

4 Análise Limite

A estabilidade de taludes convencional utiliza frequentemente os métodos de Equilíbrio Limite para determinar o fator de segurança. Esses métodos geralmente assumem uma superfície de ruptura pré-predeterminada e estabelecem seu equilíbrio estático dividindo a geometria em fatias. Estes métodos quando aplicados em problemas de geometria simples são eficazes, mas, quando confrontados a problemas mais complexos podem encontrar dificuldades.

Outra abordagem para estabilidade de taludes pode ser realizada através da Análise Limite. Com este método pode-se encontrar resultados aceitáveis sem antes assumir uma superfície de ruptura pré-determinada, permitindo a captura dos resultados mesmo para os perfis de solo complexos. Além disso, a utilização de análise limite pode facilitar o processo, dado que exige menos iterações em comparação com os métodos de equilíbrio limite, reduzindo assim o tempo de cálculo.

Muitos pesquisadores (Lysmer 1970; Bottero et al, 1980;. Sloan 1988, 1989, Sloan e Kleeman 1995) tem utilizado a análise limite baseada no método dos elementos finitos e da teoria de programação matemática linear. Este método foi utilizado com sucesso para prever a estabilidade de uma grande variedade de problemas bidimensionais, incluindo túneis (Assadi & Sloan, 1991; Sloan & Assadi, 1991, 1992), fundações (Ukritchon et al., 1998; Merifield et al., 1999), âncoras (Merifield et al., 2001, 2006a).

O trabalho da Zouain et al. (1993), e Lyamin & Sloan (2002) propuseram um método numérico não linear para realizar a análise de limite superior e limite inferior com base em elementos finitos e de programação linear e não linear. O Método de Lyamin & Sloan (2002a), foi utilizado para prever a estabilidade de uma grande variedade de problemas geotécnicos, incluindo túneis (Lyamin & Sloan, 2001), fundações em argila e/ou areia (Shiau et al., 2003; Hjiatj et al., 2004, 2005; Salgado et al, 2004), taludes de solo ou rocha (Li et al., 2008, 2009, 2010). Um resumo da maioria destes trabalhos ainda pode ser encontrado em Sloan

(2013), que inclui aplicação da análise limite em solos não drenados. No entanto, o esforço computacional para a solução do problema de programação matemática não é eficiente.

Um método alternativo para a solução de problemas de análise limite é a utilização de programação cônica quadrática (Ciria, 2004; Makrodimopoulos & Martin, 2006). Este método de solução pode ser aplicado a uma variedade de critérios de resistência em duas dimensões, incluindo o modelo de Mohr-Coulomb, e tem-se revelado robusto e eficiente para a solução de problemas geotécnicos de grande escala (Krabbenhoft et al., 2007). Algumas aplicações em fundações tem sido realizadas por Krabbenhoft, K., Lyamin, A.V., e Sloan, S.W. (2008) e Chong et al. (2013).

A solução de qualquer problema de estabilidade de taludes com a utilização da análise limite requer: atingir o colapso do solo e a aplicabilidade da regra de fluxo associada no solo. O método da análise limite considera a relação tensão-deformação dos solos de forma idealizada (comportamento do material como rígido plástico), pressupondo um fluxo plástico associado (Finn, 1967 e Chen e Lui, 1990).

4.1. Teoremas de Análise Limite

As formulações existentes na análise limite tiram proveito dos teoremas do limite inferior e limite superior da teoria da plasticidade para fornecer limites rigorosos sobre a verdadeira solução de um problema de estabilidade.

Os teoremas fundamentais da análise limite foram apresentados pela primeira vez por Gvozdev (1938). Drucker e Prager (1952) apresentaram as primeiras provas dos teoremas de limite inferior e superior, estudando o comportamento de materiais plásticos que obedecem ao critério de ruptura de Mohr-Coulomb. Chen (1975) apresentou os teoremas de análise limite para materiais com comportamento plástico perfeito.

Desde então houve um progresso na aplicação de análise limite na engenharia geotécnica e no estudo de estabilidade de taludes. Em casos bidimensionais tem sido publicados os trabalhos de Bottero et al. (1980), Sloan

(1987), Chuang (1992), Yu et al. (1998), Kim et al. (1999), Kim et al. (2002) e Sloan (2013) entre outros.

Os teoremas de análise limite são formulados considerando a admissibilidade dos campos de tensões e de velocidades. Um campo de tensões em um corpo é estaticamente admissível quando satisfaz as seguintes condições: equilíbrio no corpo, condições de contorno em termo de tensões e o critério de escoamento. O campo de velocidades é cinematicamente admissível quando são satisfeitas as condições de contorno em termos de velocidade, as condições de compatibilidade de deformações e a igualdade entre o trabalho externo e a dissipação de energia.

Na análise limite o teorema de unicidade indica que, se existir pelo menos uma distribuição de tensões estaticamente admissíveis e essas tensões plastificarem um número suficiente de seções para a formação de um mecanismo, de colapso plástico, devem ser satisfeitas simultaneamente as condições de equilíbrio e escoamento (distribuição estaticamente admissível) bem como a compatibilidade de mecanismo e fluxo plástico (distribuição cinematicamente admissível).

4.1.1. Teorema de Análise Limite Inferior

O teorema de análise de limite inferior estabelece que um determinado carregamento esta dentro da região dos carregamentos admissíveis se houver um campo de tensões que equilibre o carregamento e que não viole o critério de escoamento em todo o domínio do meio contínuo. Este teorema permite ignorar a condição de compatibilidade, possibilita obter limites inferiores da carga de colapso ao se maximizar o fator de carga.

4.1.2. Teorema de Limite Superior

A análise limite pelo teorema de limite superior postula que um determinado carregamento não está dentro da região dos carregamentos admissíveis se for possível definir um campo de velocidades cinematicamente admissível, para a qual o trabalho das forças exteriores aplicadas seja superior ou igual ao trabalho

total dissipado. Este teorema resulta de ignorar a condição de equilíbrio e permite obter limites superiores da carga de colapso ao se minimizar o fator de carga.

4.2. Conceitos Relacionados à Plasticidade

Se um corpo é submetido a um carregamento, a geometria deste geralmente sofre alterações quando descarregado, isto se deve à mudança do estado elástico ao plástico.

Uma deformação elástica é reversível já a deformação plástica é permanente. Durante a deformação elástica, a magnitude das velocidades de deformação é governada pelos parâmetros de rigidez elástica. No caso da deformação plástica, a lei de fluxo define a velocidade de deformação plástica.

Para caracterizar o comportamento plástico de um material, recorre-se a abordagem clássica, o controle da plasticidade através do estado de tensões (σ_{ij}), introduzindo com este objetivo a definição de critério de escoamento.

4.2.1. Critério de Resistência

A forma como se define o ponto a partir do qual um material experimenta deformações não recuperáveis é chamado de critério de resistência ou de plastificação. Esse critério é expresso matematicamente por uma equação que é função das tensões $F(\sigma_{ij})$.

O estado de tensões situados no interior da superfície de resistência ($F(\sigma_{ij}) < 0$) representa um comportamento elástico, enquanto os situados na superfície ($F(\sigma_{ij}) = 0$) um comportamento rígido-plástico. Para um material perfeitamente plástico a função de resistência ($F(\sigma_{ij})$) depende somente do conjunto de componentes de deformação (σ_{ij}), portanto, a função de resistência é fixa no espaço das tensões e o fluxo plástico acontece quando a função de resistência é igual à zero (equação (4.1)):

$$F(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \tau_{xy}) = 0 \quad (4.1)$$

4.2.2. Lei de Fluxo

Para um material com comportamento elasto-plástico perfeito as velocidades de deformações totais ($\dot{\varepsilon}_{ij}$) são decompostas nas parcelas elástica ($\dot{\varepsilon}_{ij}^e$) e plástica ($\dot{\varepsilon}_{ij}^p$) (Chen, 1975):

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p \quad (4.2)$$

Na análise limite, porém, o material é suposto ter comportamento rígido-plástico, desprezando-se a componente elástica.

As velocidades de deformação plásticas ($\dot{\varepsilon}_{ij}^p$) dependem do estado de tensões (Chen e Liu, 1990). Num estado de tensões admissível a regra da normalidade afirma que o vetor representando a velocidade de deformação plástica tem direção normal a superfície de escoamento (Figura 4.1). Por tanto a velocidade de deformação plástica pode ser expressa por: (Lancellota, 1995):

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\mu} \frac{\partial F(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4.3)$$

onde $\dot{\mu}$ é um fator de proporcionalidade escalar positivo. A equação (4.3) é chamada de lei de fluxo associada, pois está associada à superfície de escoamento.

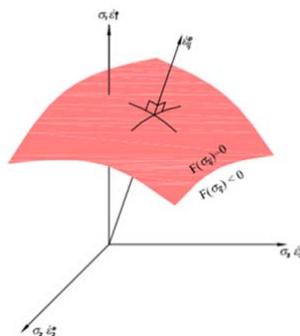


Figura 4.1 Superfície de resistência e vetor de deformação plástica (Carrion, 2009).

4.2.3. Princípio do Trabalho Virtual

O princípio dos trabalhos de deslocamentos virtuais estabelece que o trabalho das tensões reais nas deformações virtuais correspondentes no volume do corpo é igual ao trabalho das forças aplicadas reais nos deslocamentos virtuais correspondentes. As tensões reais e as forças aplicadas reais devem estar em equilíbrio e as deformações virtuais devem ser compatíveis com os deslocamentos virtuais. A equação (4.4) esclarece:

$$\int_S \{\delta \dot{\varepsilon}\}^t \{\sigma\} dV = \int_S \{\delta \dot{d}\}^t \{f\} dS \quad (4.4)$$

onde:

$\{\delta \dot{\varepsilon}\}^t$ é o vetor das velocidades de deformações virtuais.

$\{\delta \dot{d}\}^t$ é o vetor dos deslocamentos virtuais.

$\{\sigma\}$ é o vetor das tensões reais.

$\{f\}$ é o vetor das forças reais.

em que $\{\delta \dot{\varepsilon}\}^t$ e $\{\delta \dot{d}\}^t$ são as grandezas cinemáticas virtuais compatíveis. $\{\sigma\}$ e $\{f\}$ são as grandezas estáticas reais em equilíbrio. No caso de forças de superfície a expressão à direita deve ser integrada na superfície.

4.3. Formulação da Análise Limite pelo Método dos Elementos Finitos

Com o objetivo de obter resultados mais precisos, a análise limite deve ser feita com uma boa discretização da geometria em elementos finitos de modo a poder representar melhor o campo de tensões no momento de colapso.

O método de elementos finitos para análise limite pode utilizar os teoremas de Limite Superior ou Inferior, para produzir um problema de otimização. A utilização deste método requer uma aproximação numérica, assim como a satisfação de algumas condições para cada um dos teoremas.

Considerando o teorema do limite inferior (Estático), deverão ser satisfeitas as equações de equilíbrio, o critério de escoamento e as condições de contorno em

termo das tensões; quando utilizado o teorema de limite superior (Cinemático) deve-se satisfazer as equações de compatibilidade, o critério de escoamento e as condições de contorno em termos de velocidades.

O modelo de formulação mista procura atender de forma conjunta as condições necessárias para as aplicações dos teoremas de limite inferior e limite superior; sendo que as condições de escoamento são satisfeitas exatamente e as condições de equilíbrio e de contorno em tensão são satisfeitas aproximadamente pela interpolação dos campos de tensão e velocidade do elemento. Nesta formulação, a resposta de um dado problema não pode ser considerada como um limite superior ou inferior da verdadeira carga de colapso.

Estas formulações, além de estática, cinemática ou mista, podem ser classificadas como fortes ou fracas.

4.4. Formulação da Equação de Equilíbrio

4.4.1. Formulação Forte

Nesta formulação são satisfeitas explicitamente as condições dos teoremas de limite superior e limite inferior.

A vantagem da formulação forte está no fato de a mesma utilizar uma abordagem puramente estática ou puramente cinemática, chegando a um limite inferior ou superior verdadeiro.

A desvantagem da abordagem em questão é a falta de estimativa para erros nos valores dos limites calculados, não se estabelecendo se o limite encontrado é ou não, uma boa aproximação.

4.4.2. Formulação Fraca

Na formulação fraca as condições da análise limite são satisfeitas através do princípio de trabalhos virtuais, que fornecem as equações de equilíbrio do sistema, via discretização por elementos finitos.

Nesse caso o equilíbrio é satisfeito apenas globalmente com as forças internas iguais as forças externas nos graus de liberdade. As equações diferenciais de equilíbrio não são satisfeitos num dado ponto.

Nesse enfoque o fator de colapso converge para um dado valor à proporção que se aumenta a discretização da malha.

No presente trabalho adota-se a formulação mista fraca para representar as equações de equilíbrio estático.

4.4.3. Condição de Equilíbrio e Compatibilidade

As equações de equilíbrio e de compatibilidade são obtidas a partir de uma formulação de elementos finitos com interpolação dos campos das velocidades, de tensões, e da utilização do princípio dos trabalhos virtuais.

Considerando-se um corpo submetido a um estado de deformação plana, o campo de deslocamentos pode ser escrito em um sistema de eixos (x,z) , através do vetor $\{u\}$; tendo em vista que o trabalho trata de análise limite, a cinemática do problema será descrita em termo de velocidades. Assim, o campo de velocidades pode ser escrito como $\{\dot{u}\}$. Pela teoria de elementos finitos o campo de velocidades no interior de um elemento pode ser escrito em função das velocidades nodais, assim:

$$\{\delta\dot{u}\}^T = \{\delta\hat{u}\}^T [N_u]^T \quad (4.5)$$

onde:

$\{\hat{u}\}$ é o campo de velocidades nodais, $[N_u]$ é a matriz de interpolação das velocidades.

A relação de compatibilidade entre as velocidades de deformação e as velocidades nodais pode ser escrita como:

$$\{\delta\dot{\varepsilon}\}^T = \{\delta\hat{u}\}^T [B]^T \quad (4.6)$$

onde $[B]$ é a matriz de compatibilidade cinemática do elemento.

Interpolando-se também o campo de tensões $\{\sigma\}$ em função dos pontos nodais chega-se a:

$$\{\sigma\} = [N_\sigma]\{\hat{\sigma}\} \quad (4.7)$$

onde $\{\hat{\sigma}\}$ é o campo de tensões nodais e $[N_\sigma]$ é a matriz de interpolação das tensões.

Considerando-se um elemento de velocidades de deformação plana no qual atuam cargas distribuídas $\{p\}$ nos lados do elemento, $\{\hat{p}\}$ nos nós do elemento e um λ como o fator (escalar) que multiplica as forças iniciais, pode-se escrever o principio dos trabalhos virtuais como:

$$\int_A \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dA = \int_A \{\delta \dot{u}\}^T \lambda \{p\} dA + \{\delta \dot{u}\}^T \lambda \{\hat{p}\} \quad (4.8)$$

Substituindo-se as equações (4.5) e (4.6) em (4.7):

$$\int_A \{\delta \hat{u}\}^T [B]^T [N_\sigma] \{\hat{\sigma}\} dA = \int_A \{\delta \hat{u}\}^T [N_u]^T \lambda \{p\} dA + \{\delta \hat{u}\}^T [N_u]^T \lambda \{\hat{p}\} \quad (4.9)$$

agrupando:

$$\{\delta \hat{u}\}^T \left[\int_A [B]^T [N_\sigma] dA \right] \{\hat{\sigma}\} - \lambda \{\delta \hat{u}\}^T \left[\int_A [N_u]^T \{p\} dA + [N_u]^T \{\hat{p}\} \right] \quad (4.10)$$

= 0

como $\delta \hat{u} \neq 0$, deslocamentos virtuais arbitrários, a equação (4.9) fica:

$$\left[\int_A [B]^T [N_\sigma] dA \right] \{\hat{\sigma}\} - \lambda \left[\int_A [N_u]^T \{p\} dA + [N_u]^T \{\hat{p}\} \right] = 0 \quad (4.11)$$

definindo:

$$[B] = \int_A [B]^T [N_\sigma] dA \quad (4.12)$$

e

$$\{b\} = \int_A [N_u]^T \{p\} dA + \{\hat{p}\} \quad (4.13)$$

finalmente a equação (4.11) se torna:

$$[B]\{\hat{\sigma}\} = \lambda\{b\} \quad (4.14)$$

Considerando-se todo o domínio discretizado, as condições de equilíbrio e compatibilidade, para toda a malha de elementos finitos, são obtidas a partir de informações sobre conectividade entre elementos.

4.4.4. Condições de Contorno

As condições de contorno têm que ser fornecidas para a solução do problema.

Estas condições de contorno na estabilidade de taludes geralmente são dadas por velocidades prescritas. Então, para os nós com campos de velocidades prescritos $\delta\hat{u} = \delta\hat{u} = 0$, devem-se eliminar da matriz de equilíbrio $[B]$ e de $\{b\}$ vetor das forças equivalentes nodais iniciais da equação (4.14) as linhas correspondentes às velocidades prescritas.

4.4.5. Condição de Resistência

O problema de análise limite é formulado via o teorema do limite inferior de modo que a condição de escoamento seja satisfeita (equação 4.15) quer dizer que o campo de tensões seja estaticamente admissível (requisito do teorema inferior).

$$F(\sigma) \leq 0 \quad (4.15)$$

4.5. Formulação Convencional do Problema de Análise Limite Inferior

Os problemas formulados por análise limite inferior via elementos finitos, podem, ser colocados sob a forma de um problema de otimização, das equações (4.16) e (4.17):

$$\text{Maximizar} \quad \lambda \quad (4.16)$$

$$\text{Sujeito a:} \quad \begin{cases} [B]\{\sigma\} = \lambda\{b\} \\ F(\sigma) \leq 0 \end{cases} \quad (4.17)$$

O sistema das equações (4.16) e (4.17) tem a forma de um problema de otimização, no qual as condições de equilíbrio, as condições de contorno e as condições de escoamento são expressas como um conjunto de restrições.

4.6. Formulação no Espaço Cônico Quadrático da Análise Limite

Nesta seção é apresentada a aplicação de programação cônica quadrática para o problema de otimização proposto no item 4.5.

Para a utilização desta formulação o problema de otimização é reformulado para o espaço cônico quadrático (figura 4.3), o qual permite a utilização de métodos de pontos interiores e primal-dual para obter uma melhor utilização da convexidade e das propriedades da dualidade do modelo de análise limite e garantir a convergência e eficiência computacional.

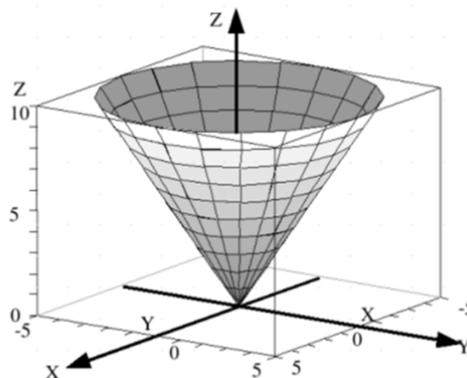


Figura 4.3 Cone quadrático.

Da figura 4.3, o cone K é um conjunto não vazio de $K \subset \mathbb{R}^n$ tal que para qualquer $x \in K$, temos $\alpha x \in K, \forall \alpha \geq 0$. Além disso, se K é convexo, então K é chamado de cone convexo (Bazaraa et al., 2006).

Considere uma norma $\|\cdot\|$ arbitrária em \mathbb{R}^{k-1} , um cone normado associado a norma $\|\cdot\|$ é o conjunto $K_1 = \{(x, t) \mid x \in \mathbb{R}^{k-1}, t \in \mathbb{R}, \|x\| \leq t\} \subseteq \mathbb{R}^k$ (Vandenberghe et al., 2004).

Um cone quadrático é um cone normado, na norma Euclidiana (Vandenberghe et al., 2004), isto é $K_k = \{(x, t) \mid x \in \mathbb{R}^{k-1}, t \in \mathbb{R}, \|x\|_2 \leq t\} \subseteq \mathbb{R}^k$.

Muitos trabalhos que utilizam a programação cônica quadrática foram desenvolvidos para resolver o problema de programação matemática, como, por exemplo, Sturm (1999); Andersen et al. (2003); Tutuncu et al. (2003) e Chahua (2013).

Neste item será mostrado que o critério de resistência proposto neste trabalho pode ser representado num sistema de cone de segunda ordem dando origem a problemas de otimização respectivos (Bisbos e Pardalos, 2007)

4.6.1. Problema Cônico Quadrático

O problema de otimização cônica quadrática tem a seguinte forma:

$$\text{Maximizar ou minimizar} \quad c^T x \quad (4.18)$$

$$\text{Sujeito a} \quad \begin{cases} Ax = b \\ x \in K \end{cases} \quad (4.19)$$

onde: $x \in K$ é o vetor das incógnitas no espaço cônico quadrático; $c^T \in K$ é o vetor dos coeficientes da função objetivo; A é a matriz das restrições e b é o vetor independente das restrições de igualdade.

O espaço cônico K pode ser descrito como a multiplicação de um grupo arbitrário de subespaços cônicos da forma:

$$K = K_1 \times \dots \times K_n \quad (4.20)$$

onde $K_1 \dots K_n$ são os subespaços cônicos quadráticos.

Então um problema cônico quadrático é um problema de otimização com uma função objetiva linear, num conjunto de restrições lineares de igualdade e um número finito de restrições cônicas quadráticas.

O problema de programação matemática apresentado nas equações (4.16) e (4.17) podem ser formuladas no espaço cônico quadrático. Krabbenhøft et al. (2006) sugere a seguinte forma para escrever o problema no espaço cônico quadrático:

$$\text{Maximizar} \quad \lambda \quad (4.21)$$

$$\text{Sujeito a} \quad \begin{cases} [B]^T \{\sigma\} = \lambda \{b\} \\ \sigma \in K \end{cases} \quad (4.22)$$

onde b é o carregamento; as tensões pertencem ao espaço cônico quadrático ($\sigma_{ij} \in K$)

4.6.2.

Critério de Resistência de Mohr-Coulomb no Espaço Cônico Quadrático

No estado plano de deformações o critério de escoamento de Mohr-Coulomb associado à lei de fluxo é dado pela equação (4.21)

$$(\sigma_x, \sigma_z, \tau_{xz}) = (\sigma_x + \sigma_z) \sin \phi - 2c \cos \phi + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2} \leq 0 \quad (4.23)$$

em que x e z se referem às direções do plano. A equação (4.23) pode ser colocada em termos de uma restrição cônica quadrática na forma:

$$\rho_1 \geq \sqrt{\rho_2^2 + \rho_3^2} \quad (4.24)$$

A transformação entre ρ_i e σ_{ij} é definida pela equação (4.25):

$$\{\rho\} = [D]\{\sigma\} + \{d\} \quad (4.25)$$

onde:

$$D = \begin{bmatrix} -\sin \phi' & -\sin \phi' & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

e

$$d = \begin{bmatrix} 2c \cos \phi' \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Finalmente o problema de análise limite no espaço cônico quadrático, desenvolvido por Chaua (2013) é escrito como a seguir:

$$\text{Maximizar} \quad \lambda \quad (4.28)$$

Sujeito a

$$\begin{cases} [B]^T [D]^{-1} \{\rho\} = \lambda \{b\} + [B]^T [D]^{-1} \{d\} \\ \rho \in K \end{cases} \quad (4.29)$$

4.7. Elemento Finito Implementado

No presente trabalho foi utilizado somente o elemento finito bidimensional isoparamétrico de quatro nós:

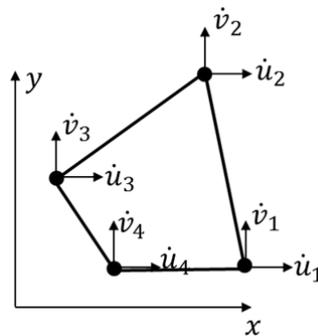


Figura 4.4 Elemento quadrilateral isoparamétrico.

As funções de interpolação N_u usadas para interpolar as velocidades nodais são as mesmas funções de interpolação utilizadas para interpolar deslocamentos na formulação convencional do Método de Elementos Finitos em deslocamentos; estas funções são:

$$\begin{aligned}
N_{u1}(r, s) &= \frac{1}{4}(1-r)(1-s) \\
N_{u2}(r, s) &= \frac{1}{4}(1+r)(1-s) \\
N_{u3}(r, s) &= \frac{1}{4}(1+r)(1+s) \\
N_{u4}(r, s) &= \frac{1}{4}(1-r)(1+s)
\end{aligned}
\tag{4.30}$$

onde N_{u1} , N_{u2} , N_{u3} e N_{u4} são as funções de interpolação de velocidades, r e s são as coordenadas paramétricas, que variam de -1 a +1.

A interpolação das tensões no domínio do elemento, $\{\sigma\}$, definida pela equação (4.7), em que, para cada elemento a tensão é constante, para isto adota-se:

$$[N_\sigma] = [I] \tag{4.31}$$

onde $[I]$ é a matriz identidade. Nesse caso o campo de tensões é constante dentro do elemento.

A escolha desses campos de tensões foi baseada nos trabalhos anteriores (Gonzaga, 1997; Farfan, 2000; Carrion, 2009).

As equações de equilíbrio obtidas formam um conjunto de restrições lineares de igualdade. No problema de otimização final esta característica permite o desenvolvimento de algoritmos para os quais a solução é mantida dentro do domínio viável durante cada iteração. Manter a viabilidade durante o processo de iteração é altamente desejável uma vez que limita o acúmulo de erro. (Lyamin, 2002).

Utilizando a plataforma de programação Matlab, é implementada a condição de equilíbrio (equação 4.29), seguido da aplicação das condições de contorno. Também é implementado o critério de resistência no espaço cônico quadrático, segundo a equação (4.24). A partir destes é possível à utilização do programa MOSEK, para a solução do problema de análise limite (Equações 4.28 e 4.29) no espaço cônico quadrático.

4.8. Exemplos de Validação

4.8.1. Talude Infinito Homogêneo

É considerado um talude infinito de 4m de profundidade e 120m de comprimento, a figura (4.5) apresenta a geometria utilizada.

O ângulo de inclinação do talude (ω) é igual a 30° . Para realizar a análise limite o problema foi discretizado em 900 elementos e 1001 nós. As propriedades de resistência do problema estão apresentadas na tabela (4.1).

Tabela 4.1 – Propriedades do material do talude infinito.

| Coesão (c) | Ângulo de atrito (ϕ) | Peso específico (γ) |
|---------------------|-----------------------------|------------------------------|
| 5 kN/m ² | 23,5° | 18,0 kN/m ³ |

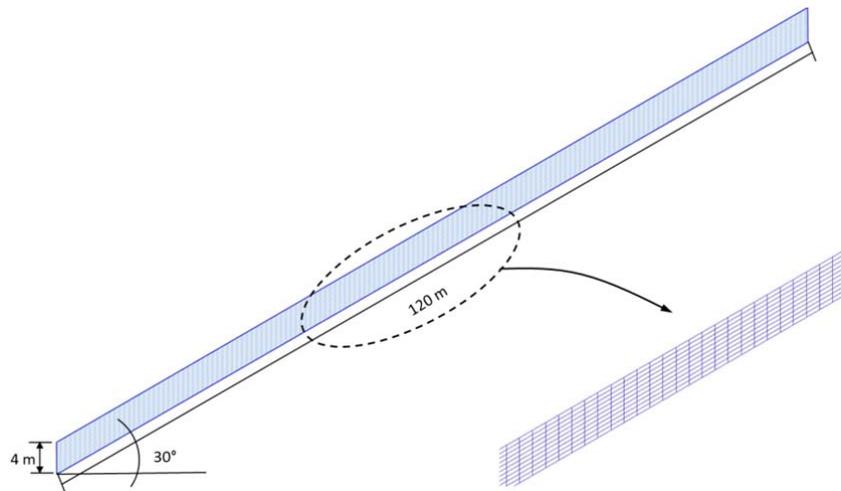


Figura 4.5 – Geometria e malha de elementos finitos do talude infinito.

A equação (4.32) foi utilizada para o cálculo do fator de segurança (FS):

$$FS = \frac{c + \gamma z \cos^2 \omega \tan \phi}{\gamma z \sin \omega \cos \omega} \quad (4.32)$$

em que c é a coesão, γ é o peso específico e ϕ é ângulo de atrito.

O resultado da equação (4.32) para os parâmetros da tabela (4.1) do problema do talude infinito apresentado é $FS = 0.91$.

Para estabelecer o fator de segurança (FS) partindo da análise limite utiliza-se a técnica de redução progressiva dos parâmetros de resistência, esta técnica foi proposta por primeira vez por Zienkiewicz (1975). Esta técnica consiste em reduzir os parâmetros de resistência c e ϕ , utilizando um fator de redução (FR), para obter diversos valores de λ da análise limite. O fator de segurança (FS) é determinado quando $\lambda = 1$.

$$c_r = \frac{c}{FR}$$

$$\phi_r = \tan^{-1} \frac{\tan \phi}{FR} \quad (4.33)$$

em que c_r e ϕ_r são os parâmetros de resistência coesão e ângulo de atrito respectivamente reduzidos pelo fator de redução (FR).

Na tabela 4.2 é apresentada a utilização da técnica do fator de redução no exemplo de talude infinito.

Tabela 4.2 – Redução de parâmetros de resistência do talude infinito.

| c [kPa] | ϕ [°] | FR | c_r [kPa] | ϕ_r [°] | λ |
|-----------|------------|-------|-------------|--------------|-----------|
| 5 | 23,5 | 0,900 | 5,556 | 26,111 | 1,408 |
| 5 | 23,5 | 0,925 | 5,405 | 25,405 | 1,187 |
| 5 | 23,5 | 0,950 | 5,263 | 24,737 | 1,026 |
| 5 | 23,5 | 0,975 | 5,128 | 24,103 | 0,903 |
| 5 | 23,5 | 1,000 | 5,000 | 23,500 | 0,806 |

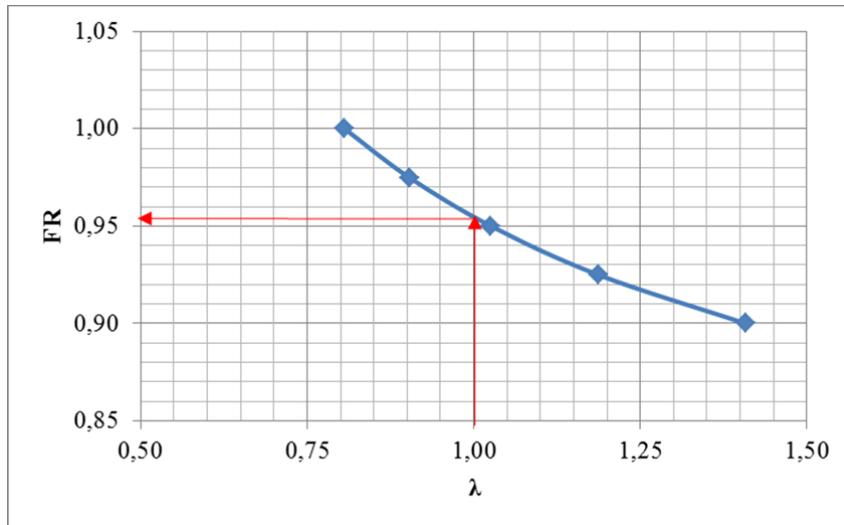


Figura 4.6 – Estimativa do fator de segurança ao colapso mediante redução dos parâmetros de resistência.

Utilizando a análise limite no espaço cônico quadrático o resultado do fator de segurança ao colapso do problema de talude infinito é de $FS = 0.954$; obtido da figura (4.6). Como pode-se observar o resultado utilizando análise limite no espaço cônico quadrático tem uma boa aproximação quando comparado com o resultado obtido com a equação (4.32).

4.8.2. Exemplo de Talude 2D

Procurou-se consagrar os resultados obtidos por Carrion (2005), obtido através da análise limite convencional com aqueles obtidos utilizando a formulação no espaço cônico quadrático.

A figura (4.7) apresenta a geometria do talude bidimensional a ser avaliado.

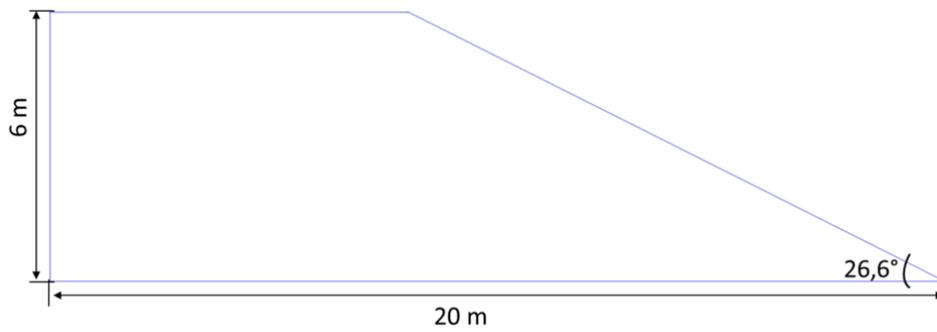


Figura 4.7 - Geometria do talude 2D.

Para a análise limite é utilizada uma malha de elementos finitos de 225 elementos e 256 nós.

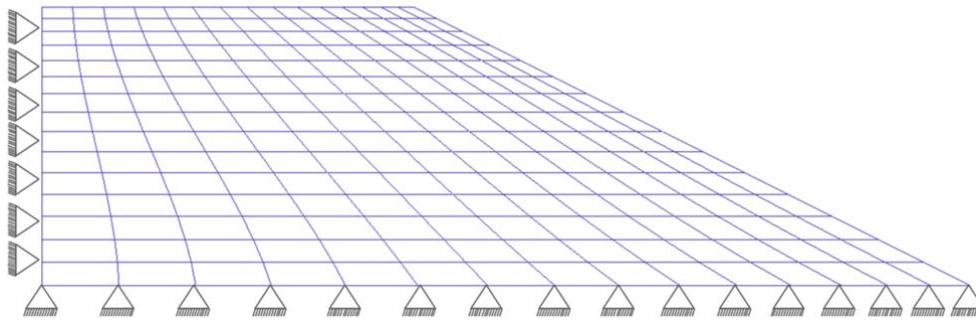


Figura 4.8 - Malha de elementos finitos.

As propriedades utilizadas na análise são mostradas na tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Propriedades do material do exemplo.

| Coesão (c) | Ângulo de atrito (ϕ) | Peso específico (γ) |
|--------------------------------|---|--|
| 5,10 kN/m ² | 20,0° | 17,0 kN/m ³ |

A seguir é apresentada a tabela da redução de parâmetros de resistência, obtida para a análise de limite do talude 2D.

Tabela 4.4 – Redução de parâmetros de resistência do talude infinito.

| c [kPa] | ϕ [°] | FR | c_r [kPa] | ϕ_r [°] | λ |
|-----------|------------|------|-------------|--------------|-----------|
| 5,0 | 20,0 | 1,00 | 5,0 | 20,0 | 3,66 |
| 5,0 | 20,0 | 1,25 | 4,0 | 16,0 | 1,44 |
| 5,0 | 20,0 | 1,50 | 3,3 | 13,3 | 0,84 |
| 5,0 | 20,0 | 2,00 | 2,5 | 10,0 | 0,44 |

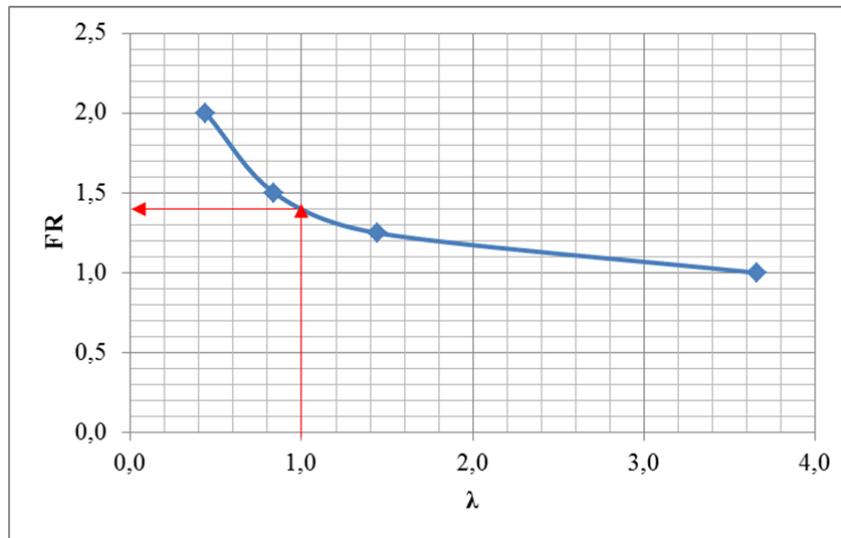


Figura 4.9 – Estimativa do fator de segurança ao colapso mediante redução dos parâmetros de resistência para o talude 2D.

A figura (4.9) mostra que para o fator de colapso $\lambda = 1$ o fator de redução é de $FR = 1,40$. Então pode-se deduzir que o fator de segurança ao colapso é de $FS = 1,40$ obtido com a Análise Limite no Espaço Cônico Quadrático. Carrion (2005) obteve o valor de $FS = 1,40$ utilizando a análise limite convencional. Ainda Carrion (2005) indica que este modelo foi avaliado previamente utilizando o programa computacional PLAXIS, o qual forneceu o fator de segurança igual a $FS = 1,38$.

O resultado do exemplo de validação apresenta uma boa aproximação quando confrontado com o resultado apresentado no trabalho de Carrion (2005). Este resultado indica a viabilidade de utilizar a análise limite no espaço cônico quadrático para problemas de estabilidade de taludes.