

7

Análise das frequências e dos modos de vibração

7.1

Introdução

Inicialmente a resposta dinâmica dos pisos estudados é determinada, mediante a obtenção das frequências naturais e dos modos de vibração dos modelos estruturais, descritos anteriormente no capítulo 5 (ME-I, ME-II, ME-III e ME-IV), em regime de interação total e interação parcial, e com base na variação da rigidez das ligações viga-viga e viga-coluna.

7.2

Análise das frequências naturais (Autovalores: Interação total)

De acordo com as análises de vibração livre realizadas, pelo programa Ansys (2009) sobre os modelos estruturais apresentados, foram obtidos os valores das dez primeiras frequências naturais (autovalores) e os representativos modos de vibração (autovetores).

Para tal, foram considerados os pisos trabalhando em regime de interação total, considerando a influência das ligações viga-viga (rígido, semirrígido e flexível) ao longo da análise. Em seguida apresentam-se nas Tabelas 7.1 a 7.4 os valores das frequências naturais dos modelos estudados.

Tabela 7.1 - Frequências naturais do Modelo Estrutural I.

Frequências Naturais (Hz)	Modelo Estrutural I		
	Rígido	Semirrígido	Flexível
f_{01}	6,58	5,71	5,68
f_{02}	6,70	6,08	5,98
f_{03}	7,07	6,18	6,07
f_{04}	7,15	6,48	6,31
f_{05}	7,29	6,69	6,56
f_{06}	7,31	7,01	6,70

Tabela 7.2 - Frequências naturais do Modelo Estrutural II.

Frequências Naturais (Hz)	Modelo Estrutural II		
	Rígido	Semirrígido	Flexível
f_{01}	0,71	0,71	0,71
f_{02}	1,21	1,19	1,19
f_{03}	1,21	1,21	1,21
f_{04}	6,63	6,18	6,06
f_{05}	6,75	6,46	6,36
f_{06}	7,10	6,58	6,43
f_{07}	7,11	6,77	6,65
f_{08}	7,17	7,02	6,91
f_{09}	7,35	7,16	7,05
f_{10}	7,38	7,24	7,11

Tabela 7.3 - Frequências naturais do Modelo Estrutural III.

Frequências Naturais (Hz)	Modelo Estrutural III		
	Rígido	Semirrígido	Flexível
f_{01}	1,03	1,02	1,02
f_{02}	1,74	1,73	1,73
f_{03}	1,75	1,75	1,75
f_{04}	6,69	6,19	5,83
f_{05}	7,02	6,51	6,07
f_{06}	7,34	6,56	6,19
f_{07}	7,38	6,80	6,40
f_{08}	7,46	7,08	6,55
f_{09}	7,48	7,18	6,78
f_{10}	7,52	7,22	6,60

Tabela 7.4 - Frequências naturais do Modelo Estrutural IV.

Frequências Naturais (Hz)	Modelo Estrutural IV		
	Rígido	Semirrígido	Flexível
f_{01}	0,80	0,80	0,80
f_{02}	0,81	0,81	0,81
f_{03}	0,80	0,80	0,80
f_{04}	6,74	5,87	5,72
f_{05}	6,81	6,01	5,84
f_{06}	7,03	6,08	5,89
f_{07}	7,07	6,24	6,06
f_{08}	7,10	6,27	6,09
f_{09}	7,13	6,36	6,16
f_{10}	7,18	6,55	6,19

Observando-se os valores das frequências naturais percebe-se uma redução nos valores destas frequências quando os modelos flexíveis e semirrígidos são comparados com os modelos rígidos. Tal fato indica coerência, no que tange aos modelos desenvolvidos, uma vez que a diminuição da rigidez global da estrutura (com a massa da estrutura mantida constante) acarreta em uma redução das frequências naturais dos pisos, em especial da frequência fundamental da estrutura, Tabelas 7.1 a 7.4.

Deve-se ressaltar que nas Tabelas 7.2 a 7.4, as três primeiras frequências (f_{01} , f_{02} e f_{03}), correspondem, respectivamente, aos três primeiros modos de vibração com preponderância de amplitudes modais das colunas de aço dos modelos (ME-II, ME-III e ME-IV).

Em seguida, com o objetivo de verificar a influência da semi-rigidez das ligações viga-viga no comportamento geral do sistema de piso misto, apresenta-se nos gráficos das Figuras 7.1 a 7.4, os valores das frequências estudadas, segundo a parametrização da rigidez da ligação viga-viga adotada, nos modelos estruturais (ME-II, ME-III e ME-IV). Os gráficos são representativos da variação da primeira frequência natural (f_{01} : frequência fundamental) dos modelos estruturais aqui estudados. A variação da rigidez da ligação está definida na abscissa dos gráficos, enquanto que a ordenada indica a frequência fundamental em Hz.

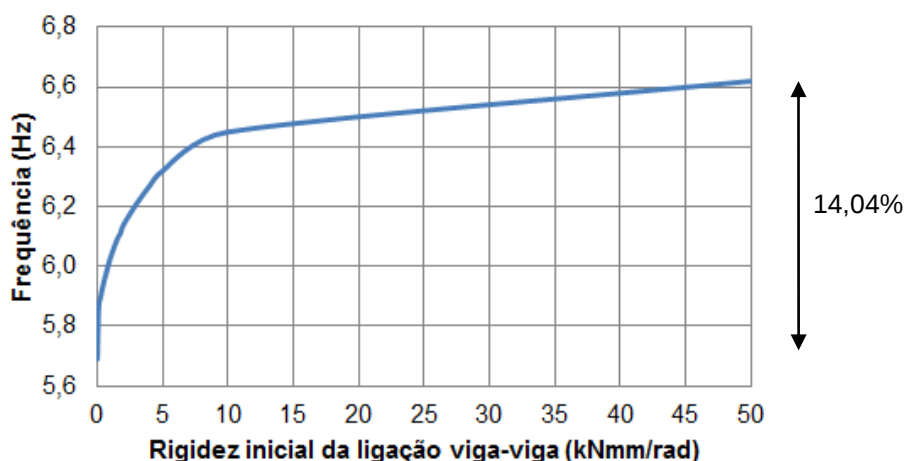


Figura 7.1 – Variação da frequência fundamental. Modelo estrutura I.

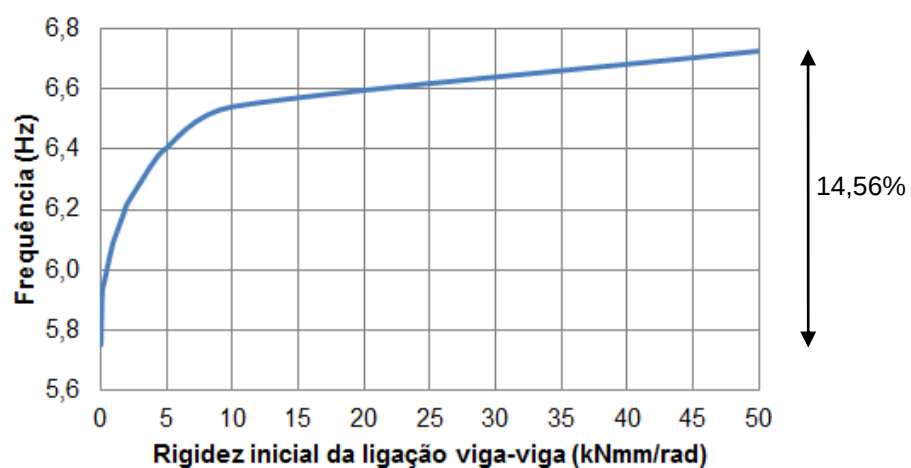


Figura 7.2 – Variação da frequência fundamental. Modelo estrutura II.

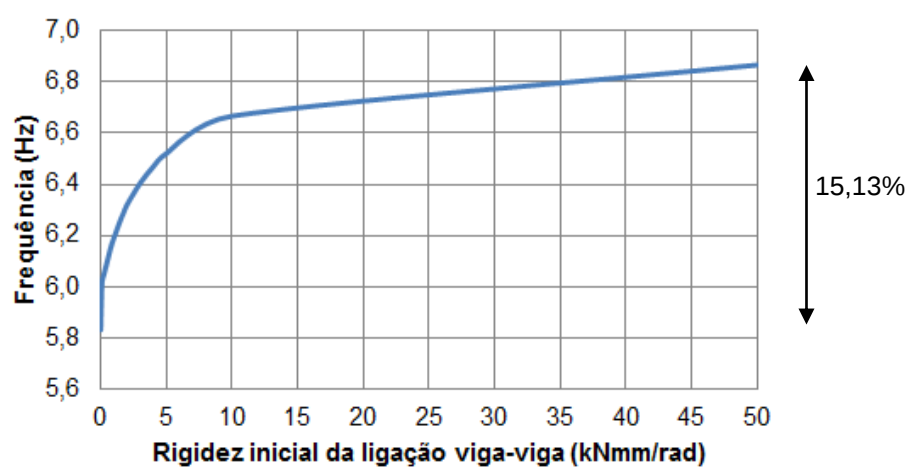


Figura 7.3 – Variação da frequência fundamental. Modelo estrutura III.

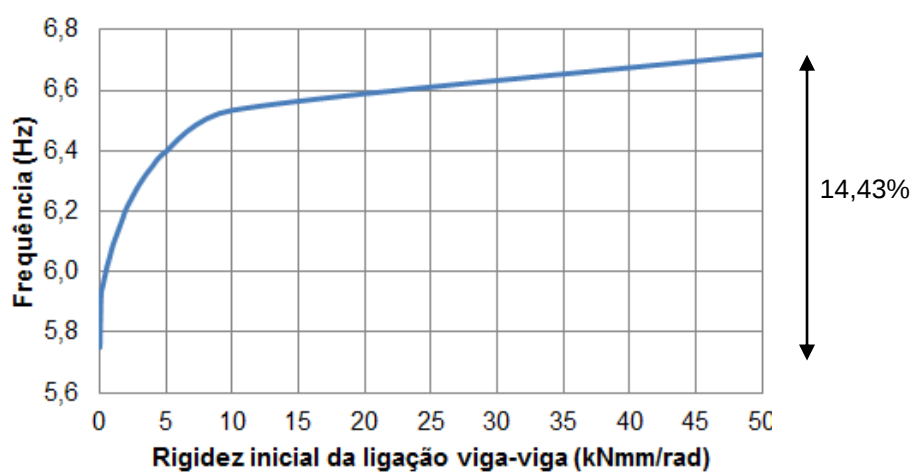


Figura 7.4 – Variação da frequência fundamental. Modelo estrutura IV.

Observando-se os gráficos das Figuras 7.1 a 7.4 constata-se que a variação da frequência fundamental apresenta um comportamento altamente não linear até a rigidez da ligação viga-viga considerada igual a $10s_j$ (s_j : rigidez inicial da ligação), e a partir deste valor é verificado um comportamento com pouca variação, quase constante em todos os modelos. Verifica-se também uma redução dos valores das frequências com a diminuição da rigidez da ligação viga-viga, (aproximando-se dos valores das frequências quando se considera a ligação viga-viga como sendo flexível) e um aumento do valor dessas frequências com o aumento da rigidez da ligação viga-viga (aproximando dos valores das frequências quando se considera a ligação viga-viga como sendo rígida). A diferença dessa variação está em torno dos 15%, Figuras 7.1 a 7.4.

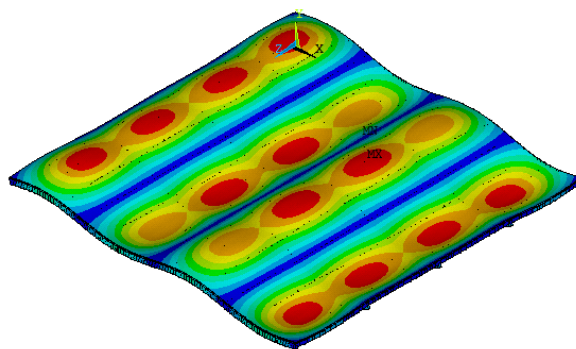
Ressalta-se, assim, o papel preponderante da rigidez da ligação viga-viga no comportamento global da estrutura, influenciando de maneira significativa os resultados obtidos numa análise dinâmica básica.

Pelas Tabelas 7.1 a 7.4 percebe-se que os valores das frequências naturais dos Modelos Estruturais analisados (ME-II, ME-III e ME-IV), foram bastante semelhantes. Deste modo a partir deste capítulo apenas o Modelo Estrutural II (ME-II), será analisada, pois, a análise dos demais não traria variações significativas nos resultados, para além da complexidade da modelagem da interação parcial e, também pelo fato do Modelo Estrutural II (ME-II) representar uma estrutura mista real.

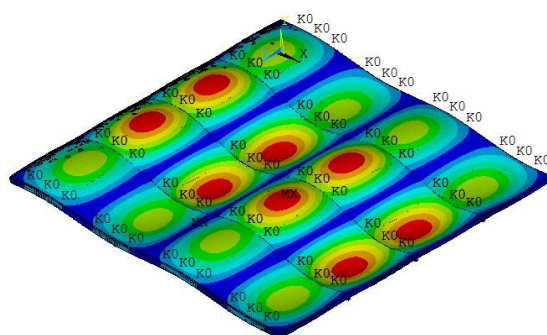
7.3

Análise dos modos de vibração (Autovetores: Interação total)

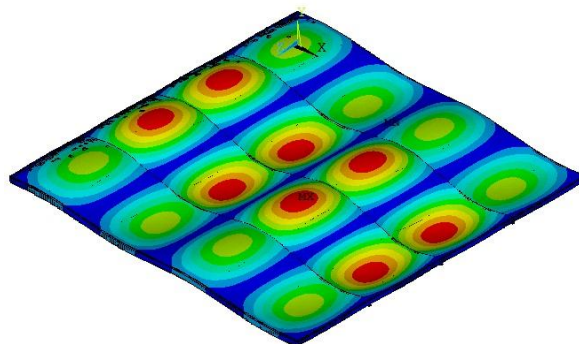
Na sequência do texto são apresentadas, nas Figuras 7.5 a 7.8, as formas modais referentes à frequência fundamental (f_{01}) dos Modelos Estruturais (ME-I, ME-II e ME-III e ME-IV), correspondentes ao tipo de ligação estrutural analisada (rígidas, semirrígidas e flexíveis). Em complemento, nas Figuras 7.6 a 7.8, são apresentadas as formas modais referentes à frequência fundamental (f_{01}), correspondente às ligações estruturais (rígida, semirrígida e flexível), bem como os três modos de coluna referente à ligação rígida dos Modelos Estruturais (ME-II e ME-III e ME-IV).



a) Modelo I: ligações rígidas ($f_{01}=6,58\text{Hz}$).

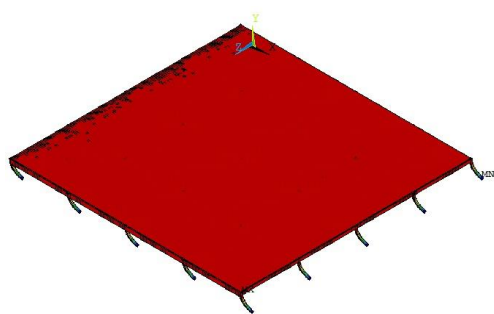


b) Modelo I: ligações semirrígidas ($f_{01}=5,71\text{Hz}$).

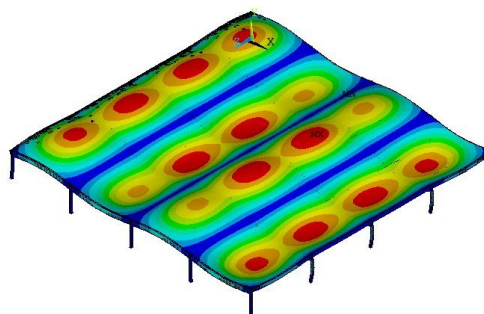


c) Modelo I: ligações flexíveis ($f_{01}=5,68\text{Hz}$).

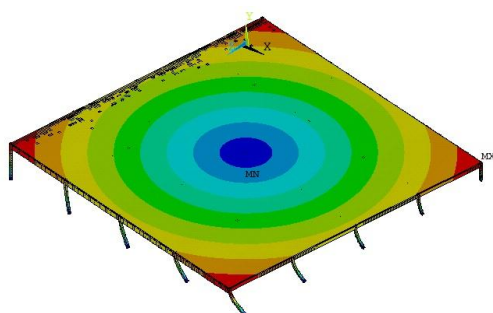
Figura 7.5 – Modo fundamental de vibração. Modelo estrutural I: ligações: rígidas, semirrígidas e flexíveis.



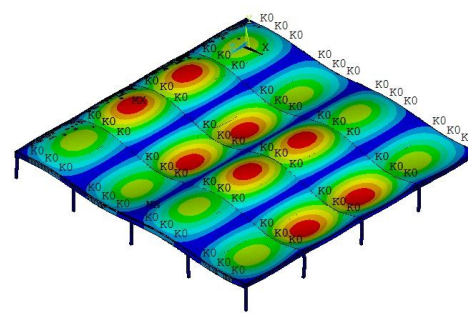
a) Modelo II: ligações rígidas
(f_{01} – coluna = 0,72Hz)



b) Modelo II: ligações rígidas
(f_{01} =6,66Hz).



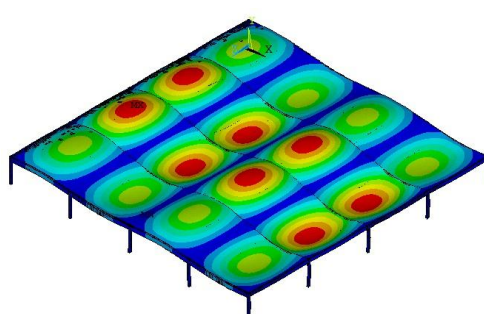
c) Modelo II: ligações rígidas
(f_{02} – coluna = 1,20Hz)



d) Modelo II: ligações semirrígidas
(f_{01} =6,18Hz)

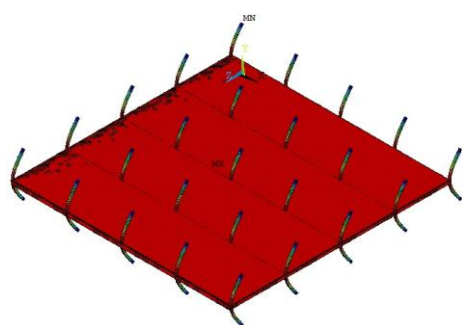


e) Modelo II: ligações rígidas
(f_{03} – coluna = 1,22Hz)

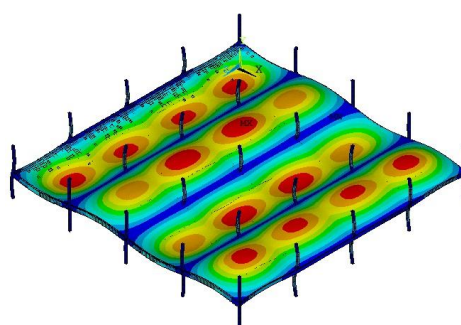


f) Modelo II: ligações flexíveis
(f_{01} =6,06Hz).

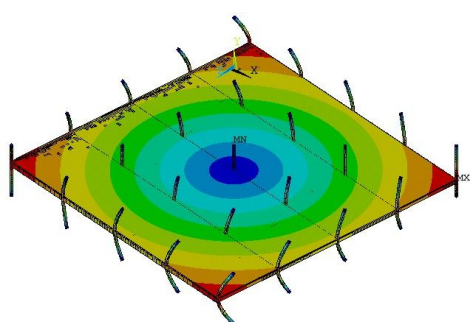
Figura 7.6 – Modo fundamental de vibração. Modelo estrutural II: ligações: rígidas, semirrígidas e flexíveis.



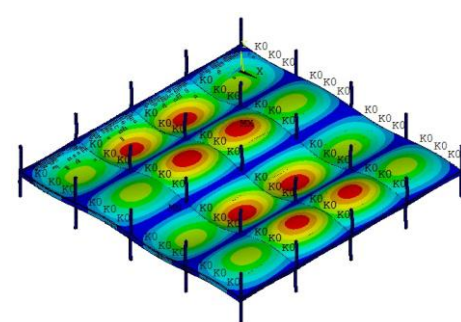
a) Modelo III: ligações flexíveis
($f_{01} - \text{coluna} = 1,02\text{Hz}$)



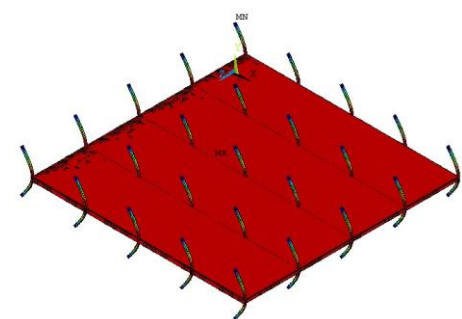
b) Modelo III: ligações rígidas
($f_{01} = 6,69\text{Hz}$).



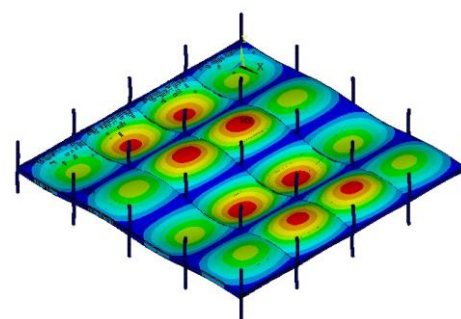
c) Modelo III: ligações flexíveis
($f_{02} - \text{coluna} = 1,73\text{Hz}$)



d) Modelo III: ligações semirrígidas
($f_{01} = 6,19\text{Hz}$).

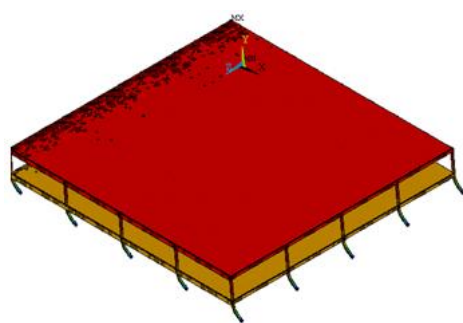


e) Modelo III: ligações flexíveis
($f_{03} - \text{coluna} = 1,75\text{Hz}$)

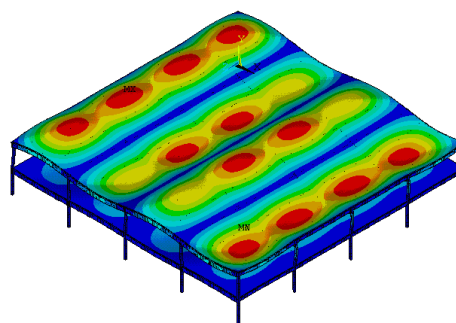


f) Modelo III: ligações flexíveis
($f_{01} = 5,83\text{Hz}$).

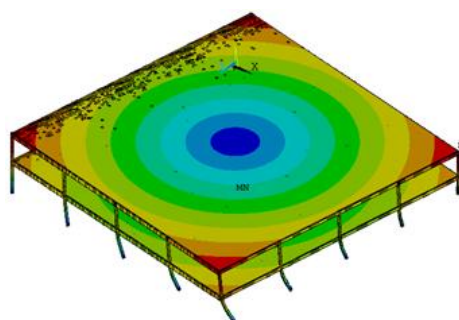
Figura 7.7 – Modo fundamental de vibração. Modelo estrutural III: ligações: rígidas, semirrígidas e flexíveis



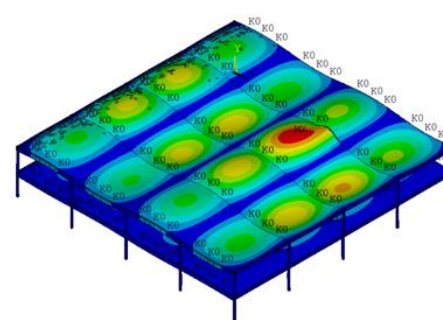
a) Modelo IV: ligações flexíveis
($f_{01} - \text{coluna} = 0,80\text{Hz}$)



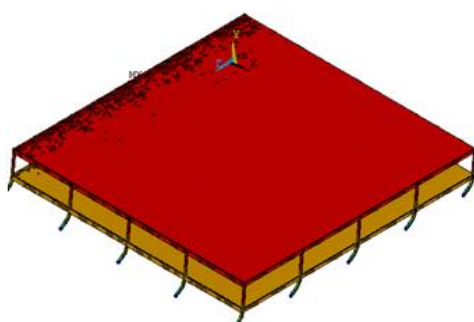
b) Modelo IV: ligações rígidas
($f_{01} = 6,74\text{Hz}$).



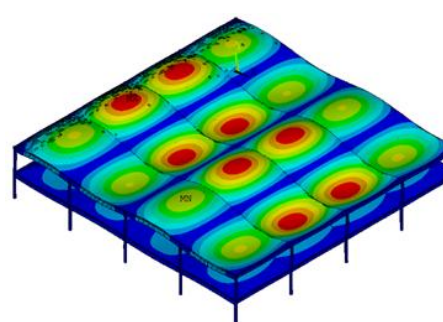
c) Modelo IV: ligações flexíveis
($f_{02} - \text{coluna} = 0,81\text{Hz}$)



d) Modelo IV: ligações semirrígidas
($f_{01} = 5,87\text{Hz}$).



e) Modelo IV: ligações flexíveis
($f_{03} - \text{coluna} = 0,80\text{Hz}$)



f) Modelo IV: ligações flexíveis
($f_{01} = 5,72\text{Hz}$).

Figura 7.8 – Modo fundamental de vibração. Modelo estrutural IV: ligações: rígidas, semirrígidas e flexíveis

Observando as Figuras 7.5 a 7.8, percebe-se, de modo geral, que em todos os casos estudados, independentemente das ligações estruturais (rígidas, semirrígidas ou flexíveis), o primeiro modo de vibração dos modelos apresenta predominância dos efeitos de flexão.

Nas Figuras 7.6 a 7.8 foram apresentados os três modos de vibração de coluna, respectivamente para o ME-II e ME-III e ME-IV, onde no 2º modo de coluna observa-se o efeito de torção das colunas, enquanto no 1º e 3º modo de coluna observa-se o efeito de flexão das mesmas.

Outro ponto a ser destacado diz respeito a pouca influência da consideração da rigidez real das colunas de aço, no que diz respeito à frequência fundamental dos modelos estruturais investigados neste trabalho de pesquisa.

7.4

Análise das frequências naturais (Autovalores: Interação parcial; Ligações viga-coluna rígidas)

As Tabelas 7.5 a 7.8 apresentam os valores das dez primeiras frequências naturais do Modelo Estrutural II. É possível observar a influência das interações parcial e total, (utilizado diferentes tipos de conectores de cisalhamento), bem como a influência das ligações estruturais (rígidas, semirrígidas e flexíveis), sobre o comportamento dinâmico não linear do modelo estrutural em estudo. Convém chamar a atenção do leitor pelo fato de apenas o Modelo estrutural II (ME-II) será aqui analisado pelos motivos apresentados no item 7.2.

Tabela 7.5 - Frequências naturais do Modelo Estrutural II. Stud – 13mm. $S_f=66\text{kN/mm}$.
Ligações viga-coluna rígidas.

Frequências Naturais (Hz)	Modelo II – Interação Total			Modelo II – Interação Parcial (50%)		
	Rígido	Semirrígido	Flexível	Rígido	Semirrígido	Flexível
f_{01}	0,71	0,71	0,71	0,71	0,71	0,71
f_{02}	1,21	1,19	1,19	1,21	1,19	1,19
f_{03}	1,21	1,21	1,21	1,21	1,20	1,20
f_{04}	6,57	6,14	6,00	6,32	5,91	5,76
f_{05}	6,69	6,41	6,30	6,45	6,19	6,05
f_{06}	7,03	6,52	6,37	6,76	6,27	6,31
f_{07}	7,04	6,71	6,58	6,77	6,46	6,31
f_{08}	7,11	6,97	6,85	6,87	6,72	6,58
f_{09}	7,28	7,10	6,98	7,01	6,83	6,68
f_{10}	7,31	7,18	7,03	7,03	6,89	6,73

Tabela 7.6 - Frequências naturais do Modelo Estrutural II. Stud – 16mm. $S_f=150\text{kN/mm}$.

Ligações viga-coluna rígidas.

Frequências Naturais (Hz)	Modelo II – Interação Total			Modelo II – Interação Parcial (50%)		
	Rígido	Semirrígido	Flexível	Rígido	Semirrígido	Flexível
f_{01}	0,71	0,71	0,71	0,71	0,71	0,71
f_{02}	1,21	1,19	1,19	1,21	1,19	1,19
f_{03}	1,21	1,21	1,21	1,21	1,20	1,21
f_{04}	6,65	6,20	6,07	6,41	5,99	5,86
f_{05}	6,76	6,48	6,37	6,54	6,27	6,15
f_{06}	7,12	6,60	6,45	6,87	6,37	6,21
f_{07}	7,14	6,78	6,66	6,87	6,56	6,42
f_{08}	7,18	7,03	6,93	6,96	6,81	6,69
f_{09}	7,35	7,17	7,06	7,10	6,92	6,80
f_{10}	7,39	7,25	7,12	7,13	6,98	6,85

Tabela 7.7 - Frequências naturais do Modelo Estrutural II. Stud – 19mm. $S_f=200\text{kN/mm}$.

Ligações viga-coluna rígidas.

Frequências Naturais (Hz)	Modelo II – Interação Total			Modelo II – Interação Parcial (50%)		
	Rígido	Semirrígido	Flexível	Rígido	Semirrígido	Flexível
f_{01}	0,71	0,71	0,71	0,71	0,71	0,71
f_{02}	1,21	1,19	1,19	1,21	1,19	1,19
f_{03}	1,21	1,21	1,21	5,64	1,20	1,21
f_{04}	6,63	6,18	6,06	6,39	5,98	5,84
f_{05}	6,75	6,46	6,36	6,52	6,26	6,13
f_{06}	7,10	6,58	6,43	6,84	6,35	6,19
f_{07}	7,11	6,77	6,65	6,85	6,54	6,40
f_{08}	7,17	7,02	6,91	6,94	6,79	6,67
f_{09}	7,35	7,16	7,05	7,08	6,91	6,78
f_{10}	7,38	7,24	7,11	7,11	6,97	6,83

Tabela 7.8 - Frequências naturais do Modelo Estrutural II. Perfobond. $S_j=2400\text{kN/mm}$.

Ligações viga-coluna rígidas.

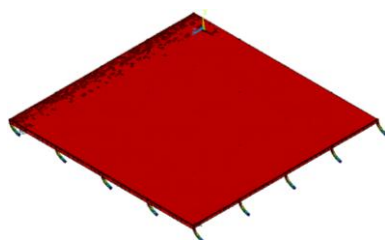
Frequências Naturais (Hz)	Modelo II – Interação Total			Modelo II – Interação Parcial (50%)		
	Rígido	Semirrígido	Flexível	Rígido	Semirrígido	Flexível
f_{01}	0,71	0,71	0,71	0,71	0,71	0,71
f_{02}	1,21	1,20	1,20	1,21	1,20	1,20
f_{03}	1,21	1,21	1,21	1,21	1,21	1,21
f_{04}	6,70	6,35	6,18	6,60	6,15	6,05
f_{05}	6,79	6,58	6,47	6,73	6,44	6,33
f_{06}	7,15	6,73	6,47	7,08	6,59	6,44
f_{07}	7,18	6,90	6,78	7,11	6,76	6,63
f_{08}	7,19	7,13	7,03	7,13	6,98	6,87
f_{09}	7,33	7,28	7,18	7,27	7,12	7,01
f_{10}	7,36	7,35	7,24	7,31	7,16	7,05

Observando-se os valores apresentados nas Tabelas 7.5 a 7.8, percebe-se uma pequena redução nos valores das frequências naturais quando o modelo com interação total é comparado em relação ao modelo com interação parcial. Observa-se ainda, uma redução nos valores das frequências naturais dos modelos estruturais quando os modelos flexíveis e semirrígidos são comparados com os modelos estruturais rígidos. Tal fato indica coerência, no que tange aos modelos desenvolvidos, uma vez que a diminuição da rigidez global da estrutura (com a massa da estrutura mantida constante) acarreta em uma redução das frequências naturais dos pisos, em especial da frequência fundamental da estrutura, Tabelas 7.5 a 7.8. Deve-se ressaltar que nas Tabelas 7.5 a 7.8, as três primeiras frequências (f_{01} , f_{02} e f_{03}), correspondem, respectivamente, aos três primeiros modos de vibração com preponderância de amplitudes modais das colunas de aço dos modelos estruturais em estudo.

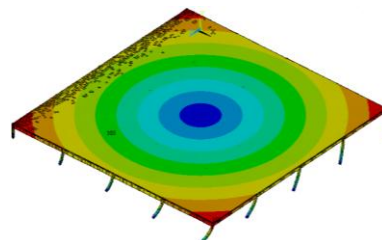
7.5

Análise dos modos de vibração (Autovetores: Interação parcial. Ligações viga-coluna rígidas)

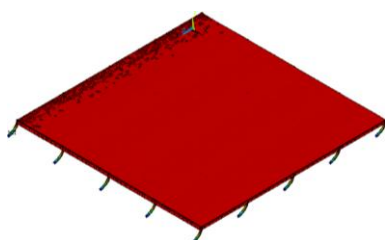
Na sequência do texto, as Figuras 7.9 e 7.10 apresentam as formas modais referentes às dez primeiras frequências do Modelo Estrutural II (ME-II), segundo os níveis de interação total e parcial, considerando as ligações viga-viga como sendo semirrígidas, bem como os três modos de coluna referentes a essas ligações.



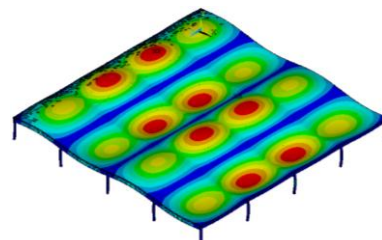
a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{01}=0,71\text{Hz}$



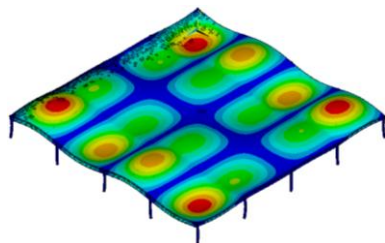
a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{02}=1,19\text{Hz}$



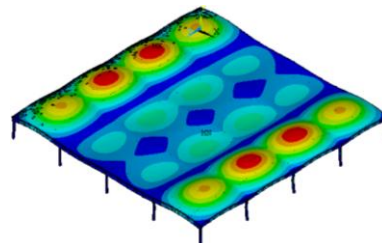
a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{03}=1,21\text{Hz}$



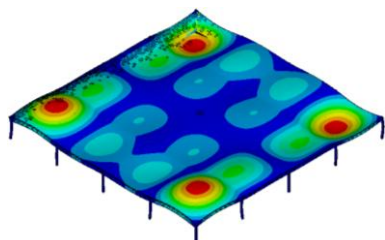
b) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{04}=6,18\text{Hz}$



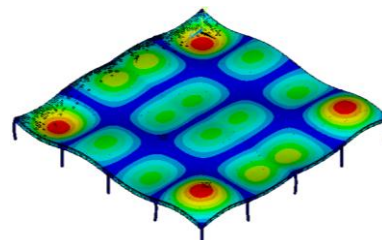
c) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{05}=6,46\text{Hz}$



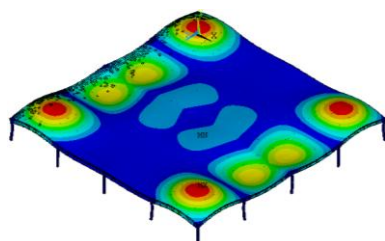
d) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{06}=6,58\text{Hz}$



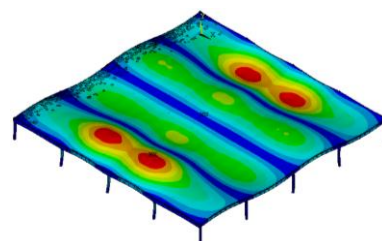
e) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{07}=6,77\text{Hz}$



f) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{08}=7,02\text{Hz}$

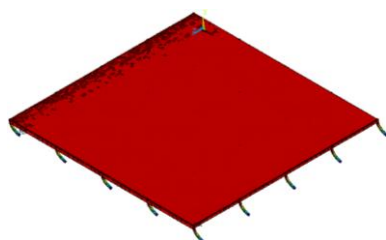


g) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{09}=7,16\text{Hz}$

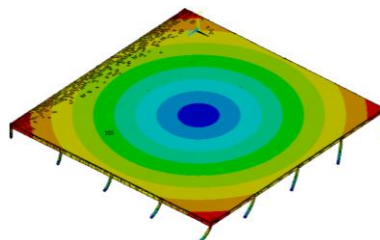


h) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{10}=7,24\text{Hz}$

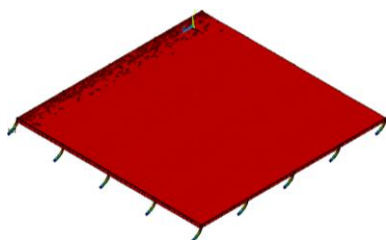
Figura 7.9 - Modos de vibração do modelo estrutural II (Interação total. Stud 19mm. Ligações viga-coluna rígidas. ligações viga-viga semirrígidas).



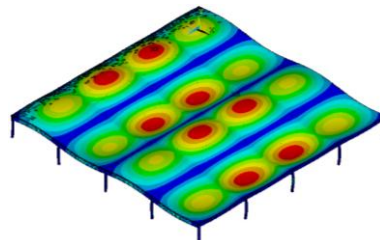
a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{01}=0,71\text{Hz}$



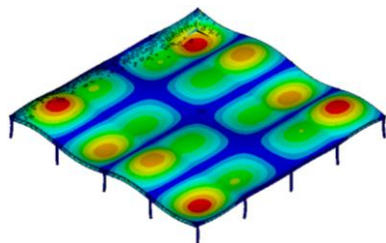
a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{02}=1,19\text{Hz}$



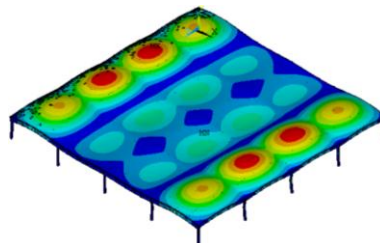
a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{03}=1,21\text{Hz}$



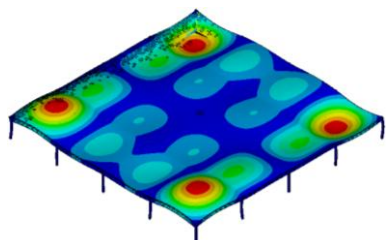
b) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{04}=5,98\text{Hz}$



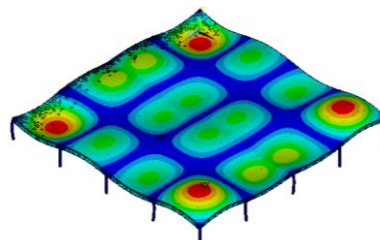
c) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{05}=6,26\text{Hz}$



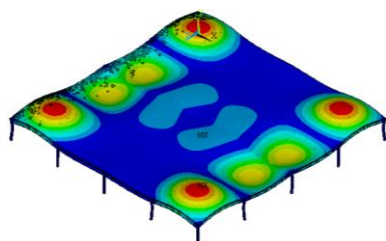
d) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{06}=6,35\text{Hz}$



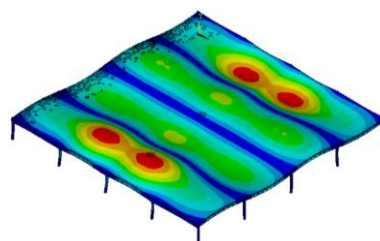
e) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{07}=6,54\text{Hz}$



f) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{08}=6,79\text{Hz}$



g) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{09}=6,91\text{Hz}$



h) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{10}=6,97\text{Hz}$

Figura 7.10 - Modos de vibração do modelo estrutural II (Interação parcial. Stud 19mm. Ligações viga-coluna rígidas. ligações viga-viga semirrígidas).

Observando as Figuras 7.9 e 7.10, percebe-se que, de modo geral, o quarto modo de vibração apresenta predominância dos efeitos de flexão e no quinto modo predominam os efeitos de flexo-torção (Figuras 7.9 e 7.10), considerando o sexto modo de vibração, o modo de flexão é predominante. Todavia, essas formas modais apresentam modificações na medida em que a rigidez das ligações viga-viga do piso é modificada. Outro ponto a ser destacado diz respeito a pouca influência da consideração da rigidez real das colunas de aço, no que diz respeito à frequência fundamental dos modelos estruturais investigados neste trabalho de pesquisa. Apresentam-se também os primeiros três modos de vibração de coluna, onde no 2º modo de coluna observa-se o efeito de torção das colunas, enquanto no 1º e 3º modo de coluna observa-se o efeito de flexão das mesmas.

Ressalta-se que as outras formas modais obtidas, considerando as ligações viga-viga como sendo rígidas e flexíveis não foram aqui discutidas/apresentadas por não apresentarem mudanças significativas no comportamento. As formas modais mostraram-se bastante semelhantes àquelas apresentadas nas Figuras 7.9 e 7.10.

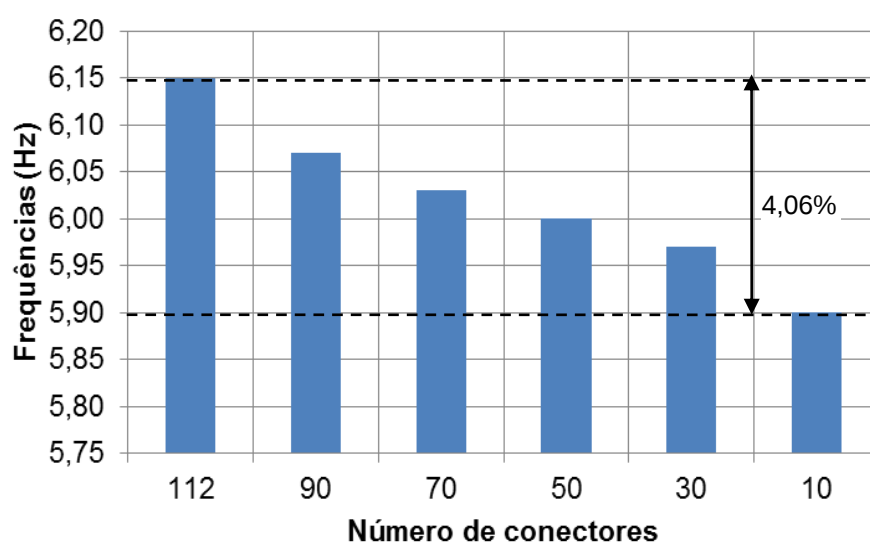
7.6

Variações das frequências naturais de acordo com o número de conectores: Ligações viga-coluna rígidas

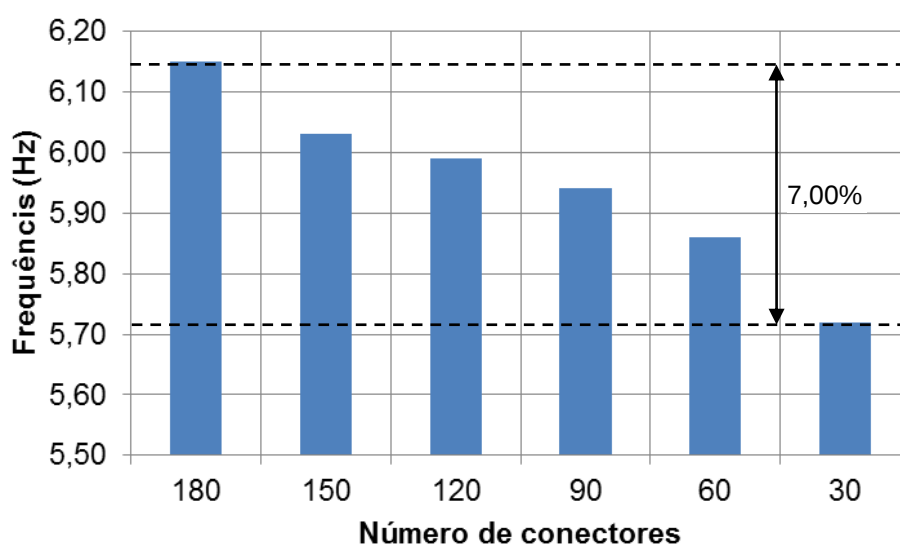
Para analisar o comportamento dinâmico do modelo proposto, trabalhando em regime de interação total e parcial e considerando o efeito da semi-rigidez das ligações, estudou-se, nesta fase, a variação do número de conectores de cisalhamento no modelo e a sua influência na rigidez da estrutura. A estratégia de análise aqui realizada foi utilizar as curvas força *versus* deslizamento, obtidas experimentalmente por (Tristão 2002, Ellobody 2005 e Lam *et al.* 2007). Assim sendo, os gráficos das Figuras 7.11 a 7.13 apresentam os valores das frequências naturais obtidas a partir da variação do número de conectores de cisalhamento. E a Tabela 7.9 mostra as combinações quando se varia o número de conectores nas vigas principais e nas secundárias. Onde VP, representa as vigas principais e VS, as vigas secundárias de um painel de 10mx10m. Ressalta-se que, não foi feita a variação do número de conectores de cisalhamento quando foram utilizados os perfobond na modelagem das interações, pois estes se apresentam em um número bem reduzido em comparação com os studs.

Tabela 7.9 - Combinações da variação do número de conectores.

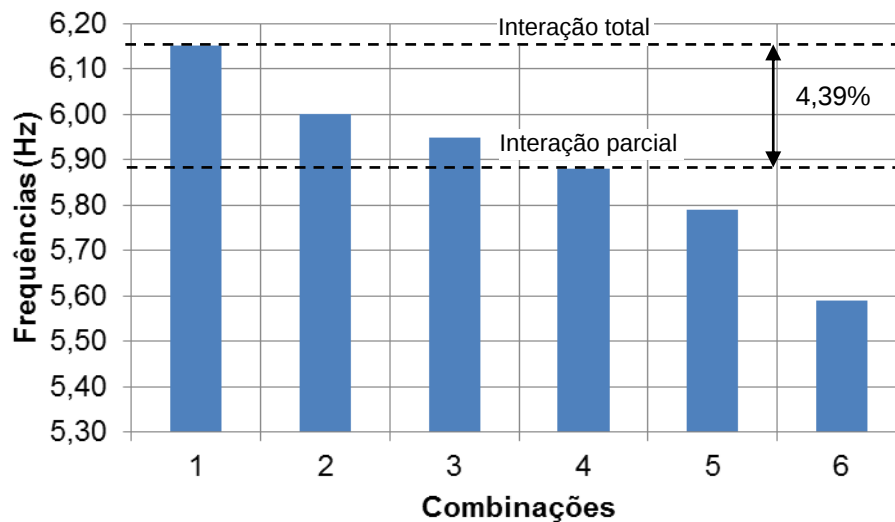
Combinações	Número de conectores por vigas					
	Stud 13mm		Stud 16mm		Stud 19mm	
	VP	VS	VP	VS	VP	VS
1	180	112	116	72	80	50
2	150	90	90	60	60	40
3	120	70	70	50	40	30
4	90	50	50	40	40	20
5	60	30	30	20	20	20
6	30	10	10	10	20	10



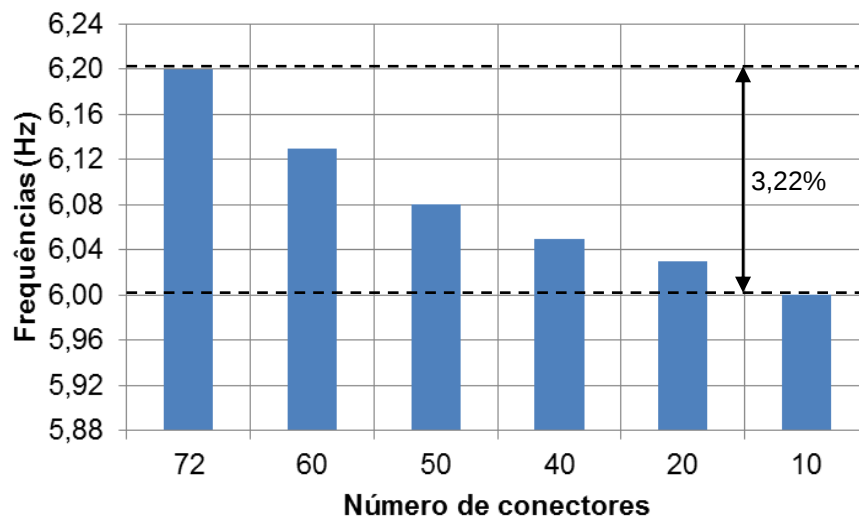
a) Ligações viga-coluna rígidas. Variação dos conectores das vigas secundárias.



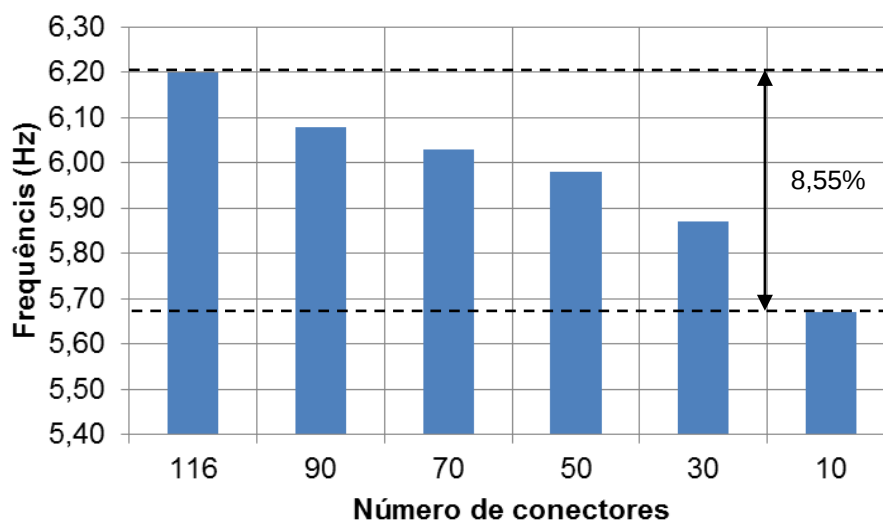
b) Ligações viga-coluna rígidas. Variação dos conectores das vigas principais



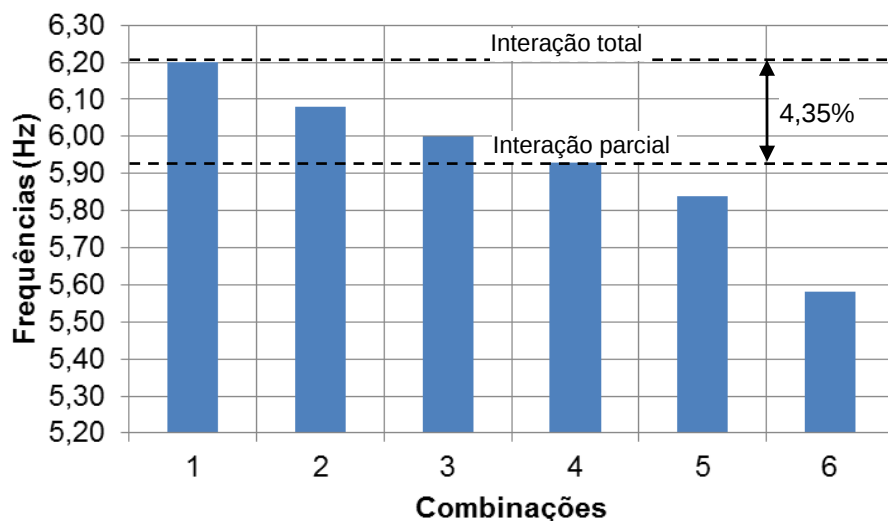
c) Ligações viga-coluna rígidas. Combinação das vigas principais e secundárias
 Figura 7.11 – Variação da frequência fundamental. Modelo estrutura II. Stud 13mm.



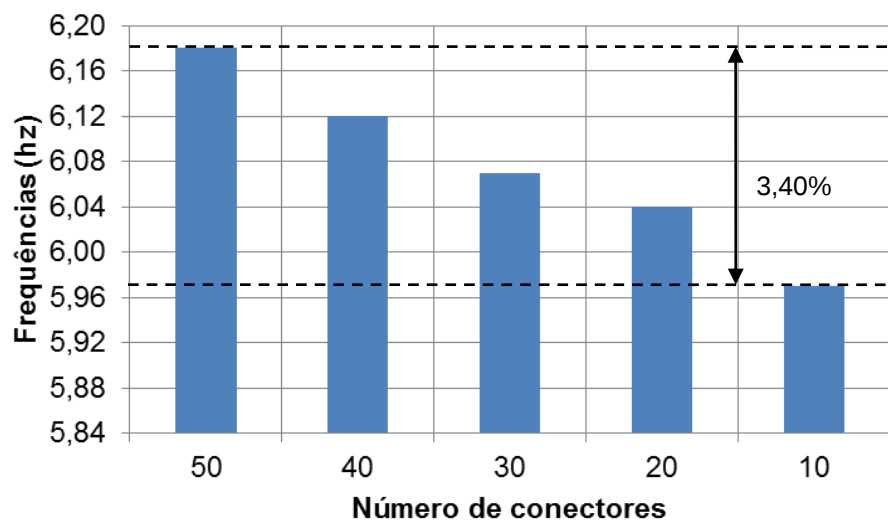
a) Ligações viga-coluna rígidas. Variação dos conectores das vigas secundárias.



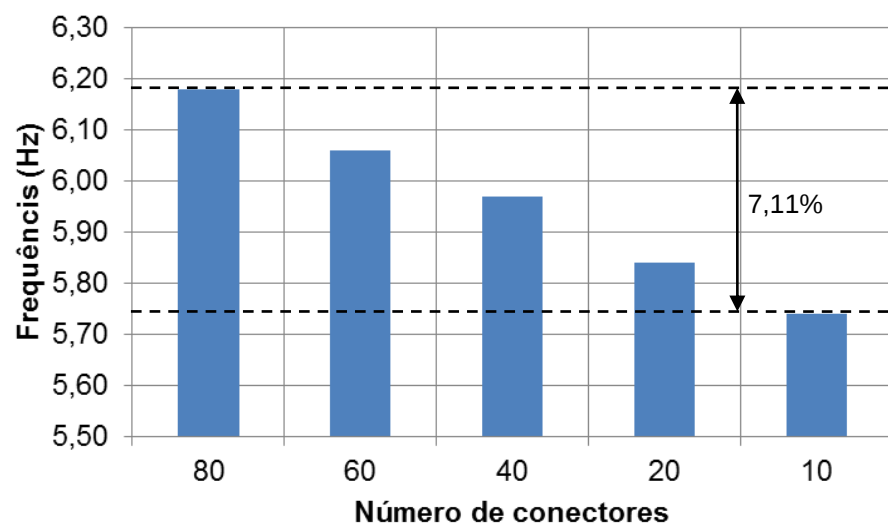
b) Ligações viga-coluna rígidas. Variação dos conectores das vigas principais



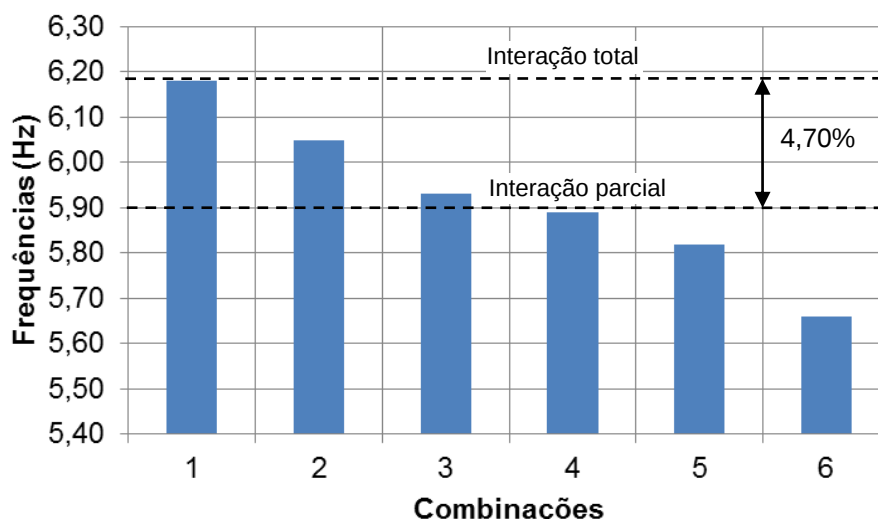
c) Ligações viga-coluna rígidas. Combinação das vigas principais e secundárias
 Figura 7.12 – Variação da frequência fundamental. Modelo estrutura II. Stud 16mm.



a) Ligações viga-coluna rígidas. Variação dos conectores das vigas secundárias.



b) Ligações viga-coluna rígidas. Variação dos conectores das vigas principais



c) Ligações viga-coluna rígidas. Combinação das vigas principais e secundárias

Figura 7.13 – Variação da frequência fundamental. Modelo estrutura II. Stud 19mm.

Observando-se os gráficos acima (Figuras 7.11 a 7.13), verifica-se que em ambos os modelos (stud 13mm, stud 16mm e stud 19mm, com ligação viga-coluna rígida e ligação viga-viga semirrígida), existe uma variação aproximadamente linear (frequência versus grau de interação) na medida em que se modifica o número de conectores de cisalhamento. Ou seja: os valores das frequências naturais da estrutura tendem a diminuir na medida em que se diminui o número de conectores, o que torna os pisos mais flexíveis e, portanto, mais suscetíveis a vibrações ocasionadas por pequenos impactos. Isso decorre do fato de que o número de conectores do sistema misto influencia diretamente a rigidez global do piso, ou seja, quanto maior o número de conectores, menor será o deslizamento entre a laje e a viga, e maior será a rigidez do piso. Contudo, em termos quantitativos, pode-se verificar nos gráficos apresentados nas Figuras 7.11 a 7.13, que a diferença percentual máxima nos valores das frequências naturais quando são comparados os níveis de interação aço-concreto (interação total versus interação parcial) é da ordem de 6%, portanto uma diferença muito pequena.

De acordo com a metodologia de análise, a resistência dos conectores de cisalhamento mostra ser muito importante, pois pelas Figuras 7.11 a 7.13, considerando as vigas principais, percebe-se que a frequência natural da estrutura em regime de interação total, é alcançada com 185 conectores quando se utiliza os studs de 13 mm com resistência ao cisalhamento de 42,1kN, esse número de conectores diminui para 116, utilizando os studs de 16 mm, com resistência de 65kN e, para 80 conectores de cisalhamento adotando os studs

de 19 mm com resistência de 94,6kN. Quando o perfobond, P-2F-120-A (Vianna, 2009) é utilizado na modelagem das interações, o número de conectores necessário para garantir a interação total reduz-se para 26. Apesar de ter uma relação direta entre o número de conectores e a rigidez da estrutura, isto é quanto maior o número de conectores, maior a rigidez global da mesma. A que ressaltar também que conectores em excesso, afetam a execução, o andamento, como também encarecem bastante o custo das obras.

7.7

Análise das frequências naturais (Autovalores: Interação parcial. Ligações viga-coluna semirrígidas)

Com o objetivo de verificar a influência da semi-rigidez das ligações viga-coluna, considerando a semi-rigidez das ligações apenas em relação ao eixo de maior inércia dos pilares, as Tabelas 7.10 a 7.13 apresentam os valores das dez primeiras frequências naturais do modelo estrutural misto estudado (Modelo Estrutural II). Desta forma, torna-se possível observar a influência das interações parcial e total e, bem como, a influência das ligações estruturais (viga-coluna e viga-viga).

Tabela 7.10 - Frequências naturais do Modelo Estrutural II. Stud – 13mm. $S_j=66\text{kN/mm}$. Ligações viga-coluna semirrígidas.

Frequências Naturais (Hz)	Modelo II – Interação Total			Modelo II – Interação Parcial (50%)		
	Rígido	Semirrígido	Flexível	Rígido	Semirrígido	Flexível
f_{01}	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72
f_{02}	1,11	1,09	1,08	1,11	1,09	1,07
f_{03}	1,12	1,10	1,09	1,12	1,10	1,09
f_{04}	6,30	5,90	5,77	6,08	5,70	5,55
f_{05}	6,44	6,17	6,06	6,24	5,97	5,84
f_{06}	6,79	6,28	6,11	6,54	6,06	5,87
f_{07}	6,81	6,45	6,33	6,59	6,24	6,09
f_{08}	6,90	6,71	6,62	6,73	6,50	6,38
f_{09}	7,08	6,84	6,75	6,89	6,61	6,49
f_{10}	7,20	6,97	6,76	7,05	6,72	6,49

Tabela 7.11 - Frequências naturais do Modelo Estrutural II. Stud – 16mm. $S_j=150\text{kN/mm}$.

Ligações viga-coluna semirrígidas.

Frequências Naturais (Hz)	Modelo II – Interação Total			Modelo II – Interação Parcial (50%)		
	Rígido	Semirrígido	Flexível	Rígido	Semirrígido	Flexível
f_{01}	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72
f_{02}	1,11	1,09	1,08	1,11	1,09	1,08
f_{03}	1,12	1,10	1,09	1,12	1,10	1,09
f_{04}	6,40	5,96	5,83	6,13	5,76	5,62
f_{05}	6,52	6,22	6,12	6,28	6,04	5,92
f_{06}	6,90	6,34	6,19	6,60	6,14	5,97
f_{07}	6,90	6,51	6,40	6,63	6,31	6,18
f_{08}	6,97	6,77	6,69	6,74	6,57	6,47
f_{09}	7,17	6,90	6,82	6,91	6,69	6,58
f_{10}	7,26	7,04	6,85	7,01	6,81	6,60

Tabela 7.12 - Frequências naturais do Modelo Estrutural II. Stud – 19mm. $S_j=200\text{kN/mm}$.

Ligações viga-coluna semirrígidas.

Frequências Naturais (Hz)	Modelo II – Interação Total			Modelo II – Interação Parcial (50%)		
	Rígido	Semirrígido	Flexível	Rígido	Semirrígido	Flexível
f_{01}	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72
f_{02}	1,11	1,09	1,08	1,11	1,09	1,08
f_{03}	1,12	1,10	1,09	1,12	1,10	1,09
f_{04}	6,37	5,94	5,82	6,10	5,76	5,61
f_{05}	6,50	6,21	6,11	6,25	6,03	5,91
f_{06}	6,87	6,33	6,17	6,57	6,13	5,95
f_{07}	6,88	6,50	6,39	6,60	6,30	6,16
f_{08}	6,95	6,76	6,67	6,72	6,56	6,45
f_{09}	7,15	6,89	6,81	6,88	6,67	6,56
f_{10}	7,25	7,02	6,83	6,99	6,79	6,58

Tabela 7.13 - Frequências naturais do Modelo Estrutural II. Perfobond. $S_j=2400\text{kN/mm}$.
Ligações viga-coluna semirrígidas.

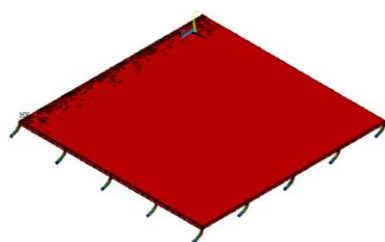
Frequências Naturais (Hz)	Modelo II – Interação Total			Modelo II – Interação Parcial (50%)		
	Rígido	Semirrígido	Flexível	Rígido	Semirrígido	Flexível
f_{01}	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72
f_{02}	1,11	1,10	1,09	1,11	1,10	1,08
f_{03}	1,12	1,11	1,10	1,12	1,11	1,10
f_{04}	6,55	6,05	5,92	6,48	5,90	5,80
f_{05}	6,65	6,31	6,21	6,59	6,18	6,09
f_{06}	7,06	6,46	6,31	6,98	6,32	6,17
f_{07}	7,07	6,62	6,51	6,99	6,48	6,37
f_{08}	7,08	6,86	6,78	7,03	6,72	6,64
f_{09}	7,32	7,01	6,93	7,25	6,85	6,7
f_{10}	7,36	7,16	6,99	7,31	7,00	6,83

Observando-se os valores apresentados nas Tabelas 7.10 a 7.13, percebe-se, claramente, um comportamento idêntico das frequências quando se considera as ligações viga-coluna como sendo rígidas, onde se verifica uma pequena redução nos valores das frequências naturais quando o modelo com interação total é comparado em relação ao modelo com interação parcial. Observa-se ainda, uma redução nos valores das frequências naturais dos modelos estruturais, quando os modelos flexíveis e semirrígidos são comparados com os modelos estruturais rígidos. Tal fato indica coerência, no que tange aos modelos desenvolvidos, uma vez que a diminuição da rigidez global da estrutura (com a massa da estrutura mantida constante) acarreta em uma redução das frequências naturais dos pisos, em especial da frequência fundamental da estrutura, Tabelas 7.10 a 7.13.

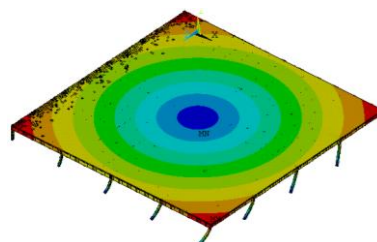
7.8

Análise dos modos de vibração (Autovetores: Interação parcial Ligações viga-coluna semirrígidas)

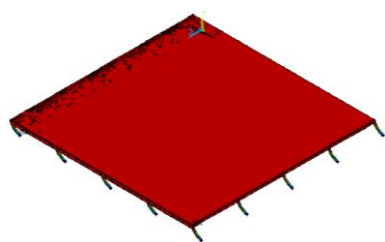
Nas Figuras 7.14 e 7.15 apresentam-se as formas modais referentes às dez primeiras frequências do Modelo Estrutural (ME-II), segundo os níveis de interação total e parcial, considerando as ligações viga-viga como sendo semirrígidas e, bem como os três modos de coluna referentes a essas ligações.



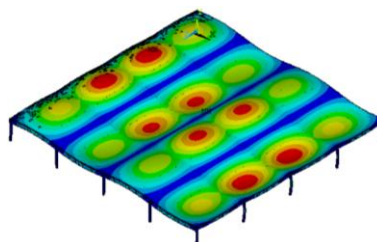
a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{01}=0,72\text{Hz}$



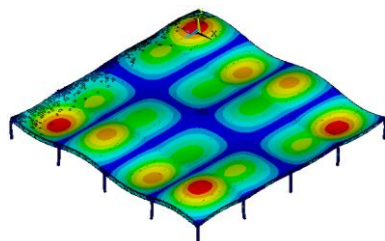
a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{02}=1,09\text{Hz}$



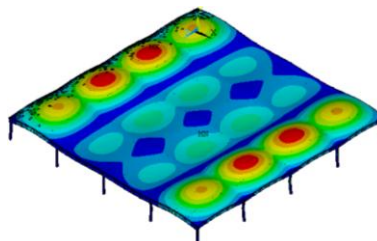
a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{03}=1,10\text{Hz}$



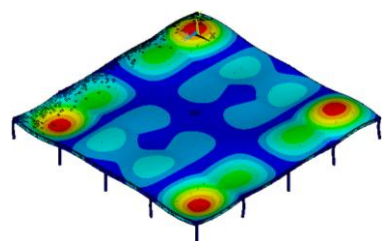
b) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{04}=5,94\text{Hz}$



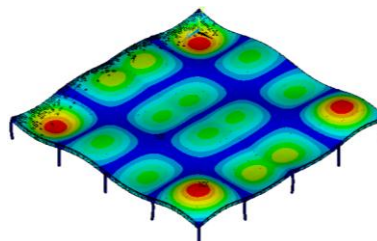
c) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{05}=6,21\text{Hz}$



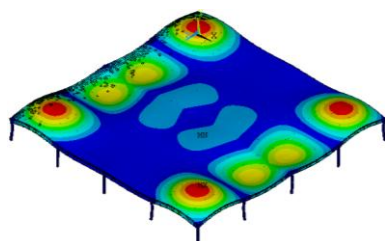
d) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{06}=6,33\text{Hz}$



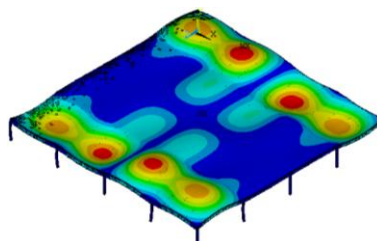
e) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{07}=6,50\text{Hz}$



f) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{08}=6,76\text{Hz}$

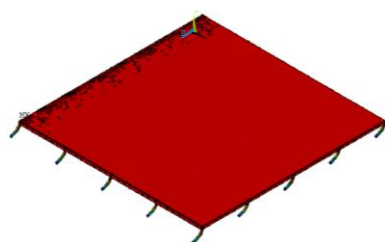


g) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{09}=6,89\text{Hz}$

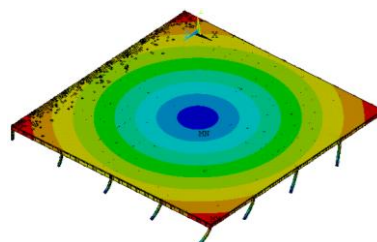


h) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{10}=7,02\text{Hz}$

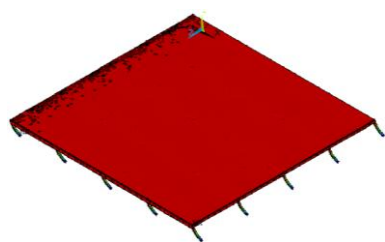
Figura 7.14 - Modos de vibração do modelo estrutural II (Interação total. Stud 19mm. Ligações viga-coluna semirrígidas. Ligações viga-viga semirrígidas).



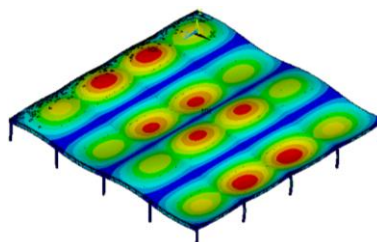
a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{01}=0,72\text{Hz}$



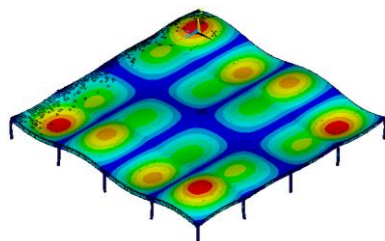
a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{02}=1,09\text{Hz}$



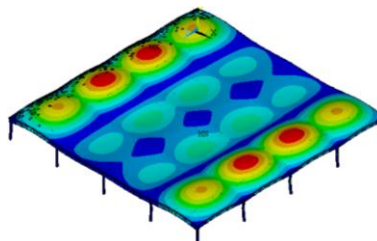
a) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{03}=1,10\text{Hz}$



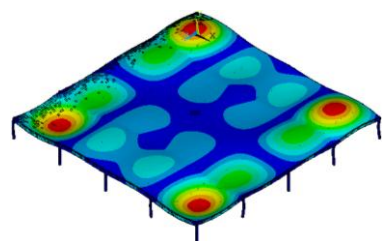
b) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{04}=5,76\text{Hz}$



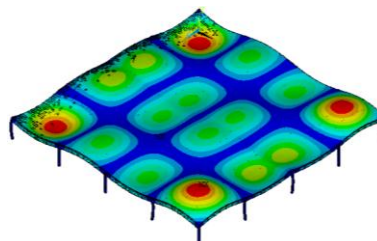
c) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{05}=6,03\text{Hz}$



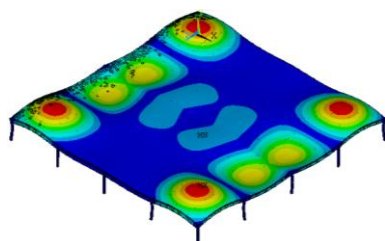
d) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{06}=6,13\text{Hz}$



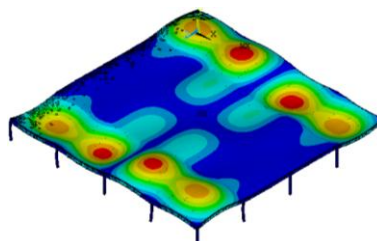
e) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{07}=6,30\text{Hz}$



f) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{08}=6,56\text{Hz}$



g) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{09}=6,67\text{Hz}$



h) Modo de vibração referente à primeira frequência natural: $f_{10}=6,79\text{Hz}$

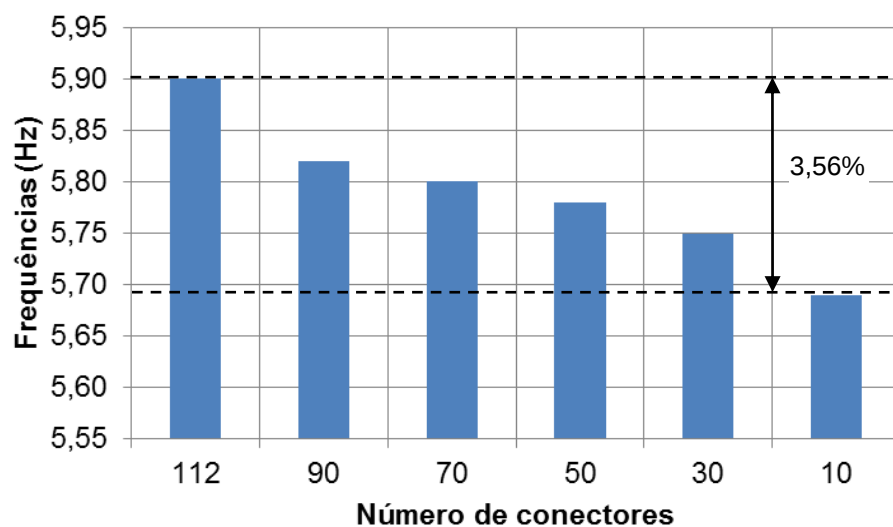
Figura 7.15 - Modos de vibração do modelo estrutural II (Interação parcial. Stud 19mm. Ligações viga-coluna semirrígidas. Ligações viga-viga semirrígidas).

Observando as Figuras 7.14 e 7.15 nota-se que, de forma geral, que o quarto modo de vibração corresponde ao modo de flexão. Entretanto, considerando o quinto modo de vibração, o modo de flexo-torção é predominante. Outras formas modais obtidas segundo a variação do número de conectores não são aqui discutidas por não apresentarem mudanças significativas em seu comportamento. As formas modais mostram-se bastante semelhantes às formas modais apresentadas nas Figuras 7.9 e 7.10. Podem-se observar também os primeiros três modos de vibração de coluna, onde no 2º modo de coluna observa-se o efeito de torção das colunas, enquanto no 1º e 3º modo de coluna observa-se o efeito de flexão das mesmas. Convém chamar a atenção do leitor pelo fato dos modos de vibração dos outros modelos computacionais não são aqui apresentados por serem de forma geral, bastante similares, não apresentando mudanças significativas em suas configurações.

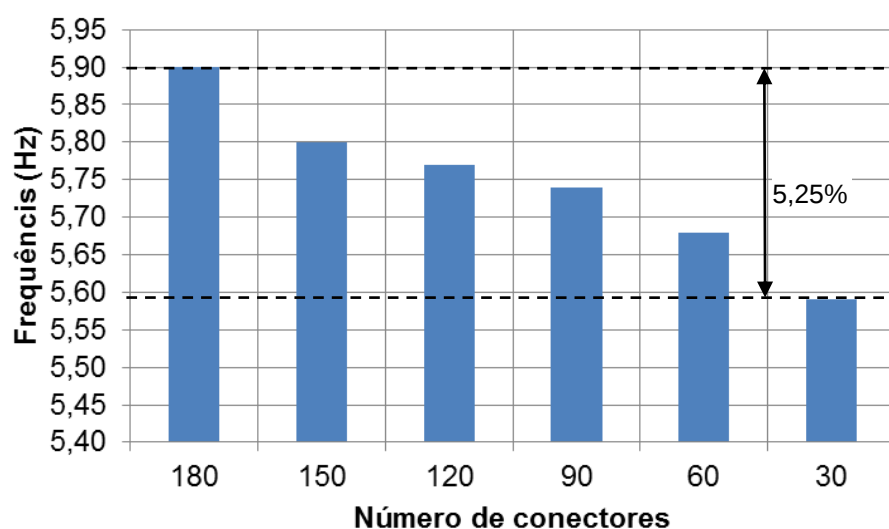
7.9

Variações das frequências de acordo com o número de conectores: Ligações viga-coluna semirrígidas

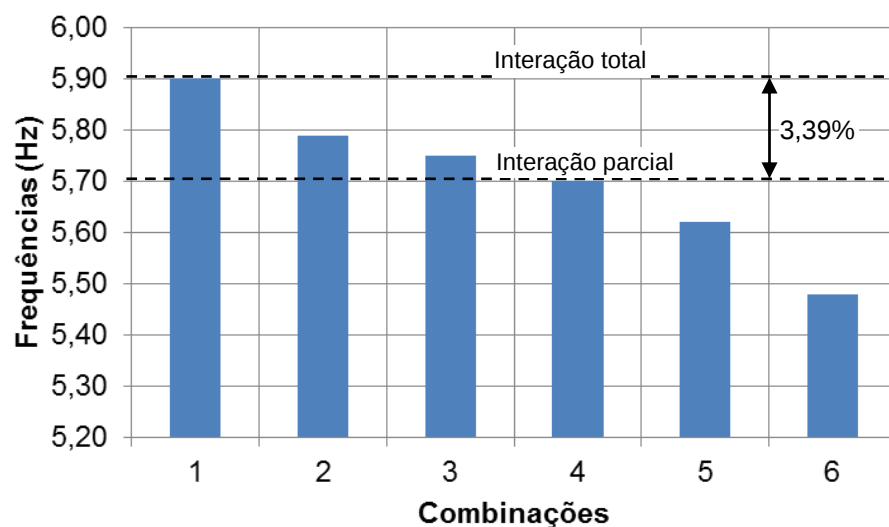
Estudou-se, nesta fase, a variação do número de conectores de cisalhamento no modelo estrutural proposto e a sua influência na rigidez da estrutura. A estratégia de análise aqui realizada foi utilizar as curvas força *versus* deslizamento, obtidas experimentalmente por (Tristão 2002, Ellobody 2005 e Lam *et al.* 2007) e considerando as ligações viga-coluna como sendo semirrígidas, lembrando que a semi-rigidez foi adotada apenas no eixo de maior inércia dos pilares. Nas Figuras 7.16 a 7.18 apresentam-se os valores das frequências naturais obtidas a partir da variação do número de conectores de cisalhamento e as combinações quando se varia o número de conectores nas vigas principais e nas secundárias, podem ser vistas na Tabela 7.9.



a) Ligações viga-coluna semirrígidas. Variação dos conectores das vigas secundárias.

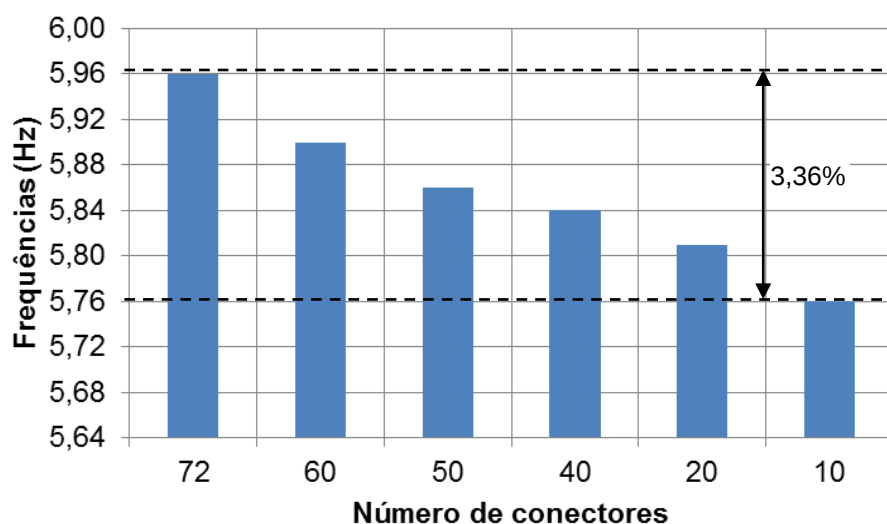


b) Ligações viga-coluna semirrígidas. Variação dos conectores das vigas principais

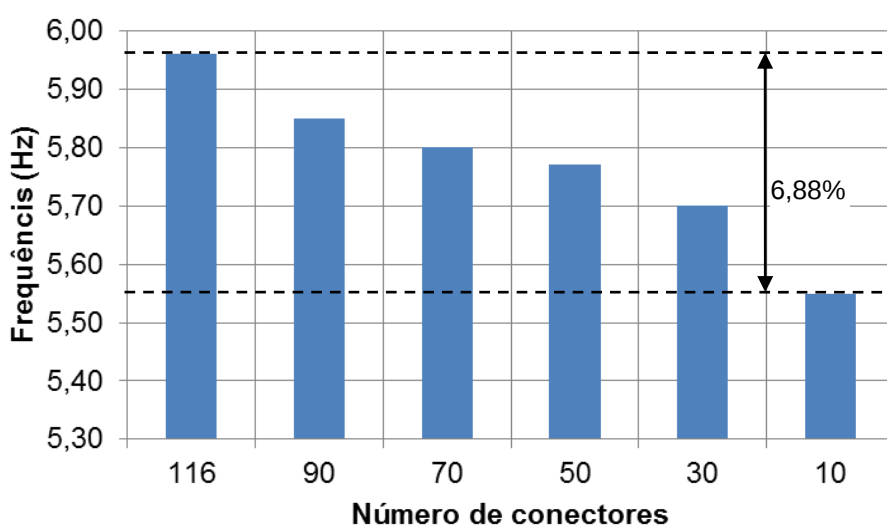


c) Ligações viga-coluna semirrígidas. Combinação das vigas principais e secundárias

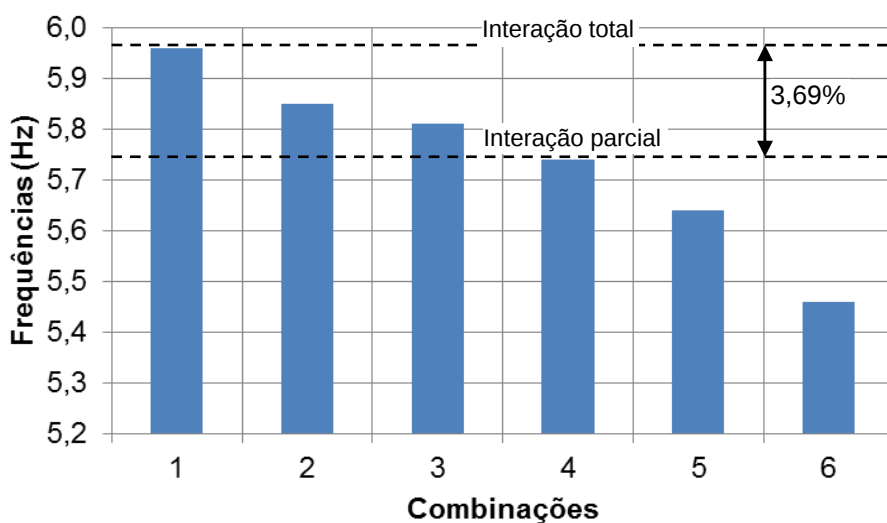
Figura 7.16 – Variação da frequência fundamental. Modelo estrutura II. Stud 13mm.



a) Ligações viga-coluna semirrígidas. Variação dos conectores das vigas secundárias.

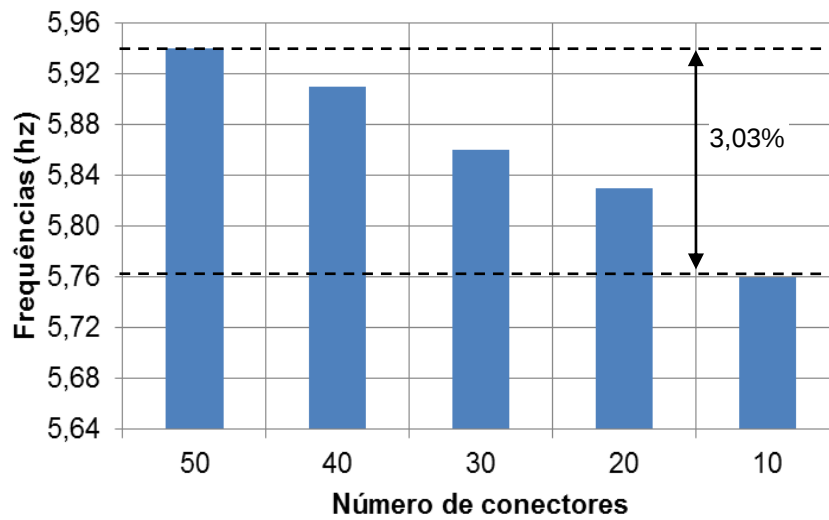


b) Ligações viga-coluna semirrígidas. Variação dos conectores das vigas principais

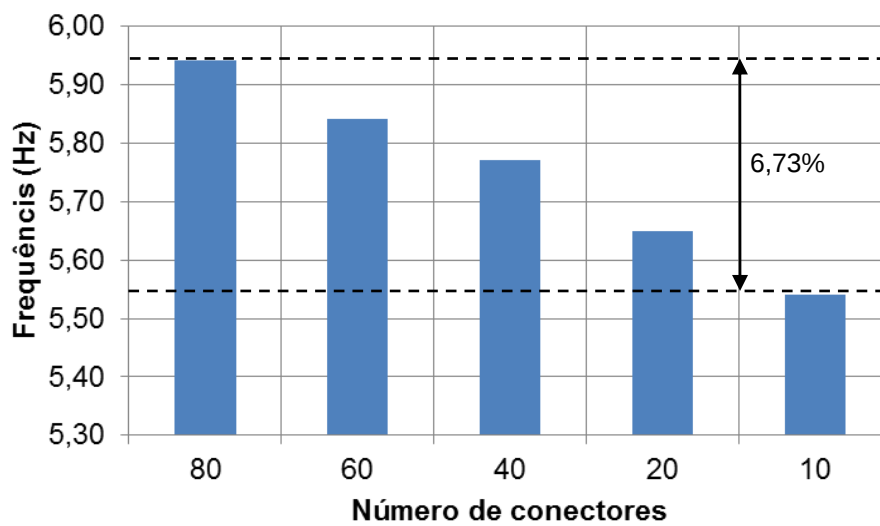


c) Ligações viga-coluna semirrígidas. Combinação das vigas principais e secundárias

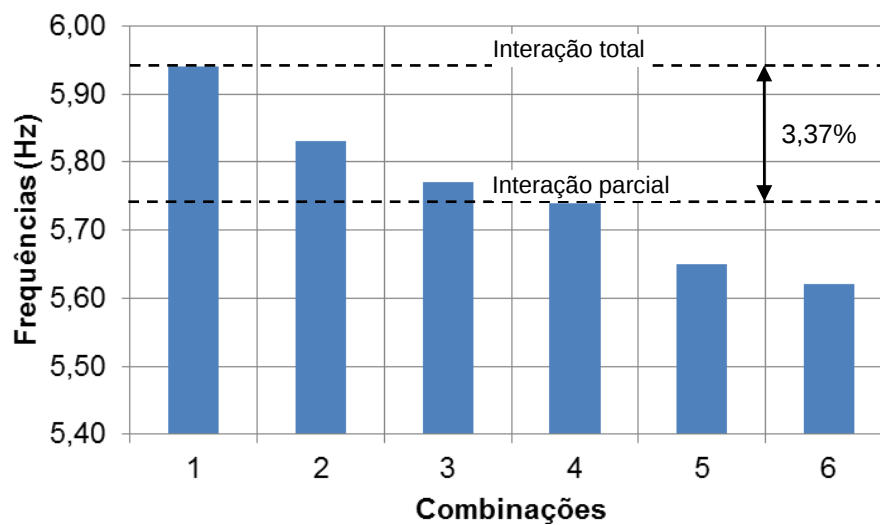
Figura 7.17 – Variação da frequência fundamental. Modelo estrutura II. Stud 16mm.



a) Ligações viga-coluna semirrígidas. Variação dos conectores das vigas secundárias.



b) Ligações viga-coluna semirrígidas. Variação dos conectores das vigas principais



c) Ligações viga-coluna semirrígidas. Combinação das vigas principais e secundárias

Figura 7.18 – Variação da frequência fundamental. Modelo estrutura II. Stud 19mm.

Observando-se os gráficos apresentados nas Figuras 7.16 a 7.18, percebe-se, claramente, que a variação das frequências quando se considera o modelo, com as ligações viga-coluna semirrígidas, também tiveram um comportamento idêntico em comparação com o modelo, em que as ligações viga-coluna são consideradas como sendo rígidas. Isto é, também existe uma variação aproximadamente linear (frequência versus grau de interação) na medida em que se modifica o número de conectores de cisalhamento. Ou seja, os valores das frequências naturais da estrutura tendem a diminuir na medida em que se diminui o número de conectores, o que torna os pisos mais flexíveis e, portanto, mais suscetíveis a vibrações ocasionadas por pequenos impactos, pois o número de conectores influencia diretamente a rigidez global do piso. Percebe-se também uma diferença percentual muito pequena no valor das frequências naturais quando são comparados os níveis de interação aço-concreto (interação total versus interação parcial), em torno dos 6%.

7.10

Comparação das frequências de acordo com a ligação viga-coluna (Rígida e Semirrígida)

Com o objetivo de verificar a influência das ligações viga-coluna na rigidez global da estrutura, foi feita uma comparação das frequências naturais do Modelo Estrutural II, quando essas ligações são consideradas como sendo rígidas e semirrígidas, neste caso, apenas em relação ao eixo de maior inércia dos pilares.

Deste modo, os gráficos das Figuras 7.19 e 7.20 mostram a influência dessas ligações. Convém lembrar que gráficos foram construídos com base nos valores apontados nas Tabelas 7.7, 7.8, 7.13 e 7.12, considerando a interação parcial entre a laje de concreto e viga de aço.

Observando os gráficos das Figuras 7.19 e 7.20, percebe-se claramente uma redução em torno dos 5% nos valores das frequências naturais dos modelos estruturais, quando os modelos com ligações viga-coluna semirrígidas são comparados com os modelos estruturais com ligações viga-coluna rígidas. Tal fato indica coerência dos resultados, uma vez que a diminuição da rigidez global da estrutura acarreta em uma redução das frequências naturais dos pisos.

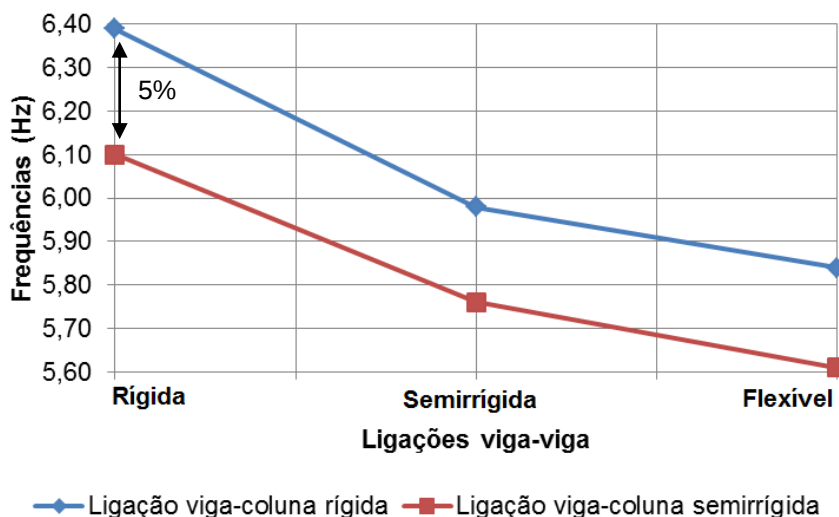


Figura 7.19 – Frequências naturais em função da variação da rigidez das ligações. Interação Parcial. Stud 19mm.

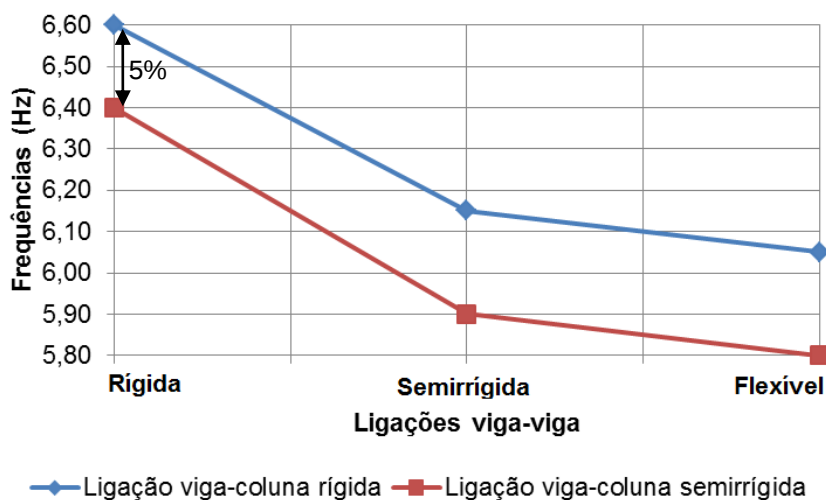


Figura 7.20 – Frequências naturais em função da variação da rigidez das ligações. Interação Parcial. Perfobond.

Ressalta-se que, embora a diferença percentual seja muito pequena no valor das frequências naturais quando são comparados os níveis de interação aço-concreto (total e parcial), assim como as ligações estruturais, ligações viga-coluna e viga-viga, cuidados especiais devem ser tomados, pois numa situação de ressonância em que as frequências de excitação se aproximam da frequência fundamental da estrutura, pode vir a agravar as vibrações excessivas e, portanto intoleráveis.

No próximo capítulo serão apresentadas as respostas dos deslocamentos translacionais verticais do piso, dos momentos fletores das vigas principais e secundárias e dos esforços cortantes relativos ao carregamento estático.