

5 Análise de Confiabilidade

Nas últimas décadas houve uma aceitação da análise de confiabilidade como uma ferramenta complementar para avaliar a segurança e a confiabilidade de problemas geotécnicos.

A análise de confiabilidade é uma ferramenta de verificação que possibilita a determinação da probabilidade de falha de talude quando considerando a variação aleatória das variáveis do problema. Devido às incertezas dos parâmetros dos solos é muito importante realizar análises de confiabilidade.

Análises de confiabilidade baseadas nos métodos de Monte Carlo, FORM (*first order reliability method*) ou SORM (*second order reliability method*) vem sendo utilizadas, desde o início da década de 1970, para realizar a análise probabilística em taludes, por exemplo, Wu e Kraft (1970), Alonso (1976), Vanmarcke (1977). Estes continuaram ao longo dos anos e são ainda bastante utilizados, por exemplo, Griffiths e Fenton (2004), Xue e K. Gavin (2007), Ching et al. (2009), Zhang et al.(2011). As análises probabilísticas utilizadas em todos estes trabalhos exigem uma análise determinística prévia que avalie o fator de segurança. As análises determinísticas que são utilizadas nos trabalhos são os métodos de Equilíbrio limite e de redução de parâmetros na análise elasto-plástica pelo Método de Elementos Finitos. Os trabalhos de Carrion (2005 e 2009) utilizam o método de Análise Limite com análise determinística prévia para a determinação da Análise de Confiabilidade de taludes.

O objetivo deste capítulo é apresentar os conceitos básicos para a análise de confiabilidade da estabilidade de taludes; conceitos sobre probabilidade e estatística das variáveis aleatórias (parâmetros de resistência do solo); diversos métodos para as análises de confiabilidade como o método FORM (*first order reliability method*) e o método de simulação de Monte-Carlo. A superfície de resposta é implementada e utilizada como função de falha. Finalmente valores de índice de confiabilidade (β) são associados à probabilidade de falha (P_f) do talude.

5.1. Fundamentos

Os métodos determinísticos admitem como conhecidos os valores dos parâmetros de resistência da estabilidade de taludes. Tais parâmetros são influenciados pelas variações do solo alterando suas previsões. Tendo como finalidade quantificar a variabilidade inerente a estas previsões, introduziu-se no meio geotécnico o conceito de Análise de confiabilidade.

A estatística é uma parte da matemática aplicada que fornece métodos para a coleta, organização, descrição, análise e interpretação dos parâmetros de resistência. A resposta da análise de confiabilidade é a probabilidade de falha ou índice de confiabilidade β associado a uma função de falha que depende das variáveis aleatórias do problema. Quando aplicada ao problema da estabilidade de taludes, a análise de confiabilidade fornece a probabilidade de o talude deslizar.

Tendo como objetivo a aplicabilidade prática da análise de confiabilidade em estabilidade de talude neste capítulo são apresentados alguns conceitos de interesse para a determinação das funções de falha $g(\mathbf{X})$ em que \mathbf{X} é o vetor das variáveis aleatórias $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ que para o presente estudo são os parâmetros de resistência no estudo da estabilidade de taludes. Outros conceitos básicos da estatística podem ser revisados na seção A.1.

5.2. Função de Falha

A probabilidade de falha em problemas de engenharia civil é calculada com base na função do estado limite ou função de falha $g(\mathbf{X})$. Uma função de estado limite último descreve a diferença entre a carga de resistência (R) e a carga solicitante (S).

Uma função de falha é definida ao se definir as variáveis solicitante (S) e de resistência (R), para o estado limite de interesse. Em seguida, a equação de estado limite é apresentada como:

$$g(\mathbf{X}) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = R - S \quad (5.1)$$

onde $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ é o vetor de entrada das variáveis aleatórias, a função de falha $g(\mathbf{X})$ define as regiões seguras e não seguras, X_1, X_2, \dots, X_n são as variáveis aleatórias. Deve-se observar que $g(\mathbf{X})$ é uma variável aleatória por ser uma função de variáveis aleatórias.

A função $g(\mathbf{X}) > 0$ indica que \mathbf{X} pertence a região segura, $g(\mathbf{X}) < 0$ define a região insegura e $g(\mathbf{X}) = 0$ significa a iminência de falha. As condições citadas, podem se visualizadas na figura (5.1) a seguir:

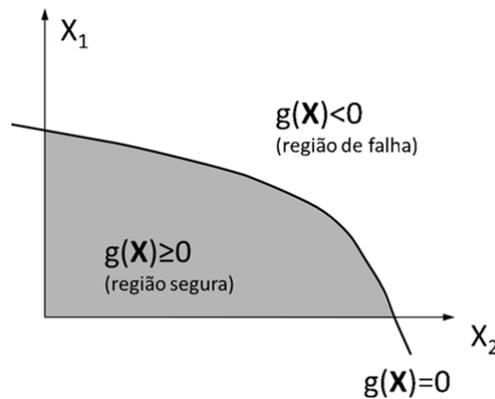


Figura 5.1 - Função de falha.

5.2.1. Probabilidade de Falha

A probabilidade de falha P_f pode ser obtida por:

$$P_f = \int_{g(\mathbf{X})} f(\mathbf{X}) dx \quad (5.2)$$

ou seja, pela integração da função densidade de probabilidade multivariável, $f(\mathbf{X}) = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ no domínio da falha $g(\mathbf{X})$.

5.2.2. Índice de Confiabilidade

A incerteza da estabilidade do talude pode ser quantificada aproximadamente através da avaliação do índice de confiabilidade (β). Este

baseia-se na relação do valor esperado e o desvio padrão como apresenta a equação a seguir:

$$\beta = \frac{E[g(\mathbf{X})]}{\sqrt{Var[g(\mathbf{X})]}} \quad (5.3)$$

Onde, $E[g(\mathbf{X})]$ é o valor esperado e $Var[g(\mathbf{X})]$ é a variância da função de falha.

A relação apresentada na equação (5.3) é válida apenas para variáveis com distribuição normal e funções de falha lineares. Mas na prática, a função de falha pode não ser linear e as variáveis aleatórias podem não ter uma distribuição normal como mostrado por Baecher e Christian (2003). No caso das variáveis aleatórias apresentarem outros tipos de distribuição e serem correlacionadas é necessário transformá-las em variáveis normais padrão equivalentes não correlacionadas para a análise pelo método FORM.

Segundo Melchers (2002), as variáveis aleatórias do problema de estabilidade de taludes possuem distribuição normal. Essa hipótese de distribuição gaussiana é atendida porque estudos laboratoriais mostraram que a curva de distribuição de frequência de Gauss é adequada à representação do comportamento estatístico das principais variáveis envolvidas no cálculo da estabilidade de taludes: coesão e ângulo de atrito.

O JCSS (Joint Committee on Structural Safety), 2006; indica que a distribuição de probabilidade normal é a hipótese mais usual para as propriedades do solo em análise de confiabilidade.

A interpretação gráfica do índice de confiabilidade pode ser ilustrada na figura 5.2.

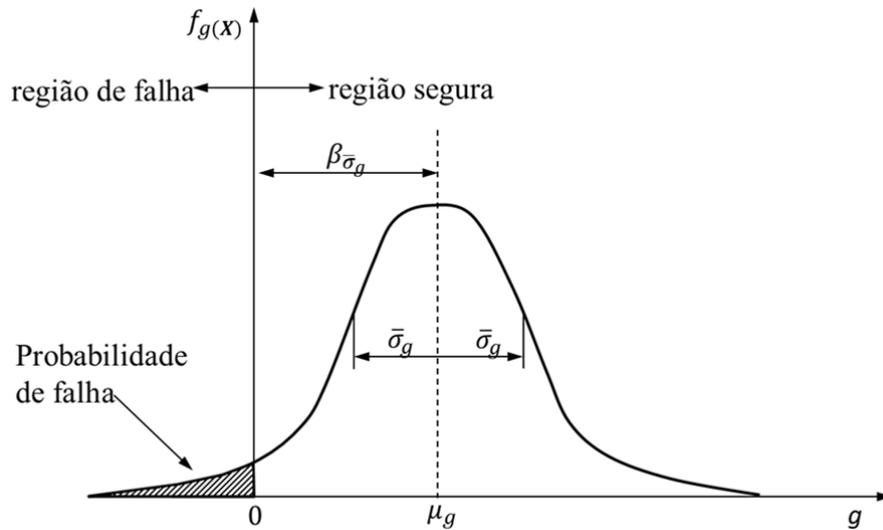


Figura 5.2 - Função densidade de probabilidade de g .

onde $f_{g(g)}$ é o função densidade de probabilidade (PDF) normal de $g(\mathbf{X})$ função de μ_g e σ_g . Sendo μ_g a média e σ_g o desvio padrão de g .

Da figura 5.2 o índice de confiabilidade (β) pode ser entendido como sendo o afastamento da média (μ_g) em relação ao estado limite $g(\mathbf{X}) = 0$, em unidades de desvio padrão (σ_g) da função probabilidade.

A transformação de $g(\mathbf{X})$ em uma variável reduzida $g_r(\mathbf{X})$ é feita como a seguir:

$$P_f = \Phi\left(\frac{0 - \mu_g}{\sigma_g}\right) = \Phi(-\beta) \quad (5.4)$$

sendo

$$\beta = -\left(\frac{\mu_g}{\sigma_g}\right) \quad (5.5)$$

onde $\Phi(\cdot)$ é a função de distribuição acumulada normal padrão.

A figura 5.3 apresenta a relação entre o índice de confiabilidade e a probabilidade de falha.

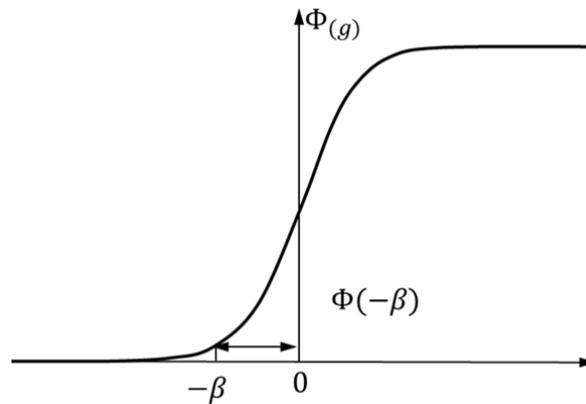


Figura 5.3 - Função distribuição acumulada da probabilidade de falha $g(X)$.

O valor resultante da probabilidade de falha (P_f) geralmente é muito pequeno. Como alternativa utiliza-se o índice de confiabilidade que é um estimador adequado para as probabilidades de falha, devido ao seu caráter adimensional, que permite comparar níveis de segurança de sistemas totalmente diferentes.

Em uma formulação de confiabilidade considera-se que o critério de aceitação de falha do talude, corresponde à exigência de nível mínimo de confiabilidade; definindo este como índice de confiabilidade alvo. Assim o nível de segurança de um talude é expresso em termos de um índice de confiabilidade mínimo ou de uma probabilidade de falha aceitável.

Os requisitos para a estabilidade de taludes são expressos em termos do índice mínimo de confiabilidade aceito ou da máxima probabilidade de falha aceita.

Valores do índice de confiabilidade de referência propostos para estabilidade de taludes pela “United States Army Corps Engineers” (USACE, 1999) são apresentados na tabela 5.1

Tabela – 5.1 Relação do índice de confiabilidade e a probabilidade de falha (USACE, 1999).

Índice de Confiabilidade, β	Probabilidade de falha P_f	Nível de desempenho esperado
1.0	0.16	Perigoso
1.5	0.067	Insatisfatório
2.0	0.023	Pobre
2.5	0.006	Abaixo da média
3.0	0.001	Acima da média
4.0	0.00003	Boa
5.5	0.000003	Alta

5.3. Métodos de Análise de Confiabilidade

Na literatura existem diversos tipos de métodos para se realizar a análise de confiabilidade. Citam-se o método de simulação de Monte Carlo e o método FORM (*First Order Reliability Method*). Esses métodos são descritos a seguir.

5.3.1. Método de Simulação de Monte Carlo

O método de Monte Carlo é um dos mais utilizados e pode ser descrito como um método estatístico que envolve a geração de um grande número de valores randômicos para cada variável aleatória de entrada. No caso de se ter um problema com mais de uma variável, são geradas amostras destas variáveis. Partindo da geração dos N conjuntos de números aleatórios para os n valores aleatórios utilizados para determinar a probabilidade de falha da estrutura geotécnica, a função de falha desta é avaliada para cada um dos conjuntos aleatórios gerados e a função de falha será testada diversas vezes, sendo a probabilidade de falha expressa pela seguinte expressão:

$$P_f = \frac{n(g(\mathbf{X}) \leq 0)}{N} \quad (5.6)$$

onde $n(g(\mathbf{X}) \leq 0)$ representa a quantidade de vezes que a função de falha cai na região de falha para uma quantidade N de avaliações.

A precisão do método de Monte Carlo depende da quantidade dos números aleatórios gerados, para tanto, estes devem ser gerados considerando-se que cada variável é uma distribuição e parâmetros estatísticos pre-definidos tal como a média e desvio padrão. Se duas variáveis tem um coeficiente de correlação pre-definido esse coeficiente deve ser gerado pelo método.

Monte Carlo é, portanto, um procedimento no qual um problema determinístico é resolvido num grande número de vezes para acumular uma distribuição estatística. É simples e pode ser aplicado para quase todos os problemas e praticamente não há restrição quanto ao tipo de distribuição.

Embora o método de simulação de Monte Carlo possa fornecer resultados precisos, sempre requer um grande esforço computacional, pois pode exigir uma amostra muito grande o que o torna muitas vezes inviável, principalmente se a função de falha não for explícita.

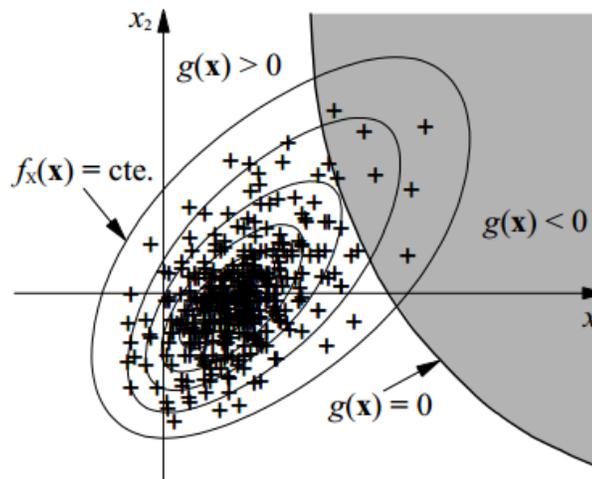


Figura 5.4 – Pontos na simulação de Monte Carlo (Adaptado de Pereira, 2007).

5.3.2. Método FORM (First Order Reliability Method)

Para reduzir o tempo computacional total, têm sido propostos vários métodos alternativos. Estes incluem o método de confiabilidade de primeira ordem (FORM).

O método de primeira ordem (FORM) para a determinação do índice de confiabilidade tem sido amplamente aceito devido a sua eficiência, sendo recomendado pela JCSS (Yang et al., 2006).

O método FORM, calcula o índice de confiabilidade β como a distância de função de falha à origem no espaço das variáveis normais padrão equivalente não correlacionado Y . Assim, a função de falha $g(X)$ é escrita em termos das variáveis Y como $g(Y)$. A seguir, procurasse o ponto Y^* , denominado ponto de projeto, cuja distância até a origem é a mínima e determina-se o valor do índice de confiabilidade que é igual a distancia de Y^* até a origem, assim:

$$\beta = |Y^*| \quad (5.7)$$

A figura 5.5 apresenta graficamente a determinação do índice de confiabilidade β utilizando o método analítico FORM.

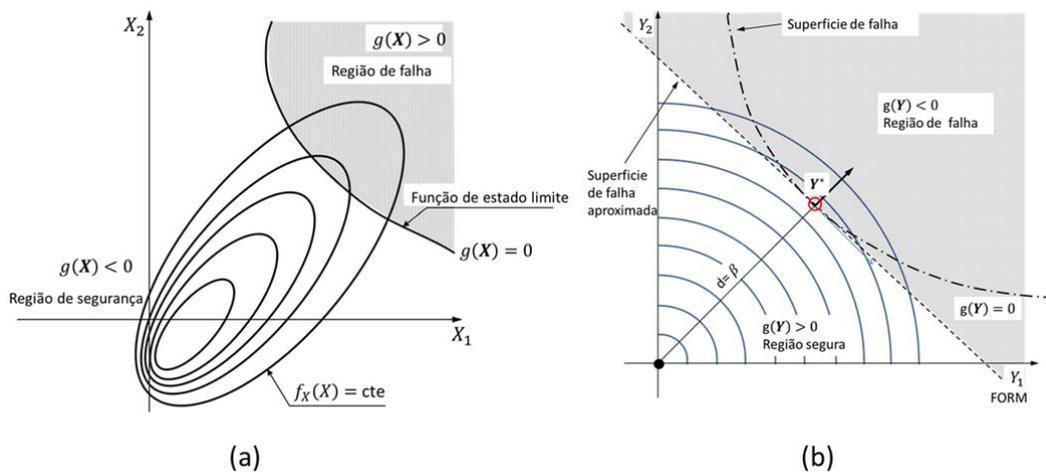


Figura 5.5 - Representação gráfica do método FORM (a) espaço original e (b) espaço normal padrão.

Na utilização do método FORM é necessário um processo de transformação do espaço normal para o espaço padrão. Essa transformação é feita utilizando-se as distribuições normais equivalentes. O ponto de projeto é obtido na forma de um problema de otimização.

5.3.2.1. Transformação de Variáveis para o Espaço Reduzido

Para a transformação das variáveis aleatórias do espaço original para o espaço das variáveis normais padrão equivalentes não correlacionadas ver Melchers (2002).

5.3.2.2. Busca do Ponto de Projeto

O ponto de projeto Y^* ou ponto mais provável (*Most Probable Point* - MPP) é o ponto cuja distância à origem no espaço reduzido é a menor possível.

A determinação do ponto de projeto pode ser formulada como um problema de otimização com restrição da igualdade na forma:

$$\text{Minimizar:} \quad \|Y\| \quad (5.8)$$

$$\text{Sujeito a:} \quad g(Y) = 0 \quad (5.9)$$

Na literatura encontram-se diversos algoritmos para a resolução do problema de otimização acima mostrado. O mais utilizado deles é aquele desenvolvido por Hasofer e Lind (1974) e aprimorado por Rackwitz e Fiessler (1978). Este algoritmo é identificado como HLRF.

5.3.2.3. Fator de Importância das Variáveis

Uma vantagem bastante interessante na análise de confiabilidade é com relação à identificação e quantificação da importância dos parâmetros envolvidos no estudo da estabilidade de taludes. Parâmetros como a coesão (c), ângulo de atrito (ϕ) ou peso específico dos solos (γ) poderão ser avaliados para determinar a importância de cada um deles no processo de determinação de fator de segurança ao colapso (FS).

Segundo Sagrilo (2003), o fator de importância de cada variável aleatória i envolvida na análise de confiabilidade é definido por:

$$I_i = \vartheta_i^2 \quad (5.10)$$

onde ϑ_i é o cosseno diretor com relação a variável Y_i do vetor normal unitario a superfície de falha no ponto de projeto do espaço das variáveis reduzidas.

$$\vartheta_i = \frac{\nabla g(Y^*)}{|\nabla g(Y^*)|} \quad (5.11)$$

onde $\nabla g(Y^*)$ é a componente do gradiente da função de falha no espaço das variáveis reduzidas avaliado no ponto do projeto Y^* .

A equação 5.10 é uma propriedade do fator de importância das variáveis:

$$\sum_{i=1}^n I_i^2 = 1 \quad (5.12)$$

As variáveis com fator de importância baixo podem ser consideradas como determinísticas na análise. Somente variáveis com fatores de importância altos contribuem efetivamente para a probabilidade falha.

5.4. Geração da Superfície de Resposta

A análise de confiabilidade utiliza a função de falha ($g(\mathbf{X})$) para determinar o índice de confiabilidade. No entanto, a análise de confiabilidade pode ser muito cara do ponto de vista computacional. Essa dificuldade pode ocorrer com qualquer método de utilizado. Para isto, a técnica de superfície de resposta é implementada. A superfície de resposta gera uma função de falha aproximadora, que representa a função de falha original e cuja avaliação de segurança seja mais simples, já que se obtém uma função explícita.

A superfície de resposta de um modelo complexo é aproximada por uma relação simplificada, a qual relaciona os resultados determinísticos de um determinado problema com as variáveis aleatórias. Estas relações são representadas por superfícies lineares, quadráticas ou cúbicas e para obtenção das

mesmas é empregado o método dos mínimos quadrados ou uma expansão em série de Taylor. Mais recentemente, surgiram alguns procedimentos de interpolação que empregam funções do tipo *spline*.

O método da superfície de resposta trabalha com uma aproximação polinomial da função de falha $g(\mathbf{X})$, assim a probabilidade de falha é calculada usando-se métodos de confiabilidade de primeira ordem (FORM) ou o método de Monte Carlo.

A implementação da superfície de resposta é realizada por meio dos seguintes passos (Haldar e Mahadevan, 2000):

- Das variáveis aleatórias, seleciona-se um número de pontos para a avaliação da função de falha $g(\mathbf{X})$.
- A função de falha $g(\mathbf{X})$ é deterministicamente avaliada para todos os pontos selecionados na etapa anterior, com o uso de modelos de elementos finitos.
- Constrói-se um modelo estatístico (polinômio) de primeira ou segunda ordem utilizando-se uma análise de regressão com os pontos coletados na etapa anterior. O modelo estimado é então, a superfície aproximadora em termos das variáveis aleatórias \mathbf{X} ;
- Usando as abordagens FORM, ou simulação de Monte Carlo, com a expressão obtida na etapa anterior, estima-se enfim a probabilidade de falha $P[g(\mathbf{X}) < 0]$.

Dois aspectos devem ser observados: o número de pontos para a formação da superfície de resposta deve ser maior ou igual ao número de constantes relativas ao polinômio aproximador (Beck, 2010).

A aproximação obtida pelo modelo da superfície de resposta pode ser inadequada, principalmente para funções de desempenho altamente não lineares.

O modelo estatístico aproximado para a obtenção da superfície de resposta, no presente trabalho, baseia-se em polinômios de Lagrange constituídos a partir de um processo de interpolação.

5.4.1. Superfície de Colocação Estocástica

A ideia do método de colocação estocástica consiste em construir uma interpolação das variáveis de interesse a partir de pontos pré-determinados. Uma opção bastante interessante, e muito empregada no método dos elementos finitos, são os polinômios interpoladores de Lagrange (Vaz, 2011).

A formulação desse método pode ser descrita, sucintamente, como se segue:

Dada uma função $f(x)$ contínua, sua função aproximadora em um intervalo $a \leq x \leq b$ é denominada $\Theta(x)$. Considerando $(n + 1)$ pontos para o intervalo, é possível criar $(n + 1)$ polinômios de Lagrange ($\mathcal{L}_i(x)$) de grau n , de modo que:

$$\mathcal{L}_i(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \dots (x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1) \dots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n)} \quad (5.13)$$

sendo que:

$$\mathcal{L}_i(x) = \delta_{ij} \quad (5.14)$$

onde δ_{ij} é delta de Kronecher. Para a função considerada vale a seguinte regra: valor unitário em $i = j$ e valor nulo em $i \neq j$. A Equação 5.14 pode ser utilizada no polinômio de Lagrange para a geração de funções aproximadoras de $f(x)$ fazendo:

$$\Theta(x) = \sum_{i=1}^n \mathcal{L}_i(x) f_i \quad (5.15)$$

onde f_i é o valor de $f(x)$ em $x = x_i$.

A equação 5.15 é válida em qualquer dos $(n + 1)$ pontos x_i resultando em:

$$\Theta(x) = \sum_{i=1}^n \mathcal{L}_i(x) f_i \quad (5.16)$$

A Figura 5.6 mostra o processo de interpolação entre a função original $f(x)$ e a função aproximadora $\Theta(x)$:

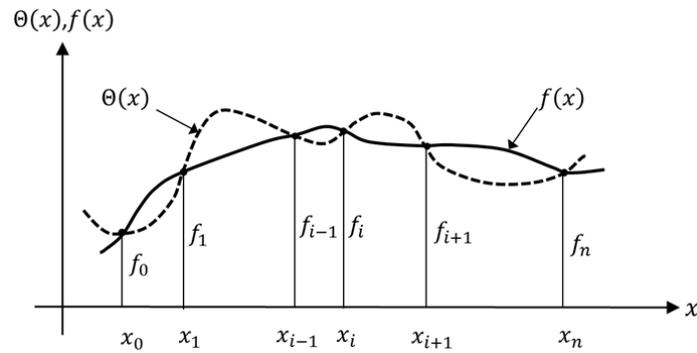


Figura 5.6- Interpolação com uso dos polinômios de Lagrange (adaptado de Da Costa Pantoja, 2012).

Para a geração da superfície de resposta para duas variáveis se procede de forma análoga ao processo do polinômio de Lagrange no caso de uma variável. Assim, funções de interpolações bidimensionais poderão ser geradas por meio de produtos de polinômios Lagrangeanos, isto é,

$$N_{ij}(x, y) = \mathcal{L}_{x_i}(x)\mathcal{L}_{y_j}(y) \quad (5.17)$$

onde $N_{ij}(x, y)$ são as funções de interpolação para a superfície de resposta, $\mathcal{L}_{x_i}(x)$ e $\mathcal{L}_{y_j}(y)$ são os polinômios Lagrangeanos para as variáveis de interesse x e y . Com a Equação (5.17), pode-se montar a superfície de resposta aproximadora, nos pontos $x = x_i$ e $y = y_j$ denominados f_{ij} e usando a interpolação dada em (5.28) Assim:

$$\Theta_{(x,y)} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n N_{ij}(x, y) f_{ij} \quad (5.18)$$

onde f_{ij} são os valores da resposta, obtidos da análise determinística, para os pontos das variáveis tomados em consideração. A Figura (5.7) mostra a superfície de resposta para um par de variáveis (x_1 e x_2).

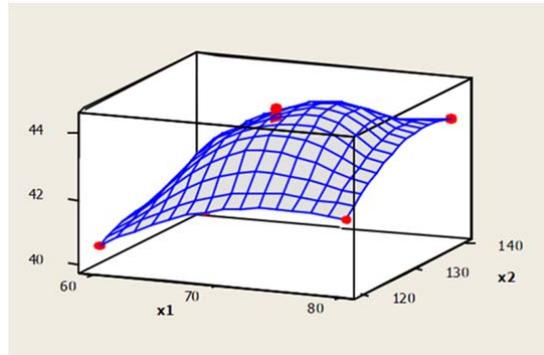


Figura 5.7 - Gráfica da superfície de resposta.

5.5. Exemplos de Validação

Para a validação da metodologia apresentada é utilizado o trabalho de Gavin e Xue (2009). Em que uma metodologia probabilística é proposta para analisar a estabilidade de taludes de solo não saturado, a geometria do talude é assumido como infinito unidimensional.

Gavin e Xue (2009) assumem que a superfície de deslizamento é paralela à inclinação da superfície e com uma profundidade igual à profundidade da frente de umedecimento. A probabilidade de falha é determinada através do índice de confiabilidade utilizando um método computacional baseado em vários algoritmos como FORM, Monte Carlo e algoritmo genético.

A aplicação de um caso histórico foi realizado no trabalho de Gavin e Xue (2009) com dados tomados de Springman et al. (2003), no qual pesquisaram o efeito da infiltração de água na estabilidade de dois taludes. No trabalho de Springman et al. (2003), dois encostas foram submetidos a uma chuva artificial durante dois dias. A intensidade da precipitação foi de 16 mm/h durante as primeiras 24 horas, diminuindo para 12 mm/h depois.

Dos resultados do experimento a grande escala, enquanto o talude com ângulo de inclinação média de 31°, manteve-se estável durante todo o ensaio, o segundo talude de 42° desenvolveu deslizamento translacional em 0,5 m. A instrumentação sugere que o grau de saturação (S_r), era de 85-95% na falha.

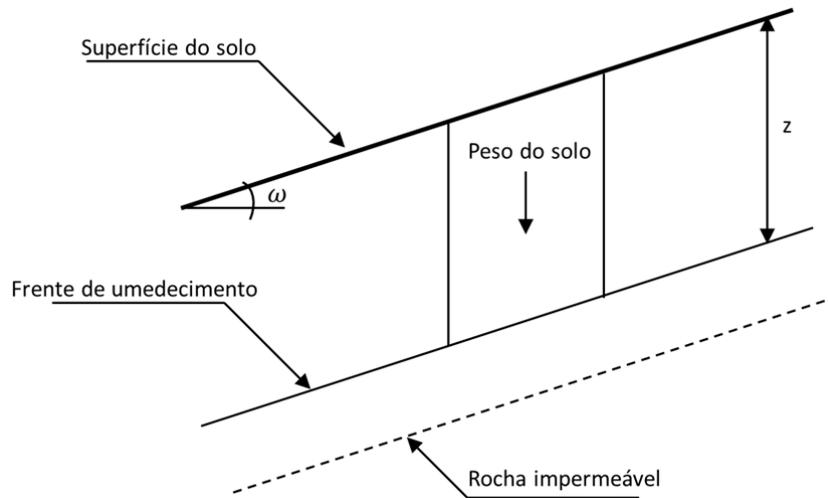


Figura 5.8- Modelo do talude infinito.

Na tabela a seguir são apresentadas as variáveis utilizadas na análise de confiabilidade:

Tabela 5.2 – Variáveis utilizadas na análise de confiabilidade.

Variável	Média (μ_{x_i})	Coefficiente de variação (δ_{x_i})
ϕ	40 °	0,035
C	2,93 kPa	0,39
γ	20,2 kN/m ³	0,05
z	0,2 – 1,0 m	0,05

onde ϕ é o ângulo de atrito, C é o parâmetro que combina a coesão (c) e a contribuição da proressão; z é a profundidade do frente de umedecimento, γ é o peso específico.

5.5.1. Verificação da Importância das Variáveis

Uma primeira análise foi realizada para determinar o fator de importância das variáveis. Aplicando a metodologia sugerida no item 5.3.2.3 e considerando como função de falha a equação (5.19) utilizada em Gavin e Xue (2009).

$$g(\mathbf{X}) = C + \gamma z \cos^2(\omega) \tan \phi - \gamma z \cos(\omega) \sin(\omega) \quad (5.19)$$

onde ω é o ângulo de inclinação do talude.

Os valores dos índices de importância encontrados estão apresentados na tabela 5.3 a seguir.

Tabela – 5.3 Fator de importância dos parâmetros.

Parâmetro	Fator de importância
C	95,99 %
ϕ	3,97 %
γ	0,02 %
z	0,02 %

Como pode se observar na tabela 5.3 o parâmetro C possui a maior porcentagem do fator de importância seguido do ângulo de atrito ϕ .

5.5.2. Validação do Uso da Superfície de Resposta

Neste item são utilizados os métodos de Monte Carlo e FORM, na determinação do Índice de Confiabilidade (β). A função de falha $g(C, \phi)$ utilizada nos dois métodos é dada pela equação a seguir:

$$g(C, \phi) = \Theta(C, \phi) - 1 \leq 0 \quad (5.20)$$

em que $\Theta(C, \phi)$ é a superfície de resposta em função das variáveis aleatórias C e ϕ . A equação de $\Theta(C, \phi)$ foi largamente explicada no item 5.4.1.

Para a geração da superfície de resposta são empregados 25 Fatores de Segurança, cada Fator de Segurança é um ponto resultante de uma combinação das variáveis aleatórias C e ϕ .

As combinações de C e ϕ são estabelecidos nos intervalos $\mu_C - 3\sigma_C \leq C \leq \mu_C + 3\sigma_C$ e $\mu_\phi - 3\sigma_\phi \leq \phi \leq \mu_\phi + 3\sigma_\phi$.

A figura a seguir apresenta os 25 pontos em função de C e ϕ para a profundidade de 0,1 m; a seguir pode-se observar a superfície de resposta gerada com os 25 pontos.

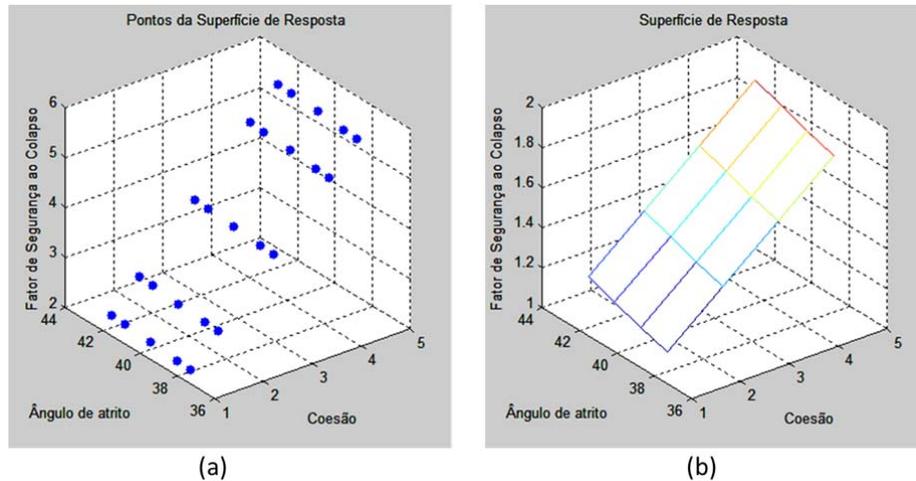


Figura 5.9- (a) Pontos da superfície de resposta, (b) superfície de resposta aproximada.

Uma vez estabelecidas as superfícies de resposta estes foram utilizados nos métodos de FORM e Monte Carlo como funções de falha para os índices de confiabilidade β .

Os resultados obtidos utilizando as Superfícies de Resposta são apresentados na figura 5.10.

Também é apresentado o resultado da análise de confiabilidade utilizando o método de Monte Carlo, onde β é calculado de forma convencional e a função de falha é descrita pela equação 5.19.

A figura 5.10 demonstra que a utilização de superfície de resposta como função de falha e incorporada às metodologias de Monte Carlo e analítico FORM fornecem índices de confiabilidade semelhantes aos resultados quando utilizados os métodos de Monte Carlo e FORM de maneira convencional.

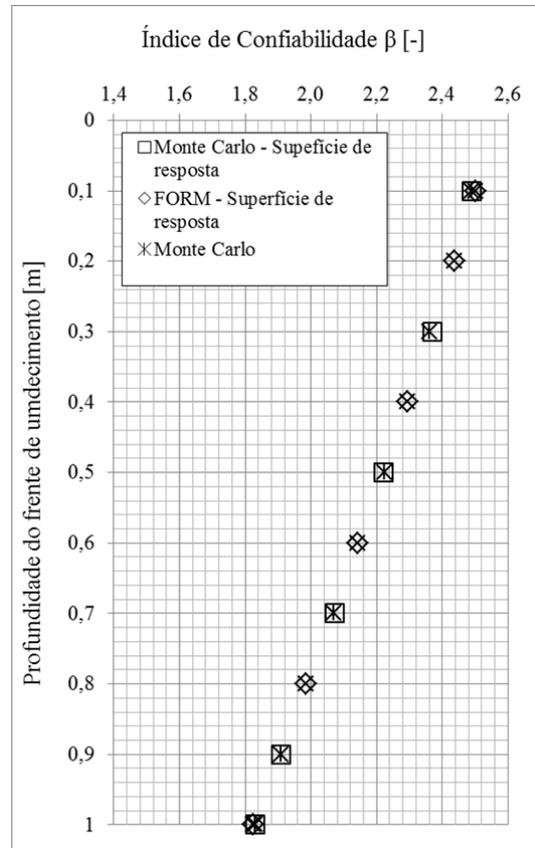


Figura 5.10- Índice de confiabilidade, talude infinito unidimensional.

A figura 5.11 mostra o diagrama de fluxo utilizado para na validação da utilização da superfície de resposta. Este diagrama de fluxo será utilizado no decorrer do trabalho para a determinação do índice de confiabilidade.

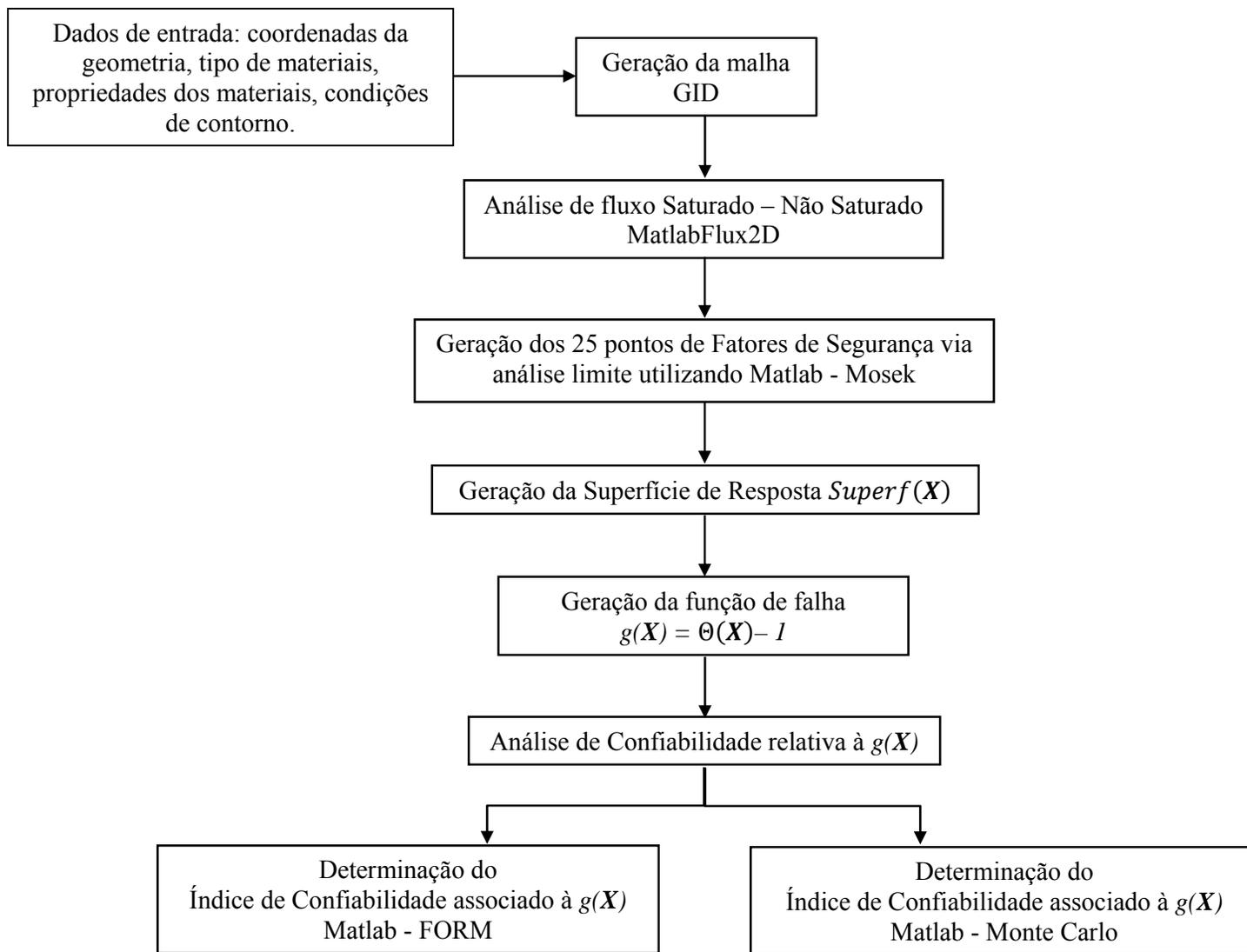


Figura 5.11 - Diagrama de fluxo da metodologia aplicada para a determinação do índice de confiabilidade via superfície de resposta.

5.5.3. Análise de Sensibilidade dos Parâmetros de Resistência

Foi realizada uma análise de sensibilidade para verificar os resultados dos fatores de importância e a sua influência na determinação do índice de confiabilidade quando utilizada a superfície de resposta como função de falha.

Para esta análise são geradas superfícies de resposta para três combinações das variáveis aleatórias (C, ϕ, γ). Estas combinações são: $C - \phi$, $C - \gamma$ e $\phi - \gamma$.

As combinações de C e ϕ são estabelecidos nos intervalos apresentados a seguir:

$$\begin{aligned} \mu_C - 3\sigma_C \leq C \leq \mu_C + 3\sigma_C \text{ e } \mu_\phi - 3\sigma_\phi \leq C \leq \mu_\phi + 3\sigma_\phi. \\ \mu_C - 3\sigma_C \leq C \leq \mu_C + 3\sigma_C \text{ e } \mu_\gamma - 3\sigma_\gamma \leq C \leq \mu_\gamma + 3\sigma_\gamma. \\ \mu_\phi - 3\sigma_\phi \leq C \leq \mu_\phi + 3\sigma_\phi \text{ e } \mu_\gamma - 3\sigma_\gamma \leq C \leq \mu_\gamma + 3\sigma_\gamma. \end{aligned} \quad (5.21)$$

As figuras 5.12 a 5.14 apresentam gráficas dos pontos estimados para a geração da superfície de resposta e a gráfica da superfície de resposta gerada, para cada uma das três combinações propostas.

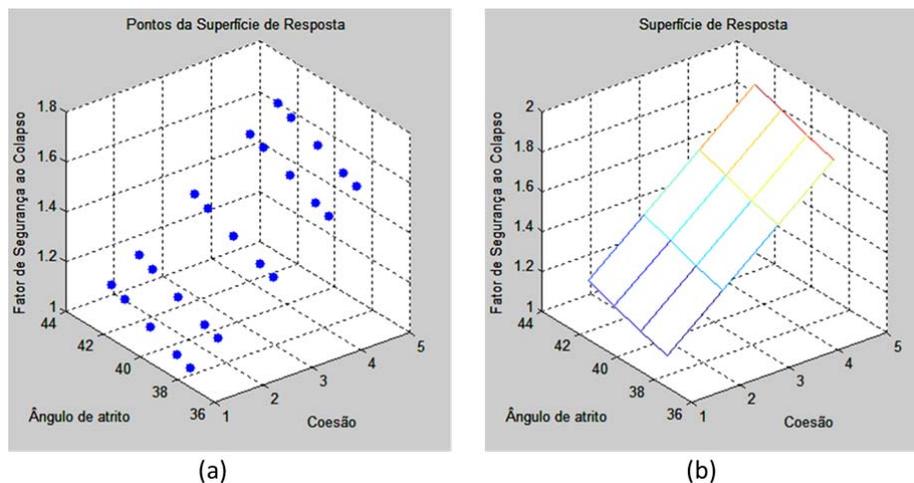


Figura 5.12 - (a) Pontos da superfície de resposta, (b) superfície de resposta aproximada; para as variáveis aleatórias C e ϕ .

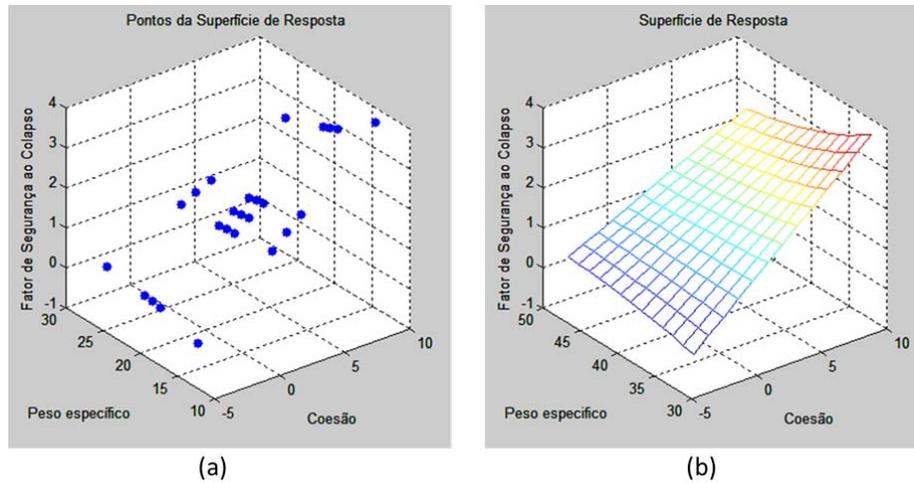


Figura 5.13- (a) Pontos da superfície de resposta, (b) superfície de resposta aproximada; para as variáveis aleatórias C e γ .

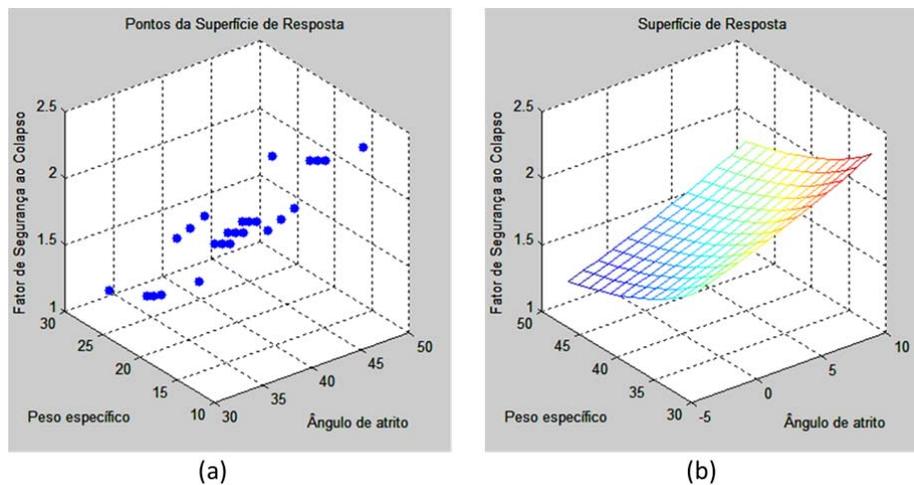


Figura 5.14 - (a) Pontos da superfície de resposta, (b) superfície de resposta aproximada; para as variáveis aleatórias ϕ e γ .

Partindo das superfícies de resposta geradas são estabelecidas as funções de falha $g(\mathbf{X})$ segundo a equação 5.22, como a seguir:

$$\begin{aligned}
 g(C, \phi) &= \Theta(C, \phi) - 1 \leq 0 \\
 g(C, \gamma) &= \Theta(C, \gamma) - 1 \leq 0 \\
 g(\phi, \gamma) &= \Theta(\phi, \gamma) - 1 \leq 0
 \end{aligned}
 \tag{5.22}$$

A figura 5.15 mostra a variação do índice de confiabilidade β utilizada o método de Monte Carlo via superfície de resposta.

Observa-se na figura 5.15 que à geração de superfície de resposta utilizando a combinação de $C - \phi$ é a que fornece resultados mais críticos de β , já a combinação de $\gamma - \phi$ desenvolve resultados altamente conservadores, pois os valores de β se distanciam do valor crítico de $\beta = 2.0$.

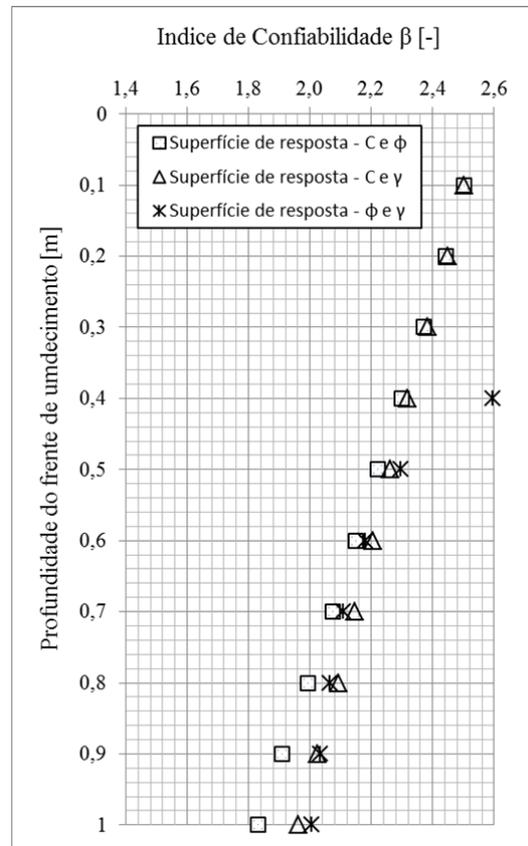


Figura 5.15- Índice de confiabilidade, para diversas combinações na geração da superfície de resposta de duas variáveis aleatórias.

5.5.4.

Análise de Confiabilidade Via Uso do Método de Elementos Finitos e Superfície de Resposta

Neste item é realizada a análise de confiabilidade do talude infinito considerando uma geometria bidimensional e o Método de Elementos Finitos para sua discretização. A figura 5.16 apresenta o modelo de elementos finitos utilizado

na análise do talude infinito 2D. É gerada uma malha de elementos finitos com 880 elementos e 972 nós. Um processo de infiltração de chuva é simulado para 16 mm/h durante 24 e mais 12 mm/h por outras 24 horas.

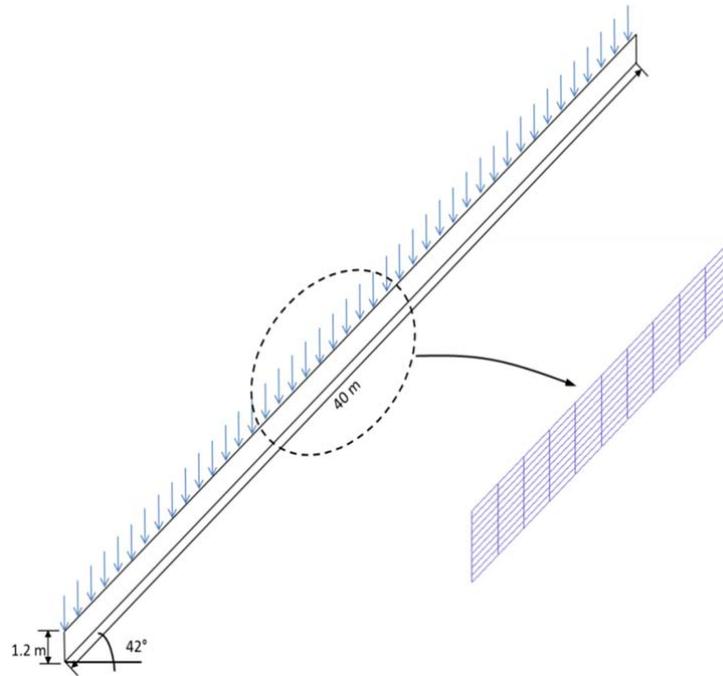


Figura 5.16 - Talude infinito modelo bidimensional.

Seguindo o diagrama de fluxo (figura 5.11) é realizada a análise limite, para a determinação dos fatores de segurança ao colapso.

Na análise limite é utilizado como critério de resistência o proposto por Fredlund et al. (1978) formulado como uma extensão do critério de Mohr Coulomb (equação 2.11).

Neste exemplo são considerados como variáveis aleatórias os parâmetros de resistência coesão efetiva (c') e o ângulo de atrito efetiva (ϕ').

A análise é realizada controlando a frente de umedecimento, são realizados cálculos de análise limite e análise de confiabilidade a cada 0,10 m de solo saturado.

As propriedades das variáveis aleatórias estão dadas na tabela 5.4.

Tabela 5.4 – Propriedades das variáveis aleatórias.

Variável	Média (μ_{x_i})	Coefficiente de variação (δ_{x_i})
ϕ'	40 °	0,035
c'	2,93 kPa	0,39

A função de falha é estabelecida para as variáveis aleatórias c' e ϕ' . Assim:

$$g(c', \phi') = \Theta(c', \phi') - 1 \leq 0 \quad (5.23)$$

A superfície de resposta ($\Theta(c', \phi')$) é gerada utilizando 25 combinações de c' e ϕ' , os intervalos destas combinações são: $\mu_{c'} - 1.5\sigma_{c'} \leq c' \leq \mu_{c'} + 1.5\sigma_{c'}$ e $\mu_{\phi'} - 1.5\sigma_{\phi'} \leq \phi' \leq \mu_{\phi'} + 1.5\sigma_{\phi'}$.

São geradas superfícies de resposta a cada frente de umedecimento estudado na análise de confiabilidade.

Em cada superfície de resposta e para cada profundidade do frente de umedecimento é utilizada os métodos de Monte Carlo e FORM para estabelecer o a variação do índice de confiabilidade.

A figura 5.17 mostra os 25 pontos calculados pela análise limite e desenha da superfície de resposta, estas figuras são para uma profundidade de 0,4 m da frente de umedecimento.

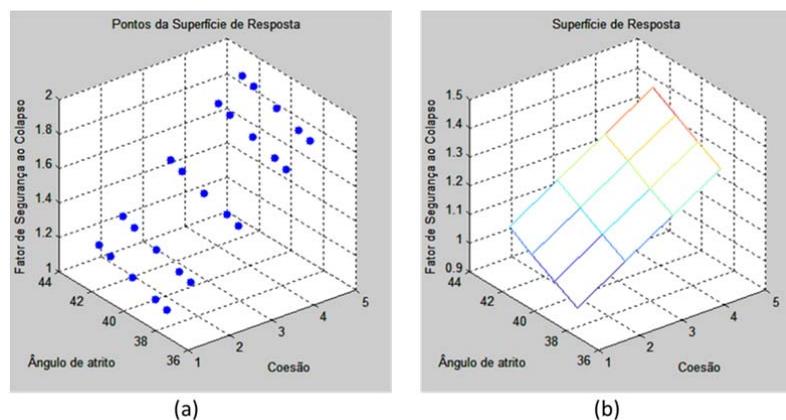


Figura 5.17- (a) Pontos da superfície de resposta, (b) superfície de resposta aproximada; do talude bidimensional na profundidade de 0,4 m da frente de umedecimento.

A figura 5.18 mostra os resultados obtidos na determinação do índice de confiabilidade β ; são utilizados os métodos de Monte Carlo e FORM via superfície de resposta e comparados com os resultados obtidos em Gavin e Xue (2009).

Como se pode observar na figura 5.18 quando a frente de umedecimento atinge os 0,5 m, o índice de confiabilidade previsto pelo método de Monte Carlo diminui a 2, assim, o desempenho do talude pode ser descrito como pobre de acordo com a United States Army Corps Engineers (USACE, 1999).

A profundidade na qual a falha aconteceu no campo é de 0,5 m, como mostrado em, Springman et al. (2003).

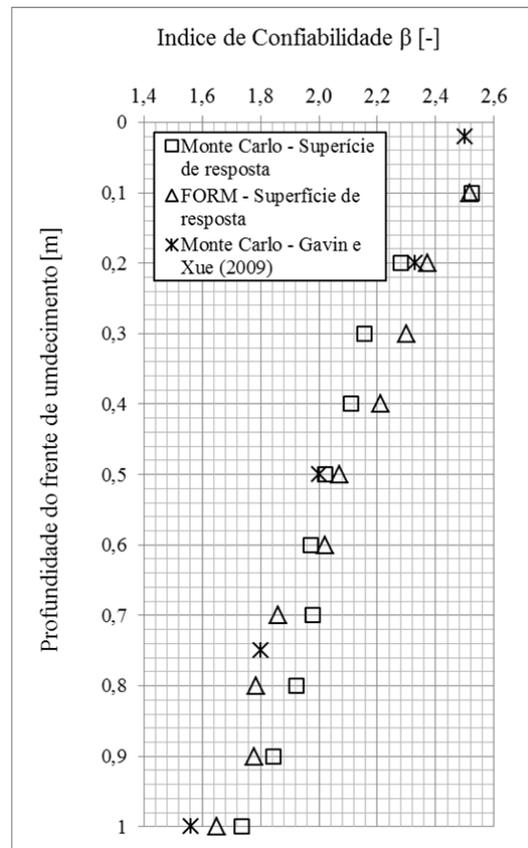


Figura 5.18- Índice de confiabilidade, talude infinito bidimensional.