07***           | 0,03***            | 0,17***            |                   |                    |                   |      |       | 0,08  | 0,11               | -0,03              | 0,00               | 0,03               | -0,04              | -5,33              | -5,27 | 163,96***  | 24,49**   | 67,76***  |
|    | MR | 1,47***           | 3,17***           | 1,32***            | 0,64***            | 0,16              | 0,81***            | 0,89***           | 0,94 | -0,20 | 0,24  | 0,17               | 0,10               | -0,35              | 0,18               | 0,30               | -0,39**            | -5,44 | -5,35      | 54,22***  | 24,47**   |
| 54 | RW | 2,18***           | 0,07***           | 0,05***            | 0,76***            |                   |                    |                   |      |       | 0,01  | 0,05               | 0,02               | -0,12*             | -0,30***           | -0,29**            | -5,29              | -5,22 | 1409,62*** | 32,27***  | 247,46*** |
|    | MR | 1,27***           | 3,22***           | 2,05***            | 2,26***            | -0,16             | 0,70**             | 0,78***           | 1,01 | -0,16 | 0,56  | -2,61              | -0,78              | -1,13              | -0,01              | -0,19              | -1,14***           | -5,46 | -5,37      | 76,31***  | 17,00     |
| 55 | RW | 5,91***           | 0,97***           | 0,11***            | 0,11***            |                   |                    |                   |      |       | 0,18  | 0,13               | 0,23               | 0,29**             | 0,20               | -0,24*             | -4,31              | -4,25 | 1528,18*** | 14,57     | 290,07*** |
|    | MR | 3,72***           | 2,21***           | 0,38***            | 25,43***           | 0,80**            | 0,89***            | -0,02             | 1,11 | -0,09 | 0,84  | 0,01               | -5,15              | -4,19              | 0,12               | 1,17***            | -0,63              | -4,48 | -4,39      | 496,99*** | 6,97      |

Estimação no período de jan/1926 a dez/2012. JB é a estatística de Jarque-Bera. Q(12) é a estatística de Ljung-Box, cuja hipótese nula é de não autocorrelação até lag de ordem 12. LM(6) é a estatística do teste ARCH de Engle, cuja hipótese nula é de não efeito ARCH até ordem 6. (\*\*\*), (\*\*) e (\*) representam valores significativos ao nível de 1%, 5% e 10%, respectivamente. (+) indica que a significância dos parâmetros não foi calculada devido a algum valor baixo de variância  $\sigma_{\eta_t}^2$ . RW: passeio aleatório, MR: reversão à média.

## Apêndice 6.B

Tabela 6.B.1 – Comparação dos erros de apreçamento nos modelos de CAPM incondicional, *Learning* CAPM e *Learning* CAPM utilizando diferentes conjuntos de variáveis condicionais no período de janeiro de 1963 a dezembro de 2012

|    | CAPM incond. |                 | Learning CAPM sem var. cond. |                  | Learning CAPM com variáveis condicionantes |                       |                       |                 |                 |                  |                  |                       |                       |                 |                 |                  |                  |                       |
|----|--------------|-----------------|------------------------------|------------------|--|-----------------------|-----------------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|-----------------------|
|    | DEF e TERM   | DEF e <i>Rf</i> | DEF e <i>Rm</i>              | TERM e <i>Rm</i> | TERM e <i>Rf</i>                           | <i>Rm</i> e <i>Rf</i> | DEF, TERM e <i>Rm</i> | DEF e <i>Rf</i> | DEF e <i>Rm</i> | TERM e <i>Rm</i> | TERM e <i>Rf</i> | <i>Rm</i> e <i>Rf</i> | DEF, TERM e <i>Rm</i> | DEF e <i>Rf</i> | DEF e <i>Rm</i> | TERM e <i>Rm</i> | TERM e <i>Rf</i> | <i>Rm</i> e <i>Rf</i> |
| 11 | -0,44%       | (-1,96)         | -0,51%                       | (-1,69)          | -0,43%                                     | (-1,45)               | -0,49%                | (-1,64)         | -0,55%          | (-1,85)          | -0,51%           | (-1,72)               | -0,41%                | (-1,37)         | -0,55%          | (-1,85)          | -0,48%           | (-1,63)               |
| 12 | 0,19%        | (1,07)          | 0,11%                        | (0,50)           | 0,14%                                      | (0,64)                | 0,13%                 | (0,58)          | 0,07%           | (0,34)           | 0,08%            | (0,37)                | 0,17%                 | (0,80)          | 0,08%           | (0,38)           | 0,10%            | (0,48)                |
| 13 | 0,30%        | (1,87)          | 0,19%                        | (0,97)           | 0,20%                                      | (1,04)                | 0,21%                 | (1,08)          | 0,15%           | (0,82)           | 0,15%            | (0,79)                | 0,24%                 | (1,27)          | 0,17%           | (0,89)           | 0,17%            | (0,89)                |
| 14 | 0,51%        | (3,14)          | 0,42%                        | (2,46)           | 0,43%                                      | (2,59)                | 0,43%                 | (2,60)          | 0,37%           | (2,29)           | 0,38%            | (2,28)                | 0,48%                 | (2,88)          | 0,39%           | (2,34)           | 0,39%            | (2,40)                |
| 15 | 0,63%        | (3,48)          | 0,50%                        | (2,50)           | 0,50%                                      | (2,50)                | 0,53%                 | (2,65)          | 0,45%           | (2,30)           | 0,43%            | (2,20)                | 0,56%                 | (2,87)          | 0,47%           | (2,38)           | 0,45%            | (2,30)                |
| 21 | -0,23%       | (-1,44)         | -0,17%                       | (-1,07)          | -0,15%                                     | (-0,95)               | -0,18%                | (-1,11)         | -0,18%          | (-1,17)          | -0,17%           | (-1,05)               | -0,17%                | (-1,06)         | -0,19%          | (-1,21)          | -0,16%           | (-1,04)               |
| 22 | 0,14%        | (1,10)          | 0,12%                        | (0,93)           | 0,13%                                      | (1,03)                | 0,13%                 | (0,98)          | 0,09%           | (0,71)           | 0,09%            | (0,70)                | 0,14%                 | (1,05)          | 0,09%           | (0,70)           | 0,10%            | (0,81)                |
| 23 | 0,40%        | (3,09)          | 0,36%                        | (2,99)           | 0,36%                                      | (3,07)                | 0,37%                 | (3,10)          | 0,33%           | (2,84)           | 0,33%            | (2,81)                | 0,38%                 | (3,25)          | 0,34%           | (2,86)           | 0,34%            | (2,91)                |
| 24 | 0,44%        | (3,41)          | 0,35%                        | (2,71)           | 0,36%                                      | (2,77)                | 0,37%                 | (2,88)          | 0,33%           | (2,58)           | 0,32%            | (2,52)                | 0,39%                 | (3,09)          | 0,34%           | (2,68)           | 0,33%            | (2,62)                |
| 25 | 0,48%        | (2,94)          | 0,38%                        | (2,25)           | 0,36%                                      | (2,14)                | 0,40%                 | (2,41)          | 0,35%           | (2,13)           | 0,32%            | (1,92)                | 0,41%                 | (2,51)          | 0,37%           | (2,24)           | 0,33%            | (2,00)                |
| 31 | -0,17%       | (-1,35)         | -0,10%                       | (-0,80)          | -0,08%                                     | (-0,62)               | -0,11%                | (-0,87)         | -0,11%          | (-0,92)          | -0,09%           | (-0,75)               | -0,10%                | (-0,83)         | -0,12%          | (-1,02)          | -0,09%           | (-0,73)               |
| 32 | 0,21%        | (1,98)          | 0,20%                        | (2,14)           | 0,20%                                      | (2,17)                | 0,21%                 | (2,21)          | 0,20%           | (2,08)           | 0,19%            | (2,04)                | 0,21%                 | (2,26)          | 0,20%           | (2,11)           | 0,20%            | (2,10)                |
| 33 | 0,29%        | (2,52)          | 0,23%                        | (2,55)           | 0,24%                                      | (2,64)                | 0,24%                 | (2,60)          | 0,23%           | (2,50)           | 0,23%            | (2,53)                | 0,25%                 | (2,76)          | 0,23%           | (2,56)           | 0,24%            | (2,59)                |
| 34 | 0,41%        | (3,40)          | 0,33%                        | (3,04)           | 0,32%                                      | (2,98)                | 0,35%                 | (3,22)          | 0,31%           | (2,91)           | 0,30%            | (2,78)                | 0,35%                 | (3,33)          | 0,32%           | (3,03)           | 0,30%            | (2,85)                |
| 35 | 0,57%        | (3,66)          | 0,47%                        | (3,27)           | 0,46%                                      | (3,22)                | 0,47%                 | (3,32)          | 0,45%           | (3,18)           | 0,45%            | (3,11)                | 0,48%                 | (3,41)          | 0,46%           | (3,24)           | 0,45%            | (3,14)                |
| 41 | -0,01%       | (-0,09)         | 0,09%                        | (1,04)           | 0,08%                                      | (1,01)                | 0,07%                 | (0,85)          | 0,08%           | (1,00)           | 0,09%            | (1,07)                | 0,07%                 | (0,89)          | 0,08%           | (0,92)           | 0,09%            | (1,01)                |
| 42 | 0,03%        | (0,27)          | 0,05%                        | (0,67)           | 0,04%                                      | (0,58)                | 0,05%                 | (0,66)          | 0,05%           | (0,66)           | 0,04%            | (0,55)                | 0,04%                 | (0,52)          | 0,05%           | (0,67)           | 0,04%            | (0,58)                |
| 43 | 0,21%        | (1,82)          | 0,18%                        | (2,21)           | 0,17%                                      | (2,10)                | 0,19%                 | (2,29)          | 0,17%           | (2,10)           | 0,16%            | (1,94)                | 0,18%                 | (2,22)          | 0,18%           | (2,15)           | 0,16%            | (2,00)                |
| 44 | 0,38%        | (3,34)          | 0,30%                        | (3,03)           | 0,30%                                      | (3,07)                | 0,31%                 | (3,20)          | 0,30%           | (3,05)           | 0,29%            | (2,98)                | 0,32%                 | (3,31)          | 0,31%           | (3,17)           | 0,30%            | (3,05)                |
| 45 | 0,34%        | (2,44)          | 0,22%                        | (1,46)           | 0,21%                                      | (1,40)                | 0,22%                 | (1,51)          | 0,20%           | (1,37)           | 0,21%            | (1,38)                | 0,24%                 | (1,61)          | 0,21%           | (1,45)           | 0,20%            | (1,35)                |
| 51 | -0,04%       | (-0,47)         | -0,03%                       | (-0,54)          | -0,04%                                     | (-0,62)               | -0,04%                | (-0,66)         | -0,03%          | (-0,53)          | -0,03%           | (-0,43)               | -0,04%                | (-0,71)         | -0,03%          | (-0,53)          | -0,03%           | (-0,55)               |
| 52 | 0,05%        | (0,68)          | 0,04%                        | (0,71)           | 0,03%                                      | (0,48)                | 0,04%                 | (0,66)          | 0,04%           | (0,72)           | 0,03%            | (0,52)                | 0,02%                 | (0,30)          | 0,04%           | (0,68)           | 0,03%            | (0,50)                |
| 53 | 0,04%        | (0,47)          | 0,02%                        | (0,29)           | 0,01%                                      | (0,13)                | 0,03%                 | (0,35)          | 0,02%           | (0,28)           | 0,00%            | (0,03)                | 0,01%                 | (0,14)          | 0,03%           | (0,32)           | 0,01%            | (0,11)                |

|  |                |        |                |        |                |        |                |        |                |        |                |        |                |        |                |        |                |        |
|--|----------------|--------|----------------|--------|----------------|--------|----------------|--------|----------------|--------|----------------|--------|----------------|--------|----------------|--------|----------------|--------|
| <b>54</b>                                | 0,15%          | (1,34) | 0,07%          | (0,64) | 0,06%          | (0,62) | 0,06%          | (0,62) | 0,07%          | (0,71) | 0,06%          | (0,62) | 0,07%          | (0,73) | 0,08%          | (0,78) | 0,07%          | (0,67) |
| <b>55</b>                                | 0,19%          | (1,43) | 0,11%          | (0,75) | 0,09%          | (0,61) | 0,10%          | (0,64) | 0,10%          | (0,68) | 0,09%          | (0,57) | 0,11%          | (0,74) | 0,09%          | (0,60) | 0,09%          | (0,58) |
| <b>RQME</b>                              | <b>0,3260%</b> |        | <b>0,2685%</b> |        | <b>0,2617%</b> |        | <b>0,2765%</b> |        | <b>0,2567%</b> |        | <b>0,2481%</b> |        | <b>0,2841%</b> |        | <b>0,2656%</b> |        | <b>0,2508%</b> |        |
| <b>Comparação com CAPM incondicional</b> |                |        | <b>-17,61%</b> |        | <b>-19,73%</b> |        | <b>-15,18%</b> |        | <b>-21,24%</b> |        | <b>-23,89%</b> |        | <b>-12,84%</b> |        | <b>-18,52%</b> |        | <b>-23,05%</b> |        |

Erros de apreçamento do modelo incondicional calculados como o intercepto da regressão por mínimos quadrados ordinários. Erros de apreçamento nos modelos condicionais calculados como a média dos valores das séries temporais calculadas pela equação (6.19). Estatísticas  $t$  entre parêntesis. Para CAPM incondicional, estatísticas  $t$  calculadas com base na matriz de Newey-West (lag1). Para modelos condicionais, estatísticas  $t$  calculadas a partir do alfa médio  $\hat{\alpha}_i$  e do desvio-padrão da média.

## Apêndice 6.C

Tabela 6.C.1 – RMSE dos modelos utilizando a série suavizada para as 25 carteiras

|              | RMSE          |               |                          |               |                 |                            |                 |                            |
|--------------|---------------|---------------|--------------------------|---------------|-----------------|----------------------------|-----------------|----------------------------|
|              | CAPM incond   | Learning CAPM | Learning CAPM + var cond | FF incond.    | FF com betas MR | FF com betas MR + var cond | FF com betas RW | FF com betas RW + var cond |
| <b>11</b>    | 0,0841        | 0,0525        | 0,0527                   | 0,0725        | 0,0229          | 0,0237                     | 0,0424          | 0,0436                     |
| <b>12</b>    | 0,0694        | 0,0316        | 0,0325                   | 0,0464        | 0,0158          | 0,0158                     | 0,0265          | 0,0272                     |
| <b>13</b>    | 0,0531        | 0,0280        | 0,0288                   | 0,0341        | 0,0131          | 0,0130                     | 0,0245          | 0,0246                     |
| <b>14</b>    | 0,0498        | 0,0256        | 0,0263                   | 0,0234        | 0,0081          | 0,0081                     | 0,0189          | 0,0189                     |
| <b>15</b>    | 0,0586        | 0,0298        | 0,0302                   | 0,0244        | 0,0082          | 0,0083                     | 0,0135          | 0,0137                     |
| <b>21</b>    | 0,0421        | 0,0294        | 0,0299                   | 0,0255        | 0,0115          | 0,0116                     | 0,0175          | 0,0176                     |
| <b>22</b>    | 0,0379        | 0,0214        | 0,0220                   | 0,0205        | 0,0094          | 0,0094                     | 0,0150          | 0,0150                     |
| <b>23</b>    | 0,0350        | 0,0183        | 0,0188                   | 0,0180        | 0,0095          | 0,0100                     | 0,0134          | 0,0134                     |
| <b>24</b>    | 0,0367        | 0,0226        | 0,0228                   | 0,0167        | 0,0094          | 0,0098                     | 0,0131          | 0,0135                     |
| <b>25</b>    | 0,0462        | 0,0265        | 0,0267                   | 0,0188        | 0,0092          | 0,0092                     | 0,0160          | 0,0160                     |
| <b>31</b>    | 0,0324        | 0,0227        | 0,0230                   | 0,0202        | 0,0095          | 0,0096                     | 0,0151          | 0,0151                     |
| <b>32</b>    | 0,0244        | 0,0173        | 0,0176                   | 0,0180        | 0,0093          | 0,0093                     | 0,0144          | 0,0144                     |
| <b>33</b>    | 0,0260        | 0,0187        | 0,0186                   | 0,0189        | 0,0106          | 0,0103                     | 0,0130          | 0,0132                     |
| <b>34</b>    | 0,0297        | 0,0187        | 0,0190                   | 0,0183        | 0,0091          | 0,0093                     | 0,0141          | 0,0140                     |
| <b>35</b>    | 0,0422        | 0,0286        | 0,0283                   | 0,0223        | 0,0122          | 0,0121                     | 0,0193          | 0,0196                     |
| <b>41</b>    | 0,0225        | 0,0192        | 0,0193                   | 0,0165        | 0,0086          | 0,0086                     | 0,0136          | 0,0140                     |
| <b>42</b>    | 0,0198        | 0,0151        | 0,0151                   | 0,0176        | 0,0100          | 0,0101                     | 0,0125          | 0,0126                     |
| <b>43</b>    | 0,0231        | 0,0155        | 0,0158                   | 0,0192        | 0,0083          | 0,0084                     | 0,0134          | 0,0136                     |
| <b>44</b>    | 0,0294        | 0,0186        | 0,0186                   | 0,0198        | 0,0112          | 0,0113                     | 0,0154          | 0,0155                     |
| <b>45</b>    | 0,0441        | 0,0293        | 0,0293                   | 0,0259        | 0,0161          | 0,0155                     | 0,0211          | 0,0210                     |
| <b>51</b>    | 0,0152        | 0,0122        | 0,0123                   | 0,0116        | 0,0084          | 0,0087                     | 0,0094          | 0,0093                     |
| <b>52</b>    | 0,0153        | 0,0113        | 0,0113                   | 0,0141        | 0,0084          | 0,0084                     | 0,0110          | 0,0110                     |
| <b>53</b>    | 0,0217        | 0,0144        | 0,0144                   | 0,0175        | 0,0097          | 0,0099                     | 0,0145          | 0,0145                     |
| <b>54</b>    | 0,0314        | 0,0222        | 0,0229                   | 0,0190        | 0,0088          | 0,0088                     | 0,0138          | 0,0138                     |
| <b>55</b>    | 0,0428        | 0,0301        | 0,0300                   | 0,0315        | 0,0146          | 0,0157                     | 0,0233          | 0,0228                     |
| <b>Média</b> | <b>0,0373</b> | <b>0,0232</b> | <b>0,0235</b>            | <b>0,0236</b> | <b>0,0109</b>   | <b>0,0110</b>              | <b>0,0170</b>   | <b>0,0171</b>              |

Tabela 6.C.2 – MAE dos modelos utilizando a série suavizada para as 25 carteiras

|              | RMSE           |                  |                                |               |                          |                                     |                          |                                     |
|--------------|----------------|------------------|--------------------------------|---------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
|              | CAPM<br>incond | Learning<br>CAPM | Learning<br>CAPM +<br>var cond | FF<br>incond. | FF<br>com<br>betas<br>MR | FF<br>com betas<br>MR + var<br>cond | FF<br>com<br>betas<br>RW | FF<br>com betas<br>RW +<br>var cond |
| <b>11</b>    | 0,0499         | 0,0335           | 0,0338                         | 0,0390        | 0,0141                   | 0,0146                              | 0,0257                   | 0,0265                              |
| <b>12</b>    | 0,0386         | 0,0215           | 0,0222                         | 0,0261        | 0,0101                   | 0,0102                              | 0,0165                   | 0,0170                              |
| <b>13</b>    | 0,0345         | 0,0190           | 0,0196                         | 0,0200        | 0,0082                   | 0,0081                              | 0,0149                   | 0,0150                              |
| <b>14</b>    | 0,0306         | 0,0175           | 0,0180                         | 0,0151        | 0,0055                   | 0,0056                              | 0,0125                   | 0,0125                              |
| <b>15</b>    | 0,0346         | 0,0195           | 0,0200                         | 0,0153        | 0,0058                   | 0,0059                              | 0,0099                   | 0,0100                              |
| <b>21</b>    | 0,0294         | 0,0212           | 0,0215                         | 0,0168        | 0,0084                   | 0,0085                              | 0,0127                   | 0,0127                              |
| <b>22</b>    | 0,0240         | 0,0151           | 0,0157                         | 0,0139        | 0,0067                   | 0,0067                              | 0,0107                   | 0,0106                              |
| <b>23</b>    | 0,0225         | 0,0133           | 0,0137                         | 0,0120        | 0,0069                   | 0,0073                              | 0,0097                   | 0,0097                              |
| <b>24</b>    | 0,0240         | 0,0159           | 0,0160                         | 0,0114        | 0,0068                   | 0,0071                              | 0,0092                   | 0,0096                              |
| <b>25</b>    | 0,0306         | 0,0185           | 0,0187                         | 0,0133        | 0,0067                   | 0,0066                              | 0,0116                   | 0,0116                              |
| <b>31</b>    | 0,0221         | 0,0162           | 0,0165                         | 0,0144        | 0,0071                   | 0,0071                              | 0,0112                   | 0,0113                              |
| <b>32</b>    | 0,0179         | 0,0131           | 0,0133                         | 0,0130        | 0,0070                   | 0,0070                              | 0,0109                   | 0,0109                              |
| <b>33</b>    | 0,0180         | 0,0138           | 0,0137                         | 0,0131        | 0,0078                   | 0,0075                              | 0,0096                   | 0,0097                              |
| <b>34</b>    | 0,0203         | 0,0134           | 0,0137                         | 0,0128        | 0,0068                   | 0,0070                              | 0,0104                   | 0,0104                              |
| <b>35</b>    | 0,0291         | 0,0206           | 0,0204                         | 0,0158        | 0,0087                   | 0,0087                              | 0,0137                   | 0,0138                              |
| <b>41</b>    | 0,0158         | 0,0136           | 0,0137                         | 0,0118        | 0,0065                   | 0,0065                              | 0,0102                   | 0,0105                              |
| <b>42</b>    | 0,0140         | 0,0110           | 0,0110                         | 0,0124        | 0,0075                   | 0,0075                              | 0,0094                   | 0,0094                              |
| <b>43</b>    | 0,0157         | 0,0112           | 0,0114                         | 0,0133        | 0,0063                   | 0,0064                              | 0,0102                   | 0,0104                              |
| <b>44</b>    | 0,0198         | 0,0139           | 0,0139                         | 0,0143        | 0,0084                   | 0,0085                              | 0,0115                   | 0,0116                              |
| <b>45</b>    | 0,0301         | 0,0209           | 0,0209                         | 0,0192        | 0,0121                   | 0,0117                              | 0,0161                   | 0,0159                              |
| <b>51</b>    | 0,0115         | 0,0093           | 0,0093                         | 0,0087        | 0,0063                   | 0,0066                              | 0,0072                   | 0,0070                              |
| <b>52</b>    | 0,0111         | 0,0083           | 0,0083                         | 0,0105        | 0,0065                   | 0,0065                              | 0,0085                   | 0,0085                              |
| <b>53</b>    | 0,0150         | 0,0103           | 0,0103                         | 0,0130        | 0,0074                   | 0,0076                              | 0,0110                   | 0,0110                              |
| <b>54</b>    | 0,0201         | 0,0152           | 0,0159                         | 0,0135        | 0,0065                   | 0,0066                              | 0,0102                   | 0,0102                              |
| <b>55</b>    | 0,0291         | 0,0217           | 0,0216                         | 0,0202        | 0,0104                   | 0,0112                              | 0,0166                   | 0,0163                              |
| <b>Média</b> | <b>0,0243</b>  | <b>0,0163</b>    | <b>0,0165</b>                  | <b>0,0156</b> | <b>0,0078</b>            | <b>0,0079</b>                       | <b>0,0120</b>            | <b>0,0121</b>                       |

Tabela 6.C.3 –RMSE dos modelos utilizando a série filtrada para as 25 carteiras

|              | RMSE          |               |               |                     |               |               |               |               |               |               |
|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
|              | CAPM rol 24m  | CAPM rol 60m  | Learning CAPM | Learning CAPM + var | FF rol 24m    | FF rol 60m    | FF MR         | FF MR + var   | FF RW         | FF RW + var   |
| <b>11</b>    | 0,0857        | 0,0836        | 0,0839        | 0,0827              | 0,0803        | 0,0742        | 0,0643        | 0,0641        | 0,0792        | 0,0787        |
| <b>12</b>    | 0,0718        | 0,0705        | 0,0691        | 0,0624              | 0,0518        | 0,0492        | 0,0446        | 0,0400        | 0,0548        | 0,0537        |
| <b>13</b>    | 0,0495        | 0,0477        | 0,0495        | 0,0469              | 0,0363        | 0,0332        | 0,0294        | 0,0298        | 0,0352        | 0,0340        |
| <b>14</b>    | 0,0476        | 0,0477        | 0,0498        | 0,0450              | 0,0220        | 0,0215        | 0,0236        | 0,0207        | 0,0228        | 0,0227        |
| <b>15</b>    | 0,0581        | 0,0576        | 0,0588        | 0,0542              | 0,0270        | 0,0229        | 0,0265        | 0,0248        | 0,0282        | 0,0287        |
| <b>21</b>    | 0,0413        | 0,0408        | 0,0422        | 0,0416              | 0,0277        | 0,0251        | 0,0256        | 0,0247        | 0,0322        | 0,0319        |
| <b>22</b>    | 0,0372        | 0,0373        | 0,0378        | 0,0342              | 0,0188        | 0,0192        | 0,0186        | 0,0177        | 0,0192        | 0,0190        |
| <b>23</b>    | 0,0345        | 0,0351        | 0,0352        | 0,0325              | 0,0172        | 0,0174        | 0,0176        | 0,0170        | 0,0167        | 0,0167        |
| <b>24</b>    | 0,0354        | 0,0359        | 0,0357        | 0,0341              | 0,0176        | 0,0166        | 0,0171        | 0,0172        | 0,0212        | 0,0218        |
| <b>25</b>    | 0,0444        | 0,0446        | 0,0461        | 0,0437              | 0,0181        | 0,0185        | 0,0175        | 0,0176        | 0,0173        | 0,0174        |
| <b>31</b>    | 0,0328        | 0,0324        | 0,0328        | 0,0317              | 0,0197        | 0,0189        | 0,0196        | 0,0195        | 0,0190        | 0,0190        |
| <b>32</b>    | 0,0245        | 0,0240        | 0,0241        | 0,0237              | 0,0189        | 0,0181        | 0,0180        | 0,0172        | 0,0186        | 0,0183        |
| <b>33</b>    | 0,0246        | 0,0251        | 0,0236        | 0,0236              | 0,0180        | 0,0179        | 0,0173        | 0,0176        | 0,0178        | 0,0177        |
| <b>34</b>    | 0,0280        | 0,0287        | 0,0290        | 0,0281              | 0,0176        | 0,0171        | 0,0176        | 0,0173        | 0,0164        | 0,0164        |
| <b>35</b>    | 0,0375        | 0,0384        | 0,0371        | 0,0372              | 0,0217        | 0,0207        | 0,0207        | 0,0203        | 0,0205        | 0,0203        |
| <b>41</b>    | 0,0212        | 0,0214        | 0,0205        | 0,0205              | 0,0170        | 0,0163        | 0,0164        | 0,0156        | 0,0160        | 0,0156        |
| <b>42</b>    | 0,0194        | 0,0197        | 0,0182        | 0,0182              | 0,0171        | 0,0170        | 0,0161        | 0,0156        | 0,0166        | 0,0166        |
| <b>43</b>    | 0,0230        | 0,0231        | 0,0230        | 0,0220              | 0,0210        | 0,0222        | 0,0190        | 0,0183        | 0,0209        | 0,0195        |
| <b>44</b>    | 0,0267        | 0,0277        | 0,0278        | 0,0279              | 0,0199        | 0,0192        | 0,0184        | 0,0185        | 0,0186        | 0,0184        |
| <b>45</b>    | 0,0382        | 0,0395        | 0,0387        | 0,0387              | 0,0273        | 0,0249        | 0,0247        | 0,0231        | 0,0257        | 0,0252        |
| <b>51</b>    | 0,0155        | 0,0152        | 0,0152        | 0,0150              | 0,0109        | 0,0106        | 0,0105        | 0,0104        | 0,0105        | 0,0104        |
| <b>52</b>    | 0,0153        | 0,0153        | 0,0149        | 0,0149              | 0,0137        | 0,0133        | 0,0128        | 0,0128        | 0,0131        | 0,0130        |
| <b>53</b>    | 0,0205        | 0,0210        | 0,0203        | 0,0202              | 0,0182        | 0,0178        | 0,0168        | 0,0168        | 0,0179        | 0,0179        |
| <b>54</b>    | 0,0267        | 0,0282        | 0,0261        | 0,0255              | 0,0194        | 0,0192        | 0,0186        | 0,0190        | 0,0220        | 0,0224        |
| <b>55</b>    | 0,0416        | 0,0403        | 0,0416        | 0,0418              | 0,0358        | 0,0334        | 0,0298        | 0,0282        | 0,0308        | 0,0310        |
| <b>Média</b> | <b>0,0360</b> | <b>0,0360</b> | <b>0,0360</b> | <b>0,0347</b>       | <b>0,0245</b> | <b>0,0234</b> | <b>0,0224</b> | <b>0,0218</b> | <b>0,0245</b> | <b>0,0243</b> |

Tabela 6.C.4 – MAE dos modelos utilizando a série filtrada para as 25 carteiras

|              | MAE           |               |               |                     |               |               |               |               |               |               |
|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
|              | CAPM rol 24m  | CAPM rol 60m  | Learning CAPM | Learning CAPM + var | FF rol 24m    | FF rol 60m    | FF MR         | FF MR + var   | FF RW         | FF RW + var   |
| <b>11</b>    | 0,0486        | 0,0477        | 0,0484        | 0,0478              | 0,0366        | 0,0351        | 0,0336        | 0,0338        | 0,0370        | 0,0368        |
| <b>12</b>    | 0,0367        | 0,0363        | 0,0367        | 0,0362              | 0,0237        | 0,0227        | 0,0221        | 0,0218        | 0,0242        | 0,0242        |
| <b>13</b>    | 0,0311        | 0,0306        | 0,0322        | 0,0313              | 0,0186        | 0,0188        | 0,0172        | 0,0170        | 0,0180        | 0,0178        |
| <b>14</b>    | 0,0280        | 0,0279        | 0,0292        | 0,0284              | 0,0137        | 0,0135        | 0,0136        | 0,0134        | 0,0133        | 0,0132        |
| <b>15</b>    | 0,0331        | 0,0327        | 0,0345        | 0,0337              | 0,0152        | 0,0144        | 0,0142        | 0,0137        | 0,0153        | 0,0152        |
| <b>21</b>    | 0,0284        | 0,0281        | 0,0286        | 0,0284              | 0,0177        | 0,0166        | 0,0162        | 0,0160        | 0,0174        | 0,0174        |
| <b>22</b>    | 0,0229        | 0,0230        | 0,0232        | 0,0228              | 0,0131        | 0,0131        | 0,0122        | 0,0120        | 0,0126        | 0,0127        |
| <b>23</b>    | 0,0214        | 0,0217        | 0,0220        | 0,0217              | 0,0119        | 0,0117        | 0,0112        | 0,0111        | 0,0112        | 0,0112        |
| <b>24</b>    | 0,0230        | 0,0231        | 0,0232        | 0,0229              | 0,0115        | 0,0111        | 0,0110        | 0,0110        | 0,0112        | 0,0113        |
| <b>25</b>    | 0,0292        | 0,0287        | 0,0297        | 0,0292              | 0,0130        | 0,0129        | 0,0124        | 0,0123        | 0,0124        | 0,0124        |
| <b>31</b>    | 0,0218        | 0,0215        | 0,0214        | 0,0214              | 0,0138        | 0,0135        | 0,0132        | 0,0132        | 0,0133        | 0,0133        |
| <b>32</b>    | 0,0176        | 0,0175        | 0,0176        | 0,0176              | 0,0132        | 0,0128        | 0,0126        | 0,0124        | 0,0128        | 0,0128        |
| <b>33</b>    | 0,0173        | 0,0172        | 0,0168        | 0,0168              | 0,0124        | 0,0123        | 0,0115        | 0,0115        | 0,0119        | 0,0119        |
| <b>34</b>    | 0,0190        | 0,0194        | 0,0195        | 0,0192              | 0,0124        | 0,0122        | 0,0122        | 0,0121        | 0,0119        | 0,0119        |
| <b>35</b>    | 0,0255        | 0,0259        | 0,0256        | 0,0256              | 0,0152        | 0,0146        | 0,0143        | 0,0142        | 0,0143        | 0,0142        |
| <b>41</b>    | 0,0150        | 0,0150        | 0,0144        | 0,0145              | 0,0123        | 0,0116        | 0,0116        | 0,0115        | 0,0115        | 0,0114        |
| <b>42</b>    | 0,0136        | 0,0136        | 0,0130        | 0,0130              | 0,0120        | 0,0121        | 0,0114        | 0,0113        | 0,0116        | 0,0116        |
| <b>43</b>    | 0,0155        | 0,0154        | 0,0151        | 0,0150              | 0,0133        | 0,0143        | 0,0126        | 0,0126        | 0,0129        | 0,0128        |
| <b>44</b>    | 0,0184        | 0,0184        | 0,0185        | 0,0185              | 0,0145        | 0,0139        | 0,0133        | 0,0132        | 0,0137        | 0,0136        |
| <b>45</b>    | 0,0264        | 0,0266        | 0,0266        | 0,0266              | 0,0188        | 0,0179        | 0,0176        | 0,0172        | 0,0181        | 0,0180        |
| <b>51</b>    | 0,0116        | 0,0115        | 0,0115        | 0,0114              | 0,0083        | 0,0080        | 0,0079        | 0,0078        | 0,0079        | 0,0079        |
| <b>52</b>    | 0,0111        | 0,0111        | 0,0108        | 0,0108              | 0,0103        | 0,0100        | 0,0096        | 0,0096        | 0,0098        | 0,0098        |
| <b>53</b>    | 0,0145        | 0,0149        | 0,0143        | 0,0143              | 0,0133        | 0,0131        | 0,0125        | 0,0124        | 0,0128        | 0,0128        |
| <b>54</b>    | 0,0180        | 0,0184        | 0,0175        | 0,0174              | 0,0131        | 0,0131        | 0,0125        | 0,0125        | 0,0128        | 0,0128        |
| <b>55</b>    | 0,0275        | 0,0271        | 0,0277        | 0,0276              | 0,0212        | 0,0207        | 0,0193        | 0,0191        | 0,0198        | 0,0198        |
| <b>Média</b> | <b>0,0230</b> | <b>0,0229</b> | <b>0,0231</b> | <b>0,0229</b>       | <b>0,0152</b> | <b>0,0148</b> | <b>0,0142</b> | <b>0,0141</b> | <b>0,0147</b> | <b>0,0147</b> |