



João Paulo de Castro Antunes

**Mercado Futuro Brasileiro de Boi-Gordo: Uma
Abordagem por Modelos de Fatores no Estudo
de uma Proxy para o Convenience Yield**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica da PUC-Rio como requisito parcial
para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Cristiano Augusto Coelho Fernandes

Co-Orientador: Prof. Marco Aurélio dos Santos Sanfins

Rio de Janeiro
Agosto de 2012



João Paulo de Castro Antunes

**Mercado Futuro Brasileiro de Boi-Gordo: Uma
Abordagem por Modelos de Fatores no Estudo
de uma Proxy para o Convenience Yield**

Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de
Engenharia Elétrica do Centro Técnico Científico da PUC-
Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo
assinada.

Prof. Cristiano Augusto Coelho Fernandes
Orientador

Departamento de Engenharia Elétrica – PUC-Rio

Prof. Marco Aurélio dos Santos Sanfins
Co-Orientador
UFF

Prof. Luciano Vereda Oliveira
UFF

Prof. Paulo Henrique Soto Costa
UERJ

Prof. José Eugenio Leal
Coordenador Setorial do Centro
Técnico Científico

Rio de Janeiro, 24 de agosto de 2012

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

João Paulo de Castro Antunes

Graduou-se em Matemática pela Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro em 2009. Participou de seminários e cursos relacionados às áreas de modelos de modelos de regressão e modelos de séries temporais.

Ficha Catalográfica

Antunes, João Paulo de Castro

Mercado futuro brasileiro de boi-gordo: uma abordagem por modelos de fatores no estudo de uma proxy para o convenience yield / João Paulo de Castro Antunes ; orientador: Cristiano Augusto Coelho Fernandes ; co-orientador: Marco Aurélio dos Santos Sanfins. – 2012.

84 f. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica, 2012.

Inclui bibliografia

1. Engenharia elétrica – Teses. 2. Convenience yield. 3. Commodities agrícolas. 4. Modelo de fatores. I. Fernandes, Cristiano Augusto Coelho. II. Sanfins, Marco Aurélio dos Santos. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. IV. Título.

CDD: 621.3

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador, Cristiano Augusto Coelho Fernandes, pelos ensinamentos, pela paciência e pela disposição em discutir este trabalho.

Ao meu co-orientar Marco Aurélio Sanfins, pelas contribuições e sugestões fundamentais na concepção deste estudo.

Aos membros da banca examinadora, pelas críticas e sugestões.

A todos os funcionários da PUC-Rio, pelos serviços prestados sempre com ânimo e qualidade.

Aos meus colegas da PUC-Rio que durante este mestrado se tornaram grandes amigos, em especial a Erika Victorina que sorriu comigo dos momentos engraçados e dos momentos mais difíceis.

Aos meus amigos da UFRRJ que foram minha família no Rio de Janeiro durante a graduação e não me abandonaram no mestrado, em especial ao Fábio, Cristiano, Marcos e suas famílias.

A todos os meus amigos e familiares.

Aos meus pais José Gilberto e Fátima Inês que foram os meus maiores professores, que me ensinaram a ser quem eu sou e me mostraram o amor incondicional.

Aos meus irmãos Pedro, Felipe e José Henrique que estiveram mesmo de longe sempre torcendo por mim.

Ao CNPq e FAPERJ pelo apoio financeiro.

Resumo

Antunes, João Paulo de Castro; Fernandes, Cristiano Augusto Coelho (Orientador); Sanfins, Marco Aurélio dos Santos (Co-orientador). **Mercado Futuro Brasileiro de boi-gordo: Uma abordagem por modelos de fatores no estudo de uma proxy para o convenience yield.** Rio de Janeiro, 2012. 84p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O mercado internacional tem sido o foco principal do estudo do *convenience yield* dos contratos de commodities agrícolas. Em geral, abordagens por meio de modelos de equilíbrio vêm sendo utilizadas para modelar o *convenience yield*. Esta dissertação propõe de forma pioneira, utilizar modelos de fatores, originalmente propostos por Nelson e Siegel (1987) para a taxa de juros, com o intuito de modelar uma *proxy do convenience yield* dos contratos futuros de boi gordo negociados na BM&F-Bovespa. Este trabalho também apresenta uma síntese dos modelos propostos na literatura para ativos financeiros e agropecuários bem como a estrutura de negociação dos contratos futuros de commodities agrícolas na BM&F.

Palavras-chave

Convenience yield; commodities agrícolas; modelo de fatores.

Abstract

Antunes, João Paulo de Castro; Fernandes, Cristiano Augusto Coelho (Advisor); Sanfins, Marco Aurélio dos Santos (Co-advisor). **The Brazilian cattle futures market: a study of a proxy for the convenience yield using a factor model**. Rio de Janeiro, 2012. 84p. MSc. Dissertation - Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

International Market has been the principal focus on the convenience yield study of the agricultural commodities contracts. In general, approaches using equilibrium models have been used to model the convenience yield. This paper proposes, for the first, using factor models, originally proposed by Nelson and Siegel (1987) for the interest rate, in order to model the a proxy of convenience yield of live cattle futures contracts traded on the Bovespa-BM&F. This work also presents a summary of the models proposed in the literature for financial assets and commodities as well as the structure of futures trading in agricultural commodities for BM&F.

Keywords

Convenience yield; agricultural commodities; factor models.

Sumário

1. Introdução	12
2. Formação dos preços no mercado futuro	15
2.1. Introdução	15
2.2. Mercado futuro da taxa de juros	16
2.2.1. Título zero-cupom e taxa de juros	16
2.2.2. Teorias de formação da estrutura a termo da taxa de juros (ETTJ)	18
2.2.3. Precificação dos títulos	18
2.3. Mercado de <i>commodities</i> agrícolas	21
2.3.1. Os mercados	21
2.3.2. Teorias de formação de preços no mercado futuro de <i>commodities</i>	22
2.3.3. Precificação de <i>commodities</i> agrícolas Mercado sem fricção	25
3. Mercado futuro brasileiro de <i>commodities</i> agrícolas	29
3.1. Introdução	29
3.2. Características de negociação no mercado futuro	30
3.2.1. Os agentes do mercado futuro	31
3.2.2. A liquidação dos contratos	33
3.2.3. O preço de ajuste	34
3.2.4. Exemplo de negociação	35
3.3. Os contratos de <i>commodities</i> agrícolas	36
3.3.1. Boi gordo	38
3.3.2. Indicadores Esalq/BM&F	41
4. Tipologia dos modelos de apreçamento em finanças	44
4.1. Introdução	44
4.2. Modelos para <i>commodities</i> agrícolas	45
4.2.1. Modelo com uma variável de estado	45
4.2.2. Modelos com duas variáveis de estado	45
4.2.3. Modelos com três variáveis de estado	46
4.3. Modelos para ativos financeiros (taxa de juros)	46
4.3.1. Modelos de equilíbrio	46
4.3.2. Modelos de não arbitragem	47
4.3.3. Modelos de interpolação	47
4.3.4. Modelos de fatores	48
5. Modelo de fatores para <i>commodities</i> agrícolas	57
5.1. Introdução	57
5.2. O modelo proposto	57
5.3. Estrutura do modelo	58

6. Resultados	61
6.1. Base de dados	61
6.2. Análise descritiva dos dados	63
6.3. <i>Proxy do convenience yield</i> : Análise de Componentes Principais	67
6.4. <i>Proxy do convenience yield</i> : Modelo de Fatores	67
6.4.1 Primeiro passo: Estimando os parâmetros	69
6.4.2. Segundo passo: Análise das séries temporais	73
6.5. O problema da BM&F	76
 7. Considerações Finais	 80
 Referências bibliográficas	 82

Lista de Figuras

Figura 2.1: Série dos preços futuros de petróleo bruto (LSCO), 1989-2008, Lautier (2009).	24
Figura 3.1: Número de contratos negociados e volume financeiro entre os anos de 2007 à 2011. Fonte: BM&F.	37
Figura 3.2: Evolução do número de contratos abertos e o número de contratos negociados para cada mês do ano de 2011. Fonte: BM&F.	37
Figura 3.3: Negociação de contratos futuros de commodities agrícolas na BM&F. Fonte: BM&F.	38
Figura 3.4: Número de contratos negociados de boi gordo e seu volume financeiro entre os anos de 2007 à 2011. Fonte: BM&F	39
Figura 3.5: Evolução do número de contratos abertos e o número de contratos negociados de boi gordo para cada mês do ano de 2011. Fonte: BM&F	40
Figura 3.6: Série diária do indicador ESALQ/BMF para a arroba do boi gordo no período entre 01/08/1997 e 25/01/2012. Fonte: BM&F.	43
Figura 4.1: Pesos dos componentes principais do <i>treasury bonds</i> do mercado americano. Fonte: Litterman e Scheinkman (1991).	51
Figura 6.1: <i>Proxy do convenience yield</i> do boi gordo no período de 01/03/2006 à 01/03/2012.	63
Figura 6.2: Série temporal das maturidades do <i>proxy do convenience yield</i> no período de 01/03/2006 à 01/03/2012	65
Figura 6.3: ACP do <i>proxy do convenience yield</i> do boi gordo	66
Figura 6.4: Pesos da ACP da <i>proxy do convenience yield</i> para o boi gordo	67
Figura 6.5: Séries dos fatores 0, 12 estimados no período entre 01/03/2006 à 01/03/2012	70
Figura 6.6: <i>Proxy do convenience yield</i> estimado para o boi gordo	71
Figura 6.7: <i>Proxy do convenience yield</i> do boi gordo estimado para algumas datas	72

Figura 6.8: Evolução temporal dos resíduos do modelo em cada instante t.	73
Figura 6.9: Negociação do boi gordo na BM&F em 14/05/2012.	77
Figura 6.10: Taxa de juros e proxy do convenience yield para diferentes maturidades em 14/05/2012.	77
Figura 6.11: Negociação do boi gordo na BM&F em 15/05/2012.	78

Lista de Tabelas

Tabela 3.1: Posições em aberto de contratos no mercado futuro da BM&F em 07/03/2012.	31
Tabela 3.2: Exemplo de negociação e ajuste diário no mercado futuro	36
Tabela 3.3: Teste Dickey-Fuller Aumentado (ADF)	43
Tabela 6.1: Estatísticas descritivas para as diferentes maturidades da <i>proxy do convenience yield</i> no período de 01/03/2006 à 01/03/2012.	64
Tabela 6.2: Estatísticas descritivas dos parâmetros estimados no período de 01/03/2006 à 01/03/2012.	69
Tabela 6.3: Estatísticas descritivas das 7 maturidades para as os resíduos do modelo N.S. aplicado a <i>proxy do convenience yield</i> do boi gordo no período de 01/03/2006 à 01/03/2012	72
Tabela 6.4: Descrição dos modelos para os fatores $\beta_{0,t}$, $\beta_{1,t}$ e $\beta_{2,t}$.	74
Tabela 6.5: Estatísticas de aderência do modelo Diebold e Li para os dados out-sample	75
Tabela 6.6: Estatísticas de aderência do modelo estimado por passeio aleatório para os dados out-sample	75
Tabela 6.7: Estatísticas de aderência para a primeira negociação do contrato no próximo pregão	79

Introdução

O mercado futuro de uma *commodity*, quando existir, permite a distribuição dos riscos das operações de compra e venda destes produtos e contratos correlatos com especuladores, apresentando-se como importante instrumento de segurança e sinalização de preços para todos os participantes da cadeia produtiva. Os contratos e mercados futuros possuem sua origem baseada na necessidade de transferência dos riscos atrelados à produção e comercialização dessas *commodities*.

Esses riscos são oriundos tanto da formação de preços, quanto a acontecimentos inerentes a própria atividade. Por exemplo, para *comodities* agrícolas, secas em determinada região ou chuvas em excesso, ocorrências de pragas, ou até mesmo mudanças no cenário externo. Assim sendo, as flutuações e tendências dos preços das *commodities* são de grande relevância para todos os gestores ligados a esse setor e não somente para operadores do mercado futuro.

A precificação desses ativos tem sido objeto de muitos estudos em finanças, nos quais grande parte dos trabalhos visa entender quais os fatores relevantes para a composição do preço formado no mercado futuro. Esses trabalhos investigam a relação entre o preço *spot* (preço à vista) e o preço *forward* (preço futuro), tanto em ativos financeiros como em *commodities*. Entretanto existem diferenças relevantes entre ativos financeiros e *commodities*, surgindo complicações adicionais neste último, que serão expressas na sequência desse texto.

Importante para o entendimento das operações no mercado futuro, a teoria de ar- descreve que em um mercado onde leis naturais de oferta e demanda atuam, não é possível obter ganhos constantes em operações de compra e venda de tais ativos. Segundo Silva Neto (2002), os ativos podem ser super-avaliados ou subavaliados, mas estes não permanecem por muito tempo nessas posições, havendo um equilíbrio em determinado momento.

Várias teorias foram propostas para explicar a formação do preço de *commodities* agrícolas no mercado futuro, literatura essa concentrada

especialmente no mercado internacional, a partir do trabalho de Kaldor (1939), que introduz o conceito de *convenience yield*, que tem papel importante no estudo da relação entre preços à vista e preços futuros neste mercado. No Brasil os estudos se concentram na abordagem de ativos financeiros, como depósitos interfinanceiros (DI) e taxa de câmbio. Entre esses se destacam os trabalhos de Contador (1993), Silveria and Bessada (2003) e Ferreira (2006).

Esta dissertação tem o intuito de contribuir tanto no contexto teórico, quanto no contexto prático da comercialização de boi-gordo no mercado futuro brasileiro.

Nesse sentido, de forma pioneira, pretende-se utilizar modelos de fatores, descritos inicialmente por Nelson and Siegel (1987), para estimar uma *proxy do convenience yield* para contratos de boi gordo da BM&F. Será utilizado uma *proxy do convenience yield* por não ser possível separá-lo do custo de transação.

Para validar o uso de tais modelos essa dissertação utiliza-se da metodologia ACP (Análise de Componentes Principais), obtendo 3 componentes que representam cerca de 99% da variação dos dados do *convenience yield*, a saber, esses componentes representam respectivamente, nível, inclinação e curvatura.

O presente estudo teve origem em uma dificuldade apresentada pelos responsáveis pela comercialização no mercado futuro de *commodities* agrícolas da BM&F em atribuir preços de ajuste para contratos que não foram comercializados durante o pregão.

Ao final de todo dia a BM&F é obrigada a definir preços de ajuste para todos os contratos em aberto. Esse preço é definido pela média na comercialização no período da tarde. Quando os contratos não são negociados durante o pregão do dia, existe uma dificuldade em definir estes preços de ajuste.

A partir da utilização de modelos de fatores é possível estimar uma *proxy do convenience yield* para todas as maturidades em qualquer dia, e assim, estimando também a taxa de juros para todas as maturidades é possível obter o preço futuro para qualquer maturidade, sendo este um possível estimador do preço de ajuste. Assim os resultados obtidos nesta dissertação contribuem de maneira prática na comercialização no mercado futuro de *commodities* da BM&F.

A dissertação se divide em sete capítulos entendendo que esta introdução

representa o primeiro capítulo. O segundo capítulo descreve as teorias de formação dos preços futuros de *commodities* agrícolas e das taxas de juros. Neste capítulo são expressas as equações de formação das taxas de juros e preços futuros, com as devidas variáveis que compõe estes preços. No terceiro capítulo é apresentado uma síntese de alguns modelos utilizados na literatura até a presente data para estimação das variáveis que compõe tanto a taxa de juros como o preço futuro de *commodities* agrícolas. No quarto capítulo são descritas as metodologias utilizadas nesta dissertação para estimação da taxa de juros e da *proxy do convenience yield* no mercado futuro de boi gordo. O quinto capítulo apresenta a estrutura de negociação no mercado futuro brasileiro e especifica quais os dados utilizados nesta dissertação. O sexto capítulo apresenta os resultados obtidos a partir de modelos de fatores para a *proxy do convenience yield* do boi gordo e resolve o problema proposto pela BM&F enquanto o sétimo faz a conclusão deste trabalho.

2

Formação dos preços no mercado futuro

2.1

Introdução

Os estudos da formação de preços no mercado futuros em geral se concentram em dois tipos de ativos, a saber, ativos de investimento (financeiros) e ativos de consumo (*commodities*). A literatura é vasta em teorias e modelos que pretendem explicar o comportamento dos preços desses ativos no mercado futuro.

Para ativos financeiros várias abordagens foram propostas para modelar a estrutura a termo da taxa de juros, e estas podem ser divididas entre *modelos de equilíbrio*, (onde se destacam os trabalhos de Vasicek (1977), Rendleman and Bartter (1980) e Cox et al. (1981)), *modelos de não arbitragem*, (com trabalhos de Ho and Lee (1986) e Hull and White (1990)) e *modelos de fatores* (onde se destacam Nelson and Siegel (1987), Litterman and Scheinkman (1991) e Diebold and Li (2006)).

Para ativos de consumo agrícolas, a literatura se concentra em modelos de equilíbrio para estimar as variáveis que influenciam no preço futuro das *commodities* agrícolas, a saber, preço à vista, taxa de juros e *convenience yield*. Dentre os estudos se destacam os trabalhos de Kaldor (1939), Brennan (1958), Brennan and Schwartz (1985), Gibson and Schwartz (1990), Cortazar and Schwartz (1997), Hilliard and Reis (1998), Routledge et al. (2000), Lautier and Galli (2001), Richter and Sorensen (2002), Lautier (2003) e Lautier (2009).

A seguir serão apresentadas as principais teorias que explicam a formação da taxa de juros e dos preços das *commodities* no mercado futuro.

2.2

Mercado futuro da taxa de juros

Um ativo financeiro ou título pode ser definido, como uma forma de empréstimo securitizado, ou seja, um agente do mercado empresta dinheiro na forma de título para outro agente em um intervalo de tempo e espera receber um ganho por este empréstimo. Dessa forma, tanto empresas privadas como o governo podem usar esse empréstimo para financiar seus investimentos.

Esse empréstimo pode ser pago em parcelas até o final do contrato ou o valor, chamado de valor de face, pode ser pago integralmente somente no final do contrato, e este tipo de título recebe o nome de *zero-cupom*.

2.2.1

Título zero-cupom e taxa de juros

Como descrito anteriormente, os títulos *zero-cupom*, são pagos apenas no vencimento do contrato, pelo valor de face. Assim existe a promessa de pagar o valor de face de um empréstimo em uma determinada data.

Como existe uma diferença no valor de um título em uma determinada data t , pelo valor do mesmo título em uma outra data $t+n$, um real hoje vale mais que um real daqui a um mês, espera-se que exista uma taxa de desconto para o valor que será entregue por empréstimo em t , em relação ao valor que se irá receber em $t+n$.

No Brasil o balizamento para estrutura a termo da taxa de juros é feito pelo Banco Central através da taxa SELIC (Sistema Especial de Liquidação e de Custódia). Economias com essa característica são chamadas de economias ortodoxas (Santos (2010)), onde o Banco Central é responsável pela condução da política monetária.

Características como unidades de tempo (diária, mensal, trimestral, anual) também devem ser observadas para análise das taxas de juros, além da forma de contagem dos prazos (dias corridos ou dias úteis). Uma característica da expressão da taxa de juros no Brasil diz respeito à forma de capitalização da mesma, que ocorre de forma composta, diferente de outros mercados que utilizam

capitalização simples.

A importância da taxa de juros para a previsão da economia tem sido de interesse de diversos trabalhos desde o estudo de Sims (1980). Entre os autores podemos destacar Litterman and Weiss (1985), McCallun (1983), Rossi (1996) e Silveria and Bessada (2003).

As taxas de juros refletem as expectativas do mercado em relação a economia no futuro, sendo de crucial importância para planejamento de investimentos e previsão de inflação. Muitos autores destacam a importância do entendimento da ETTJ (Estrutura a Termo da Taxa de Juros), cabendo destacar Ang and Piazzesi (2003) que propõe quatro fatores importantes:

- *Previsão*: reflete a previsão do mercado para a média das taxas de juros de hoje até qualquer vencimento;
- *Gerenciamento da dívida pública*: a ETTJ serve de base para as decisões sobre vencimento e taxa de juros de títulos emitidos pelo governo;
- *Gerenciamento de risco e precificação de operações e derivativos*: os títulos prefixados das carteiras de instituições financeiras são marcados a mercado pela ETTJ. Portanto, alterações nessa curva modificam o valor de tais carteiras e por isso seu entendimento é indispensável para precificação de operações e controle de risco nas tesourarias dessas instituições;
- *Política monetária*: como a ETTJ serve de base para a precificação das operações prefixadas pelas tesourarias, alterações nessa curva podem provocar variações na taxa final de crédito/financiamento, impactando todos os mercados que trabalham com essas operações e as decisões de consumo e investimento dos agentes da economia.

2.2.2

Teorias de formação da estrutura a termo da taxa de juros (ETTJ)

Diferentes teorias podem explicar a formação da estrutura a termo da taxa futura e dentre estas, Hull (2002) destaca três:

1. **Teoria das expectativas:** Essa teoria considera que os investidores são indiferentes ao risco, ou seja, não existe diferença em adquirir um título com prazo de 2 anos ou adquirir um título com prazo de um ano e ao final desse contrato adquirir outro título com prazo de mais um ano;
2. **Teoria da segmentação de mercado:** Essa teoria entende que os agentes do mercado são segmentados em preferência por prazos de contratos. Não existe necessariamente portanto relação entre taxas de curto, médio e longo prazo, pois os agentes que atuam nesses contratos são diferentes;
3. **Teoria de preferência pela liquidez:** Essa teoria contradiz a teoria das expectativas, pois assume que os investidores não são indiferentes ao risco, ou seja, títulos de prazos maiores assumem maior risco, por isso demandam um benefício maior. Fornece assim base para prêmio ao risco.

Pode-se entender a estrutura a termo da taxa de juros, chamada de ETTJ, como a relação entre a taxa de juros e o tempo para o final do contrato (vencimento). Cada ponto da ETTJ refere-se ao par (taxa de juros, maturidade). Essa relação é instrumento de diversos estudos sobre a taxa de juros e será modelada no próximo capítulo.

2.2.3

Precificação dos títulos

A função de desconto é uma das construções mais importantes para definição da curva da taxa de juros, onde $P_t(\tau)$ é o preço de um título, no tempo t

com pagamento na maturidade τ de \$1. Pode-se descrever a função de desconto para capitalização contínua como:

$$P_t(\tau) = e^{-\tau y_t(\tau)} \quad (2.1)$$

A taxa de juros então pode ser expressa por:

$$y_t(\tau) = \frac{-\ln(P_t(\tau))}{\tau} \quad (2.2)$$

Definindo agora a taxa *forward*, como a taxa marginal de retorno, para manter o título por um período adicional (τ_2), fazendo esse período tender a zero, ou seja, τ_1 se aproxima de τ_2 , podemos expressar a taxa *forward* instantânea por:

$$f_t(\tau) = \frac{-P_t(\tau_1)}{P_t(\tau_2)} \quad (2.3)$$

Assim a taxa *forward* instantânea descreve o decaimento da função de desconto em cada τ , e podemos expressar a curva de juros pela média desse decaimento no intervalo 0 à τ , assim:

$$y_t(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau f_t(x) dx \quad (2.4)$$

Enquanto o mercado a termo transaciona contratos “idiossincráticos” (ou seja, desenhados para satisfazer as vontades das partes compradora e vendedora), o mercado futuro negocia contratos “impessoais” ou padronizados (ou seja, os agentes que os transacionam devem ajustar suas vontades às características do contrato). Mercados futuros também impõem todo um sistema de proteção

calçado em chamadas de margem e ajustes.

O mercado brasileiro guarda algumas particularidades em relação a outros mercados de taxa de juros no mundo. Uma dessas diz respeito a quantidade de dias utilizados para o cálculo. Enquanto em outros mercados no mundo, são utilizados 360 dias por ano, no Brasil para os cálculos, são utilizados, por convenção 252 dias. Outra diferença está na forma de capitalização dos juros brasileiros, que devido a grande inflação histórica no Brasil, se decidiu por convenção que a forma de capitalização seria a composta, enquanto outros mercados utilizam a capitalização simples.

No Brasil o principal ativo utilizado para o cálculo da taxa livre de risco é o contrato de DI-Futuro, com valor de face (valor a ser pago no final do contrato) igual a R\$100.000,00, negociado em um determinado prazo com vencimento no primeiro dia útil do mês. A negociação gira em torno do valor de PU (preço unitário) que é obtido pelo desconto do valor de face pela taxa de juros.

Assim pode-se descrever a expressão da taxa de juros no Brasil para contratos DI-Futuro por:

$$PU_t = \frac{100.000}{(1 + r_t)^{(du_t/252)}} \quad (2.5)$$

onde

PU_t : Preço unitário em t

r_t : Taxa de juros anual em t;

u_t : Maturidade em t, $u_t = (-t)$.

Segundo Rossi (1996) é comumente mais conveniente utilizar a taxa de juros com capitalização contínua¹, e assim segue que:

$$PU_t = \frac{100.000}{e^{(du_t/252)r_t}} \quad (2.6)$$

¹ Ver Rossi (1996) pag. 13.

Portanto:

$$r_t = \frac{\ln(100.000) - \ln(PU_t)}{du_t/252} \quad (2.7)$$

2.3

Mercado de *commodities* agrícolas

2.3.1

Os mercados

A formação do preço de *commodities* agrícolas deve ser diferenciada em relação ao tipo de mercado onde esta sendo realizada a comercialização desta *commodity*. Cada tipo de mercado possui sua própria teoria de formação de preço. Segundo Marques et al. (2006) os mercados se dividem em:

- **Mercado Físico:** Neste mercado ocorre a troca da *commodity* pelo dinheiro à vista. Uma característica desse mercado é a existência de grandes praças de comercialização onde os produtos são negociados e entregues de forma a centralizar tais operações(exemplo: mercado de café arábica do sul de Minas Gerais).
- **Mercado a termo:** Neste mercado existe um acordo dos preços entre o vendedor (agricultor) e comprador, para a *commodity* que será entregue em um prazo determinado. Neste mercado existe a liquidação física do contrato, ou seja, a entrega física da *commodity* ao final do contrato. Nesse mercado tanto o produtor se protege de quedas de preço quanto o comprador se protege de altas no preço das *commodities*. Pode ou não haver adiantamento do pagamento do valor contratado, possibilitando assim um possível financiamento de produção.

- **Mercado futuro:** O mercado futuro é o objeto desta dissertação e se deriva do mercado a termo, onde existe a negociação de compra e venda de *commodities* agrícolas em um futuro. A diferença entre este e o mercado a termo está no fato que neste mercado o valor do contrato é ajustado pelo preço à vista da *commodity* no futuro. Assim os agentes do mercado (comprador e vendedor) assumem expectativas do preço da *commodity* no futuro e ajustam suas posições se este preço for diferente no futuro. Na verdade as posições no mercado futuro são ajustadas diariamente, pelo preço de ajuste calculado pela BM&F no caso brasileiro.
- **Mercado de opções:** As opções de compra e venda de mercadoria são os objetos de negociação neste mercado. Logo o comprador ou vendedor desta opção tem o direito e não o dever de exercê-la.

2.3.2

Teorias de formação de preços no mercado futuro de *commodities*

No mercado futuro os agentes contratam um preço para a *commodity* sobre expectativas de seus preços no futuro, se existir alguma diferença entre esses preços, as posições são ajustadas durante o contrato. Assim a formação dos preços das *commodities* está baseada na possibilidade ou não de obter lucros sem risco por motivo deste ajuste, ou seja, quando o valor negociado em contrato é maior ou menor do que o preço da *commodity* no futuro. Essa possibilidade de obter lucros sem risco se dá o nome de arbitragem.

A teoria de não arbitragem é base para o cálculo do preço justo da *commodity* a ser pago no futuro. Na literatura existem varias divergências entre a formação dos preços futuros a partir de um mercado sem possibilidade de arbitragem. Mas para entender essas divergências devemos primeiro entender o conceito de *base* em um mercado futuro de *commodities* agrícolas.

Base

A *base* pode ser descrita como a diferença entre o preço à vista de uma *commodity* e o preço desta mesma *commodity* no mercado futuro. Essa diferença é normal em um mercado futuro e se aproxima de zero quando o contrato se aproxima da data de vencimento. Existe um custo e um benefício em se manter a posse da mercadoria física até o vencimento do contrato e a *base* expressa essa relação. Assim a *base* pode ser expressa por:

$$Base(t) = F(t, T) - S(t) \quad (2.8)$$

Onde:

$F(t, T)$: Preço futuro em t para vencimento em T ;

$S(t)$: Preço à vista em t .

Duas situações podem acontecer na comercialização de uma *commodity* no mercado futuro:

- **Contango**: Nesse cenário o preço à vista da *commodity* é menor que o preço no mercado futuro. Essa situação acontece pelo chamado custo de carregamento (*Carrying Cost Market*), ou seja, custo de armazenamento, seguro, custos financeiros, custo de transporte, taxa de juros, etc associados a entrega da mercadoria.
- **Backwardation**: É a situação inversa ao *contango*, onde o preço à vista da *commodity* é maior que o preço futuro de um contrato. Esta situação pode ocorrer por diversas causas, entre elas a escassez de estoque físico no presente dessa mercadoria em um determinado período, com expectativa de maior estoque no futuro.

Situações de *contango* e *backwardation* podem acontecer durante a vigência do contrato, como relatado no trabalho de Lautier (2009) para o petróleo

bruto comercializado na New York Mercantile Exchange (NYMEX) para contratos com vencimento em 12 meses (LSCOM12M) e 1 mês (LSCO1M)².

A figura 2.1 mostra essa relação no período de abril de 1989 a abril de 2008.

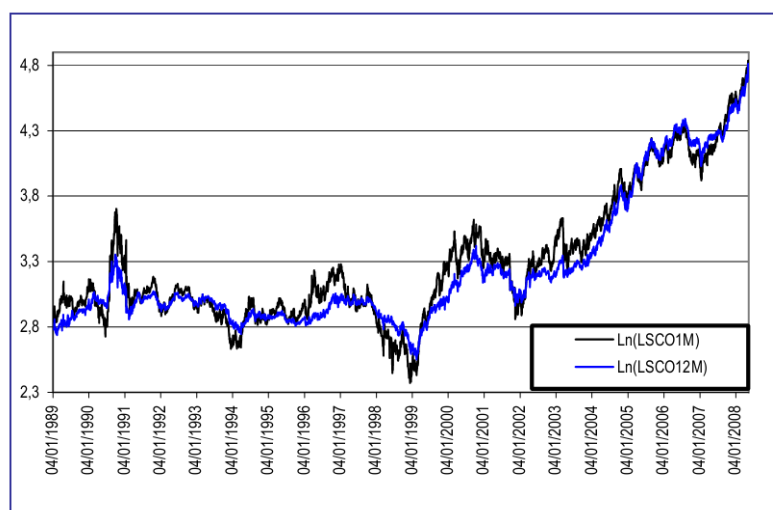


Figura 2.1: Série dos preços futuros de petróleo bruto (LSCO), 1989-2008, Lautier (2009).

Para explicar a situação de *backwardation* Keynes (1930) definiu a “The hedging pressure theory”, onde descreve um *backwardation* normal, caracterizado pelo preço futuro menor que o preço à vista. Na sua teoria os especuladores devem ser remunerados pelo risco de se contrair um contrato no longo prazo: **prêmio ao risco**.

Autores como Richard and Sundaresan (1981) e Bessembinder (1993) discordam dessa teoria, pois entendem que mesmo que exista um prêmio ao risco, esse prêmio muito dificilmente é maior que o custo de carregamento.

Assim a formação do preço no mercado futuro está associada aos fatores que influenciam o custo de carregamento (taxa de juros, custo de armazenamento, custo de transporte entre outros) e o prêmio ao risco (*convenience yield*).

2.3.3

Precificação de *commodities* agrícolas Mercado sem fricção

² No mercado de petróleo a definição de um preço à vista se torna muito difícil pela característica do mercado. Assim usa-se como proxy do preço à vista os contratos no futuro com menor vencimento.

Em um mercado sem fricção (ou seja, em um mercado onde não há custo de armazenagem, custo de transporte, custos financeiros, entre outros) e onde as transações são executadas por indivíduos neutros ao risco (ou seja, não existe prêmio ao risco), o preço futuro para um contrato com liquidação em T deve ser igual ao valor esperado do preço à vista no futuro (em T), pois o contrato deve ser liquidado com as mesmas características do produto no mercado à vista. Assim temos:

$$F(t, T) = E_t(S(T)) \quad (2.9)$$

De acordo com a teoria de não arbitragem, a relação existente entre o preço à vista da commodity em t , $S(t)$, e o preço futuro vigente em t para um contrato com liquidação em T , $F(t, T)$, é:

$$F(t, T) = S(t)(1 + r_t)^{\frac{d_u}{252}} \quad (2.10)$$

onde d_u é o número de dias úteis entre t e T . O resultado acima vem de fato da operação descrita a seguir não poder dar um resultado positivo (lucro) em equilíbrio:

1. Em t , um investidor toma um empréstimo no valor do preço à vista da commodity $S(t)$.
2. Também em t , o mesmo investidor adquire uma unidade da commodity pelo seu preço de mercado $S(t)$.
3. Ainda em t , o investidor assume uma posição vendida em um contrato futuro cuja cotação em t é $F(t, T)$.
4. Em $t+T$, o investidor vende a commodity por $F(t, T)$ para a contraparte comprada no contrato futuro e paga o empréstimo contraído em t ,

desembolsando $S(t)(1 + \tau_t)^{\frac{du}{252}}$.

O lucro dessa operação (a ser colhido em $t+T$) é igual $F(t,T) - S(t)(1 + \tau_t)^{\frac{du}{252}}$. A restrição de lucro zero gera (2.10). Em um mundo neutro ao risco a equação (2.9) é válida, logo (2.10) pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$E_t(S(t,T)) = S(t)(1 + r_t)^{\frac{du}{252}} \quad (2.11)$$

Com capitalização contínua, o resultado (2.10) poder ser escrito conforme se segue:

$$F(t,T) = S(t)e^{r_t(\frac{du}{252})} \quad (2.12)$$

Convenience yield

Desde o trabalho de Kaldor (1939), o *convenience yield* vem sendo estudado e vem provocando divergências entre os pesquisadores devido a ausência de evidência direta dessa quantidade. Segundo Lautier (2009) a existência do *convenience yield*, pode ser uma maneira de explicar a situação de *backwardation* normal.

Na teoria de armazenamento o *convenience yield* possui papel importante, pois ajuda a explicar a existência de um benefício ao detentor da *commodity* física, influenciando assim a relação do preço à vista e preço futuro. Nesse sentido o benefício do produtor faz com que no momento da comercialização o preço futuro diminua, possibilitando conforme descrito por Kaldor (1939), uma situação de *backwardation*.

Segundo Kaldor (1939) esse benefício é devido a possibilidade do detentor da *commodity*, utilizá-la sempre que desejável, ou seja, ele não está refém da entrega da *commodity*, assim quando os estoques estiverem baixos, o detentor da

commodity não terá custos pela espera da entrega.

Custo de transação

Nas negociações do mercado futuro, existem os custos transacionais. Segundo Veira (2008) estes custos podem se dividir entre custos operacionais e custos da BM&F. Os custos operacionais, referem-se a posse da *commodity* no mercado físico, ou seja, custos de estocagem, local para armazenar a *commodity*, frete até o local de armazenamento, etc.

Os custos da BM&F referem-se às taxas para que o contrato seja registrado e operado na bolsa de valores, onde podemos destacar, taxa operacional básica (TOB), taxa de emolumentos, de registro e permanência. Espera-se que os custos de transação decresçam à medida que o contrato se aproxime da data de vencimento, podendo ainda destacar que tais custos não dependem da situação econômica vivida em determinado momento.

Expressão do preço futuro

Podemos descrever o preço futuro como a relação entre o preço à vista da *commodity*, a taxa de juros livre de risco com mesmo vencimento, o custo de transação e o *convenience yield*, na seguinte expressão:

$$F(t, T) = S(t)e^{(r_t + c_t - \bar{y}_t) \left(\frac{du_t}{252} \right)} \quad (2.13)$$

onde:

$F(t, T)$: Preço futuro em t para vencimento em $T > t$;

$S(t)$: Preço à vista em t ;

r_t : Taxa de juros em t com vencimento em T ;

c_t : Custo em transação em t ;

\bar{y}_t : *convenience field* em t ;

du_t : Maturidade em t , $du_t = (T - t)$.

Como o custo de transação não é uma variável observável no mercado futuro e não existem informações confiáveis sobre esta variável, denotaremos $y_t = \overline{y}_t - c_t$, como feito no trabalho de Geman (2007). Assim:

$$F(t, T) = S(t)e^{(r_t + y_t) \left(\frac{du}{252} \right)} \quad (2.14)$$

Destacando a *proxy do convenience yield* temos:

$$y_t = \frac{\ln(S(t)) - \ln(F(t, T))}{\frac{du_t}{252}} + r_t \quad (2.15)$$

3

Mercado futuro brasileiro de *commodities* agrícolas

3.1

Introdução

O mercado futuro possibilita aos seus agentes, operações de compra e venda de seus ativos, com liquidação em uma data futura a ser contratada, obedecendo a leis naturais de oferta e demanda. Os agentes desse mercado gerenciam suas posições a fim de obter ganhos ou proteção contra flutuações do preço de seus ativos. Todo o ganho ou prejuízo está ligado ao ajuste diário que os preços de tais ativos devem obedecer ao final de cada pregão, levando em consideração qual a posição (comprado ou vendido) de cada operador desse mercado.

No Brasil as negociações desses contratos estão centradas no segmento BM&F da BM&FBovespa, onde são negociados os derivativos. A definição de um local para comercialização de tais contratos visa a centralização e organização dessas operações, além de possibilitar um mercado livre e transparente.

Na BM&F são negociados dois tipos de derivativos:

- **Derivativos financeiros:** são ativos financeiros que tem por objetivo, a proteção contra variações em taxa de juros, câmbio, índices etc. Como não são mercadorias, não existem liquidação física destes.
- **Derivativos agropecuários:** são *commodities* agropecuárias que são negociadas no mercado futuro com intuito primeiro de proteção contras riscos inerentes as suas atividades. Tais *commodities* possuem características uniformes e são produtos que podem ser armazenados por um certo período sem perda de características ou qualidades.

A tabela 3.1 apresenta para a BM&F, o número de contratos e seus vencimentos³ em data específica do pregão da BM&F.

3.2

Características de negociação no mercado futuro

Cada contrato é negociado com regras claras e padronizadas do mesmo, levando em consideração as peculiaridades de cada ativo ou *commodity*. Essas regras dizem respeito ao objeto de negociação (claramente especificado), unidade de negociação (exemplo: quantas arrobas por contrato de boi gordo), variação mínima para apreamento, moeda de cotação, margem de garantia, entre outros.

Uma característica interessante sobre o mercado de commodities é que apenas 2% (Fortuna (2010)) dos contratos negociados são realmente entregues de forma física ao fim do contrato.

Fortuna (2010) lista as principais condições necessárias para que os contratos futuros sejam um sucesso:

1. pulverização do mercado para o ativo;
2. ausência de controle governamental (livre formação de preço);

³ As letras representam os meses de vencimentos do contrato e os números representam o ano de vencimento. Onde F= Janeiro, G=Fevereiro, H=Março, J=Abril, K=Maio, M=Junho, N=Julho, Q=Agosto, U=Setembro, V=Outubro, X=Novembro, Z=Dezembro.

Tabela 3.1: Posições em aberto de contratos no mercado futuro da BM&F em 07/03/2012.

Ativo	Sigla	Vencimentos	Contratos em aberto
<i>ibovespa</i>	IND FUT	J12, M12, Q12, V12, Z12, Z13	264.084
<i>dólar</i>	DOL FUT	J12, K12, M12, N12, Q12, U12, V12, X12, Z12, F13, G13, H13, J13, N13, Q13, V13, F14, J14, F15, N15, F16, J16, F17, F18, F21,	755.298
<i>juros</i>	DII FUT	J12, K12, M12, N12, V12, F13, J13, N13, V13, F14, J14, N14, V14, F15, J15, N15, V15, F16, J16, N16, V16, F17, J17, N17, V17, F18, F19, F20, V20, F21, F22, F23	11.228.244
<i>café</i>	ICF FUT	H12, K12, U12, Z12	6.793
<i>boi</i>	BGI FUT	H12, J12, K12, M12, N12, Q12, U12, V12, X12, Z12	12.17
<i>etanol</i>	ETH FUT	H12, J12, K12, M12, N12, Q12, U12, V12, X12	6.498
<i>milho</i>	CCM FUT	H12, K12, U12, X12, F13	20.644
<i>soja</i>	SFI FUT	K12, K13	2.601

3. facilidade de padronização do ativo;
4. volatilidade do preço do ativo;
5. participação atuante dos envolvidos no mercado físico do ativo.

3.2.1

Os agentes do mercado futuro

Toda a movimentação financeira entre os participantes do mercado futuro é feita pela CETIP S.A, que é uma sociedade administradora de mercados e balcão organizados, que faz o registro de negócios fechados entre seus participantes no mercado.

Os participantes desse mercado podem ser segregados a partir dos seus objetivos em atuar no mercado futuro. Pode-se defini-los como:

- O **hedger** é o agente do mercado que tem como principal objetivo, a proteção contra futuras perdas. Esse agente pode estar no mercado à vista em posição comprada, possuindo a mercadoria física (produto), e

assumindo posição de vendido no mercado futuro, se protegendo assim de alguma perda referente a fatores extraordinários durante a vigência do contrato. Ou o *hedger* pode ser o agente que necessita da *commodity* no futuro (exemplo: frigorífico que necessita do boi gordo), negociando assim no mercado futuro para se proteger de um possível aumento dos preços. Deste modo ele está em posição comprada no futuro, podendo assumir posição vendida no presente.

- O **especulador**, assume posição contrária aos *hedgers* comprando os contratos futuros que o *hedger* (produtor) põe a venda ou vendendo os contratos que o *hedger* (grande consumidor) está comprando. Esse agente é muito importante para o mercado, pois é ele que permite que exista liquidação dos contratos nesse mercado e também assume riscos com essas atividades. Como dito antes apenas 2% dos contratos tem realmente liquidação física, fazendo com que o restante dos contratos tenha apenas liquidação financeira, ou seja, fechamentos de posição no final do contrato. Se um especulador tem posição comprada de 100 contratos, para fechar essa posição, basta ele adquirir posição vendida de 100 contratos com mesmo vencimento.
- O **arbitrador** diferente do especulador, esse agente tenta participar do mercado sem sofrer qualquer tipo de risco. Ele tenta se beneficiar das diferenças existentes entre o preço exercido no momento para o mercado futuro, e o preço esperado para tal ativo. Esse agente também é importante, pois na medida que ele atua no mercado ele ajusta o preço do ativo. Quando o preço de um determinado ativo está acima do esperado (superavaliado), o arbitrador atua tomando posição de vendido no mercado futuro e posição de comprado no mercado à vista, assim obtendo lucro dessa diferença. Quando o ativo está abaixo do preço esperado (subavaliado) no mercado futuro, ele toma posição comprada no mercado futuro e posição

de vendido no mercado à vista, tendo também o ganho recorrente.

3.2.2

A liquidação dos contratos

Cada contrato possui uma data de vencimento, como mostrado na tabela ??, e os contratos só são liquidados na data de vencimento. Uma informação importante diz respeito a quantidade de dias faltantes até esse vencimento, pois à medida que o contrato se aproxima da data do vencimento (menor o *duration*) mais próximo estarão o valor do preço futuro e o valor do preço à vista. A esta diferença dá-se o nome de base, que será melhor explicada no decorrer deste trabalho.

Marques et al. (2006) mostram 3 formas diferentes de encerramento de operações:

1. **Reversão de posição:** o operador reverte a opção anteriormente estabelecida, assim zerando suas operações, ou seja, se o agente do mercado estava em posição comprada ele reverte sua opção vendendo o mesmo número de contratos no mesmo mês de vencimento, e o contrário acontece se o agente estava em opção vendida.
2. **Liquidação física:** o agente (vendido) nesse caso faz a entrega física da *commodity* ao final do contrato. Muitos fatores podem ser problemáticos nesse tipo de liquidação, como local de entrega, fatores tributários, custos de transporte até o local de entrega, qualidade da *commodity* na ocasião da entrega entre outros. É importante lembrar que a opção de entrega física é do vendedor, que deve manifestar esse interesse seguindo prazos expressos pela BM&F.
3. **Liquidação financeira:** neste tipo de liquidação é feito um ajuste final um dia após a data de vencimento do contrato utilizando como preço de ajuste um indicador do preço à vista de tal *commodity*. Os

indicadores devem representar como um todo, o preço da *commodity* no mercado à vista e para tanto é necessária uma discussão de como esse índice é criado, quais são as praças de comercialização utilizadas nesse índice e os pesos atribuídos a essas praças. Os índices utilizados para o mercado à vista pela BM&F são produzidos pelo CEPEA/ESALQ (Centro De Estudos Avançados Em Economia Aplicada).

3.2.3

O preço de ajuste

Como a liquidação do contrato só acontece na data de vencimento e a grande maioria dos contratos não são executados fisicamente, o mercado futuro possui um mecanismo onde as posições são equalizadas de modo que o ganho ou a perda de sua posição é sempre executada no final do dia e assim todos os agentes 'dormem' equalizados sobre o mesmo preço de ajuste. Essa é a grande diferença entre o mercado futuro e o mercado a termo, onde a posição só é equalizada no final do contrato. Esse mecanismo de equalização é chamado de ajuste diário, e cada bolsa de valores possui um mecanismo diferente para determinação desse valor do preço de ajuste diário.

Na BM&F o valor do preço de ajuste é calculado através da média diária no período da tarde dos valores comercializados para cada vencimento. O ajuste diário é a diferença entre o ajuste diário do dia anterior e esse preço de ajuste, multiplicado pelo tamanho do contrato e o número de contratos. Vale lembrar que o valor negociado do mercado futuro diz respeito ao valor da *commodity* e não ao valor do contrato, por exemplo, o boi gordo é negociado por arroba e cada contrato tem 330 arrobas. Um dos problemas para determinação desse valor pela BM&F diz respeito aos vencimentos que não são comercializados durante o pregão do dia corrente.

Diferente do mercado de ações, no mercado futuro não é necessário que o agente possua todo o capital negociado em suas operações, pois basta o agente tomar posição contrária aquela já aberta por ele, para fechar sua posição. Neste contexto a BM&F atribui margens de garantias para que o agente entre nesse

mercado. Essas margens garantem que o agente possa equalizar sua posição no final do dia pelo ajuste diário.

Essa margem de garantia deve ter um valor que permita ao agente cobrir um certo número de ajustes diários. Cada *commodity* tem sua própria margem de garantia levando em consideração a volatilidade dos preços de tal *commodity* (peculiaridades).

3.2.4

Exemplo de negociação

Pode-se considerar como exemplo dois agente que mantém posições opostas (comprado e vendido) de um contrato de boi gordo até o vencimento $d+6$ dias a contar da data do negócio. Na data $d+0$ eles negociam um contrato no valor do preço de ajuste atual e observam seus ganhos e perdas durante a vigência do contrato. Nenhum dos dois agentes fecham suas posições durante o contrato e apenas equalizam suas posições pelo ajuste diário.

O ajuste imposto a cada um dos agentes ao final do dia segue a seguinte equação:

$$Ajuste = (Paj_{t-1} - Paj_t) * (Tcontrato) * (Ncontrato) \quad (3.1)$$

onde:

Paj_{t-1} : preço de ajuste do dia anterior;

Paj_t : preço de ajuste do dia atual;

$Tcontrato$: tamanho do contrato;

$Ncontrato$: número de contratos negociados entre os agentes.

Para este exemplo em especial tem-se cada contrato negociado com 330 arrobas de boi gordo e neste caso está sendo negociado apenas 1 contrato. Logo:

$$Ajuste = (Paj_{t-1} - Paj_t) * (330) * (1) \quad (3.2)$$

Percebe-se por este exemplo que se o agente permanece com a mesma posição até o final do contrato, o que realmente importa é o preço de ajuste da data de vencimento do contrato. Logo o agente que conseguir melhor estimar este preço, levará vantagem sobre os demais. É natural que o preço de ajuste se aproxime do preço à vista de tal *commodity* à medida que se aproxime da data de vencimento do contrato. Assim espera-se que o preço futuro seja um bom estimador do preço à vista no futuro.

Tabela 3.2: Exemplo de negociação e ajuste diário no mercado futuro.

Data	Ajuste (Comprado)	Preço de ajuste	Ajuste (Vendido)
d+0	0.00	93.50	0.00
d+1	66.00	93.70	-66.00
d+2	-23.10	93.63	23.10
d+3	-42.90	93.50	42.90
d+4	-85.24	93.24	85.24
d+5	-46.20	93.10	46.20
d+6	138.60	93.52	-138.60
Total de ganhos	7.16		-7.16

3.3

Os contratos de *commodities* agrícolas

Na BM&F são comercializados atualmente contratos futuros de diferentes *commodities* e diferentes ativos financeiros, alguns com maior liquidez que outros, e cada um com seus termos e regras específicos sob os quais os negócios serão realizados e liquidados.

Nesta seção pretende-se apresentar as especificações do contrato futuro de *commodities* agrícolas que servira como base de estudo dessa dissertação, a saber, boi gordo. Também será apresentada toda a descrição dos indicadores que a BM&F utiliza para liquidação financeira destes contratos.

A seguir serão apresentados algumas figuras e tabelas que investigam a comercialização de *commodities* agrícolas na BM&F.

A figura 3.1 apresenta a evolução no número de contratos negociados e o seu volume financeiro entre os anos de 2007 à 2011.

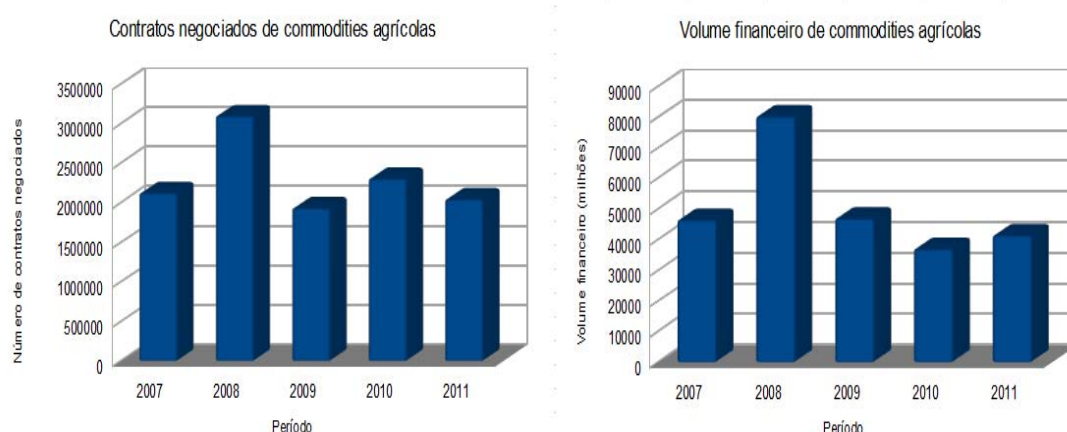


Figura 3.1: Número de contratos negociados e volume financeiro entre os anos de 2007 à 2011. Fonte: BM&F.

Pode-se observar nesses gráficos que existe uma diminuição brusca tanto no número de contratos quanto no volume financeiro negociado após o ano de 2008, possivelmente ocasionado pela crise financeira no final desse mesmo ano.

Pode-se observar agora a figura 3.2 que mostra a evolução no ano de 2011 do número de contratos abertos e o número de contratos negociados.

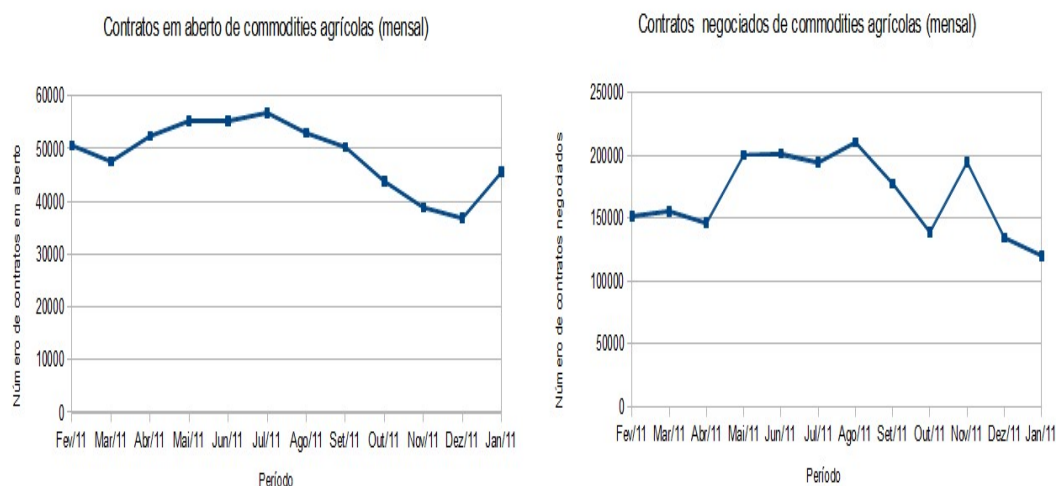


Figura 3.2: Evolução do número de contratos abertos e o número de contratos negociados para cada mês do ano de 2011. Fonte: BM&F.

A figura 3.2 apresenta a evolução mensal da comercialização de *commodities* agrícolas no ano de 2011, onde pode-se observar quais meses possuem maior negociação e quais meses tem o maior número de contratos abertos.

A figura 3.3 foi retirada do relatório mensal publicado pela BM&F e

apresenta o volume em número de contratos negociados de todas as commodities agrícolas negociadas na BM&F.

	VOLUME dez-11	VOLUME dez-10	Varição em 12 meses	VOLUME nov-11	Varição em 1 mês	VOLUME Acumulado 2011 jan - dez	VOLUME Acumulado 2010 jan - dez	Varição 2011/2010
1. Futuros Agropecuários	134.753	136.002	-0,9%	194.806	-30,8%	2.048.477	2.308.736	-11,3%
BOI GORDO	67.961	67.873	0,1%	124.122	-45,2%	975.362	1.153.782	-15,5%
CAFÉ ARÁBICA	22.956	44.689	-48,6%	28.468	-19,4%	458.804	674.006	-31,9%
MILHO	35.363	13.191	168,1%	32.474	8,9%	464.387	364.345	27,5%
SOJA	2.099	0	-	3.030	-30,7%	37.465	0	-
ETANOL HIDRATADO	6.374	5.126	24,3%	6.712	-5,0%	81.725	20.925	290,6%

Figura 3.3: Negociação de contratos futuros de commodities agrícolas na BM&F.
Fonte: BM&F.

Nesta figura são apresentados os números de contratos negociados para o mês de dezembro de 2011, o acumulado do ano de 2011 e as variações entre estes e o mês anterior (novembro/2011), o mesmo mês do ano anterior (dezembro/2010) e o acumulado do ano anterior (2010).

3.3.1

Boi gordo

Pode-se descrever o contrato futuro de boi gordo negociado na BM&F⁴ pelas seguintes características:

- **Objeto de negociação:** Bovinos machos, com 16 arrobas líquidas ou mais de carcaça e idade máxima de 42 meses.
- **Código:** BGI.
- **Tamanho do contrato:** 330 arrobas líquidas (1 arroba = 15kg).
- **Varição mínima de apregoação:** R\$ 0,01 por arroba líquida.

⁴ <http://www.bmfbovespa.com.br/pt-br/mercados/mercadorias-e-futuros.aspx?idioma=pt-br>

- **Cotação:** Reais por arroba líquida.
- **Oscilação máxima diária:** 3,5% sobre o preço de ajuste do dia anterior do vencimento negociado. Para o primeiro vencimento em aberto, o limite de oscilação será suspenso nos três últimos dias de negociação.
- **Data de vencimento:** Último dia útil do mês do vencimento.
- **Liquidação:** Financeira no dia útil seguinte ao último dia de negociação, pelo Indicador de Preço Disponível do Boi Gordo Esalq/BM&F⁵, São Paulo.
- **Margem de garantia:** Será exigida margem de garantia de comitentes composição em aberto, a qual é atualizada diariamente, de acordo com o Regulamento da Câmara de Registro, Compensação e Liquidação de Operações de Derivativos da BM&FBOVESPA de acordo com critérios de apuração de margem para contratos futuros.

Para a *commodity* boi gordo, a figura 3.4 que apresenta a evolução no número de contratos negociados e seu volume financeiro entre os anos de 2007 e 2011.

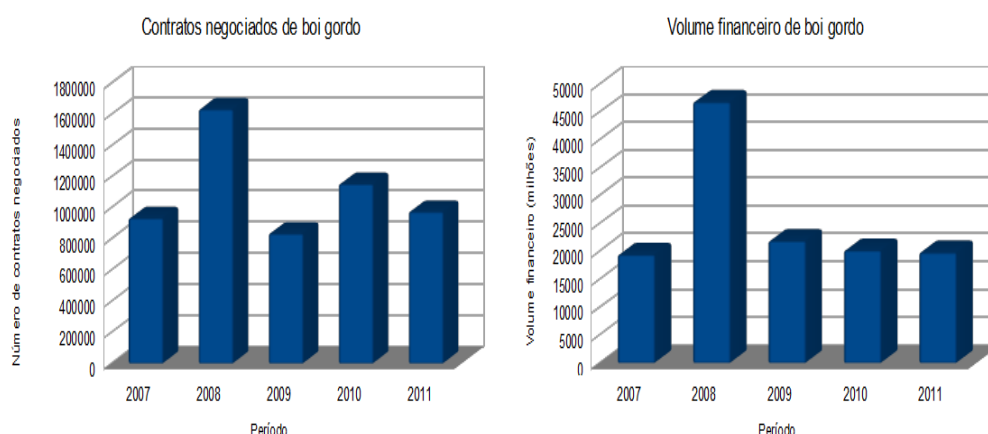


Figura 3.4: Número de contratos negociados de boi gordo e seu volume financeiro entre os anos de 2007 à 2011. Fonte: BM&F

⁵ <http://www.cepea.esalq.usp.br/boi/>

Assim como no número total de contratos para *commodities* agrícolas, o boi gordo também sofreu uma queda no número de contratos negociados no final do ano de 2008.

A seguir pode-se observar para o boi gordo a evolução no número de contratos abertos e o número de contratos abertos em cada mês do ano de 2011.

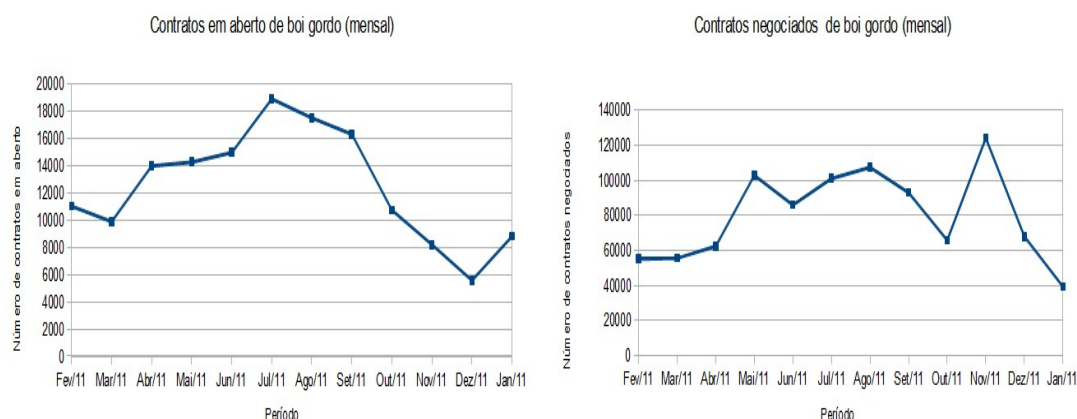


Figura 3.5: Evolução do número de contratos abertos e o número de contratos negociados de boi gordo para cada mês do ano de 2011. Fonte: BM&F

Nesta figura 3.5 se destaca a relação entre o número de contratos abertos e número de contratos negociados para o mês de novembro de 2011.

3.3.2

Indicadores Esalq/BM&F

Segundo Marques et al. (2006) para se ter sucesso e ser aceito no mercado futuro, um indicador de preços no mercado à vista precisa apresentar as seguintes características:

- O Índice de Preços utilizado represente de forma exata os preços correntes no mercado físico. A composição do índice é importante, devendo-se discutir quantos e quais mercados incluir no mesmo e quais serão as formas de ponderação.
- Haja uma convergência de forma consistente do Índice de Preços para o preço físico no vencimento do contrato, diminuindo a variação e

permitindo a previsibilidade da base.

- Sejam evitadas quaisquer possibilidades de manipulação nas informações que suprem a base de cálculo do Índice de Preços

Neste sentido existe uma parceria a mais de quinze anos entre a BM&F e o Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (Cepea), da Esalq/USP⁶, com intuito de construir indicadores dos preços agropecuários para utilização na liquidação de contratos futuros da bolsa. Os principais indicadores utilizados são os indicadores do preço do boi gordo e milho. Os indicadores são monitorados permanentemente, para que a estrutura de formação do indicador se atualize a partir de modificações no processo de comercialização dos contratos.

Indicador boi gordo ESALQ/BM&F

O indicador do boi gordo têm as seguintes características:

- **Especificação do produto:** Bovino macho, castrado ou inteiro, comum e rastreado com 16 arrobas ou mais - animais inteiros são considerados desde 1º de agosto/2011.
- **Unidade de medida:** arroba do boi gordo (R\$/arroba).
- **Moeda:** O Indicador é calculado originalmente em Reais, mas é também divulgado em dólar americano, tratando-se de simples conversão do valor em Real. O câmbio considerado é o comercial, preço de venda, das 16h30.
- **Taxa de desconto dos valores a prazo:** CDI (Certificado de Depósito Inter-bancário); Indicador, oficialmente, é à vista - são divulgadas também média a prazo e média à vista pela taxa de desconto NPR.

⁶ <http://cepea.esalq.usp.br/>

- **Região de referência (onde ocorrem os abates):** Estado de SP, dividido em 4 regiões: Presidente Prudente, Araçatuba, Bauru e São José do Rio Preto.
- **Cálculo:** É calculada a média ponderada dos preços das regiões de referência.

O peso de cada região na composição do indicador é definido com base nos dados de volume de abate dos frigoríficos amostrados - atualizado mensalmente. A participação de cada região é definida pela soma dos volumes de abate das unidades que possuem cadastro no Serviço de Inspeção Federal (SIF), consideradas no levantamento do dia. Tem-se, desta forma, um painel mensal de ponderação que leva em conta os padrões sazonais de abate de cada região. Quando uma unidade sai da amostra, devido à falta de relato do preço ou exclusão pelos critérios estatísticos, o peso relativo dessa unidade é redistribuído entre as demais. Desta forma, o sistema de ponderação pode modificar-se diariamente, de acordo com a participação dos frigoríficos na amostra.

- **Periodicidade:** diária.
- **Histórico:** desde março de 1994, sendo que, em julho de 1997, deixou-se de usar a taxa de desconto NPR e foi adotada a CDI.
- **Agentes consultados na pesquisa:** frigoríficos, pecuaristas, escritórios de compra e venda de gado e leiloeiras.
- **Importante:** valores coletados se referem a negócios efetivos do mercado físico - preços ao produtor.

Na figura 3.6 a seguir pode-se observar a série histórica do preço diário por arroba do boi gordo obtidos pelo indicador ESALQ/BM&F para o período de 01/08/1997 à 25/01/2012.



Figura 3.6: Série diária do indicador ESALQ/BMF para a arroba do boi gordo no período entre 01/08/1997 e 25/01/2012. Fonte: BM&F.

Essa série nos indica a existência de uma tendência no preço da arroba do boi gordo.

A fim de avaliar se as variáveis utilizadas seguem um processo estocástico estacionário foi realizado um teste de raiz unitária. A Tabela 3.3 mostra os resultados do teste Dickey-Fuller Aumentado (Dickey and Fuller (1984)). A hipótese nula (H_0), de que a série testada possui raiz unitária (é não estacionária).

Tabela 3.3: Teste Dickey-Fuller Aumentado (ADF)

Série	Estatística t	P-Valor	(*)V.C.: 1%	5%	10%
mensal	-0.676820	0.8485	-3.468295	-2.878113	-2.575684
(**)mensal (-1)	-10.63428	0.000	-3.468295	-2.878113	-2.575684

Seleção de defasagens baseada no critério de informação de Schwarz (SIC)

Equação do teste: com intercepto e sem tendência

(*) Valor Crítico

(**)Série com uma defasagem

Fonte: elaboração própria com base na série mensal do preço à vista do boi gordo

Estes resultados indicam que a série mensal é não estacionária já que não é possível rejeitar a hipótese nula. Com uma diferenciação nesta série podemos admitir estacionariedade seguindo o teste ADF, pois assim temos a hipótese nula rejeitada.

4

Tipologia dos modelos de apreçamento em finanças

4.1

Introdução

Neste capítulo serão descritos de forma resumida os principais modelos descritos na literatura sobre o mercado futuro dos ativos financeiros (taxa de juros) e de ativos agropecuários (*commodities* agrícolas). Os modelos estudados relacionam os fatores que influenciam os preços dos ativos e o tempo para vencimento do contrato. Estes buscam a melhor referência e a melhor descrição do comportamento dos preços ao longo do tempo.

Tradicionalmente, nos estudos desenvolvidos para o mercado futuro, os trabalhos se dividem entre modelos de equilíbrio e modelos de fatores. Neste capítulo, a princípio, serão descritos os modelos utilizados no mercado futuro de *commodities* agrícolas, que até a presente data se concentram na metodologia de modelos de equilíbrio.

Na segunda parte do capítulo será apresentada uma revisão da literatura sobre os modelos utilizados na precificação de ativos financeiros, em especial a taxa de juros. Os modelos de ACP (Análise de Componentes Principais) e Nelson and Siegel (1987) terão um enfoque maior já que serão aplicados no estudo proposto por esta dissertação.

Trabalhos sobre ativos financeiros tem uma literatura mais vasta sobre o mercado de *commodities* agrícolas e além de utilizarem modelos de equilíbrio, também estudam o comportamento da taxa de juros ao longo do tempo através de métodos estatísticos descritos por fatores.

É importante salientar que apesar de serem apresentados os principais modelos utilizados na literatura para o mercado futuro de *commodities* agrícolas, estes não serão objetos de estudo nessa dissertação.

4.2

Modelos para commodities agrícolas

Na literatura existente para o mercado futuro de *commodities* agrícolas, os modelos se diferenciam basicamente entre a quantidade variáveis de estado presentes no modelo, já que os modelos são predominantemente obtidos a partir de um processo de equilíbrio. Entre esses, Lautier (2003) destaca os trabalho de Brennan and Schwartz (1985), Brennan (1991) , Gabillon (1992), Ross (1995), Schwartz (1997) e Schwartz and Smith (2000).

4.2.1

Modelo com uma variável de estado

Brennan and Schwartz (1985)são os principais autores que descreveram o preço à vista no modelo como movimento *Browniano* geométrico, e foram posteriormente referenciados em diversos trabalhos. Na literatura, a dinâmica do movimento *Browniano* geométrico é frequentemente utilizada no estudo de ações.

Entretanto o modelo com reversão a média provavelmente representa melhor a dinâmica dos preços das *commodities* segundo trabalho de Schwartz (1997).

4.2.2

Modelos com duas variáveis de estado

Seguindo as teorias de armazenamento, diversos trabalhos entendem que a expectativa quanto a taxa de *proxy do convenience yield* é alterada ao decorrer do contrato, pois com a obtenção de novas informações a respeito da safra da *commodity* agrícola, os agentes mudam suas expectativas quanto ao risco de escassez alterando assim a taxa de *proxy do convenience yield*. Os modelos então consideram o *proxy do convenience yield* evoluindo estocasticamente no tempo.

Schwartz (1997) é o principal autor desse tipo de modelo, onde explica o preço futuro pelas variáveis preço à vista e *proxy do convenience yield*.

4.2.3

Modelos com três variáveis de estado

Segundo Lautier (2003), até 1997, todos os modelos assumiram a taxa de juros constante, pressupondo assim que a estrutura a termo da taxa de juros é fixa no tempo. Schwartz (1997) propõe em seu modelo, que a taxa de juros também siga um processo de reversão a média e atribui três variáveis de estado para modelar o preço futuro de *commodities* agrícolas, a saber, preço à vista, *proxy do convenience yield* e taxa de juros.

Lautier (2003) destaca, que para modelar os preço de *commodities* agrícolas no mercado futuro é necessária uma reflexão entre realidade e simplicidade. Um modelo com mais variáveis de estado obtém resultados melhores quanto ao ajuste, mas é menos parcimonioso pela quantidade de parâmetros a serem estimados.

4.3

Modelos para ativos financeiros (taxa de juros)

Para determinar o preço dos ativos financeiros as únicas variáveis utilizadas são a taxa de juros e o valor de face. O valor de face é fixo para todos os contratos, logo os modelos se concentram na previsão da estrutura a termo da taxa de juros. Esses descrevem probabilisticamente a evolução futura da taxa de juros, buscando assim um modelo que melhor se adeque ao comportamento dessas taxas. Na literatura podemos encontrar referências a quatro classes de modelos, que serão apresentados nas próximas subseções.

4.3.1

Modelos de equilíbrio

Em uma negociação de um título onde o preço do título está acima da média, existirá uma pressão do mercado para que esse preço abaixe até a média histórica, ou ao contrário, quando o preço está abaixo da média, existirá uma pressão contrária para que o preço se ajuste de maneira a coincidir com a média

histórica.

Para descrever processos como estes, são utilizados modelos chamados de reversão a média, que fazem parte dos modelos de equilíbrio. Esses modelos se utilizam de processos estocásticos para definir a taxa de juros de curto prazo.

Os principais autores que fazem referências a estes modelos no estudo da taxa de juros são: Vasicek (1977), Hull and White (1990), Rendleman and Bartter (1980) e Cox et al. (1981).

4.3.2

Modelos de não arbitragem

Se baseiam nos modelos de equilíbrio, mas utilizando de teorias de não arbitragem da negociação da taxa de juros. Os modelos de não arbitragem minimizam os erros obtidos nos modelos de equilíbrio. Entre os autores que utilizam este tipo de modelo pode-se destacar Ho and Lee (1986).

4.3.3

Modelos de interpolação

Nessa classe de modelos as taxas de juros são interpoladas, buscando a melhor curva que represente a estrutura a termo da taxa de juros. Um ponto criticado nesse método, está na quantidade de parâmetros que precisam ser estimados para a previsão.

Na literatura muitos estudos assumem uma curva de juros com maturidades contínuas, o que não acontece na realidade, pois os contratos futuros, no Brasil por exemplo, tem vencimentos fixos no primeiro dia útil de cada mês. Assim é necessário interpolar a estrutura a termo da taxa de juros e para isso é utilizado com frequência na literatura o método de interpolação *cubic spline*, conforme McCulloch (1975).

4.3.4

Modelos de fatores

Os modelos de fatores podem ser vistos como técnicas estatísticas para redução da dimensionalidade do conjunto de regressores. Esses modelos possibilitam a explicação de diversas variáveis econômicas por poucos fatores com significativa proporção da variabilidade total. São modelos bastante referenciados na literatura e dentre estes se destacam os trabalhos de Nelson and Siegel (1987), Litterman and Scheinkman (1991), Diebold and Li (2006) e Svensson (1994).

Análise de componentes principais

O método de ACP transforma um vetor aleatório $x \in \mathbb{R}^n$ noutro vetor $y \in \mathbb{R}^m$ (para $m \leq n$) projetando x nas n direções ortogonais de maior variância - as componentes principais.

Jolliffe (2002) entende a análise de componentes principais (ACP) como a forma de “[...] reduzir a dimensionalidade de um conjunto de dados nos quais existe um grande número de variáveis inter-relacionadas, mantendo o máximo possível da variação [...]”.

Quando se é aplicada a ACP obtemos os componentes e os devidos poderes de explicação, tornando possível a seleção dos componentes que realmente são significantes na análise dos dados. Quando aplicada na curva de juros, tal análise resulta na identificação dos principais componentes que explicam sua variação ao longo das diversas maturidade.

O procedimento é feito extraindo funções lineares $\alpha_1'x$ que possuam maior variância possível dos dados originais, cada função representando um componente, que será ordenado de acordo com o tamanho da variância. Neste exemplo x representa o vetor dos dados originais com p variáveis e 1 consiste em um vetor de p constantes $\alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{1p}$, e $'$ denota transposição, de forma que:

$$\alpha_1'x = \alpha_{11}x_1 + \alpha_{21}x_2 + \cdots + \alpha_{p1}x_p = \sum_{j=1}^p \alpha_{j1}x_j \quad (4.1)$$

É importante destacar que estas funções devem ser descorrelacionadas para que os pressupostos da ACP sejam mantidos, ou seja, a ideia é criar um novo conjunto de variáveis ortogonais que são combinação linear dos dados originais.

Definindo V como sendo a matriz de covariância do vetor x normalizado, a diagonal dessa matriz representa as variâncias de cada uma das variáveis aleatórias e os demais elementos representam suas devidas covariâncias. A ACP se baseia na análise dos autovalores e autovetores dessa matriz. Definindo W como a matriz $p \times p$ de autovetores e Λ como a matriz diagonal de autovalores de V , tem-se que:

$$VW = W\Lambda \quad (4.2)$$

com:

$$W = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1j} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{i1} & \alpha_{i2} & \dots & \alpha_{ij} \end{pmatrix} \quad \Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_{ij} \end{pmatrix}$$

Onde: $i, j = 1, 2, 3, \dots, p$;

Como a matriz W é ortogonal, temos:

$$V = W\Lambda W' \quad (4.3)$$

Agora ordenando os autovalores da matriz W de acordo com os autovetores (pesos) da matriz Λ , chegamos a p -ésima componente principal dada

por:

$$P_p = \alpha_{1p}x_1 + \alpha_{2p}x_2 + \dots + \alpha_{kp}x_{pk} = XW_p \quad (4.4)$$

Onde: $k = 1, 2, 3, \dots, p$;

Dessa maneira cada componente principal estará associado em ordem decrescente a um autovalor . Seriam necessários todas os componentes principais para explicar toda a variância da amostra original, mas é possível escolher apenas os componentes principais mais significativos sem grande perda de informação.

A ACP não é invariante à escala, o que exige que os dados sejam normalizados (média zero e variância unitária), caso contrario os componentes principais seriam dominados pela variável com maior variância. Outra importante consideração a ser feita, se relaciona à estacionariedade das séries.

Um dos pressupostos da ACP exige que as séries analisadas sejam estacionárias, pressuposto este que segundo Machado, et al. (2001) pode ser relaxado, tornando assim a ACP também aplicável a séries não estacionárias, desde que quando este for o caso, a normalização destas deixa de ser aconselhável.

Muitos estudos se divergem em relação à hipótese de estacionariedade das taxas de juros, deixando dúvida em relação à existência de raiz unitária ou não. Por esta razão faz-se necessário um análise prévia sobre a estacionariedade das séries.

Pioneiros na utilização da técnica de ACP na estrutura a termo da taxa de juros, Litterman and Scheinkman (1991), em seu estudo utilizam o histórico das taxas de juros implícitas em diversos papéis no mercado americano, identificando nos dados três principais componentes que explicam cerca de 98% da variância das taxas, a saber, nível, inclinação e curvatura.

Para ilustrar os resultados obtidos a partir da utilização da técnica de ACP em taxa de juros, podemos apresentar a figura 4.1o gráfico obtido por Litterman and Scheinkman (1991) para os pesos dos componentes principais em seu trabalho para os *treasury bonds* do mercado americano.

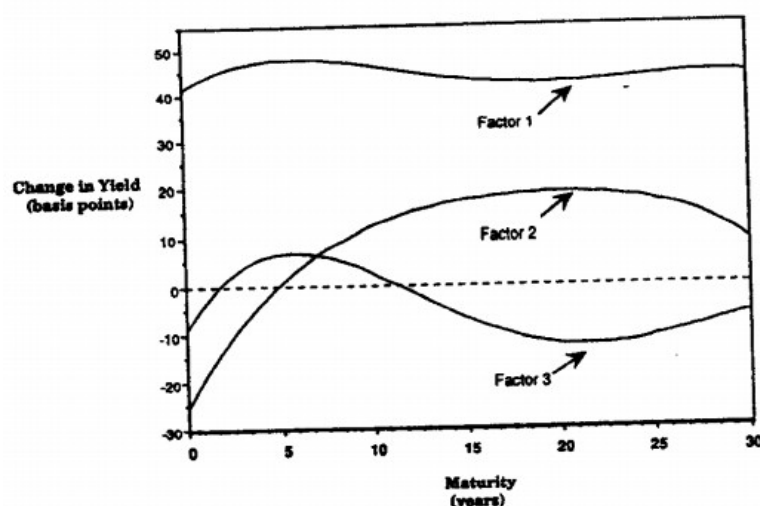


Figura 4.1: Pesos dos componentes principais do *treasury bonds* do mercado americano. Fonte: Litterman e Scheinkman (1991).

Nelson e Siegel

O modelo de Nelson and Siegel (1987) explica a variação da curva de juros de forma funcional e parcimoniosa, através de uma função suave e flexível capaz de representar a estrutura a termo da taxa de juros.

Neste modelo as taxas de juros *spot* são descritas por uma equação de 2º grau de mesmas raízes e as taxas *forward* (previsões das taxas *spots*) são a solução destas com duas raízes reais idênticas.

Assim Nelson and Siegel (1987) descreve as taxas *forward* instantâneas como:

$$f_t(\tau) = \beta_{0,t} + \beta_{1,t}e^{-\lambda_t\tau} + \beta_{2,t}\lambda_t e^{-\lambda_t\tau}$$

$$f_t(\tau) = \beta_{0,t} + \beta_{1,t}e^{-\lambda_t\tau} + \beta_{2,t}\lambda_t e^{-\lambda_t\tau} \quad (4.5)$$

Onde:

$f_t(\tau)$: taxa de juros *forward* para a maturidade;

$\beta_{0,t}$, $\beta_{1,t}$ e $\beta_{2,t}$: parâmetros a serem estimados;

τ : maturidade;

λ_t : taxa de decaimento exponencial (também estimada para o modelo Nelson e Siegel).

A curva *spot* associada $Y_t(\tau)$, pode ser descrita integrando a taxa *forward* entre 0 e τ :

$$Y_t(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau f_t(x) dx = \beta_{0,t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} \right) + \beta_{2,t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} - e^{-\lambda_t \tau} \right) + \epsilon_t \quad (4.6)$$

Características existentes na ETTJ, podem ser observados pelo modelo proposto por Nelson and Siegel (1987), como a presença de limites para as taxas de juros de curto e longo prazo. Guedes (2008) descreve algumas interpretações sobre os parâmetros desse modelo:

- Para contratos com maturidades longas a taxa de juros tem tendência assintótica para $\beta_{0,t}$;
- $\beta_{0,t} + \beta_{1,t}$ é o valor inicial da curva;
- $-\beta_{1,t}$ é a diferença (*spread*) entre taxa de longo e curto prazo;
- O parâmetro $\beta_{2,t}$ determina concavidade das taxa de curto e longo prazo:

$\beta_{2,t} < 0$ a curva tem formato de “U”;

$\beta_{2,t} > 0$ a curva tem formato de “U” invertido;

$\beta_{2,t}$ se aproxima de 0 a curva se aproxima de uma reta;

- λ_t determina a velocidade de decaimento (transição) das taxas de curto e longo prazo.

Svensson

Apesar dos modelos propostos por Nelson and Siegel (1987), conseguirem reproduzir grande parte das curvas obtidas a partir da estrutura a termo da taxa de juros, o trabalho de Svensson (1994), foi proposto de forma a melhor estimar as curvas, incrementando o modelo anterior com um novo fator que possibilite uma nova curvatura da estrutura a termo.

Com a inclusão desse novo fator também se faz necessário definir outro novo parâmetro de decaimento independente do anterior.

Diebold e Li

Os autores reinterpretam o trabalho de Nelson and Siegel (1987), utilizando agora fatores dinâmicos latentes. Enquanto o modelo anterior tem uma abordagem estática, em maturidades determinadas, os três fatores $\beta_{0,t}$, $\beta_{1,t}$, $\beta_{2,t}$ agora evoluem dinamicamente no tempo seguindo um processo AR(1) para cada fator ou um processo VAR(1).

Diebold and Li (2006) admite o parâmetro como estático no tempo ao lidar com dados americanos. Isso deve-se ao fato desse parâmetro ser usado apenas para determinar a uma maturidade média para maximização do peso associado, não tendo nenhuma interpretação econômica. Em seu trabalho no mercado norte americano Diebold and Li (2006) utilizam λ que maximiza maturidades de 2 a 3 anos, que representam maturidades médias neste mercado.

A definição do parâmetro λ a ser utilizado é de vital importância nos resultados do modelo, pois ele determina a maturidade média onde ocorre a transição de taxas de curto para longo prazo, ou seja, ele determina em qual maturidade acontece o decaimento da curva de taxa de juros.

Os trabalhos empíricos utilizam maneiras diferentes de definir este parâmetro, sendo a forma mais simples defini-lo de maneira arbitrária em uma maturidade de 2 a 3 anos, modeling o qual se adequa para o caso norte americano. Outra método é defini-lo como a média dos valores estimados variantes no tempo.

Os autores interpretam o modelo em 3 fatores com pesos

$\left(1, \frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau}, \frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau}\right)$ que confirmam os resultados obtidos por Litterman and Scheinkman (1991), a saber:

- **nível:** O peso associado ao primeiro fator ($\beta_{1,t}$) é constante e não depende da maturidade, indicando um nível;
- **tendência:** O peso associado ao segundo fator ($\beta_{2,t}$) é uma função decrescente, indicando um inclinação;
- **curvatura:** o peso associado ao terceiro fator ($\beta_{3,t}$) começa em zero, aumenta até maturidades médias e diminui para maturidades longas, indicando uma curvatura.

Podemos representar os modelos de fatores em espaços de estados, onde:

Equação de medida:

$$Y_t = X_t \beta_t + \epsilon_t \quad (4.7)$$

$$\begin{bmatrix} Y_t(\tau_1) \\ Y_t(\tau_2) \\ \vdots \\ Y_t(\tau_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1-e^{-\lambda\tau_1}}{\lambda\tau_1} & \frac{1-e^{-\lambda\tau_1}}{\lambda\tau_1} - e^{-\lambda\tau_1} \\ 1 & \frac{1-e^{-\lambda\tau_2}}{\lambda\tau_2} & \frac{1-e^{-\lambda\tau_2}}{\lambda\tau_2} - e^{-\lambda\tau_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \frac{1-e^{-\lambda\tau_n}}{\lambda\tau_n} & \frac{1-e^{-\lambda\tau_n}}{\lambda\tau_n} - e^{-\lambda\tau_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{0,t} \\ \beta_{1,t} \\ \vdots \\ \beta_{2,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_t(\tau_1) \\ \epsilon_t(\tau_2) \\ \vdots \\ \epsilon_t(\tau_n) \end{bmatrix}$$

A equação de medida (4.21) define o vetor de taxas de juros para as suas devidas maturidades, como a soma dos fatores multiplicados pelos seus pesos, com um vetor de erros distribuídos normalmente e independente entre as maturidades. Caso o interesse seja apenas ajustar a estrutura a termo da curva de juros, a equação de medida é suficiente, como exposto no trabalho de Nelson and

Siegel (1987). Entretanto, para fazer previsões da estrutura a termo é necessário modelar também a dinâmica dos fatores.

Equação de estado ou previsão:

$$\beta_t = \mu + \phi\beta_{t-1} + \vartheta_t \quad (4.8)$$

Em seu trabalho Diebold and Li (2006) propõe uma abordagem em dois estágios. No estudo é estimada a equação de medida onde são obtidos os parâmetros para cada data. Como descrito anteriormente, Diebold and Li (2006) considera o parâmetro fixo no tempo, logo o modelo pode ser estimado por MQO (Mínimos Quadrados Ordinários). No segundo estágio é determinada a dinâmica temporal dos parâmetros e estimado os mesmo por um processo AR(1) ou VAR(1), conforme apresentado a seguir.

Processo AR(1):

$$\begin{bmatrix} \beta_{0,t} \\ \beta_{1,t} \\ \beta_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{0,t-1} \\ \beta_{1,t-1} \\ \beta_{2,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1,t} \\ v_{2,t} \\ v_{3,t} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_{1,t} \\ v_{2,t} \\ v_{3,t} \end{bmatrix} \approx \mathbf{N} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 \end{bmatrix} \right)$$

Processo VAR(1):

$$\begin{bmatrix} \beta_{0,t} \\ \beta_{1,t} \\ \beta_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{0,t-1} \\ \beta_{1,t-1} \\ \beta_{2,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1,t} \\ v_{2,t} \\ v_{3,t} \end{bmatrix}$$

Por fim, assume-se que os erros da equação de medida e equação de estado são ortogonais entre si, e são normalmente distribuídos:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_t \\ v_t \end{bmatrix} \approx \mathbf{N} \left(\begin{bmatrix} 0_{N \times 1} \\ 0_{K \times 1} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} H & 0 \\ 0 & Q \end{bmatrix} \right)$$

A variância do erro para cada maturidade compõe a matriz diagonal. A hipótese de que a matriz é diagonal implica que os desvios da taxa de juros para as várias maturidades são não correlacionados. Essa suposição facilita a estimação do modelo diminuindo o número de parâmetros, e é comum na literatura. Já a hipótese de que a matriz é não restrita permite que choques sobre os três fatores estejam correlacionados.

5

Modelo de fatores para commodities agrícolas

5.1

Introdução

A precificação de ativos tem sido objeto de muitos estudos em finanças, nos quais grande parte dos trabalhos visa entender quais os fatores relevantes para a formação do preço no mercado futuro. Estes trabalhos investigam a relação entre o preço *spot* (preço à vista), o preço *forward* (preço futuro) e as variáveis que atuam nesta composição.

Modelos matemáticos podem ser usados para criar uma curva que se aproxime da estrutura a termo dos preços futuros. Os modelos podem ser usados tanto para aproximação de curvas aos dados observados (*in sample*) como para previsão de novas curvas, ou seja, previsão de novos preços futuros (*out sample*).

Vários modelos foram propostos na literatura para determinar a relação dos futuros e preços *spot*, tanto para ativos financeiros, como para *commodities* agrícolas. Esses modelos servirão como base desta dissertação com o intuito de propor a utilização de modelos de fatores para estimação das variáveis utilizadas na precificação do boi-gordo no mercado futuro brasileiro.

5.2

O modelo proposto

A formação do preço futuro de *commodities* agrícolas, como foi descrito nos capítulos anteriores, é feita a partir das variáveis, preço à vista da *commodity*, taxa de juros livre de risco e *convenience yield*. Estas três variáveis são descritas em diversos trabalhos na literatura e a estimação dessas representa a estimação do preço futuro, como descrito na equação (2.13).

Os primeiros modelos para *commodities* agrícolas na literatura utilizam o preço à vista como variável dinâmica (estocástica) e as demais variáveis como fixas. Isso significa dizer que a única variável que precisa ser estimada é o preço

à vista da *commodity*, pois a taxa de juros e o *convenience yield* são fixos no tempo para cada maturidade.

Os estudos evoluíram de maneira a considerar tanto a taxa de juros como o *convenience yield* como variáveis estocásticas, necessitando assim da estimação das três variáveis. Contudo os estudos descritos na literatura até a presente data, utilizam-se de modelos de equilíbrio para a estimação dessas variáveis.

Para o estudo dos ativos financeiros a literatura também descreve modelos de equilíbrio com movimento *Browniano* e processo de reversão à média, e vai além escrevendo a estrutura a termo da taxa de juros a partir de modelos de fatores. Dentre os estudos podemos destacar os trabalhos de Nelson and Siegel (1987), Litterman and Scheinkman (1991), Svensson (1994) e Diebold and Li (2006).

O modelo proposto por esta dissertação descreve o comportamento da taxa de juros e de uma proxy do *convenience yield* obtidos na formação dos preços do boi-gordo na BM/F, a partir dos modelos de fatores já referenciados na literatura para o estudo de ativos financeiros.

Assim como acontece para o caso dos ativos financeiros, a taxa de juros e a proxy do *convenience yield* do mercado futuro de boi-gordo possuem uma estrutura a termo que relaciona as taxas com as seus vencimentos.

Desta maneira, essa dissertação propõe descrever a estrutura a termo da proxy *convenience yield* (ETCY) e a estrutura a termo da taxa de juros (ETTJ) obtidos na comercialização do boi-gordo a partir dos modelos de fatores, como veremos a seguir.

5.3

Estrutura do modelo

Relembrando a formação dos preços do mercado futuro de *commodities* apresentada no capítulo 2 pela equação (2.13), temos:

$$F(t, T) = S(t)e^{(r_t - y_t) \left(\frac{d_u}{252} \right)}$$

onde:

$F(t,T)$: Preço futuro em t para vencimento em T ,

$T > t$; $S(t)$: Preço à vista em t ;

τ_r : Taxa de juros em t com vencimento em T ;

y_t : Proxy do convenience yield em t ;

du_t : Dias para o vencimento.

Pode-se descrever a estrutura de estimação das variáveis que são utilizadas na formação do preço futuro do boi-gordo utilizando o modelo Nelson and Siegel (1987) conforme equação(4.18):

Proxy do Convenience Yield

$$Y_t(\tau) = \delta_{0,t} + \delta_{1,t} \left(\frac{1 - e^{-\gamma_t \tau}}{\gamma_t \tau} \right) + \delta_{2,t} \left(\frac{1 - e^{-\gamma_t \tau}}{\gamma_t \tau} - e^{-\gamma_t \tau} \right)$$

Taxa de Juros

$$r_t(\tau) = \beta_{0,t} + \beta_{1,t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} \right) + \beta_{2,t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} - e^{-\lambda_t \tau} \right)$$

- τ : maturidade do contrato;
- y : proxy do *convenience yield*;
- $\delta_{1,t}$, $\delta_{2,t}$, $\delta_{3,t}$: parâmetros a serem estimados para a *proxy do convenience yield*;
- γ_t : taxa de decaimento exponencial para a *proxy do convenience yield*.
- r : taxa de juros;
- $\beta_{1,t}$, $\beta_{2,t}$, $\beta_{3,t}$: parâmetros a serem estimados para a taxa de juros;
- λ_t : taxa de decaimento exponencial para a taxa de juros.

Neste modelo, as únicas variáveis estimadas são a *proxy do convenience yield* e a taxa de juros. Para a determinação do preço à vista, variável importante na formação dos preços no mercado futuro, a dissertação se utiliza do índice

CEPEA/ESALQ.

A principal contribuição dessa dissertação é a validação do uso de modelos de fatores para estimação da estrutura a termo da *proxy do convenience yield* buscando resultados similares aos obtidos nos estudos das taxas de juros, destacando entre eles a obtenção de três fatores principais que representam respectivamente, nível, inclinação e curvatura.

6

Resultados

6.1

Base de dados

Foi escolhida para estudo, a *commodity* agrícola com maior volume de negociação e quantidade de contratos abertos no mercado futuro brasileiro, a saber, boi gordo.

Seguindo as teorias de formação dos preços abordadas no capítulo 2, as informações necessárias neste estudo são: preço à vista da *commodity* (Indicador ESALQ/BM&F), taxa de juros (contratos DI-futuro da BM&F), preços no futuro (preços de comercialização dos contratos futuros da BM&F), *proxy do convenience yield* (obtido em função das outras informações) e maturidades dos contratos.

A base de dados utilizada neste estudo está disponível no sistema de recuperação de dados da BM&F⁷ 1 em contratos de boi gordo (BGI). O período utilizado tem início em março de 2006, pois a partir desta data os contratos sofreram modificações nas características de negociação. Assim, para o estudo, a base de dados para os contratos de boi gordo, corresponderá ao período de março/2006 á março/2012.

Informações para o preço à vista foram obtidas pelo indicador Indicador ESALQ/BM&F⁸ no mesmo período referente a base de dados do preço futuro, ou seja, entre março de 2006 e março de 2012.

As taxas de juros foram obtidas a partir das negociação dos contratos DI de um dia também pelo sistema de recuperação de dados da BM&F no período correspondente aos contratos de *commodities* utilizados neste estudo. A utilização de taxas de juros de contratos DI de um dia, está de acordo com as referências já abordadas nessa dissertação.

⁷ <http://www.bmfbovespa.com.br/pt-br/mercados/mercadorias-e-futuros/>

⁸ <http://cepea.esalq.usp.br/boi/>

Para aplicação da metodologia ACP, uma escolha importante a ser feita para o estudo da estrutura a termo do *proxy do convenience yield* e da taxa de juros, está na definição das maturidades fixas a serem utilizadas. Essa escolha deve ser feita de maneira a representar em poucas maturidades fixas a negociação no mercado futuro. Neste estudo utilizaremos as maturidades de 21, 42, 63, 84, 105 e 126 dias, ou seja, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 meses respectivamente.

Como na BM&F, os contratos de *commodities* agrícolas só possuem vencimentos no primeiro dia útil do mês e nem todos os meses possuem contratos abertos, é necessário utilizar técnicas de interpolação para obter as taxas de juros e *proxy do convenience yield* para estas maturidades fixas que talvez não tenham contratos referentes. O método de interpolação *Cubic Spline* é bastante utilizado nas referências sobre o assunto, como por exemplo em McCulloch (1975) e também será utilizado neste trabalho para interpolação da taxa de juros e da *proxy do convenience yield*.

O estudo dessa dissertação está baseado na *proxy do convenience yield* e essa taxa não é observada de forma direta, mas sim pela expressão de formação de preço futuro de *commodities* descrita na equação (2.14) do capítulo 2.

$$F(t, T) = S(t)e^{(r_t - y_t) \left(\frac{du}{252} \right)}$$

Destacando o *proxy do convenience yield* tem-se:

$$y_t = \frac{\ln(S(t)) - \ln(F(t, T))}{\frac{du_t}{252}} + r_t$$

É importante destacar que o mesmo acontece para o estudo das taxas de juros, pois é extraída de forma indireta dos contratos de DI-Futuro como descrito na equação (2.7) também do capítulo 2.

$$r_t = \frac{\ln(100.000) - \ln(PU_t)}{\frac{du_t}{252}}$$

6.2

Análise descritiva dos dados

A figura 6.1 mostra o valor da *proxy do convenience yield* para as maturidades fixas já interpoladas durante o período estudado.

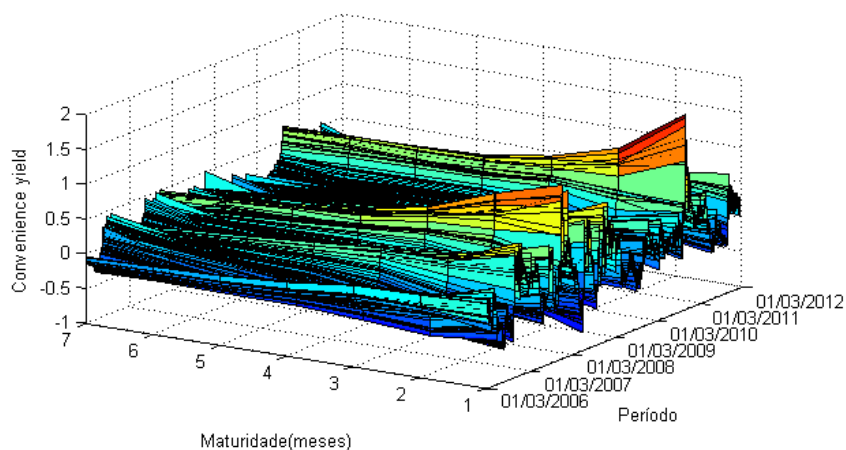


Figura 6.1: *Proxy do convenience yield* do boi gordo no período de 01/03/2006 à 01/03/2012.

Pode-se observar na figura 6.1 que durante o período estudado a curva da *proxy do convenience yield* assume diferentes formas passando por períodos onde apresenta forma côncava e períodos onde apresenta forma convexa.

A seguir na tabela 6.1 pode-se observar algumas estatísticas descritivas para os diferentes vencimentos que será utilizado neste estudo.^{9, 10}

⁹ As estatísticas $r(1)$, $r(12)$ e $r(30)$ representam respectivamente as autocorrelações com defasagem 1, 12 e 30 dias.

¹⁰ Para o teste ADF (Dickey Fuller Aumentado) foi incluído um intercepto na equação de teste e o critério de seleção utilizado foi o SIC (Schwarz Info Criterion)

Tabela 6.1: Estatísticas descritivas para as diferentes maturidades da *proxy do convenience yield* no período de 01/03/2006 à 01/03/2012.

Maturidades	1	2	3	4	5	6	7
Média	0.165	0.136	0.117	0.106	0.099	0.095	0.092
Mediana	0.142	0.118	0.099	0.089	0.097	0.095	0.091
Mínimo	-0.740	-0.506	-0.407	-0.370	-0.321	-0.303	-0.317
Máximo	1.801	1.221	0.897	0.753	0.724	0.720	0.701
Desvio P.	0.340	0.281	0.234	0.198	0.171	0.151	0.153
r(1)	0.941	0.981	0.988	0.991	0.992	0.990	0.954
r(12)	0.542	0.739	0.821	0.859	0.860	0.838	0.740
r(30)	0.255	0.392	0.502	0.582	0.588	0.561	0.530
Teste ADF (P. Valor)	-6.720 (<0.001)	-4.124 (<0.001)	-3.033 (0.032)	-2.808 (<0.057)	-2.961 (0.038)	-2.760 (0.064)	-4.264 (<0.001)

Pode-se observar a partir da tabela 6.1 que a *proxy do convenience yield* para o boi gordo é mais volátil em menores maturidades, que corrobora com resultados obtidos nos estudos da taxa de juros, onde em horizontes maiores a taxa tende a permanecer estável em um nível.

Outro fato estilizado que pode-se observa neste trabalho são autocorrelações significativas, fato este corroborado no trabalho de Diebold and Li (2006) sobre a taxa de juros. O teste ADF indica estacionariedade para a maioria das maturidades a um nível de significância de 5%, e para todas quando admiti-se um nível de significância de 6%.

Uma característica notada é a presença de taxas negativas para a *proxy do convenience yield*, fato este que não aparece no estudo da taxa de juros. Esse fato pode ser explicado pela característica de formação da mesma, já que como explicado do capítulo

2, os estudos sobre o assunto denotam essa taxa como sendo a diferença entre a *proxy do convenience yield* e o custo de transação (custos operacionais e custos da BM&F).

Essa característica é necessária um vez que não existem informações confiáveis sobre o custo de transação das commodities, assim ficaria difícil a separação dessas variáveis em um estudo. Desde modo, quando o custo de transação é maior do que a expectativa da *proxy do convenience yield*, podemos observar taxas negativas.

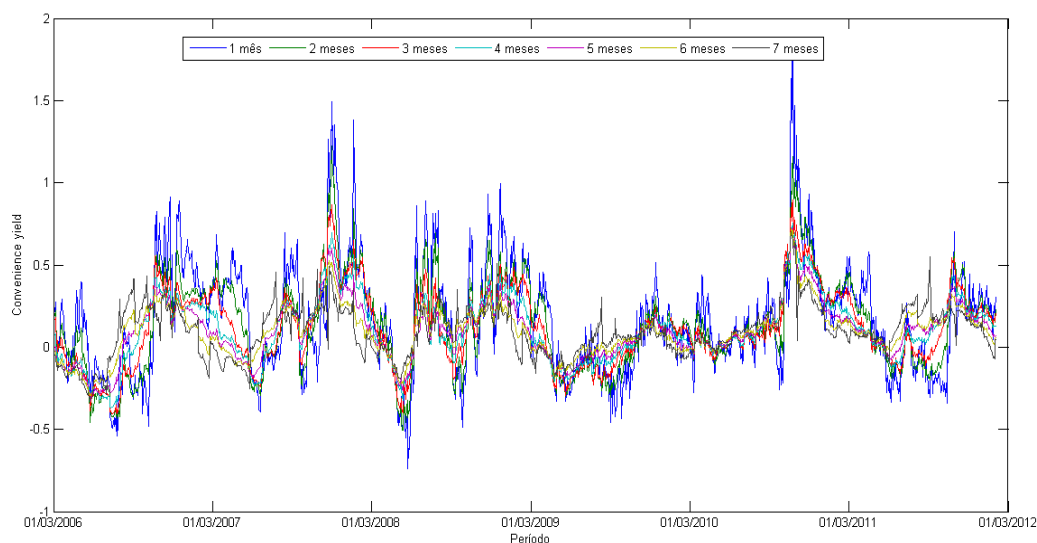


Figura 6.2: Série temporal das maturidades do *proxy do convenience yield* no período de 01/03/2006 à 01/03/2012

A figura 6.2 apresenta as séries temporais das maturidades da *proxy do convenience yield* no período estudado. Pode-se observar que a série que representa a maturidade de 1 mês é a que se comporta com maior volatilidade, fato também encontrado nos estudos da taxa de juros. Como um todo para maturidades maiores existe uma suavização nos dados caracterizando uma tendência a longo prazo.

Pode-se notar em diversos momentos um cruzamento entre taxas da *proxy do convenience yield* de maturidades menores e *proxy do convenience yield* de maturidades maiores. Este fato está ligado a situações de *contango* e *backwardation* nos preços futuros da *commodity*.

6.3

Proxy do convenience yield: Análise de Componentes Principais

Como discutido anteriormente, este trabalho tem o objetivo de utilizar os modelos de fatores para estimar a *proxy do convenience yield* presente nas negociações do mercado futuro de commodities agrícolas. Assim como primeiro passo, esta dissertação propõe um estudo dos componentes principais da *proxy do convenience yield*, esperando com isso obter resultados similares aos encontrados no estudo da taxa de juros, onde os resultados obtidos pela aplicação da ACP

respaldou os fatores presentes no modelo Nelson and Siegel (1987).

A figura 6.3 seguir mostra a saída do software Gretl 1.9.5 para a análise de componentes principais do *convenience yield* do boi gordo com destaque para os três primeiros componentes:

Análise de Autovalores da Matriz de Correlação

Componente	Autovalor	Proporção	Acumulada
1	5,7506	0,8215	0,8215
2	0,9713	0,1388	0,9603
3	0,2018	0,0288	0,9891
4	0,0405	0,0058	0,9949
5	0,0247	0,0035	0,9984
6	0,0088	0,0013	0,9997
7	0,0023	0,0003	1,0000

Autovetores (cargas dos componentes)

Variável	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7
mes_1	0,346	-0,465	0,684	-0,394	-0,099	-0,173	-0,020
mes_2	0,381	-0,387	0,063	0,619	0,200	0,514	0,121
mes_3	0,400	-0,216	-0,365	0,300	-0,063	-0,671	-0,341
mes_4	0,408	-0,019	-0,398	-0,258	-0,475	0,084	0,613
mes_5	0,408	0,161	-0,222	-0,388	0,007	0,458	-0,631
mes_6	0,388	0,352	0,017	-0,165	0,754	-0,192	0,305
mes_7	0,303	0,661	0,432	0,357	-0,390	-0,047	-0,046

Figura 6.3: ACP do *proxy do convenience yield* do boi gordo

Na figura 6.3 as variáveis *ms_1*, *ms_2*, *ms_3*, *ms_4*, *ms_5*, *ms_6* e *ms_7* representam respectivamente as maturidades de 1, 2, 3, 4, 5, 6, e 7 meses. A partir dos autovalores pode-se observar que 98,91% da variabilidade dos dados pode ser explicada pelos 3 primeiros componentes principais em destaque.

Informação importante na metodologia de ACP, está nos autovalores obtidos, que representam os pesos dos componentes principais. A figura 6.3 mostra que todos os valores que representam os pesos do primeiro componente estão próximos. Assim um choque em tal componente resulta em uma mudança de nível da *proxy do convenience yield*, e esse resultado está de acordo com os resultados obtidos para a taxa de juros, onde o primeiro componente representa o nível.

Os pesos referentes ao segundo componente, tem valores negativos para as primeiras variáveis e positivos para as outras, esse resultado sugere que este componente representa uma inclinação, pois um choque neste componente atua

de forma contrária para pequenas e grande maturidades, corroborando assim resultados da taxa de juros.

Já para os pesos do terceiro componente, os valores expressam que um choque neste componente resultada em uma mudança na curvatura da *proxy do convenience yield*, mais uma vez indo de encontro com os resultados obtidos para a taxa de juros.

Com estes resultados pode-se inferir que todos os fatos estilizados encontrados nos estudos da taxa de juros através da metodologia ACP são também observados quando o objeto de estudo é agora a *proxy do convenience yield*.

A figura 6.4 mostra a evolução dos pesos dos componentes principais na maturidades da *proxy do convenience yield* do boi gordo.

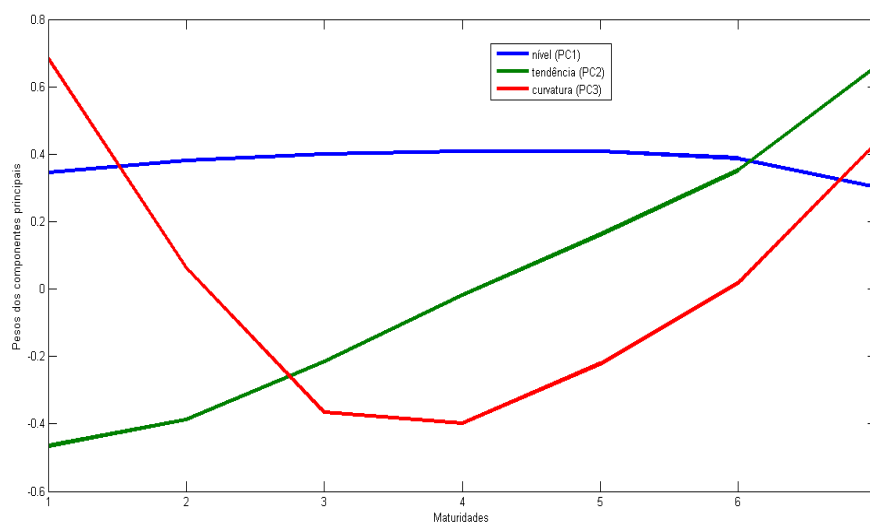


Figura 6.4: Pesos da ACP da *proxy do convenience yield* para o boi gordo

Pode-se observar de maneira clara a partir da figura 6.4 a presença de um nível (primeiro componente), uma inclinação (segundo componente) e uma curvatura (terceiro componente).

6.4

***Proxy do convenience yield*: Modelo de Fatores**

Como discutido anteriormente, este estudo procura explicar o padrão da *proxy do convenience yield* a partir do modelo de fatores originalmente proposto

por Nelson and Siegel (1987) conforme equação (4.18) descrita no capítulo 4.

$$Y_t(\tau) = \beta_{0,t} + \beta_{1,t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t} \right) + \beta_{2,t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t} - e^{-\lambda_t \tau} \right) + \epsilon_t$$

Onde

$$t = 1, 2, \dots, T$$

$$\tau = \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$$

$$\epsilon_t \approx N(0, \sigma_t^2)$$

Pode-se observar que esse modelo possui 4 parâmetros desconhecidos para cada instante de tempo t , $\beta_{0,t}$, $\beta_{1,t}$, $\beta_{2,t}$ e λ_t , sendo necessária sua estimação por mínimos quadrados não lineares. A cada instante t é aplicado o modelo e estimados os seus parâmetros logo, como neste trabalho são utilizados dados referentes há 1481 dias diferentes, serão estimados parâmetros para cada data.

Em seu trabalho Diebold and Li (2006) reinterpretam o modelo Nelson and Siegel (1987) admitindo os fatores estimados como fatores latentes pertencentes a uma série temporal evoluindo nos instantes t . Logo para essa interpretação, fixam maturidades e estimam os parâmetros para essas maturidades fixas. No estudo, Diebold and Li (2006) fixa um valor para o parâmetro $t = 0.0609$ que para o caso específico da aplicação dos autores, maximiza a maturidade média em 30 meses e essa reinterpretação é utilizada com o intuito de simplificar os cálculos tornando possível uma estimação por mínimos quadrados ordinários.

Neste estudo as maturidades foram fixadas através da interpolação *Cubic Spline* e também fixaremos o valor do parâmetro t assim como Diebold and Li (2006). O parâmetro t controla a taxa de decaimento exponencial da inclinação e a curvatura da curva. Valores pequenos de t servem para ajustar bem a curva em prazos longos. Por outro lado, valores altos de t servem para ajustar a curva em prazos mais curtos.

Nos estudos empíricos existem maneiras diferentes de fixar o parâmetro.

Uma maneira simples é defini-lo arbitrário entre alguma maturidades, outra maneira é defini-lo como a média ou mediana dos t , variáveis no tempo. Neste estudo será fixado o valor de τ como a mediana dos valores estimados em *cross-section* ao longo de todo período da amostra. Para este estudo o valor de τ fixado será de 2,193.

Os resultados podem ser divididos em dois passos diferentes. No primeiro passo os parâmetros para cada instante t serão estimados e a partir desses resultados pode-se observar os resíduos em cada instante. No segundo passo os parâmetros serão estudados como processos de série temporal.

6.4.1

Primeiro passo: Estimando os parâmetros

Os parâmetros serão estimados utilizando o software MATLAB 7.8.0 (R2009a) seguindo trabalho de Dimitri Shvorob (2007)¹¹.

A seguir na tabela 6.2 pode-se observar algumas estatísticas descritivas^{12,13} dos parâmetros estimados $(0, t, 1, t, 2, t)$ com τ fixo igual a 2.193:

Tabela 6.2: Estatísticas descritivas dos parâmetros estimados no período de 01/03/2006 à 01/03/2012.

Parâmetros	β_0	β_1	β_2
Media	0.092	0.120	-0.138
Mediana	0.096	0.152	-0.188
Mínimo	-1.593	-1.930	-6.542
Máximo	2.492	2.368	4.846
Desvio P.	0.549	0.695	1.458
$r(1)$	0.937	0.968	0.918
$r(12)$	0.650	0.728	0.530
$r(30)$	0.291	0.418	0.158
ADF	-4.897 (<0.001)	-4.878 (<0.001)	-6.708 (<0.001)

¹¹ disponível em <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/18160-evaluate-nelson-siegel-function>

¹² As estatísticas $r(1)$, $r(12)$ e $r(30)$ representam respectivamente as autocorrelações com defasagem 1, 12 e 30.

¹³ Para o teste ADF (Dikey Fuller Aumentado) foi incluído um intercepto na equação de teste e o critério de seleção utilizado foi o SIC (Schwarz Info Criterion) e os valores entre parênteses representam os respectivos p-valores do teste sob H_0

Pode-se observar a partir da tabela 6.2 que o valor médio do parâmetro 0 é positivo, isso indica uma tendência positiva no valor da *proxy do convenience yield* do boi gordo. O valor médio do parâmetro 1 também é positivo, o indica uma inclinação média crescente e por último o valor médio do parâmetro 2 é negativo indicando assim uma curva com formato de “U” invertido.

Nota-se também pelos resultados do teste ADF, que todas as séries dos parâmetros são estacionárias pois são rejeitadas as hipóteses nulas de série não estacionária.

A figura 6.5 a seguir apresenta a evolução no tempo de cada um dos fatores estimados.

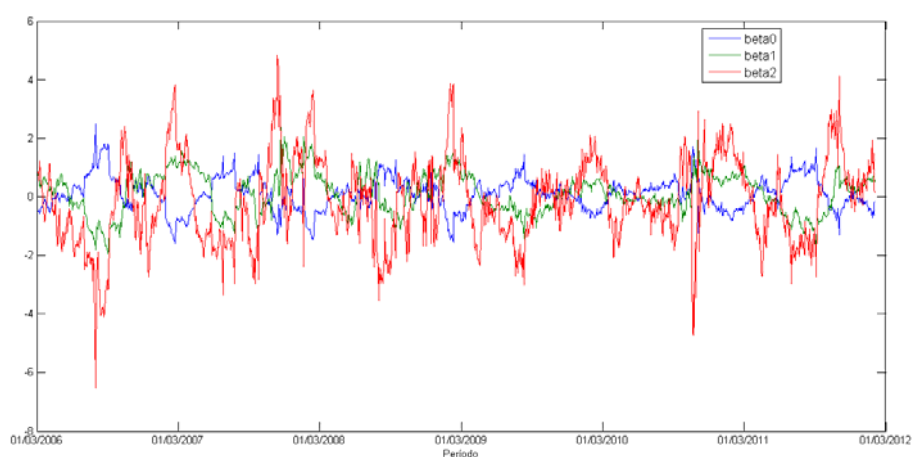


Figura 6.5: Séries dos fatores 0, 1, 2 estimados no período entre 01/03/2006 à 01/03/2012

Na figura 6.5 pode-se observar que o parâmetro 2 é o mais volátil e possui valores positivos e negativos indicando que a curva assume formato côncavo e convexo durante o período estudado.

A figura 6.6 apresenta as curvas estimadas da *proxy convenience yield* do boi gordo pelo modelo Nelson and Siegel (1987) a partir dos parâmetros descritos para cada instante t .

Comparando essa figura 6.6 com a figura 6.1 que apresenta as curvas observadas, pode-se observar uma semelhança entre as curvas observadas e as curvas estimadas.

O principal argumento em favor do modelo com três fatores de Diebold and Li (2006) é a capacidade de gerar boas previsões.

Mesmo não sendo o melhor modelo quando o objetivo é o ajuste da estrutura a termo da taxa de juros, a formulação proposta por Diebold-Li é capaz de replicar os vários formatos assumidos pela curva de juros. Assim espera-se que aconteça o mesmo para a *proxy do convenience yield*.

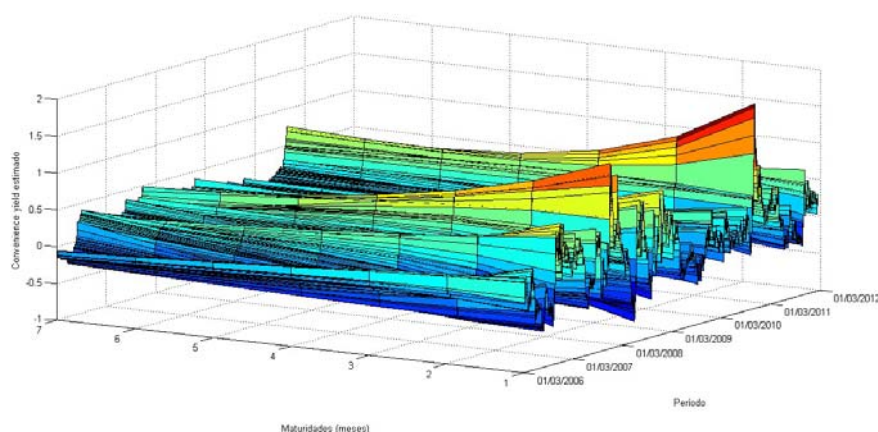


Figura 6.6: Proxy do convenience yield estimado para o boi gordo

A figura 6.7 faz comparações entre os valores observados e os valores estimados pelo modelo DS para a *proxy do convenience yield* do boi gordo em algumas datas aleatórias. Os resíduos podem ser apresentados para cada curva estimada, ou seja, para cada instante t pode-se observar os resíduos do modelo ou ainda pode-se avaliar os resíduos em cada uma das maturidades, observando assim em quais maturidades o modelo tem maior poder de explicação.

Na tabela 6.3 são apresentadas estatísticas descritivas dos resíduos para cada uma das maturidades para todo o período estudado.

A figura 6.8 apresenta o gráfico da soma do valor absoluto dos resíduos para todas maturidades em cada instante t , ou seja, neste gráfico são apresentados os resíduos para cada uma das curvas estimadas e esses resíduos são dispostos no tempo para avaliar se existem períodos de maior erro de ajustamento da curva.

Com a figura 6.8 podemos observar períodos onde o modelo melhor aderiu (menor soma dos resíduos) aos dados observados. Momentos de maior soma dos resíduos indicam períodos de maior turbulência (volatilidade) nos dados observados.

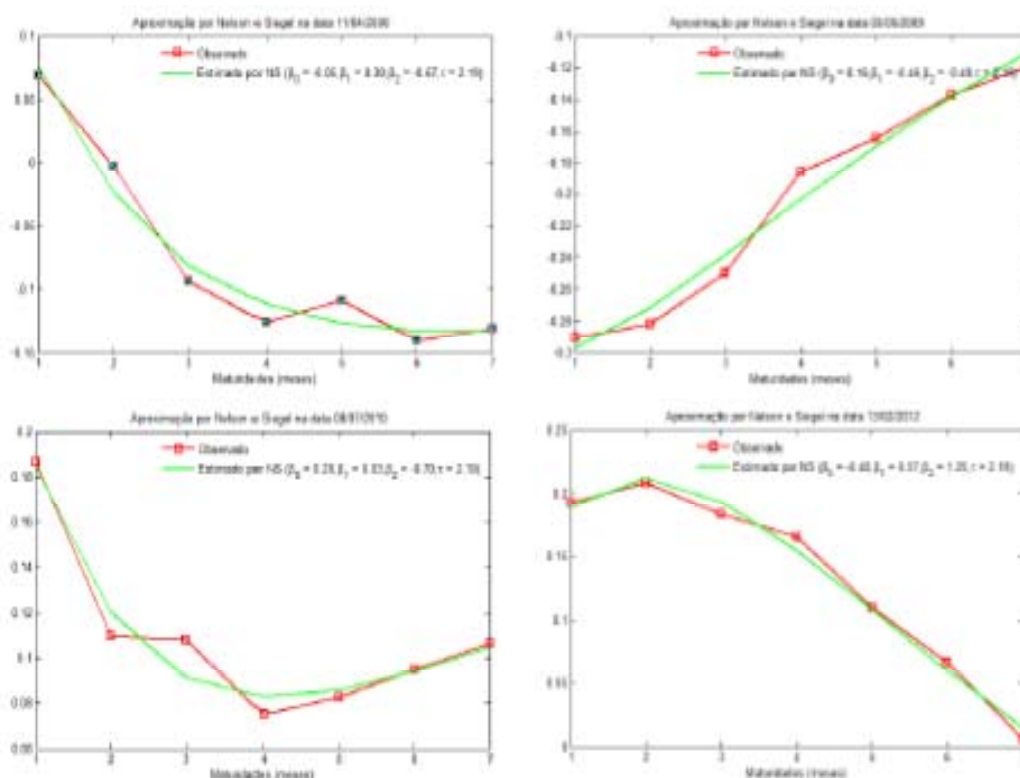


Figura 6.7: Proxy do convenience yield do boi gordo estimado para algumas datas

Tabela 6.3: Estatísticas descritivas das 7 maturidades para as os resíduos do modelo N.S. aplicado a *proxy do convenience yield* do boi gordo no período de 01/03/2006 à 01/03/2012

Maturidades	Média	Mfn.	Máx.	Desvio p.	MAE	RMSE
1	0.112e-3	-0.0571	0.0550	0.0126	0.0158	0.0004
2	-0.063e-3	-0.1190	0.1356	0.0282	0.0357	0.0013
3	-0.452e-3	-0.0691	0.0567	0.0136	0.0179	0.0015
4	0.315e-3	-0.0743	0.1026	0.0198	0.0246	0.0015
5	-0.003e-4	-0.0898	0.1270	0.0152	0.0202	0.0014
6	0.650e-3	-0.1299	0.1947	0.01365	0.0218	0.0014
7	-0.560e-3	-0.2054	0.1265	0.0159	0.0222	0.0013

6.4.2

Segundo passo: Análise das séries temporais

Uma vez estimados os fatores $0,t,1,t,2,t$ para todo instante t , o próximo passo é analisar esses fatores como séries temporais. Como exposto na tabela 6.2, as séries dos 3 parâmetros estimados são estacionárias, não sendo necessário uma diferenciação dos dados.

Em seu trabalho Diebold and Li (2006) modelam os fatores por processos AR(1) para cada um dos fatores ou por um processo VAR(1). Em seu trabalho pode-se observar autocorrelação significativa em alguns “lags”.

Ao selecionar modelos é preciso ter em mente que não existem modelos verdadeiros. Há apenas modelos aproximados da realidade que causam perda de informações. Deste modo, é necessário fazer a seleção do melhor modelo, dentre aqueles que foram ajustados, para explicar o fenômeno sob estudo.

Nesta dissertação foram utilizados os critérios AIC (Akaike info criterion) e BIC (Bayesiano info criterion) com diferentes valores para p e q em modelos ARMA(p,q). Os modelos que minimizam estas estatísticas foram ARMA(1,1), AR(1) e ARMA(1,1) para os fatores $0,t,1,t,2,t$ respectivamente.

A tabela 6.4 a seguir apresenta a descrição dos modelos escolhidos neste estudo, bem como algumas estatísticas de diagnóstico dos modelos e aderência.

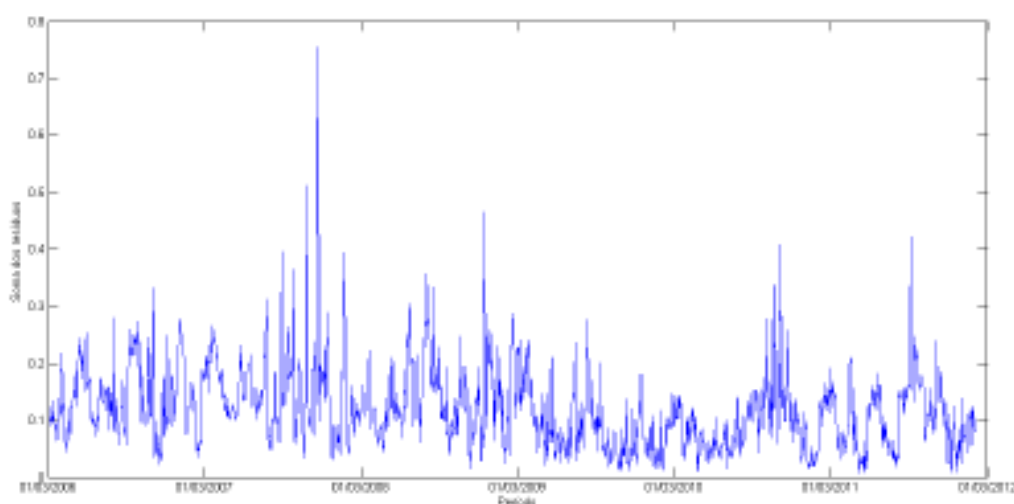


Figura 6.8: Evolução temporal dos resíduos do modelo em cada instante t .

Tabela 6.4: Descrição dos modelos para os fatores $\beta_{0,t}$, $\beta_{1,t}$ e $\beta_{2,t}$.

		$\beta_{0,t}$	$\beta_{1,t}$	$\beta_{2,t}$
Modelo *		$\beta_{0,t} = 0.10 + 0.95\beta_{0,t-1} - 0.19\epsilon_{t-1}$ (0.31) (0.00) (0.00)	$\beta_{1,t} = 0.12 + 0.97\beta_{1,t-1}$ (0.45) (0.00)	$\beta_{2,t} = 0.934 + 0.35\beta_{2,t-1} + 0.18\epsilon_{t-1}$ (0.51) (0.00) (0.00)
Diagnóstico do modelo	AIC	-0.4923	-0.6633	1.7191
	BIC	-0.4815	-0.8561	1.7299
Diagnóstico dos resíduos	Autocorrelação res Q(20) **	38.829 (0.003)	26.191 (0.125)	34.533 (0.011)
	Normalidade JB	6798.07	2498.74	2761.85
	Autocorrelação res ² Q(20) **	151.19 (0.00)	214.81 (0.00)	238.31 (0.00)
Aderência in-sample	MAE	0.1189	0.1175	0.3920
	RMSE	0.1886	0.1730	0.5700

* Entre parênteses estão as estatísticas de p-valor.

** Q-statistics dos resíduos para o lag 20.

O objeto de estudo dessa dissertação é a *proxy do convenience yield* e como este depende apenas dos valores dos fatores $\beta_{0,t}$, $\beta_{1,t}$, $\beta_{2,t}$ as previsões no tempo t para $t + h$, da *proxy do convenience yield* com maturidade τ e com λ fixo igual a 2.193, são dadas por:

$$\hat{y}_{t+h/t}(\tau) = \hat{\beta}_{0,t+h/t} + \hat{\beta}_{1,t+h/t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} \right) + \hat{\beta}_{2,t+h/t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} - e^{-\lambda_t \tau} \right) + \epsilon_{t+h/t} \quad (6.1)$$

Previsão fora da amostra

Como abordado anteriormente a *proxy do convenience yield* trata-se de uma taxa de desconto que atua juntamente com a taxa de juros no preço da *commodity* agrícola negociada no mercado futuro em diferentes maturidades.

Como a *proxy do convenience yield* depende apenas dos valores dos fatores estimados pelo modelo Diebold e Li, logo prever um passo a frente dos fatores $\beta_{0,t}$, $\beta_{1,t}$, $\beta_{2,t}$ significa prever um passo a frente da *proxy do convenience yield* para qualquer maturidade utilizando a equação 6.1. Nesta dissertação foram separadas 63 observações referentes ao período de 15/02/2012 à 15/05/2012 para que estas fossem confrontadas com os valores preditos tanto pelo modelo

proposto por Diebold e Li(2006) quanto por uma passeio aleatório.

A seguir na tabela 6.5 podemos observar algumas estatísticas de aderência do modelo Diebold e Li aos dados *out-sample* do período anteriormente mencionado (15/02/2012 à 15/05/2012).

Tabela 6.5: Estatísticas de aderência do modelo Diebold e Li para os dados out-sample

Maturidades	MAE	RMSE	MAPE
1	0.0701	0.0794	57.4570
2	0.0321	0.0451	21.02457
3	0.0154	0.0201	9.8725
4	0.0087	0.0102	7.2547
5	0.0039	0.0062	6.0021
6	0.0205	0.0247	174.0125
7	0.0398	0.0401	198.5476

A seguir na tabela 6.6 podemos observar algumas estatísticas de aderência para o modelo de passeio aleatório (*random walk*) aos dados *out-sample* do mesmo período anteriormente mencionado (15/02/2012 à 15/05/2012).

Tabela 6.6: Estatísticas de aderência do modelo estimado por passeio aleatório para os dados out-sample

Maturidades	MAE	RMSE	MAPE
1	0.0967	0.0934	47.5480
2	0.0401	0.0497	19.2132
3	0.0185	0.0281	9.0125
4	0.0074	0.0092	6.9875
5	0.0045	0.0072	6.7854
6	0.0190	0.0198	184.0124
7	0.0374	0.0354	186.8102

Pode-se observa a partir das tabelas 6.5 e 6.6 que para estas observações os resultados de aderência para as 4 primeiras maturidades é melhor no modelo Diebold e Li e para as 3 ultima maturidades a aderência aos dados observados é

melhor no modelo de passeio aleatório.

É importante salientar que existem dois tipos de incerteza nesta previsão, pois foram estimados primeiramente os fatores $0,t,1,t,2,t$ para cada instante de tempo t sendo essa a primeira fonte de incerteza a segunda incerteza é oriunda dos modelos de séries temporais utilizados para estimar cada um dos fatores um passo a frente.

6.5

O problema da BM&F

Como descrito na introdução dessa dissertação o que motivou a mesma, foi um problema exposto pela BM&F em determinar o preço de ajuste das *commodities* agrícolas para maturidades que não fossem negociadas durante o pregão.

A estimação passo a frente não seria necessária uma vez que o objetivo não seria prever o preço futuro para novas datas, mas sim prever o preço futuro ao final do pregão para maturidades não negociadas. Assim com tudo que já foi exposto nesta dissertação bastaria utilizar o modelo Nelson e Siegel (NS), pois o mesmo garante que se possa estimar a *proxy do convenience yield* para qualquer maturidade desejada.

Relembrando a função de formação do preço futuro das *commodities* agrícolas descrita no capítulo 2 temos:

$$F(t, T) = S(t)e^{(r_t - y_t) \left(\frac{d_u}{252}\right)}$$

Logo, além da *proxy do convenience yield* será necessário a estimação da taxa de juros para as maturidades e a observação do preço à vista da *commodity*. Neste estudo a taxa de juros será estimada seguindo trabalho de Nelson and Siegel (1987) assim como feito para a *proxy do convenience yield* e o preço à vista pode ser observado pelo indicador CEPEA/ESALQ.

Na figura 6.9 pode-se observar um exemplo de negociação na BM&F onde não houve negociação dos contratos de boi gordo em uma determinada maturidade e utilizaremos o modelo proposto por essa dissertação para solucionar o problema.

BOI GORDO (contrato = 330 arrobas; cotação = R\$/arroba) Atualizado em: 14/05/2012

MERCADO FUTURO										
Dados	Vol.	Indicadores								
VENCIDO		PREÇO ABERT.	PREÇO MÍN.	PREÇO MÁX.	PREÇO MÉD.	ÚLT. PREÇO	AJUSTE	VAR. PTOT.	ÚLT. OP. COMPRA	ÚLT. OP. VENDA
K12		93,80	92,10	93,34	93,00	93,00	93,00	0,25+	0,00	0,00
M12		93,91	93,60	94,36	94,24	94,36	94,36	0,41+	0,00	0,00
H12		97,51	97,50	97,80	97,69	97,80	97,80	0,21+	0,00	0,00
Q12		98,00	97,25	98,55	98,32	98,55	98,55	0,25+	0,00	0,00
U12		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	99,30	0,50+	0,00	0,00
V12		100,70	100,61	101,37	101,09	101,25	101,19	0,48+	0,00	0,00
X12		102,05	102,05	102,50	102,39	102,45	102,45	0,79+	0,00	0,00
Z12		101,89	101,89	101,90	101,90	101,90	101,90	0,76+	0,00	0,00
F13		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	102,81	0,46+	0,00	0,00
G13		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	102,82	0,47+	0,00	0,00

Figura 6.9: Negociação do boi gordo na BM&F em 14/05/2012.

Na figura 6.9 pode-se observar que existe três contratos que não foram negociados durante o pregão e mesmo assim necessitam de preço de ajuste ao final do dia. Seguindo modelo proposto por esta dissertação pode-se estimar a *proxy do convenience yield* e a taxa de juros para essas maturidades onde não houve negociação.

Na figura 6.10 serão apresentados dois gráficos com os valores do *proxy do convenience yield* e taxa de juros estimados de algumas maturidades para a data de estudo deste caso (14/05/2012).

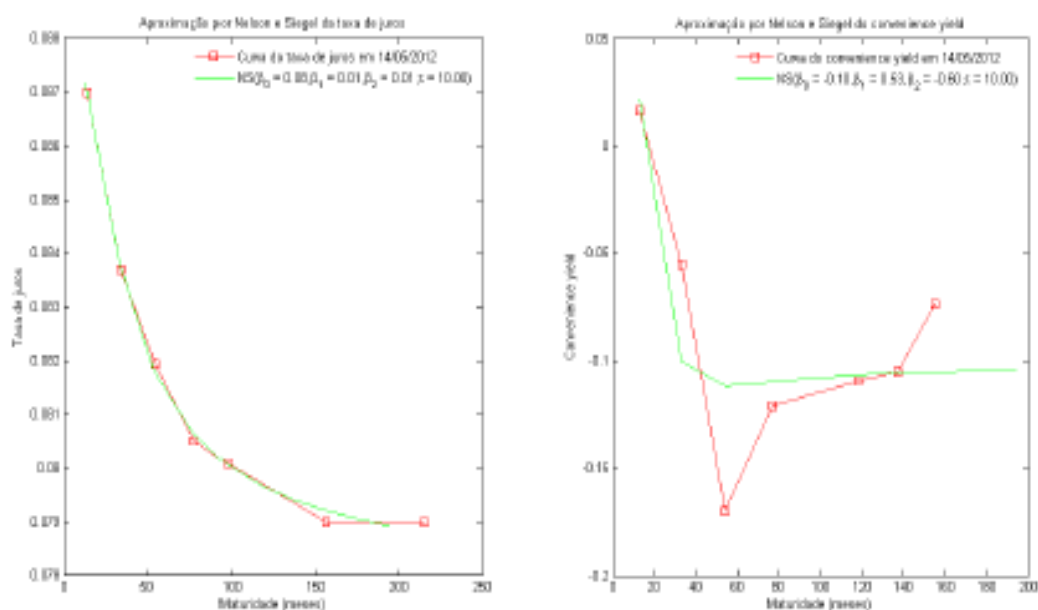


Figura 6.10: Taxa de juros e proxy do convenience yield para diferentes maturidades em 14/05/2012.

Podemos notar na figura 6.10 que para essa data em especial (14/05/2012) a curva de juros tem um decaimento suave enquanto a curva da *proxy do convenience yield* possui um formato atípico. Esse formato pode ser explicado pelo fato de como foi descrito anteriormente a *proxy do convenience yield* estudado nesta dissertação está agregado ao custo de transação.

Nos dados observados não houve negociação para as maturidades de 96, 176, 194 dias (contratos U2, F13 e G13). Foram estimados a *proxy do convenience yield* e a taxa de juros para tais maturidades e seguindo equação descrita anteriormente chegamos aos preços futuros de 99.5524, 105.3440 e 106.6924 respectivamente para cada uma das maturidades.

Uma forma de observar se o valor estimado é um valor adequado está na diferença entre o preço de ajuste definido e o valor da primeira negociação do contrato no próximo pregão. Se estes valores estiverem próximos podemos dizer que o preço de ajuste seguiu a expectativa dos agentes do mercado quanto ao preço da *commodity* no dia seguinte.

A figura 6.11 mostra a negociação do boi gordo no dia seguinte ao caso estudo anteriormente.

> BOI GORDO (contrato = 330 arrobas; cotação = R\$/arroba)

atualizado em: 15/05/2012

MERCADO FUTURO										
Item	Vol.	Dados								
VENCTO		PREÇO ABERT.	PREÇO PR.	PREÇO MÁX.	PREÇO MÍN.	ÚLT. PREÇO	AJUSTE	VAR. PÓS.	ÚLT. OF. COMPRA	ÚLT. OF. VENDA
R12		93,00	92,01	92,09	93,40	93,30	93,31	0,23+	0,00	0,00
M12		94,38	94,00	95,00	94,71	94,73	94,73	0,37+	0,00	0,00
H12		97,70	97,70	98,00	98,00	98,00	98,00	0,20+	0,00	0,00
Q12		99,00	99,00	99,00	99,00	99,00	99,00	0,45+	0,00	0,00
U12		100,00	99,90	100,00	99,96	99,90	99,90	0,40+	0,00	0,00
V12		101,20	101,01	102,19	101,84	101,90	101,90	0,71+	0,00	0,00
R13		103,00	103,00	103,00	103,00	103,00	103,01	0,16+	0,00	0,00
E13		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	102,38	0,16+	0,00	0,00
F13		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	103,37	0,16+	0,00	0,00
G13		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	104,28	0,57+	0,00	0,00

Figura 6.11: Negociação do boi gordo na BM&F em 15/05/2012.

Nota-se que o valor da primeira negociação (preço de abertura) do dia 15/05/2012 para o contrato U2 foi de R\$ 100.00 que está mais próximo do valor estimado pelo modelo proposto por esta dissertação do que pelo valor de preço de

ajuste definido pela BM&F para o pregão anterior. Este é um caso específico escolhido de forma aleatória.

Pode-se expandir esta abordagem e comparar qual a melhor estimativa (Modelo Diebold e Li vs Modelo atual BM&F) em relação a primeira negociação do contrato no próximo pregão.

Para essa comparação foram utilizadas um total de 50 observações (dias) que não possuíam negociações em um dos contratos.

A tabela 6.7 mostra estatísticas de aderência para as duas formas de estimar o preço de ajuste para contratos que não tiveram negociação durante o pregão em relação a primeira negociação do contrato no próximo pregão.

Tabela 6.7: Estatísticas de aderência para a primeira negociação do contrato no próximo pregão

Estimação	MAE	RMSE
Modelo Diebold e Li	0.423	0.499
Modelo BM&F	0.601	0.630

A tabela 6.7 mostra que para os dados utilizados neste estudo os resultados obtidos pelo modelo proposto por essa dissertação tem melhor aderência a primeira negociação do contrato no próximo pregão.

Considerações Finais

O objetivo dessa dissertação foi estudar o mercado futuro brasileiro de commodities agrícolas com enfoque no mercado de boi gordo sobre a abordagem de modelos de fatores na modelagem de uma proxy do *convenience yield* oriundos destes contratos. Foi apresentada uma síntese dos modelos referenciados na literatura tanto para o mercado futuro de ativos financeiros como para o de commodities agrícolas e a partir dessa síntese foi notada a possibilidade de utilizar de forma pioneira os modelos de fatores no estudo de uma proxy do *convenience yield*.

Um estudo a partir da análise de componentes principais foi realizado com intuito de validar o uso dos modelos de fatores. Neste estudo foi evidenciado que a proxy do *convenience yield* contido nas séries diárias do boi gordo negociados na BM&F possui 3 componentes principais que explicam cerca de 99% dos dados, a saber, nível, inclinação e curvatura.

Com este resultado, foi percebido que a proxy do *convenience yield* pode ser explicada pelo nível, inclinação e curvatura. Neste sentido de forma inédita foi utilizada uma abordagem por modelos de fatores em tal taxa.

Na utilização de modelos de fatores assim como Diebold and Li (2006) foi fixado um valor para o parâmetro λ . Neste trabalho o valor fixado foi de 2,193 que representa a mediana dos valores estimados em *cross-section* para este parâmetro.

Os resultados mostraram que os modelos de fatores apresentaram bons resultados quanto a estimação da proxy do *convenience yield* para cada instante de tempo quando confrontados os dados observados.

Seguindo trabalho de Diebold and Li (2006), os fatores encontrados foram descritos como séries temporais. Os modelos que se mostraram mais adequados para as previsões de tais fatores derivam de processos AR(p) e ARMA(p,q). Para o fator 0 foi utilizado o modelo ARMA(1,1), para o fator 1 foi utilizado o modelo AR(1) e finalmente para o fator 2 foi utilizado o modelo ARMA(1,1).

Foram feitas previsões um passo a frente para todos os fatores e consequentemente para o valor da proxy do *convenience yield* para algumas maturidades e os resultados encontrados mostraram um leve vantagem em relação

ao modelo de passeio aleatório.

Em um caso mais particular foi observado que o problema demonstrado pela BM&F de definição do preço de ajuste para contratos que não foram negociados durante o pregão do dia, pode ser resolvido através de estimação da *proxy do convenience yield* e da taxa de juros para as maturidades de tais contratos. Os resultados desse estudo garantem que tanto a taxa de juros como a *proxy do convenience yield* seguem uma estrutura a termo na qual podem ser estimados valores para qualquer maturidade através dos modelos de fatores.

Os resultados desse estudo podem ter tido sua qualidade diminuída devido a utilização de apenas um *commodity* agrícola. Uma sugestão para trabalhos futuros seria a utilização de mais *commodities* agrícolas e um possível estudo para o mercado futuro americano.

Outro problema desse estudo pode estar no número de maturidades estudadas. O mercado futuro brasileiro apesar de estar em um momento de expansão, ainda possui poucos contratos com maturidades diferentes, ou seja, a definição de um nível de longo prazo para a *proxy do convenience yield* fica prejudicada já que não existe um “longo prazo” em comparação com estudo por exemplo da taxa de juros. Mais uma vez a utilização de dados do mercado americano resolveria este problema já que neste mercado existem contratos com maturidades maiores do que os encontrados no mercado brasileiro.

Outra sugestão possível seria a utilização dos modelos propostos por Svensson (1994), que propõe uma segunda curvatura para a taxa de juros. Este modelo apesar de perder em simplicidade de aplicação obtém resultados de estimação melhor que o modelo proposto por Nelson and Siegel (1987).

Apesar das sugestões de novos trabalhos, é possível afirmar que esta dissertação contribui de forma pioneira para a utilização de modelos de fatores para a previsão da *proxy do convenience yield*.

Referências bibliográficas

ANG, A. and PIAZZESI, M. (2003). A no-arbitrage vector autoregression of term structure dynamics with macroeconomics and latent variables. *Journal of Monetary Economics*, 50: 745-787.

BESSEMBINDER, H. (1993). An empirical analysis of risk premia in futures markets. *Journal of Futures Markets*, 13: 611-630.

BRENNAN, M. (1958). The supply of storage. *American Economic Review*, 47:50–72. Brennan, M. (1991). The price of convenience and the valuation of commodity contingent claims. In *Stochastic Models and Options Values*. Elsevier Science Publishers.

BRENNAN, M. and SCHWARTZ, E. (1985). Evaluating natural resource investments. *Journal of Business*, 58: 135-157.

CONTADOR, C.R. (1993). Estrutura a termo e formação de taxas de juros. Technical report, Trabalho não publicado.

CORTAZAR, G. and SCHWARTZ, E. (1997). Implementing a real option model for valuing an undeveloped oil field. *International Transactions in Operational Research*, 4: 125-137.

COX, J.; INGERSOLL, J. and ROSS, S. (1981). A re-examination of traditional hypotheses about the term structure of interest rates. *Journal of Finance*, 36: 769-799.

DICKEY, D. and FULLER, W. (1984). Distribution of the estimators for autoregressive times series with a unit root. *Journal of the American Statistical Association*, 74: 427-431.

DIEBOLD, F.X. and LI, C. (2006). Forecasting the term structure of government bond yields. *Journal of Econometrics*, 130: 337-364.

FERREIRA, L.C.L. (2006). Análise da curva de cupom cambial brasileira: uma aplicação da análise de componentes principais com ênfase em sua utilização para imunização de carteiras. Master's thesis, Escola de Economia de São Paulo.

FORTUNA, E. (2010). *Mercado Futuro: Produtos e Serviços*. Rio de Janeiro, 18ed.

GABILLON, J. (1992). The termstructure of oil futures prices. Technical report, Oxford Institute for Energy Studies.

GEMAN, S.B.H. (2007). Seasonal and stochastic effects in commodity forward curves. Technical report, Birkbeck, University of London, London, UK.

GIBSON, R. and SCHWARTZ, E. (1990). Stochastic convenience yield and the pricing of oil contingent claims. *Journal of Finance*, 45: 959-975.

GUEDES, J. (2008). Uma aplicação da abordagem de nelson e siegel (1987) reformulada por diebold e li (2006) e comparação com a análise de componentes principais. Technical report, IGCP Instituto de Gestão da Tesouraria e do Crédito Público, I. P. Núcleo de Controlo Financeiro.

HILLIARD, J. and REIS, J. (1998). Valuation of commodity futures and options under stochastic convenience yield, interest rates, and jump diffusions in the spot. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 33: 61-86.

HO, T. and LEE, S. (1986). Term structure movements and pricing interest rate contingent claims. *Journal of Finance*.

HULL, J. and WHITE, A. (1990). Pricing interest rate derivative securities. *Oxford*. Hull, J. C. (2002). *Options, futures and other derivatives*. New Jersey.

JOLLIFFE, I. (2002). *Principal component analysis*. New York.

KALDOR, N. (1939). A note on the theory of the forward market. *Review of Economic Studies*, 8: 196-201.

KEYNES, J. (1930). *A Treatise on Money: The applied Theory of Money*. Londres. Lautier, D. (2003). The informational value of crude oil futures prices. *Cereq, University Paris IX*, 6.

LAUTIER, D. (2009). Term structure models of commodity prices: a review. *Journal of Alternative Investments*, pages 42-64.

LAUTIER, D. and GALLI (2001). A term structure model of commodity prices with asymmetrical behaviour of the convenience yield. *Finéco*, 11: 73-95.

LITTERMAN, R. and SCHEINKMAN, J. (1991). Common factors affecting bond returns. *Journal of Fixed Income*, pages 54-61.

LITTERMAN, R.B. and WEISS, L. (1985). Money, real interest rates, and output: a reinterpretation of postwar u.s. data. *Econometrica*, 53: 129-156.

MARQUES, P.; DE MELLO, P.C. and MARTINES, J. (2006). *Mercados Futuros e de Opções Agropecuárias*. Departamento de Economia, Administração e Sociologia da Esalq/USP.

MCCALLUN, B. (1983). A reconsideration of Sims' evidence concerning monetarism. *Economics Letters*, 13: 161-171.

MCCULLOCH, J.H. (1975). The tax-adjusted yield curve. *Journal of Finance*, 30: 811-830.

NELSON, C.R. and SIEGEL, A.F. (1987). Parsimonious modeling of yield curves. *Journal of Business*, 60: 473-489.

RENDLEMAN, R.J. and BARTTER, B.J. (1980). The pricing of options on debt securities. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*.

RICHARD, S.F. and SUNDARESAN, M. (1981). A continuous time equilibrium model of forward prices and future prices in a multigood economy. *Journal of Financial Economics*, 9: 347-371.

RICHTER, M. and SORENSEN, C. (2002). Stochastic volatility and seasonality in commodity futures and options: the case of soybeans. *Journal of Futures Markets*.

ROSS, S. (1995). Hedging long run commitments: exercises in incomplete market pricing. Technical report, Yale school of management.

ROSSI, J.W. (1996). A estrutura a termo da taxa de juros: Uma síntese. Technical report, IPEA.

ROUTLEDGE, B.; SEPPI, D. and C.S. (2000). Equilibrium forward curves for commodities. *Journal of Finance*, 55: 1297-1338.

SANTOS, D.R. (2010). Evidência sobre o conteúdo informacional da estrutura a termo da taxa de juros no Brasil : Relação entre a estrutura e a dinâmica econômica. Master's thesis, Universidade Federal do Espírito Santo.

SCHWARTZ, E. (1997). The stochastic behavior of commodity prices: implications for valuation and hedging. *Journal of Finance*, 52: 923-973.

SCHWARTZ, E. and SMITH, J. (2000). Short-term variations and long-term dynamics in commodity prices. *Management Science*, 46: 893-911.

SILVA NETO, L.d.A. (2002). *Derivativos*. São Paulo Atlas.

SILVERIA, G.B. and BESSADA, O. (2003). Análise de componentes principais de dados funcionais: uma aplicação às estruturas a termo da taxa de juros. *Trabalhos para discussão do Banco do Brasil*.

SIMS, C.A. (1980). Macroeconomics and reality. *Econometrica*, 48: 1-48.

SVENSSON, L. (1994). Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden. *Centre for Economic Policy Research Discussion Paper*.

VASICEK, O.A. (1977). An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of Financial Economics*, 5: 177-188.

VEIRA, L.F.T.H. (2008). Mercados futuros agropecuários no Brasil: Análise dos contratos e da formação dos preços futuros. Master's thesis, PUC-Rio Departamento de Economia.