

2

Posto Reduzido

Em muitas situações os sinais discretos a serem processados pelos receptores de um sistema de transmissão digital possuem um elevado número de elementos, requerendo com o uso de técnicas convencionais o processamento de conjuntos (vetores) com um número bastante elevado de amostras. O objetivo maior aqui consiste, portanto, na redução da complexidade computacional e/ou tempo de convergência dos algoritmos voltados para os procedimentos de equalização/detecção em sistemas com um grande número de componentes, sem perda apreciável no desempenho final do receptor. Este tipo de processamento pertence a classe dos processamentos com redução de posto, e aqui ele é promovido por meio de dois estágios iniciais, o estágio de interpolação e o estágio de decimação do vetor original.

No início são descritos os princípios básicos da estrutura de posto reduzido e posteriormente são propostas algumas estratégias para o dimensionamento dos estágios de interpolação e decimação no bloco de posto reduzido.

2.1

Processamento de Posto Reduzido

Os princípios básicos da estrutura do bloco de posto reduzido são detalhados nesta seção.

O processo de reduzir a dimensão do vetor recebido é constituído por dois blocos, o estágio de interpolação e o estágio de decimação, conforme o diagrama da Figura 2.1.

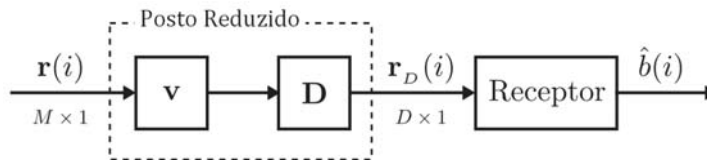


Figura 2.1: Diagrama do Posto Reduzido

Considere uma observação vetorial $\mathbf{r}(i)$ de tamanho $M \times 1$ expressa na forma:

$$\mathbf{r}(i) = b(i) \mathbf{s} + \mathbf{i}(i) + \mathbf{n}(i) \quad (2-1)$$

onde, $b(i)$ é uma variável aleatória complexa de média nula ($\mathbb{E}[b] = 0$) que corresponde ao ponto da constelação de sinais associado ao i -ésimo símbolo transmitido pelo usuário desejado e $\mathbf{s}$ é o vetor que representa a assinatura do usuário desejado (assinatura efetiva). O vetor de ruído $\mathbf{n}(i) = [n_1(i) \dots n_M(i)]^T$ é complexo gaussiano, com $\mathbb{E}[\mathbf{n}(k)\mathbf{n}(i)^H] = \sigma_n^2 \mathbf{I}$, onde $(.)^T$ e $(.)^H$ denotam os operadores transposto e Hermitiano transposto, respectivamente e $\mathbb{E}[\cdot]$ expressa o valor esperado. O vetor $\mathbf{i}(i)$ representa a interferência que depende do sistema e pode incluir interferência de múltiplo acesso (IMA), interferência entre símbolos (*intersymbol interference* - ISI), ou seja, tudo aquilo que no vetor recebido, não corresponda a informação do sinal desejado ou ruído. Considera-se aqui que os vetores $b(i) \mathbf{s}$, $\mathbf{i}(i)$, e $\mathbf{n}(i)$ são estatisticamente independentes.

O bloco de interpolação consiste na filtragem do vetor de observação $\mathbf{r}^1$ por um filtro de pesos representados pelo vetor $\mathbf{v}$ de tamanho $L_v \times 1$ ($L_v \ll M$), cuja função é gerar maior correlação entre as componentes do vetor $\mathbf{r}$ antes do processo de decimação. O bloco decimador $\mathbf{D}$ seleciona uma parcela das componentes do vetor interpolado, reduzindo sua dimensão por um fator F . Por conseguinte o comprimento final do vetor observado depois de passar pelo bloco de posto reduzido é de $\lfloor M/F \rfloor = D$, onde $\lfloor x \rfloor$ representa o maior inteiro menor ou igual a x . A operação de decimação pode ser implementada por meio da matriz $\mathbf{D}$ com dimensão $D \times M$, expressa por

$$\mathbf{D}_l = \underbrace{\left(\begin{array}{cccccccccccc} 0 & \dots & \overbrace{1}^{l^{th}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)}_M \Bigg\} M/F \quad (2-2)$$

A matriz $\mathbf{D}$ contém apenas um componente 1 por linha, cuja posição indica qual componente do vetor permanecerá após decimação. O índice l representa a posição a partir da qual começa a decimação ou *offset* da decimação, ou seja, a posição daquela que será a primeira componente do vetor reduzido. No caso de decimação uniforme, por exemplo, se pretende-se reduzir o vetor por um fator F , existem F possíveis padrões de decimação identificados pelo índice l de forma tal que, pode-se tomar as componentes nas posições $l, F + l, 2F + l \dots$, para $l = 1, 2, \dots, F$.

¹Para não carregar excessivamente a notação, o índice de tempo i , em $\mathbf{r}(i)$, $\mathbf{i}(i)$, $\mathbf{n}(i)$ e similares, serão suprimidos, sem perda de generalidade.

Na saída do bloco de posto reduzido tem-se como resultado um vetor de observação reduzido $\mathbf{r}_D$ que pode ser expresso na forma

$$\mathbf{r}_D = \mathbf{D}\mathbf{V}\mathbf{r} \quad (2-3)$$

$$\begin{aligned} &= \mathbf{D}\mathbf{V}(b\mathbf{s} + \mathbf{i} + \mathbf{n}) \\ &= b\mathbf{s}_D + \mathbf{i}_D + \mathbf{n}_D \end{aligned} \quad (2-4)$$

onde a matriz de convolução $\mathbf{V}$ é a matriz *toeplitz*² do vetor $\mathbf{v}$ que implementa a convolução discreta deste vetor com o vetor de observação $\mathbf{r}$.

A equação (2-3) permite deduzir que a operação feita pelo bloco de posto reduzido pode ser representada por uma matriz de redução $\mathbf{X}_D$ de dimensão $D \times M$ constituída por $\mathbf{X}_D = \mathbf{D}\mathbf{V}$. Além disso, considerando a propriedade comutativa da convolução, e possível reescrever a equação (2-3) como

$$\mathbf{r}_D = \mathbf{D}\mathbf{R}\mathbf{v} \quad (2-5)$$

onde $\mathbf{R}$ é a matriz *toeplitz* que tem na primeira coluna o vetor $\mathbf{r}$ concatenado com zeros. Do mesmo modo, a assinatura reduzida do usuário desejado e o vetor de ruído reduzido podem ser expressos por

$$\mathbf{s}_D = \mathbf{D}\mathbf{S}\mathbf{v} \quad (2-6)$$

$$\mathbf{n}_D = \mathbf{D}\mathbf{N}\mathbf{v} \quad (2-7)$$

sendo $\mathbf{S}$ e $\mathbf{N}$ matrizes *toeplitz* dos vetores $\mathbf{s}$ e $\mathbf{n}$ respectivamente.

Se o espaçamento entre as componentes preservadas na decimação do vetor $\mathbf{r}$ em (2-5) for maior ou igual a memória, $L_v - 1$, do filtro interpolador, então o vetor de ruído na saída do estágio de posto reduzido permanece branco. No caso de decimação uniforme esta condição é satisfeita para um fator de decimação $F \geq L_v - 1$ ou seja $L_v \leq F + 1$.

2.2

Dimensionamento do Posto Reduzido

Esta seção propõe algumas estratégias para o dimensionamento dos estágios de interpolação e decimação no bloco de posto reduzido desenvolvido na Seção 2.1. O objetivo aqui é a redução da complexidade computacional

²A matriz Toeplitz é uma matriz em que cada diagonal descendente da esquerda para a direita tem valor constante. Ela é utilizada amplamente para implementar a convolução entre dois vetores através da multiplicação da matriz Toeplitz de um dos vetores pelo outro. A matriz toeplitz de um vetor para fins de convolução é criada preenchendo a primeira coluna da matriz com o vetor e completando a coluna com zeros até obter-se o comprimento resultante da convolução desejado. Basta uma coluna para se construir a matriz, já que cada coluna é construída a partir da anterior deslocando-se os elementos para a linha de baixo, sendo que o último elemento da coluna anterior é eliminado da nova coluna.

dos procedimentos de equalização e detecção advindas do processamento no receptor de vetores com um grande número de componentes, sem perda apreciável de desempenho.

2.2.1

Esquema A: Maximizar a Razão Sinal-Ruído na saída do Estágio de Redução de Posto

Supõe-se aqui que a assinatura $\mathbf{s}$ do usuário desejado é conhecida³. A razão sinal-ruído (*signal-to-noise ratio*, SNR) na saída do estágio de redução de posto, é expressa por:

$$\begin{aligned} SNR &= \frac{\mathbb{E}[\|b\mathbf{s}_D\|^2]}{\mathbb{E}[\|\mathbf{n}_D\|^2]} \\ &= \frac{\mathbb{E}[|b|^2] \|\mathbf{s}_D\|^2}{\mathbb{E}[\|\mathbf{n}_D\|^2]} \\ &= \frac{\delta \|\mathbf{s}_D\|^2}{\mathbb{E}[\|\mathbf{n}_D\|^2]} \end{aligned} \quad (2-8)$$

onde $\delta = \mathbb{E}[|b|^2]$. Por outro lado $\mathbf{n}_D$ corresponde à sequência de ruído branco filtrada por $\mathbf{v}$ e decimada. A variancia dos componentes do ruído filtrado é portanto dada por $\sigma_n^2 \|\mathbf{v}\|^2$. Como $\mathbf{n}_D$ contém D destas componentes, tem-se que

$$\mathbb{E}[\|\mathbf{n}_D\|^2] = D\sigma_n^2 \|\mathbf{v}\|^2 \quad (2-9)$$

substituindo (2-9) em (2-8) obtém-se:

$$SNR = \frac{\delta \|\mathbf{s}_D\|^2}{D\sigma_n^2 \|\mathbf{v}\|^2} \quad (2-10)$$

O objetivo agora é descobrir conjuntamente o filtro $\mathbf{v}^*$ e o padrão de decimação $\mathbf{D}^*$ que maximizem a relação sinal-ruído dada pela equação (2-10). De início, restringe-se o problema a encontrar o filtro $\mathbf{v}_l^*$ que maximiza a relação sinal ruído da equação (2-10), dado o padrão de decimação, ou seja, fixada a matriz $\mathbf{D}_l$ escolhe-se $\mathbf{v}_l$ tal que

³A assinatura do usuário pode ser estimada por meio de diferentes métodos assistidos ou cegos, e sua obtenção não é foco de discussão nesta dissertação. Como alternativa, entretanto, uma estimação da assinatura de forma assistida foi incluída nos procedimentos das estratégias onde ela é necessária.

$$\begin{aligned}
\mathbf{v}_l^* &= \arg \max_{\mathbf{v}} \frac{\delta \|\mathbf{s}_D\|^2}{D\sigma_n^2 \|\mathbf{v}\|^2} \\
&= \arg \max_{\mathbf{v}} \frac{\|\mathbf{s}_D\|^2}{\|\mathbf{v}\|^2}
\end{aligned} \tag{2-11}$$

mas no numerador de (2-11), o quadrado da norma da assinatura reduzida pode ser expresso na forma

$$\begin{aligned}
\|\mathbf{s}_D\|^2 &= \|\mathbf{D}_l \mathcal{S} \mathbf{v}\|^2 \\
&= \mathbf{v}^H \mathcal{S}^H \mathbf{D}_l^H \mathbf{D}_l \mathcal{S} \mathbf{v} \\
&= \mathbf{v}^H \mathbf{A}_l \mathbf{v}
\end{aligned} \tag{2-12}$$

onde $\mathbf{A}_l$ de dimensão $L_v \times L_v$ é a matriz simétrica não-negativa definida dada por

$$\mathbf{A}_l = \mathcal{S}^H \mathbf{D}_l^H \mathbf{D}_l \mathcal{S} \tag{2-13}$$

Substituindo a expressão (2-12) em (2-11) obtém-se:

$$\begin{aligned}
\mathbf{v}_l^* &= \arg \max_{\mathbf{v}} \frac{\mathbf{v}^H \mathbf{A}_l \mathbf{v}}{\|\mathbf{v}\|^2} \\
&= \arg \max_{\mathbf{v}} \bar{\mathbf{v}}^H \mathbf{A}_l \bar{\mathbf{v}}
\end{aligned} \tag{2-14}$$

onde $\bar{\mathbf{v}}$ é o filtro $\mathbf{v}$ normalizado para comprimento unitário.

O filtro $\mathbf{v}_l$ que maximiza a forma quadrática em (2-14) é o autovetor normalizado associado ao maior autovalor $\lambda_{\max,l}$ da matriz $\mathbf{A}_l$.

Tem-se assim que

$$\lambda_{\max,l} = \bar{\mathbf{v}}_l^{*H} \mathbf{A}_l \bar{\mathbf{v}}_l^* \tag{2-15}$$

e portanto, a SNR na saída do estágio de posto reduzido é proporcional a $\lambda_{\max,l}$.

Pode ser verificado ainda que o produto $\mathbf{D}_l^H \mathbf{D}_l$ em (2-13) pode ser expresso por

$$\mathbf{D}_l^H \mathbf{D}_l = \text{diag}(\mathbf{p}_l) \tag{2-16}$$

onde o operador $\text{diag}(\mathbf{p})$ representa a matriz diagonal cujos elementos não nulos são iguais aos elementos de $\mathbf{p}$. O vetor de pesos $\mathbf{p}_l$ identifica o padrão de decimação e assume o valor 0 nas posições correspondentes às componentes

do vetor a serem decimadas e 1 naquelas que serão conservadas. Como $diag(\mathbf{p}_l) = diag^2(\mathbf{p}_l)$, tem-se que

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_l &= \mathbf{S}^H diag(\mathbf{p}_l) \mathbf{S} \\ &= \mathbf{S}^H (diag(\mathbf{p}_l))^H (diag(\mathbf{p}_l)) \mathbf{S}\end{aligned}\quad (2-17)$$

Assim, se $\mathbf{U}_l = (diag(\mathbf{p}_l)) \mathbf{S}$ então:

$$\mathbf{A}_l = \mathbf{U}_l^H \mathbf{U}_l \quad (2-18)$$

e a complexidade das operações para calcular a matriz $\mathbf{A}_l$ é reduzida.

O procedimento adotado para o dimensionamento do estágio de redução de posto de acordo com o Esquema A é composto pelos seguintes passos

1. Estimar a assinatura efetiva do usuário desejado:

$$\hat{\mathbf{s}}[j] = \alpha \hat{\mathbf{s}}[j-1] + \mathbf{r}[j] b^*[j] \quad (2-19)$$

onde α é o fator de esquecimento com valor entre $0 < \alpha < 1$.

2. Determinar a matriz *toeplitz* $\hat{\mathbf{S}}[j]$ do vetor $\hat{\mathbf{s}}[j]$.
3. Obter a matriz A_l dada por (2-13)

$$\hat{\mathbf{A}}_l[j] = \hat{\mathbf{S}}^H[j] diag(\mathbf{p}_l) \hat{\mathbf{S}}[j] \quad (2-20)$$

4. Determinar o autovetor associado ao maior autovalor de $\hat{\mathbf{A}}_l[j]$ e atribuí-lo a $\mathbf{v}_l^*$.

Obtém-se o melhor padrão de decimação $\mathbf{D}^*$ conjuntamente com o melhor filtro de interpolação $\mathbf{v}^*$ através do teste entre os possíveis padrões de decimação selecionados e comparação dos autovalores máximos associados a $\hat{\mathbf{A}}_l[j]$ para cada l . O padrão $\mathbf{D}_l$ de decimação para o qual obtém-se o maior autovalor é escolhido como ótimo, $\mathbf{D}^*$.

O pseudo-código deste método de otimização do par filtro interpolador/padrão de decimação é apresentado a seguir.

Algoritmo 2.1: Esquema A, otimização conjunta do $\mathbf{D}$ e $\mathbf{v}$

```

1  $\lambda_{max} = 0;$ 
2 for  $l = 1$  to  $F$  do
3     determine a estimativa  $\hat{\mathbf{s}}[j]$  conforme a equação (2-19);
4     determine a matriz toeplitz  $\hat{\mathbf{S}}[j]$  ;
5     determine o maior autovetor associado o maior autovalor de
       $\hat{\mathbf{A}}_l[j];$ 
6      $\lambda_l \leftarrow$  maior autovalor de  $\hat{\mathbf{A}}_l[j];$ 
7      $\mathbf{v}_l \leftarrow$  autovetor associado a  $\lambda_l;$ 
8     if  $\lambda_l > \lambda_{max}$  then
9          $\lambda_{max} = \lambda_l;$ 
10         $\mathbf{v}^* = \mathbf{v}_l;$ 
11         $\mathbf{l}^* = l;$ 

```

2.2.2**Esquema B: Maximizar a razão sinal-ruído mais interferência na saída do estágio de redução de posto**

Esta estratégia de dimensionamento visa determinar o par filtro interpolador/padrão de decimação que maximiza a razão entre a energia do sinal desejado e a dos sinais espúrios (interferência e ruído) presentes na saída do estágio de redução de posto. Assim, procura-se descobrir conjuntamente o filtro $\mathbf{v}^*$ (ótimo) e o padrão de decimação $\mathbf{D}^*$ que maximiza a SNIR (*Signal-to-Noise plus Interference Ratio*).

A razão sinal-ruído mais interferência para o caso em estudo é dada por:

$$\text{SNIR}_D = \frac{\delta \|\mathbf{s}_D\|^2}{\mathbb{E} [\|\mathbf{i}_D + \mathbf{n}_D\|^2]} \quad (2-21)$$

Do mesmo modo que para o Esquema A, restringe-se este problema a encontrar o filtro $\mathbf{v}^*$ que maximiza a SNIR_D da equação (2-21), dado o padrão de decimação. Ou seja, fixada a matriz $\mathbf{D}_l$ escolhe-se o filtro $\mathbf{v}_l$ tal que

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_l^* &= \arg \max_{\mathbf{v}} \frac{\delta \|\mathbf{s}_D\|^2}{\mathbb{E} [\|\mathbf{i}_D + \mathbf{n}_D\|^2]} \\ &= \arg \max_{\mathbf{v}} \frac{\|\mathbf{s}_D\|^2}{\mathbb{E} [\|\mathbf{i}_D + \mathbf{n}_D\|^2]} \end{aligned} \quad (2-22)$$

mas resolver o problema descrito em (2-22), é equivalente a determinar

$$\mathbf{v}_l^* = \arg \max_{\mathbf{v}} \frac{\|\mathbf{s}_D\|^2}{\mathbb{E}[\|\mathbf{r}_D\|^2]} \quad (2-23)$$

uma vez que:

$$\begin{aligned} \frac{\mathbb{E}[\|\mathbf{r}_D\|^2]}{\delta \|\mathbf{s}_D\|^2} &= \frac{\mathbb{E}[\|b\mathbf{s}_D + \mathbf{i}_D + \mathbf{n}_D\|^2]}{\delta \|\mathbf{s}_D\|^2} \\ &= \frac{\delta \|\mathbf{s}_D\|^2 + \mathbb{E}[\|\mathbf{i}_D + \mathbf{n}_D\|^2]}{\delta \|\mathbf{s}_D\|^2} \\ &= 1 + \frac{1}{\text{SNIR}_D} \end{aligned} \quad (2-24)$$

Assim, maximizar SNIR_D é equivalente a minimizar a razão $\frac{\mathbb{E}[\|\mathbf{r}_D\|^2]}{\|\mathbf{s}_D\|^2}$ ou maximizar a sua recíproca.

O numerador da fracção em (2-23) pode ser expresso na forma de (2-12). Por outro lado, considerando-se (2-5), tem-se que

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\|\mathbf{r}_D\|^2] &= \mathbb{E}[\|\mathbf{D}_l \mathbf{v} \mathbf{r}\|^2] \\ &= \mathbb{E}[\|\mathbf{D}_l \mathbf{R} \mathbf{v}\|^2] \\ &= \mathbf{v}^H \mathbb{E}[\mathbf{R}^H \mathbf{D}_l^H \mathbf{D}_l \mathbf{R}] \mathbf{v} \\ &= \mathbf{v}^H \mathbf{B}_l \mathbf{v} \end{aligned} \quad (2-25)$$

onde a matriz hermitiana simétrica e não-negativa $\mathbf{B}_l$ de dimensão $L_v \times L_v$ é dada por

$$\mathbf{B}_l = \mathbb{E}[\mathbf{R}^H \mathbf{D}_l^H \mathbf{D}_l \mathbf{R}]. \quad (2-26)$$

Então, o problema de maximização em (2-23), levando em conta (2-12) e (2-25), pode ser escrito como:

$$\mathbf{v}_l^* = \arg \max_{\mathbf{v}} f_l(\mathbf{v}) \quad (2-27)$$

onde $f_l(\mathbf{v})$ é definida por

$$f_l(\mathbf{v}) = \frac{\mathbf{v}^H \mathbf{A}_l \mathbf{v}}{\mathbf{v}^H \mathbf{B}_l \mathbf{v}} = \mathbf{v}^H \mathbf{A}_l \mathbf{v} (\mathbf{v}^H \mathbf{B}_l \mathbf{v})^{-1}. \quad (2-28)$$

Para obter os pontos críticos da função $f_l(\mathbf{v})$ determina-se o seu gradiente

$$\nabla_{\mathbf{v}} \cdot f_l(\mathbf{v}) = -\mathbf{v}^H \mathbf{A}_l \mathbf{v} (\mathbf{v}^H \mathbf{B}_l \mathbf{v})^{-2} \mathbf{B}_l \mathbf{v} + (\mathbf{v}^H \mathbf{B}_l \mathbf{v})^{-1} \mathbf{A}_l \mathbf{v},$$

os valores de $\mathbf{v}$ que anulam o gradiente devem satisfazer

$$-\frac{(\mathbf{v}^H \mathbf{A}_l \mathbf{v}) \mathbf{B}_l \mathbf{v}}{(\mathbf{v}^H \mathbf{B}_l \mathbf{v})^2} + \frac{(\mathbf{v}^H \mathbf{B}_l \mathbf{v}) \mathbf{A}_l \mathbf{v}}{(\mathbf{v}^H \mathbf{B}_l \mathbf{v})^2} = 0 \quad (2-29)$$

ou ainda

$$\begin{aligned} -(\mathbf{v}^H \mathbf{A}_l \mathbf{v}) \mathbf{B}_l \mathbf{v} + (\mathbf{v}^H \mathbf{B}_l \mathbf{v}) \mathbf{A}_l \mathbf{v} &= 0 \\ (\mathbf{v}^H \mathbf{B}_l \mathbf{v}) \mathbf{A}_l \mathbf{v} &= (\mathbf{v}^H \mathbf{A}_l \mathbf{v}) \mathbf{B}_l \mathbf{v} \\ \mathbf{A}_l \mathbf{v} &= \frac{(\mathbf{v}^H \mathbf{A}_l \mathbf{v})}{(\mathbf{v}^H \mathbf{B}_l \mathbf{v})} \mathbf{B}_l \mathbf{v} \\ \mathbf{A}_l \mathbf{v} &= \lambda \mathbf{B}_l \mathbf{v} \end{aligned} \quad (2-30)$$

onde λ em (2-30) é o escalar dado por:

$$\lambda = \frac{(\mathbf{v}^H \mathbf{A}_l \mathbf{v})}{(\mathbf{v}^H \mathbf{B}_l \mathbf{v})} \quad (2-31)$$

Suponha agora que existe um vetor $\mathbf{v}$ que satisfaça (2-30) e que a matriz $\mathbf{B}_l$ tem inversa. Então, $\mathbf{v}$ tem que satisfazer

$$\mathbf{F}_l \mathbf{v} = \lambda \mathbf{v} \quad (2-32)$$

onde

$$\mathbf{F}_l = \mathbf{B}_l^{-1} \mathbf{A}_l \quad (2-33)$$

Ou seja, $\mathbf{v}$ tem que ser um autovetor da matriz $\mathbf{F}_l$ em (2-33). Por outro lado, como de (2-31) tem-se que $\lambda = f_l(\mathbf{v})$, o vetor $\mathbf{v}$ que maximiza $f_l(\mathbf{v})$ deve corresponder ao maior autovalor de $\mathbf{F}_l$. Tem-se assim que o filtro $\mathbf{v}_l$ que maximiza SNIR_D é o autovetor associado ao maior autovalor $\lambda_{\max, l}$ da matriz $\mathbf{F}_l$ e $f_l(\mathbf{v}_l^*) = \lambda_{\max, l}$.

O procedimento adotado para o dimensionamento do estágio de redução de posto de acordo com o Esquema B é composto pelos seguintes passos

1. Estimação da matriz $\mathbf{B}_l$

$$\hat{\mathbf{B}}_l[j] = \alpha \hat{\mathbf{B}}_l[j-1] + \mathcal{R}^H[j] \text{diag}(\mathbf{p}_l) \mathcal{R}[j] \quad (2-34)$$

onde $\mathcal{R}[j]$ é a matriz *toeplitz* do j -ésimo vetor recebido.

2. Estimar a assinatura do usuário desejado $\hat{\mathbf{s}}[j]$ de acordo com (2-19).
3. Determinar a matriz *toeplitz* $\hat{\mathcal{S}}[j]$ do vetor $\hat{\mathbf{s}}[j]$.
4. Calcular $\hat{\mathbf{A}}_l[j]$ de acordo com (2-20).
5. Obter a matriz $\hat{\mathbf{F}}_l[j] = \hat{\mathbf{B}}_l^{-1}[j] \hat{\mathbf{A}}_l[j]$.

6. Determinar o autovetor associado ao maior autovalor de $\hat{\mathbf{F}}_l[j]$ e atribuí-lo a $\mathbf{v}_l^*$.

Obtém-se o melhor padrão de decimação $\mathbf{D}^*$ conjuntamente com o melhor filtro de interpolação $\mathbf{v}^*$ através de teste entre os possíveis padrões de decimação selecionados e comparação dos autovalores máximos associados a $\hat{\mathbf{F}}_l[j]$ para cada l . O padrão $\mathbf{D}_l$ de decimação para o qual obtém-se o maior autovalor é escolhido como ótimo, $\mathbf{D}^*$.

O pseudo-código deste método de otimização do par filtro interpolador/padrão de decimação é apresentado a seguir.

Algoritmo 2.2: Esquema B, otimização conjunta do $\mathbf{D}$ e $\mathbf{v}$

```

1   $\lambda_{max} = 0;$ 
2  for  $l = 1$  to  $F$  do
3      estime conforme a equação (2-34) a matriz  $\hat{\mathbf{B}}_l[j]$  ;
4      estime  $\hat{\mathbf{s}}[j]$  pela equação (2-19) ;
5      calcule a matriz toeplitz  $\hat{\mathbf{S}}[j]$  ;
6      determine a matriz  $\hat{\mathbf{F}}_l$  a través da equação (2-33);
7      calcule o maior autovetor associado ao maior autovalor de  $\hat{\mathbf{F}}_l[j]$  ;
8       $\lambda_l \leftarrow$  maior autovalor de  $\hat{\mathbf{F}}_l[j]$ ;
9       $\mathbf{v}_l \leftarrow$  autovetor associado a  $\lambda_l$ ;
10     if  $\lambda_l > \lambda_{max}$  then
11          $\lambda_{max} = \lambda_l;$ 
12          $\mathbf{v}^* = \mathbf{v}_l;$ 
13          $\mathbf{l}^* = l;$ 

```

Quando comparado ao Esquema A, o procedimento de dimensionamento associado ao Esquema B é mais complexo, uma vez que requer a estimação da matriz, $L_v \times L_v$, $\mathbf{B}$ e a inversão desta matriz, ressalte-se entretanto que os valores de L_v utilizados são, em geral, pequenos e portanto B tem dimensão reduzida. Por outro lado, o Esquema B leva em consideração a presença da interferência, o que conduz a um ganho no desempenho do sistema, ganho este tanto maior quanto maior for a razão interferência-ruído no sinal recebido. Quando o ruído predomina sobre a interferência o desempenho de ambas estratégias é similar e o uso do Esquema A, mais simples, é mais vantajoso.