

2 Critérios de Resistência

O critério de resistência de solos sempre foi um foco de interesse na engenharia geotécnica, porque ele é responsável pela determinação do fator de segurança ao colapso. Como também do comportamento elasto-plástico.

Pinto (2000) afirma que critérios de resistência são formulações que procuram refletir as condições em termos de tensões em que ocorre a ruptura dos materiais. Existem critérios que estabelecem máximas tensões de compressão, de tração ou de cisalhamento. Outros que se referem a máximas deformações. Outros, ainda consideram valores limites de energia de deformação. Um critério é satisfatório na medida em que reflete o comportamento do material em consideração.

2.1. Modelos Constitutivos

A exigência básica para análises de estabilidade de talude é a utilização de uma relação constitutiva (modelos constitutivos), esta deve ser capaz de modelar o comportamento da relação tensão-deformação.

Na análise limite o material é suposto se comportar como rígido plástico. A expressão que relaciona a deformação e tensão é a lei de fluxo.

O comportamento rígido-plástico perfeito no espaço tensão-deformação unidimensional é apresentado na figura (2.1).



Figura 2.1- Relação tensão deformação para modelo rígido-plástico perfeito (Chen e Han, 1988).

O colapso (falha) de um material é usualmente definido em termos de sua capacidade de sustentar um carregamento. Entretanto, para materiais rígidos plásticos o escoamento em si implica em falha, logo o estado de tensões no escoamento é também o limite de resistência do material (Chen e Han, 1988).

O limite de resistência chamado também limite da falha, será definido por um critério de resistência matematicamente expresso por uma função, a chamada função de resistência $F(\sigma_{ij})$, dependente do estado de tensões σ_{ij} e pode ser interpretada como apresentada a seguir:

- $F(\sigma_{ij}) < 0$, as tensões estão no interior da superfície de resistência (comportamento elástico).
- $F(\sigma_{ij}) = 0$, as tensões estão sobre a superfície de resistência (fluxo plástico).
- $F(\sigma_{ij}) > 0$, as tensões estão fora da superfície de resistência (comportamento não viável).

Os estados de tensões para o qual $F(\sigma_{ij}) > 0$ são excluídos para comportamento rígido plástico, assim como, em modelos com que consideram processo de endurecimento. A representação da função de resistência no espaço das tensões σ_{ij} , conduz à superfície, que é um lugar geométrico dos pontos que representam estados de tensões correspondentes ao início das deformações plásticas e constitui a fronteira do domínio que limita internamente estados de tensões correspondentes às deformações elásticas (Figura 2.2), ou da existência de deformações no caso de materiais rígido-plásticos.

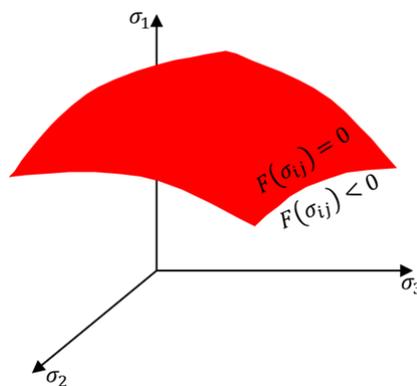


Figura 2.2- Superfície de resistência no espaço das tensões principais.

Entre os critérios de resistência de solos mais usados estão o critério de Drucker-Prager e o critério de Mohr-Coulomb.

2.2. Critério de Resistência de Mohr-Coulomb

No critério de Mohr-Coulomb a o colapso se dá quando a tensão cisalhante atuante no plano de resistência alcança o valor da tensão cisalhante de resistência do material. A envoltória é comumente curva, embora possa ser satisfatoriamente ajustada por uma reta no intervalo de tensões normais de interesse. A equação de uma reta ao critério de resistência foi proposta por Coulomb cuja equação é:

$$\tau = c + \sigma \tan \phi \quad (2.1)$$

A equação (2.1) proposta por Coulomb (1773) é definida em termos das tensões normais (σ) e cisalhantes (τ) atuando em um plano, os parâmetros c e ϕ são a coesão e o ângulo de atrito do material, respectivamente.

A figura (2.3) a seguir indica o comportamento das tensões atuantes na superfície de resistência de Mohr-Coulomb de acordo com a equação (2.1):

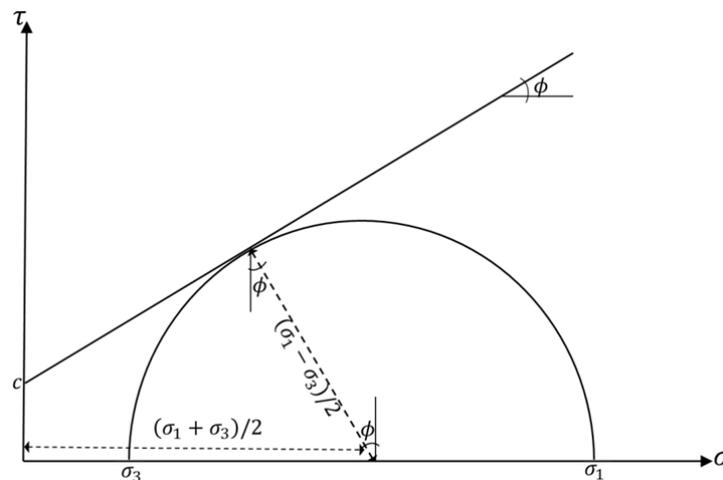


Figura 2.3- Critério de escoamento de Mohr-Coulomb no plano (σ , τ).

O conceito do círculo de Mohr pode ser utilizado para expressar a função de resistência em termos das tensões principais σ_1 e σ_3 , sendo a tensão principal maior e a tensão principal menor, respectivamente. Assim temos que:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \operatorname{sen} \phi + c \cos \phi \quad (2.2)$$

ou

$$F = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \operatorname{sen} \phi - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - c \cos \phi \quad (2.3)$$

onde F é a função de resistência para o critério de Mohr-Coulomb em termo das tensões principais ($F(\sigma_1, \sigma_3)$).

De acordo com o critério de Mohr-Coulomb, a tensão de falha sob compressão é maior do que sob tração.

A equação (2.2) representa uma pirâmide de base hexagonal irregular no espaço de tensões principais, sendo a seção transversal apresentada um polígono octógono como mostra a figura (2.4).

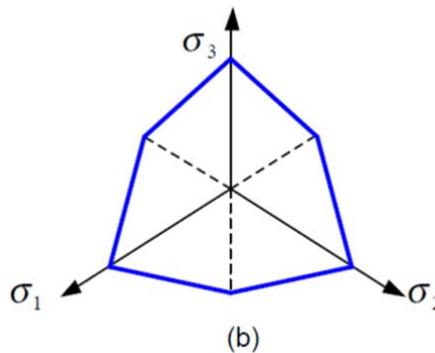


Figura 2.4- Critério de resistência de Mohr-Coulomb com seção em forma de octógono.

A função de resistência $F(\sigma_{ij}) = 0$ em termos do critério de Mohr-Coulomb representa um cone hexagonal quando plotada no espaço das tensões principais como é mostrado na figura (2.5):

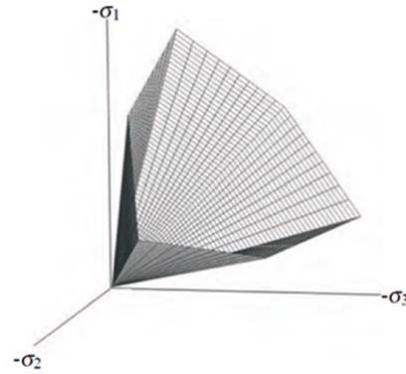


Figura 2.5- Superfície de escoamento de Mohr-Coulomb: no espaço das tensões principais ($c=0$).

2.3. Critério de Resistência de Drucker-Prager

No modelo de Mohr-Coulomb (Potts e Zdravkovic, 1999) observam-se cantos agudos quando se traça a função no espaço octaédrico das tensões principais. Esses cantos implicam singularidades nas funções de fluência. Essas singularidades podem ser tratadas, adotando uma função que envolva a superfície de plastificação de Mohr Coulomb como apresentado na Figura (2.4).

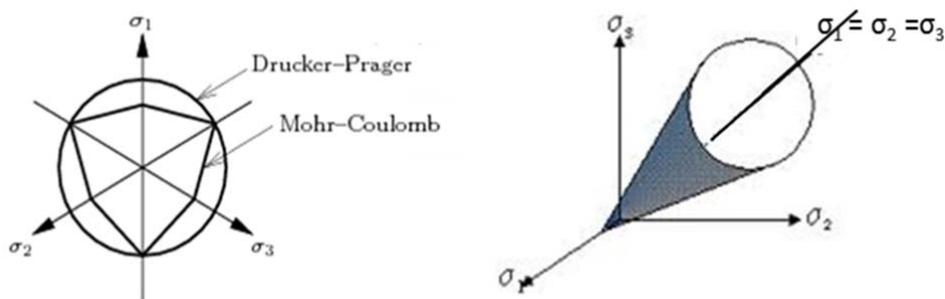


Figura 2.6- Superfície de plastificação de Drucker-Prager.

Drucker e Prager (1952) propuseram a seguinte revisão da função que determina a superfície de escoamento:

$$F = \sqrt{\frac{1}{6}((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2) - A} - B(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (2.4)$$

onde $A = \frac{6c \cos \phi}{\sqrt{3}(3+\sin \phi)}$ e $B = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3+\sin \phi)}$ que são funções da coesão e do ângulo de atrito e σ_1, σ_2 e σ_3 as tensões principais no espaço 3D.

No caso bidimensional, para os problemas em estado plano de deformação, os parâmetros A e B são dados pelas seguintes equações (Chen e Liu, 1990):

$$A = \frac{\operatorname{tg} \phi}{\sqrt{9 + 12 \operatorname{tg}^2 \phi}} \quad (2.5)$$

$$B = \frac{3c}{\sqrt{9 + 12 \operatorname{tg}^2 \phi}} \quad (2.6)$$

O modelo mais utilizado na estabilidade de taludes via análise limite é o modelo rígido plástico com base no critério de resistência de Mohr-Coulomb, principalmente em problemas bidimensionais.

2.4. Critério de Resistência em Solos não Saturados

O colapso dos solos, em particular de taludes, pode ser conceituado como uma deformação provocada pelo umedecimento de um solo sem que haja variação de sobrecargas externa, este umedecimento atinge os mecanismos de suporte do solo, originando um desequilíbrio estrutural.

Na literatura existem diversos modelos teóricos e empíricos que relacionam a precipitação pluviométrica, o grau de saturação e a resistência de taludes (deslizamento) em solos.

O estado de tensões em solos não saturados difere daquele para solos saturados ou secos. Para solos saturados o sistema de tensões é bifásico (solo-ar ou solo-água), a pressão da água é positiva e age no sentido de reduzir a tensão atuante no esqueleto sólido. Neste sistema é válido o princípio de tensões efetivas de Terzaghi (e.g. Lambe e Withman, 1969), equação (2.7):

$$\sigma' = \sigma - u_w \quad (2.7)$$

em que σ' é a tensão normal efetiva, σ é a tensão normal total e u_w é a poro-pressão.

O sistema do estado de tensões em solos não saturados é trifásico (solo-ar-água), neste sistema a pressão de ar é maior que a pressão de água; devido a isso surge o efeito conhecido como coesão aparente que acontece devido à pressão negativa, logo a tensão superficial nos meniscos da água formados entre as partículas sólidas tendem a uni-las, através de forças de tração, que determina o incremento da resistência em solos não saturados.

Como o acréscimo da pressão de água esta relacionada com o grau de saturação pode-se dizer que: quanto maior o grau de saturação do solo, menor a componente dessas forças, logo sua resistência será menor, isto sempre desconsiderando a histerese devido aos processos de secagem e humecimento.

O critério de resistência em solos não saturados poder ser retratado com base no equacionamento de tensões efetivas. Bishop (1959) propõe a equação (2.8), na qual considera um certo parâmetro χ , cujo valor varia entre zero (solo seco) e um (solo saturado). O parâmetro χ depende do grau de saturação, tipo de solo e de efeitos de histerese decorrentes da secagem ou umedecimento dos solos (de Campos, 1997). χ também representa o efeito da coesão aparente para o acréscimo da resistência.

$$\sigma' = (\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w) \quad (2.8)$$

Na equação anterior a parcela $(\sigma - u_a)$ é chamada de tensão normal líquida, u_a é a poro pressão de ar e u_w é a poro pressão da água.

Adotando-se o critério de resistência de Mohr-Coulomb e incorporando-se a equação (2.8), tem-se:

$$\tau = c' + [(\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w)] \tan \phi' \quad (2.9)$$

onde c' é a coesão efetiva e ϕ' é o ângulo de atrito interno efetivo.

Quando utilizadas as variáveis de estado de tensão, Fredlund et al. (1978) demonstraram que as seguintes combinações: $[(\sigma - u_w) \text{ e } (u_a - u_w)]$ e $[(\sigma - u_a) \text{ e } (u_a - u_w)]$, podem ser utilizadas para definir o estado de tensões de um solo não saturado.

Fredlund et al. (1978) notaram que o par $(\sigma - u_a)$ e $(u_a - u_w)$, é a mais prática e a mais aplicada na engenharia, já que uma variação na pressão intersticial da água afeta somente a sucção mátrica e o princípio das tensões efetivas de Terzaghi é restabelecido na saturação.

Fredlund et al. (1978) propõem a equação (2.10) onde se considera o parâmetro ϕ^b que quantifica o acréscimo da resistência com o aumento da sucção, esse acréscimo é expresso em termos de aumento da coesão como apresentado a seguir:

$$c^* = c' + (u_a - u_w) \tan \phi^b \quad (2.10)$$

em que c^* é a coesão aparente.

Então a equação de resistência de acordo com o critério de Mohr-Coulomb para solos não saturados pode ser escrita como a seguir:

$$\tau = c' + (\sigma - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w) \tan \phi^b \quad (2.11)$$

Quando se comparam as equações (2.8) e (2.10) percebe-se que as proposições de Bishop (1959) e Fredlund et al. (1978), apesar de serem essencialmente diferentes em suas conceituações teóricas, resultam em equações de resistência equivalentes (de Campos, 1997). Destas equações pode-se demonstrar que:

$$\tan \phi^b = \chi \tan \phi' \quad (2.12)$$

Fredlund et al. (1978) consideraram ϕ^b constante, mas diversos autores observaram a não linearidade do ϕ^b (de Campos e Carrillo, 1995; Texeira e Vilar, 1997).

Segundo de Campos (1997), na prática, a determinação de χ é mais complexa que a de ϕ^b , por isso a equação (2.10) é a mais empregada atualmente para a avaliação da resistência ao cisalhamento de solos não saturados.

A figura (2.7) mostra a envoltória de resistência num plano tridimensional. Fredlum et al. (1978) conclui que a envoltória é um plano que intercepta o eixo de tensão cisalhante interceptando a coesão, o plano tem ângulo de atrito ϕ e ϕ^b com relação aos eixos $(\sigma - u_a) \times (u_a - u_w)$.

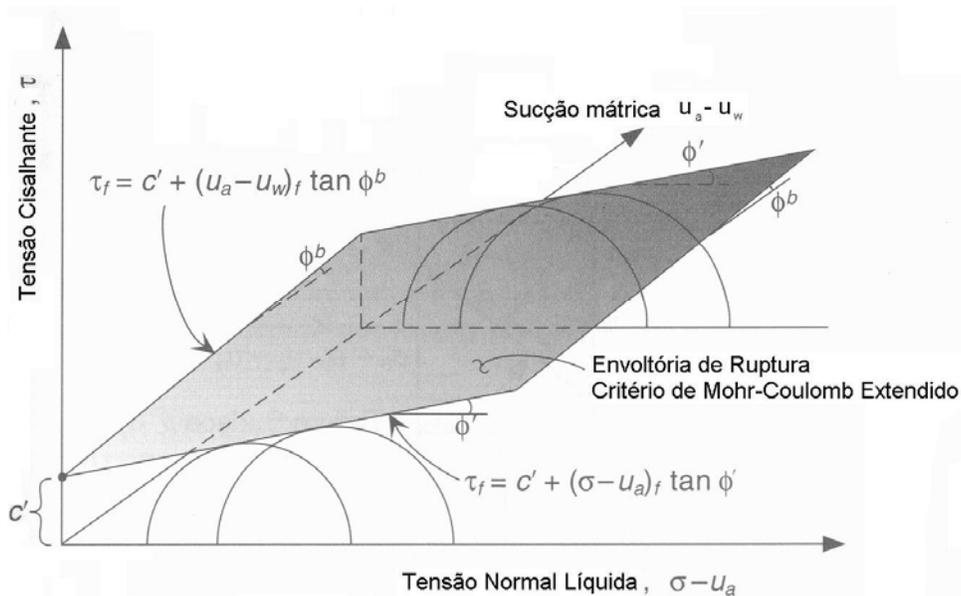


Figura 2.7- Envoltória tridimensional de resistência para solos não saturados (adaptado de Lu e Likos, 2004).