

## 2. Fundamentos Teóricos

O presente capítulo introduz alguns elementos teóricos com o propósito de compreender a natureza da luz, sua emissão, transmissão e detecção. É apresentado um breve histórico da evolução da Teoria Eletromagnética, com revisão de algumas leis e definições importantes para conceituar os tipos de polarização da luz: *linear*, *circular* e *elíptica*. O objetivo deste estudo é avaliar técnicas de estabilização do SOP em fibras ópticas.

### 2.1. Teoria Eletromagnética: A Natureza da Luz

Entre os séculos XVII e XIX, houve uma significativa alteração na Teoria Ondulatória da Luz. O Século XVIII assistiu à ascensão da teoria de *Isaac Newton*, conhecida como *Modelo Corpuscular da Luz*, com aplicações a diversas categorias de fenômenos e influência em diversas áreas do saber. Nesta teoria a luz era considerada como um feixe de partículas emitidas por uma fonte de luz que atingia o olho estimulando a visão. Contudo, essa visão começaria a se alterar em meados do século XIX. Em 1850, um novo resultado experimental contrariou a teoria corpuscular, quando *Foucault* (1819-1868) determinou a velocidade da luz em diferentes meios e demonstrou ser menor em um meio mais denso (1) [13].

$$v = \frac{c}{n} \quad \text{Eq. (1)}$$

As três grandezas físicas básicas da luz, e de toda a radiação eletromagnética, são: brilho (ou amplitude), cor (ou frequência), e polarização (ou ângulo de vibração). Devido à dualidade onda-partícula, a luz exhibe simultaneamente propriedades de ondas e partículas. Trata-se de uma radiação eletromagnética pulsante ou, num sentido mais geral, qualquer radiação eletromagnética que se situa entre as radiações infravermelhas e as radiações ultravioletas [13]. A luz consiste de um campo elétrico e um campo

magnético que oscilam a elevada taxa, da ordem de  $10^{14}$  Hz (hertz). Estes campos formam uma onda eletromagnética que viaja em altíssima velocidade e, portanto, tem uma propriedade chamada de polarização, que descreve a propagação do campo elétrico. Através dos trabalhos de *Maxwell, James Clerk*, em meados do século XIX, chegou-se à teoria que fornece o tratamento mais completo dos fenômenos ópticos dentro dos limites da óptica clássica. Reunindo as equações que descrevem os principais fenômenos eletromagnéticos: *Lei de Gauss da Eletricidade* em (2), *Lei de Gauss do Magnetismo* em (3), *Lei de Faraday-Lenz* em (4), *Lei de Ampère*, e incluindo o termo de corrente de deslocamento em (5), completa-se o quadro das equações fundamentais do Eletromagnetismo, conhecidas em conjunto como *Equações de Maxwell*. Isto significa que uma grande variedade de fenômenos foi completamente descrita por um pequeno número de equações fundamentais [14].

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \text{Eq. 2}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{a} = 0 \quad \text{Eq. 3}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\phi_B}{dt} \quad \text{Eq. 4}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} + \mu_0 i \quad \text{Eq. 5}$$

A hipótese lançada por *Maxwell* de ser a luz uma onda eletromagnética representou um contexto muito diferente. Teoricamente, toda vez que uma carga elétrica que se encontra no espaço sofre variação em sua velocidade, cria-se dois campos, um elétrico e outro magnético, que se propagam no espaço. Durante a propagação, ao longo de uma reta, os módulos dos vetores  $\vec{E}$  (campo elétrico) e  $\vec{H}$  (campo magnético) variam de acordo com as funções expressas em (6):

$$\vec{E} = E_0 \cos \omega t \quad \text{e} \quad \vec{H} = H_0 \cos \omega t \quad \text{Eq. 6}$$

A confirmação da teoria eletromagnética da luz de *Maxwell* se estendeu para as diferentes modalidades de energia radiante, que se propagam com a mesma velocidade ( $c = 299792458$  m/s) e se diferem pela frequência ( $\nu$ ) e comprimento de onda ( $\lambda$ ), conforme apresentado em (7). A frequência da luz independe do meio no qual ela se

propaga é a característica de sua cor. Luz resultante de vibrações de uma só frequência é dita monocromática, e policromática quando composta de ondas de várias frequências, conforme representado na Figura 1 [15].

$$c = \lambda \cdot \nu \quad \text{Eq. 7}$$

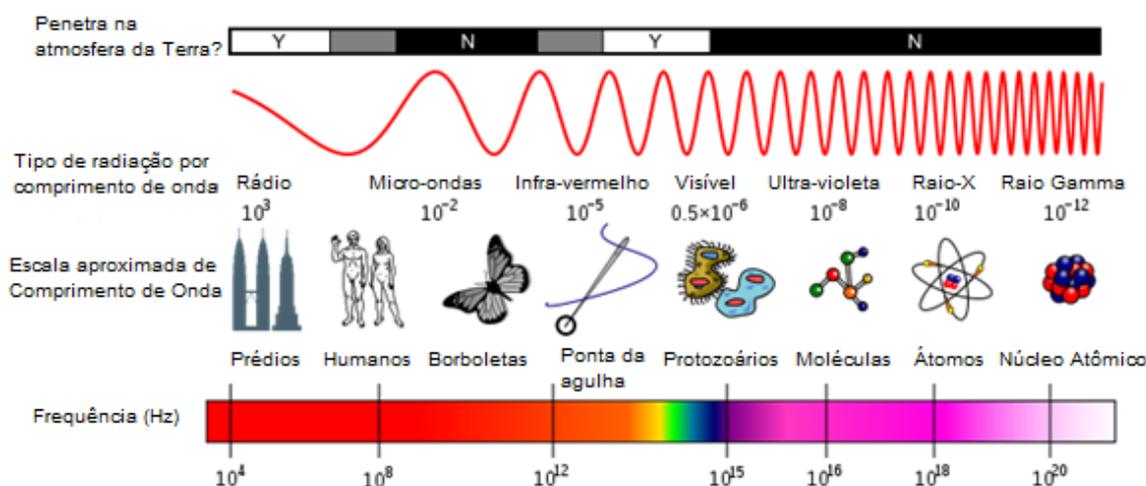


Figura 1 – Espectro eletromagnético [16].

Em 1905, a partir de trabalhos anteriormente desenvolvidos por *Thomas Young* e *Augustin-Jean Fresnel*, considerado o fundador da óptica moderna, e pela teoria de *Isaac Newton*, *Albert Einstein* usou uma proposta apresentada por *Max Planck* em 1900 sobre a *radiação de corpos negros*, que deu origem à *Teoria Quântica*. Corpos Negros são corpos que reemitem toda a radiação eletromagnética que incide sobre eles. Na prática, estuda-se a radiação formada em uma cavidade, que pode ter a forma de um cubo, no interior de um corpo negro. Assim evitava-se a influência externa, e a geometria da cavidade pode ser escolhida para facilitar os cálculos teóricos. A radiação estudada é então emitida por um pequeno furo, produzido no material [17].

A partir deste conceito, *Albert Einstein* desenvolveu uma teoria revolucionária para explicar o *Efeito Fotoelétrico*. A radiação eletromagnética é constituída de *quanta* de luz (“pacotes” de energia, *fótons*) de energia  $E = h\nu$  (mostrada em (8)), onde  $\nu$  é a frequência da luz incidente e  $h = 6,626068 \times 10^{-34} \text{ m}^2\text{kg/s}$  é a constante de *Planck*, usada na Física para descrever o tamanho dos quanta [18]. De acordo com sua teoria, na colisão pontual entre o *quantum* de luz e o elétron, um fóton transfere todo o seu

momento linear e sua energia para um elétron, independentemente da existência de outros fótons. Tendo em conta que um elétron ejetado do interior de um corpo perde energia até atingir a superfície, *Einstein* propôs a seguinte equação, que relaciona a energia ( $E$ ) do elétron ejetado na superfície e a função trabalho do metal ( $\phi$ ), que é a energia mínima necessária para escapar do material [19]. Isto é:

$$E_c = h\nu - \phi \quad \text{Eq. 8}$$

Este efeito descrito acima é ilustrado na Figura 2.

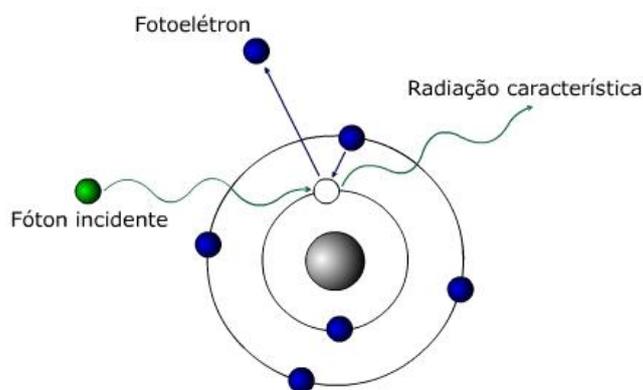


Figura 2 – Efeito Fotoelétrico [20].

De acordo com a *Física Clássica*, esse efeito não deveria depender da frequência da onda incidente. No entanto, a experiência mostra que, para cada metal, o efeito só é obtido quando a frequência é maior ou igual a um valor chamado frequência de corte. No caso dos metais alcalinos (sódio, potássio, etc.), esse nível corresponde à luz visível. No entanto, para os outros metais, o valor está na região do ultravioleta [8].

## 2.2. Fundamentos de Óptica

No passado, muitos pesquisadores esforçaram-se para ligar a Óptica Geométrica com a Teoria Eletromagnética da luz. Para analisar um guia de onda óptico, é preciso considerar as equações de *Maxwell* que dão as relações entre que os campos elétricos e magnéticos. Assumindo um material linear, dielétrico e isotrópico sem corrente e cargas livres, estas equações assumem a forma das equações expressas abaixo [21]:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{Eq. 9}$$

$$\nabla \times \vec{H} = -\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{Eq. 10}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \quad \text{Eq. 11}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad \text{Eq. 12}$$

Onde  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$  e  $\vec{B} = \mu \vec{H}$ , sendo os parâmetros  $\epsilon$  e  $\mu$  respectivamente a permissividade (ou constante dielétrica) e a permeabilidade magnética do meio. Uma relação que define o fenômeno ondulatório dos campos eletromagnéticos pode ser derivada das Equações de *Maxwell* [21]. Tomando o rotacional de (9) e usando (10), tem-se o resultado obtido em (13).

$$\nabla (\nabla \times \vec{E}) = -\mu \frac{\partial (\nabla \times \vec{H})}{\partial t} = -\mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad \text{Eq. 13}$$

Pela identidade vetorial:  $\nabla \times (\nabla \times E) = \nabla(\nabla \cdot E) - \nabla^2 E$ , sendo que em (11)  $\nabla \cdot \vec{E} = 0$ , tem-se conseqüentemente que (13) pode ser reescrita conforme (14) expressa a seguir:

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad \text{Eq. 14}$$

Similarmente, tem-se para (10):

$$\nabla^2 \vec{H} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad \text{Eq. 15}$$

Onde (2.14) e (2.15) correspondem ao padrão das *equações de onda*.

O fenômeno da reflexão interna total, responsável pela orientação da luz em fibras ópticas, é conhecido desde 1854. Apesar de as fibras de vidro terem sido fabricadas na década de 1920, sua aplicação na prática ocorreu somente na década de

1950, quando usou-se uma camada de revestimento acarretando numa melhoria considerável em suas características de guiamento. Sua utilização para fins de comunicação foi considerada impraticável devido a perdas elevadas ( $\cong 1000$  dB/km). Muitos progressos em 1979 resultaram em grande diminuição da perda para apenas 0,2 dB/km perto da região espectral de  $1,55 \mu\text{m}$ . A disponibilidade de fibras de baixa perda levou a uma revolução tecnológica e iniciou a era das comunicações por fibra óptica [22].

As fibras ópticas são construídas basicamente de materiais dielétricos que permitem total imunidade a interferências eletromagnéticas; uma região cilíndrica composta de uma região central por onde passa a luz, denominada núcleo; e uma região periférica que envolve o núcleo denominada casca. O índice de refração do material que compõe o núcleo é maior do que o índice de refração do material que compõe a casca [23]. A geometria representada na Figura 3, mostra um raio fazendo um ângulo  $\theta_i$  de incidência com o eixo central no núcleo da fibra óptica.

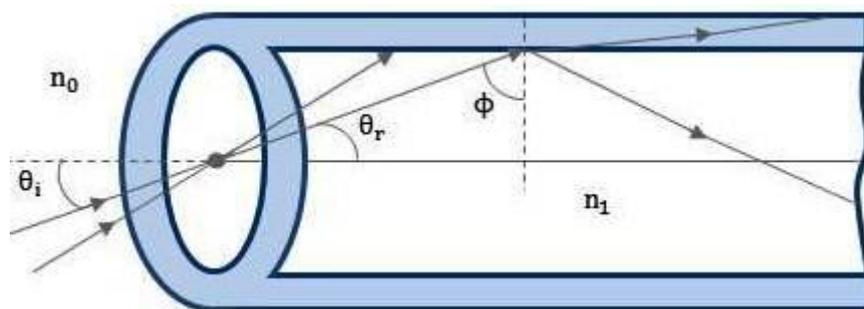


Figura 3 – Propagação da Luz confinada, sofrendo reflexão interna total ao longo da fibra óptica. Os raios em que  $\Phi < \Phi_c$  são refratados para fora do núcleo, ou seja, na casca.

Devido à refração na interface ar/vidro, o raio de luz tende a retornar à normal, onde  $\theta_r$  é o ângulo do raio refratado. A relação entre os ângulos de incidência e refratado é descrito pela *Lei de Snell* e apresentado em (16) [22].

$$n_0 \text{sen} \theta_i = n_1 \text{sen} \theta_r \quad \text{Eq. 16}$$

Os termos  $n_0$  e  $n_1$  são respectivamente os índices de refração do ar e do núcleo da fibra óptica. Ao atingir a interface núcleo-casca, o raio é novamente refratado. No

entanto, a refração só é possível para um ângulo  $\phi$  tal que satisfaça a condição apresentada em (17) [22].

$$\text{sen}\phi < \frac{n_2}{n_1} \quad \text{Eq. 17}$$

O termo  $n_2$  representa o índice de refração da casca. O raio incidente sofre o fenômeno de reflexão interna total na interface núcleo-casca. Para ângulos maiores que um ângulo crítico  $\phi_c$ , tem-se analogamente à (18) que:  $\text{sen}\phi_c < \frac{n_2}{n_1}$ . Vez que durante a propagação tais reflexões ocorrem em todo o comprimento da fibra, então todos os raios com  $\phi > \phi_c$  permanecem confinados no núcleo da fibra óptica [22].

Ainda sob análise da Figura 3, o ângulo  $\theta_r = \frac{\pi}{2} - \phi_c$  visto em (16), após aplicação de relações trigonométricas leva à obtenção a expressão dada em (18).

$$n_0 \text{sen}\theta_i = n_1 \cos\phi_c = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2} \quad \text{Eq. 18}$$

Ao propagar-se, o sinal óptico sofre alguns efeitos que o penalizam, destacando-se atenuação e dispersão [23]. Estes efeitos tornam difícil a utilização de fibras ópticas para o propósito de comunicações ópticas. A dispersão intermodal em fibras multimodo leva a um considerável alargamento dos pulsos ópticos. Na descrição da óptica geométrica, tal alargamento foi atribuído a diferentes caminhos seguidos por diferentes raios, estando relacionada aos diferentes índices modais (ou velocidade de grupo), associados aos diferentes modos [22]. Eis então que a principal vantagem de fibras monomodo é a ausência de dispersão intermodal, simplesmente porque a energia do pulso incidente na fibra óptica é transportada por um único modo de propagação, embora o alargamento do pulso não desapareça completamente.

A velocidade de grupo associada ao modo fundamental é dependente da frequência devido à dispersão cromática. Como resultado, diferentes componentes espectrais do pulso viajam a velocidades de grupo um pouco diferentes, fenômeno este conhecido como GVD (dispersão da velocidade de grupo) ou simplesmente dispersão da fibra óptica. A dispersão pode ocorrer por duas contribuições: a dispersão material e dispersão do guia de ondas.

Seja o caso de uma fibra monomodo de comprimento  $L$ . A componente específica do espectro na frequência  $\omega$  propaga-se na fibra óptica até o fim, por um período de tempo descrito pela relação:  $T = \frac{L}{v_g}$ , onde  $v_g$  é a velocidade de grupo, definida em (19) [22].

$$v_g = \left( \frac{d\beta}{d\omega} \right)^{-1} \quad \text{Eq. 19}$$

Na equação acima, o termo  $\beta$  significa fisicamente a constante de propagação, podendo ser reescrito em função dos termos  $\bar{n}$ ,  $k_o$  e  $\omega$ , que representam respectivamente o índice de refração efetivo, o número de ondas no espaço livre e frequência angular, conforme apresentado em (20) a seguir.

$$\beta = \bar{n}k_o = \bar{n} \left( \frac{\omega}{c} \right) = \bar{n} \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right) \quad \text{Eq. 20}$$

O termo  $\lambda$  é o comprimento de onda do campo óptico oscilando a frequência  $\omega$ .

### 2.3. Conceito de Polarização

Um feixe de luz monocromática que se propaga no espaço livre é uma TEM (Onda Transversal Eletromagnética), onde  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  são perpendiculares entre si e à direção de propagação da onda, conforme apresentado na Figura 4.

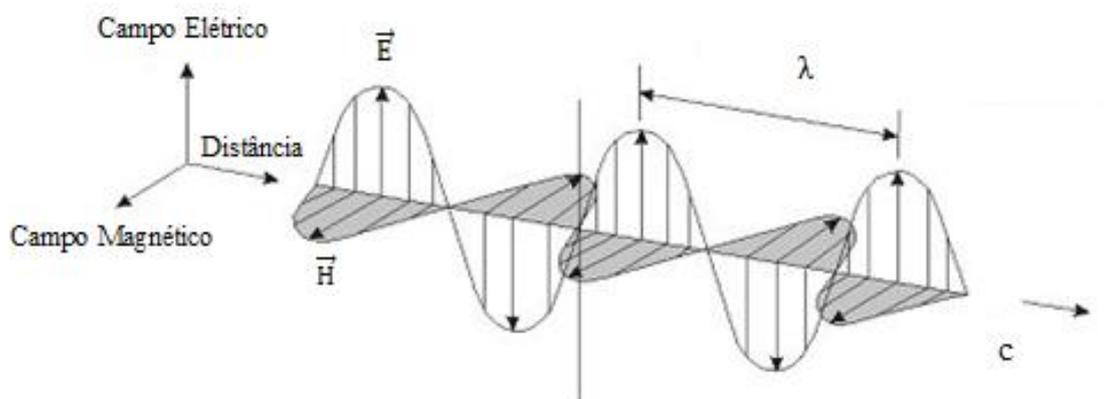


Figura 4 – Onda propagando-se na direção positiva do eixo z, onde os campos  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  possuirão componentes apenas no plano xy [24] [25].

As ondas eletromagnéticas podem ter sua polarização classificada em: *Linear*, *Circular* e *Elíptica*. A Figura 5 mostra que os nomes dos tipos de polarização referem-se à figura desenhada no plano perpendicular à direção de propagação e são definidos pelo valor relativo das amplitudes  $E_x$  e  $E_y$  e das fases  $\phi_x$  e  $\phi_y$ .

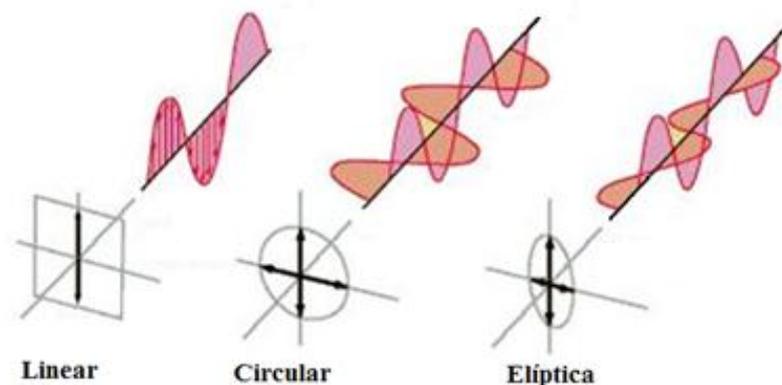


Figura 5 – Polarização das ondas eletromagnéticas: Linear, Circular e Elíptica.

Em geral, a luz não é totalmente polarizada, e a intensidade da luz não polarizada não pode ser desconsiderada. A quantidade relativa de luz polarizada ( $I_{\text{polarizada}}$ ) e não polarizada ( $I_{\text{não polarização}}$ ) em uma mesma onda luminosa pode ser expressa através de um parâmetro chamado de grau de polarização DOP (*Degree of Polarization*), apresentado em (21) [24].

$$\text{DOP} = \frac{I_{\text{polarizada}}}{I_{\text{polarizada}} + I_{\text{não polarizada}}} \quad \text{Eq. 21}$$

Para se obter luz linearmente polarizada a partir de luz com outra polarização ou até mesmo de luz não polarizada, é utilizado um instrumento denominado polarizador, conforme representado na Figura 6. Esse dispositivo possui a propriedade de ser totalmente transparente à luz polarizada em determinada direção, chamada eixo de transmissão, e totalmente opaco à luz polarizada na direção perpendicular.



Figura 6 – Exemplo de luz não polarizada incidindo sobre uma lâmina polarizadora.

A polarização de uma onda plana uniforme é um termo que descreve o comportamento do vetor campo elétrico instantâneo. Neste caso, escolhe-se a direção de propagação em  $z$ . O campo é dito transversal, somente se uma das componentes  $x$  e  $y$  de  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  são diferentes de zero. Por exemplo:  $E_x, E_y \neq 0$  e  $H_x, H_y = 0$ . O modo transversal de uma frente de onda eletromagnética é o perfil do campo eletromagnético em um plano perpendicular (transversal) à direção de propagação do feixe. Modos transversais ocorrem em ondas de rádio e micro-ondas confinadas em um guia de ondas, bem como a luz confinada em uma fibra óptica e no ressonador óptico de um *laser* [26].

Os modos transversais são classificados da seguinte forma: modos TE (transversal elétrico) não existe nenhuma componente do campo elétrico na direção de propagação; modos TM (transversal magnético) não existe nenhuma componente do campo magnético na direção de propagação; modos TEM (*Transverse Electromagnetic*), não há componente de campo elétrico e magnético na direção de propagação; modos híbridos são aqueles onde há componentes de campo elétrico e magnético na direção de propagação [26].

Considere uma onda plana uniforme cuja descrição total é expressa em (2.22) e (2.23):

$$\vec{E}(z, t) = \text{Re}[(E_x^+ e^{-j\beta z}) e^{j\omega t}] \mathbf{a}_x = E_{x0} \cos(\omega t - \beta z + \phi_x) \mathbf{a}_x \quad \text{Eq. 22}$$

$$\vec{H}(z, t) = \text{Re}\left[\left(\frac{E_x^+}{\eta} e^{-j\beta z}\right) e^{j\omega t}\right] \mathbf{a}_y = \frac{E_{x0}}{\eta} \cos(\omega t - \beta z + \phi_x) \mathbf{a}_y \quad \text{Eq. 23}$$

A forma vetorial complexa torna-se conforme expresso em (2.24) e (2.25):

$$\vec{E} = E_x^+ e^{-j\beta z} \mathbf{a}_x \quad \text{Eq. 24}$$

$$\vec{H} = \frac{E_x^+}{\eta} e^{-j\beta z} \mathbf{a}_y \quad \text{Eq. 25}$$

Onde a impedância intrínseca do vácuo ( $\eta$ ) é expressa em (2.26):

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{4\pi \times 10^{-7}}{8.854 \times 10^{-12}}} = 337 \Omega \text{ (ohms)} \quad \text{Eq. 2.26}$$

Vê-se que o vetor campo elétrico instantâneo está sempre na direção x. Assim, diz-se que a onda está linearmente polarizada na direção x, ou que a onda é polarizada em x. Nota-se que a polarização de uma onda não especifica a sua direção de propagação [26].

Consideremos o caso de uma onda plana uniforme deslocando-se na direção +z, descrita pelas em (2.27) e (2.28) a seguir:

$$\vec{E} = E_x^+ e^{-j\beta z} \mathbf{a}_x + E_y^+ e^{-j\beta z + j\phi} \mathbf{a}_y \quad \text{Eq. 27}$$

$$\vec{H} = \frac{E_x^+}{\eta} e^{-j\beta z} \mathbf{a}_y - \frac{E_y^+}{\eta} e^{-j\beta z + j\phi} \mathbf{a}_x \quad \text{Eq. 28}$$

Onde  $E_x^+$  e  $E_y^+$  são as amplitudes complexas arbitrárias.

O campo é a soma das ondas planas uniformes, polarizadas linearmente, ortogonais, mas de amplitude e fase relativa não especificadas. O campo instantâneo é expresso em (2.29).

$$\vec{E} = E_{x0} \cos(\omega t - \beta z) \mathbf{a}_x + E_{y0} \cos(\omega t - \beta z + \phi) \mathbf{a}_y \quad \text{Eq. 29}$$

Onde  $\phi$  é a fase relativa da componente y de  $\vec{E}$  em face da componente x de  $\vec{E}$ .

A polarização linear ocorre quando uma das componentes  $E_x$  ou  $E_y$  for nula (polarização vertical ou horizontal), ou com sinais invertidos  $\phi_x = \phi_y + \pi$ , ou quando as fases  $\phi_x = \phi_y = \phi$  forem iguais (15). Estas possibilidades são apresentadas nos eixos x e y da Figura 7.

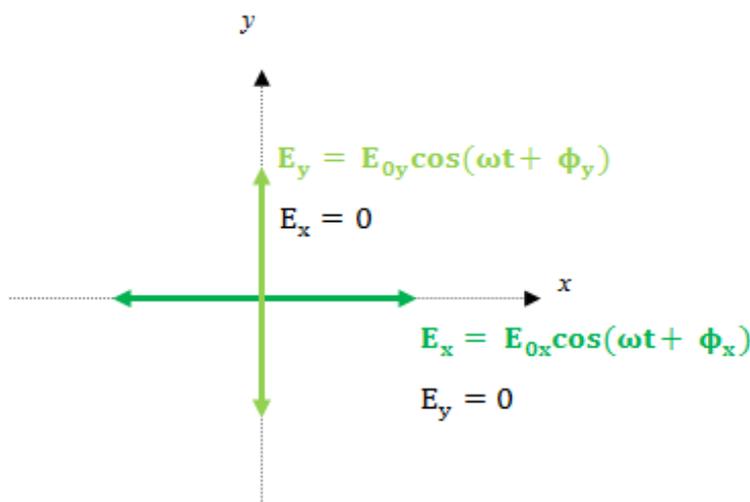


Figura 7 – Variação harmônica do campo elétrico - Polarização linear nas direções x e y.

Um caso especial de polarização, conforme:  $\phi_x = \phi_y = \phi$ ,

$$\begin{cases} E_x = E_{0x} \cos(\omega t) \\ E_y = E_{0y} \cos(\omega t) \end{cases} \longrightarrow \operatorname{tg} \theta = \frac{E_y}{E_x} = \frac{E_{0y}}{E_{0x}} \longrightarrow \theta = \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{E_{0y}}{E_{0x}} \right) \quad \text{Eq. 30}$$

Se as componentes em x e em y são sempre proporcionais, significa que o lugar geométrico é uma reta que passa pela origem. O campo elétrico é linearmente

polarizado na direção  $\Theta$  e  $\phi = 0$  em (30) (15). Esta representação pode ser observada na Figura 8.

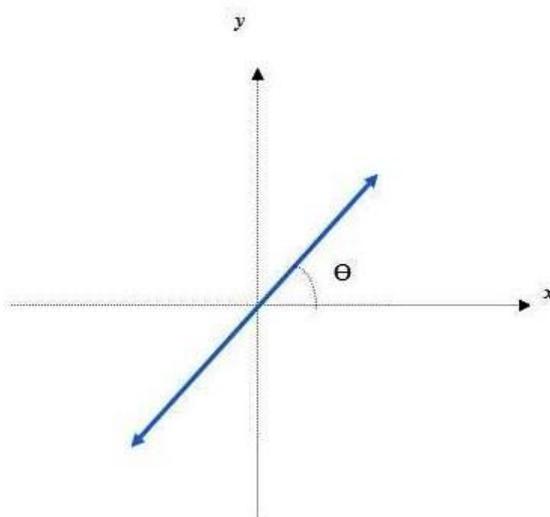


Figura 8 – Uma onda eletromagnética linearmente polarizada: vetor campo elétrico possui apenas uma ou duas componentes ortogonais em fase ou em oposição de fase.

Se o lugar geométrico é uma circunferência, Figura 9, a onda eletromagnética é circularmente polarizada. O vetor campo elétrico possui componentes  $E_x$  e  $E_y$  ortogonais de mesma amplitude e diferença de fase de  $\pm \pi/2$  [27].

$$E_{0x} = E_{0y} = E \rightarrow \operatorname{tg}\theta = \frac{E \operatorname{sen}\omega t}{E \operatorname{cos}\omega t} = \operatorname{tg}(\omega t) \rightarrow \theta = \omega t \quad \text{Eq. 31}$$

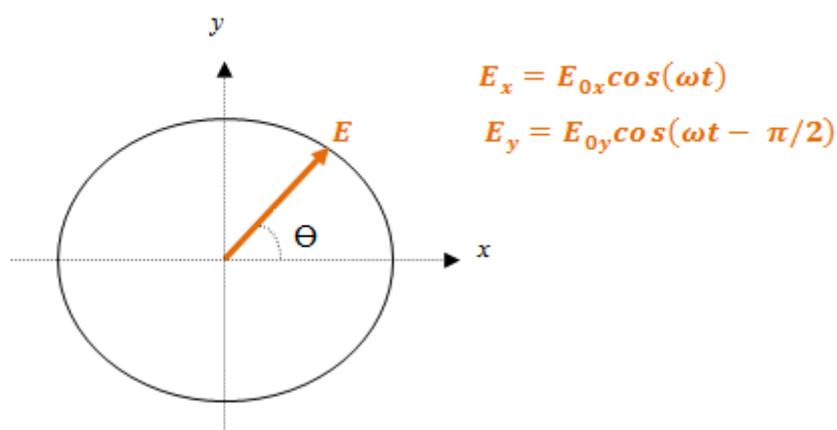


Figura 9 – Uma onda eletromagnética circularmente polarizada: vetor campo elétrico tem módulo constante.

O módulo do vetor campo elétrico permanece constante ao longo do tempo, mas o ângulo que ele forma com o eixo  $x$  varia linearmente com o tempo, conforme mostrado em (31). Diz-se que o campo é circularmente polarizado à direita quando  $\phi = +\pi/2$  (sentido horário) ou circularmente polarizado à esquerda quando  $\phi = -\pi/2$  (sentido anti-horário), com uma frequência angular  $\omega$ , conforme mostra a Figura 10.

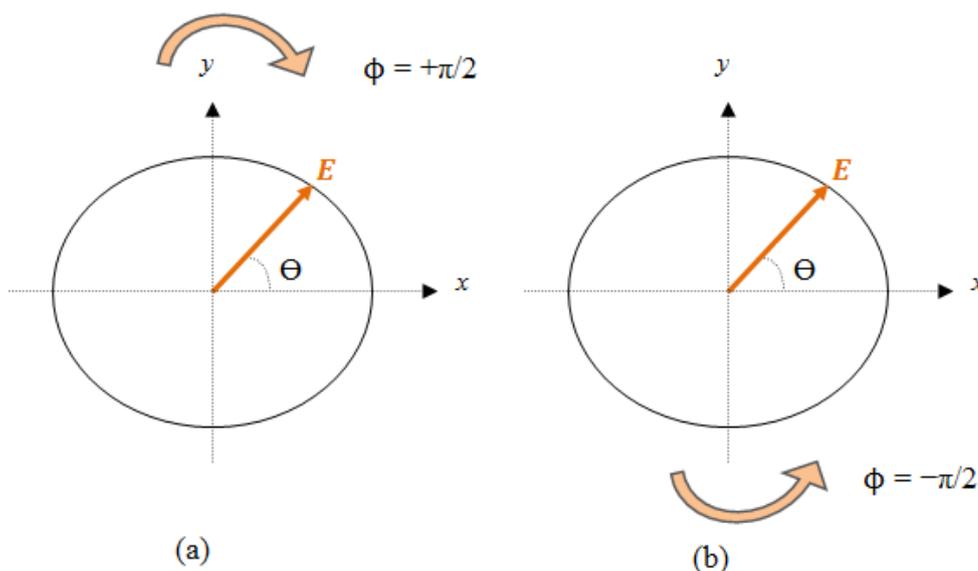


Figura 10 – Onda eletromagnética circularmente polarizada: vetor campo elétrico tem módulo constante. Têm-se em (a) Polarização circular à direita ( $\phi = +\pi/2$ ) e em (b) Polarização circular à esquerda ( $\phi = -\pi/2$ ).

Para valores gerais de  $\phi$ , as ondas são ditas elipticamente polarizadas. Esta polarização abrange todas as outras configurações em que há diferença relativa das amplitudes  $E_{0x}$  e  $E_{0y}$  e das fases  $\phi_x$  e  $\phi_y$ . A variação de  $\mathbf{E}$  no espaço e no tempo e sua projeção no plano  $xy$ , descreve uma elipse. A construção do lugar geométrico apresenta o eixo maior da elipse inclinado de um determinado ângulo dependente da relação  $\frac{E_{0y}}{E_{0x}}$  e de  $\phi$ . O lugar geométrico traçado pelo vetor  $\mathbf{E}$  é expresso através de (32) e (33) a seguir:

$$\vec{E}_x = E_{0x} \cos(\omega t) \text{ e } \vec{E}_y = E_{0y} \cos(\omega t + \phi), \text{ sendo } E_{0x} \neq E_{0y} \text{ e } \phi \neq \pm \pi/2 \quad \text{Eq. 32}$$

$$\text{Logo: } E_x^2 + E_y^2 = (E_{0x} \cos(\omega t))^2 + (E_{0y} \cos(\omega t + \pi/2))^2 \quad \text{Eq. 33}$$

Eliminando-se a variável  $\omega t$ , obtêm-se a expressão geral de uma elipse apresentada em (34) e em seguida sua representação geométrica na Figura 11.

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x E_y}{E_{0x} E_{0y}}\right)\cos\phi + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 = \text{sen}^2\phi \quad \text{Eq. 34}$$

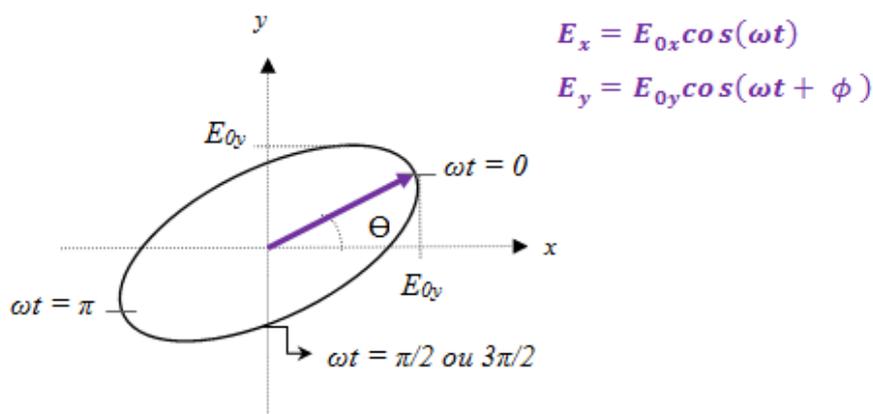


Figura 11 – Onda eletromagnética elípticamente polarizada dependente da grandeza de  $\phi$ .

O sentido de rotação da elipse dependerá da diferença de fase  $\phi$ , conforme apresenta a Figura 12 a seguir:

**Elipse esquerda** ( $0 \leq \phi \leq \pi$ ): O vetor campo elétrico irá girar no sentido anti-horário.  
**Elipse direita** ( $-\pi \leq \phi \leq 0$ ): O vetor campo elétrico irá rodar no sentido horário.

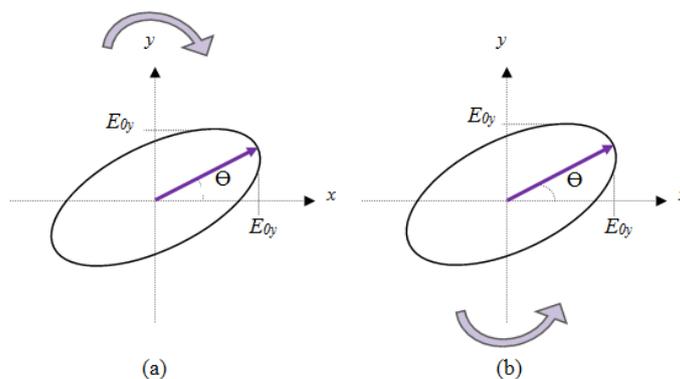


Figura 12 – Onda eletromagnética elípticamente polarizada:  
 (a) Polarização elíptica à direita ( $-\pi \leq \phi \leq 0$ ) (b) Polarização elíptica à esquerda ( $0 \leq \phi \leq \pi$ ).

Quando  $\phi = \pm \pi/2, \pm 3\pi/2, \dots$ , ou seja, elipse com centro na origem e semi-eixos  $E_{0x}$  e  $E_{0y}$ , então (34) da elipse pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 = 1 \quad \text{Eq. 35}$$

Na situação em que as componentes  $E_{0x} = E_{0y} = E_0$  e  $\phi = \pm \pi/2, \pm m\pi$  (onde  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ), conseqüentemente tem-se (36):

$$E_x^2 + E_y^2 = E^2 \quad \text{Eq. 36}$$

Equação esta que define uma circunferência.

### 2.3.1. Transformações de Polarização

Conforme apresentado anteriormente na Figura 9, o estado de polarização da onda de luz é descrito por uma elipse de polarização, que é o caminho traçado até o final da parte real de  $\vec{E}(z,t)$ , considerando um observador olhando para  $z = -\infty$ . Esta elipse é caracterizada pelo ângulo dos eixos principais da elipse com o eixo  $x$ , denotado por  $\theta$  (azimute), e a relação entre o eixo maior e eixo menor, denominado  $\varepsilon$  (elipcidade). Se  $a$  e  $b$  são respectivamente a metade do comprimento do eixo principal e a metade do comprimento do eixo menor da elipse de polarização (Figura 13), então é possível expressar por (37) que [28]:

$$\text{tg}\varepsilon = \pm \frac{b}{a} \quad \text{Eq. 37}$$

Onde o sinal  $\pm$  descreve o sentido de rotação da elipse (seja no sentido horário ou anti-horário) da parte real de  $\vec{E}(z,t)$ .

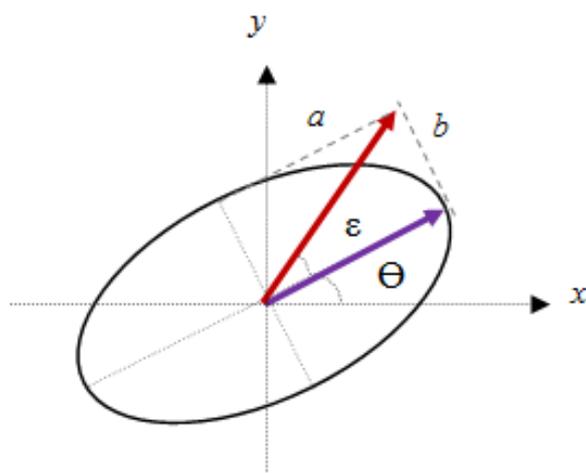


Figura 13 – Elipse de polarização [28].

### 2.3.2. Esfera de Poincaré

Henri Poincaré, nascido em 29 de abril de 1854 na cidade de Nancy, região de Lorraine, na França. Como outros grandes matemáticos da história, tinha uma notável capacidade para exercícios mentais em todos os aspectos. Possuía uma capacidade rara de memorizar o que lia e tinha grande facilidade de visualizar o que escutava em forma de símbolos matemáticos. Como exercício mental, resolvia um problema de matemática inteiro em sua cabeça para então anotar os resultados [29].

Poincaré lecionou em várias áreas da Física e da Matemática, resumindo mais de 500 publicações de palestras sobre mecânica, óptica, eletricidade, telegrafia, capilaridade, elasticidade, termodinâmica, probabilidade estatística, teoria dos números, geometria do espaço, análise complexa, teoria potencial, mecânica quântica, relatividade, cosmologia, astronomia e outras, que somadas às suas demais publicações, resultam num vasto universo de 1500 artigos [29]. Poincaré mostrou-se presente constantemente no nascimento da Física Moderna, não apenas na Teoria da Relatividade, mas também na Mecânica Quântica. Construiu uma ferramenta, hoje chamada de Esfera de Poincaré, que determina todos os possíveis estados de polarização de um fóton (Figura 14) [30].

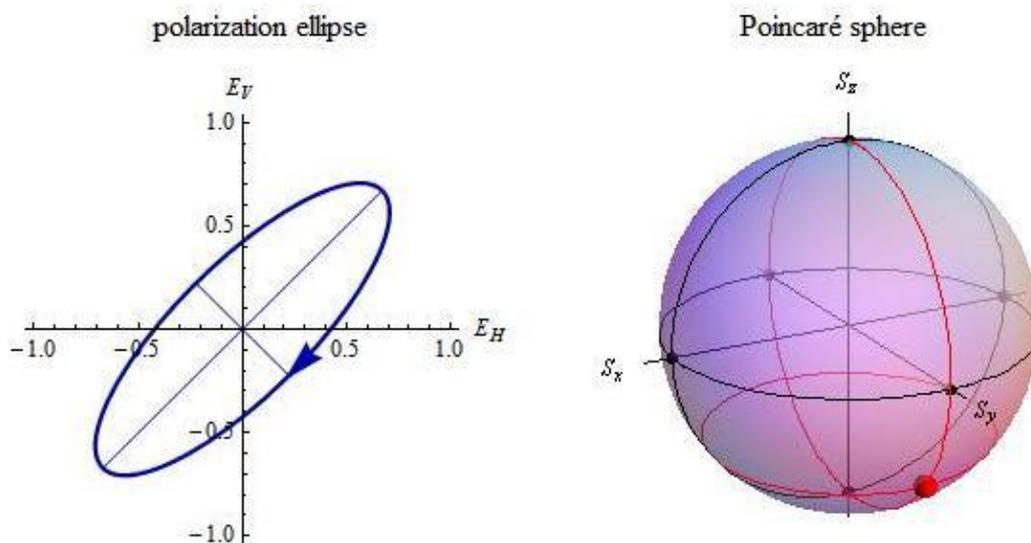


Figura 14 – Esfera de Poincaré: representação do estado de polarização elíptica [31].

### 2.3.2.1. Estados de Polarização

A natureza vetorial do campo elétrico sugere uma representação dos Estados de Polarização também vetorial. Estes estados são caracterizados pelas amplitudes do campo elétrico, constituído pela representação fasorial dos parâmetros  $E_x$  e  $E_y$ ,  $\phi_x$  e  $\phi_y$ , conforme ilustrado na Figura 15 [32].

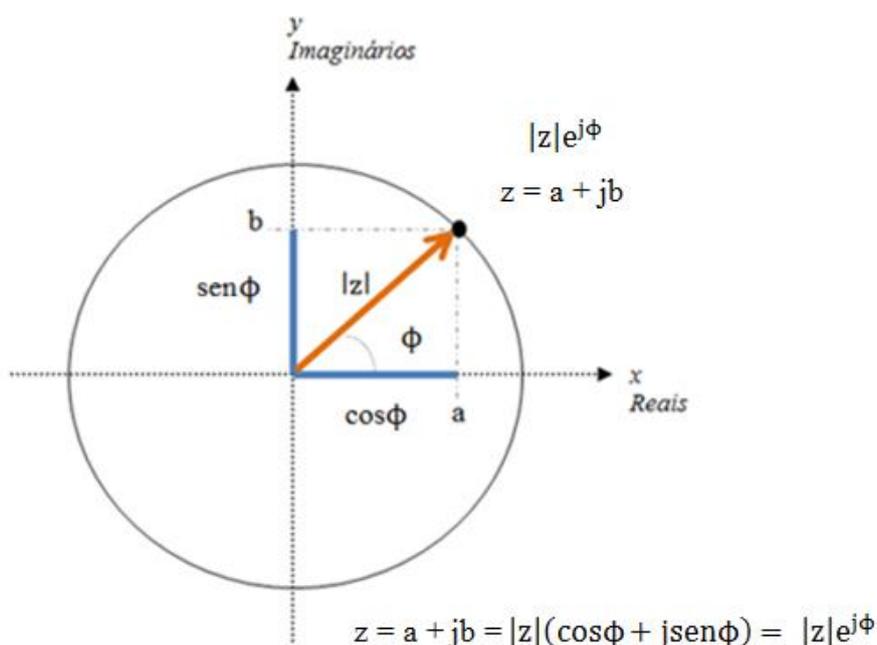


Figura 15 – Representação fasorial para as componentes  $E_x$  e  $E_y$  do campo elétrico.

### 2.3.2.2. Vetor de Jones

*Robert Clark Jones* (30 de junho de 1916 - 26 de abril de 2004) foi um Físico americano que trabalhou no campo da Óptica. Demonstrou em uma seqüência de publicações entre 1941 e 1956, um modelo matemático para descrever a *Polarização da luz* [33]. O *Vetor de Jones* é constituído da representação vetorial das componentes  $E_x$  e  $E_y$ , conforme a representação matricial em (38).

$$E = \begin{bmatrix} E_{0x} e^{j\phi_x} \\ E_{0y} e^{j\phi_y} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 38}$$

A intensidade do campo elétrico não interessa na determinação do SOP. Portanto, pode-se trabalhar com Vetores de Jones normalizados. Para determinar o SOP é preciso conhecer a defasagem, ou a fase relativa entre as componentes. Logo, as fases absolutas e individuais de  $E_x$  e  $E_y$  podem ser omitidas, permitindo que o Vetor de Jones seja reescrito apenas em função da relação entre as amplitudes dos campos e da defasagem das componentes [27]. Uma forma de representar este conceito é utilizar a notação apresentada em (39) a seguir.

$$E = \begin{bmatrix} \cos\chi \\ e^{j\delta} \sin\chi \end{bmatrix} \rightarrow \text{Onde: } \begin{cases} \delta = \phi_y - \phi_x & 0 \leq \delta < 2\pi \\ \chi = \text{tg} \left( \frac{E_{0y}}{E_{0x}} \right) & 0 \leq \chi \leq \pi/2 \end{cases} \quad \text{Eq. 39}$$

Esta expressão do Vetor de Jones possui módulo unitário, representando, portanto, um sinal de luz de intensidade unitária.

#### 2.3.2.2.1. Estado de Polarização Linear

$$\text{Se } \delta = 0, \pi, \text{ então: } E = \begin{bmatrix} \cos\chi \\ e^{j\delta} \sin\chi \end{bmatrix} \rightarrow E = \begin{bmatrix} \cos\chi \\ \pm \sin\chi \end{bmatrix}.$$

Estes são os casos especiais, em que a Polarização Linear estará alinhada com o eixo  $x$  ou com o eixo  $y$  e são obtidos respectivamente quando  $\chi = 0$  e  $\chi = \pi/2$ ,

denominados SOP X e Y:  $X = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  e  $Y = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ . Desta forma, qualquer SOP pode ser escrito como uma combinação linear destes dois vetores [24].

### 2.3.2.2. Estados de Polarização Circular e Elíptica

Se  $\delta = \pi/2, 3\pi/2$  em  $E = \begin{bmatrix} \cos\chi \\ e^{j\delta}\sin\chi \end{bmatrix} \rightarrow E = \begin{bmatrix} \cos\chi \\ \pm j\sin\chi \end{bmatrix}$ , então  $\cos\chi = \sin\chi$ , logo  $\chi = \pi/4$ .

Para a intensidade unitária da luz, os Vetores de Jones normalizados para o Estados de Polarização Circular são expressos matricialmente da seguinte forma:  $E = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix}$  e  $D = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix}$ , onde E e D representam respectivamente as polarizações circulares à esquerda e à direita. Qualquer SOP deste caso pode ser escrito como combinação linear destes dois vetores. Assim como na polarização linear, é possível escrever os SOP para X e Y da seguinte forma:  $X = \frac{1}{\sqrt{2}}[E + D]$  e  $Y = \frac{1}{\sqrt{2}}[E - D]$  [24].

Todos os demais Vetores de Jones representam Estados de Polarização Elíptica. Sendo assim, estes SOP podem ser representados como combinações lineares de Estados de Polarização Linear ou Circular.

### 2.3.2.3. Parâmetros de Stokes

*Sir George Gabriel Stokes* (1819 - 1903), *1<sup>st</sup> Baronet FRS (Fellow of the Royal Society)*, foi Matemático e Físico, e em *Cambridge* fez importantes contribuições à dinâmica de fluidos (incluindo as equações de *Navier-Stokes*), óptica e matemática. Foi secretário, em seguida presidente, da *Royal Society* [34].

Os Vetores de Stokes consistem apenas de números reais. Este parâmetro possui a vantagem de representar intensidades, isto é, há possibilidade de representar também a luz não polarizada. Por esta razão, a aplicação deste formalismo é considerada mais simples [35].

Nos Parâmetros de Stokes, os SOPs são definidos por um vetor real de dimensão 4x1, que dependem das intensidades relativas da luz para cada tipo de polarização, conforme demonstrado em (40).

$$S = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x + I_y \\ I_x - I_y \\ I_{45^\circ} - I_{-45^\circ} \\ I_E - I_D \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 40}$$

Onde:

$I_x$  e  $I_y$ : são as intensidades das componentes lineares da onda nos eixos  $x$  e  $y$ .  
 $I_{45^\circ}$  e  $I_{-45^\circ}$ : são as intensidades das componentes lineares da onda ao longo dos eixos  $x$  e  $y$  à  $45^\circ$ .  
 $I_E$  e  $I_D$ : são as intensidades das componentes circularmente polarizadas à esquerda e à direita.

A intensidade total do sinal de luz é descrita pela soma das intensidades das componentes polarizada e não polarizada, isto é,  $S_0 = I_{\text{polarizada}} + I_{\text{não polarizada}}$ . Vez que os termos de  $S_1$  a  $S_3$  não possuem componente não polarizadas, os Parâmetros de Stokes podem ser relacionados às componentes do Vetor de Jones e à expressão geral da onda plana conforme (41).

$$S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = (E_{0x}^2 + E_{0y}^2) = I_{\text{polarizada}}^2 \quad \text{Eq. 41}$$

Estes parâmetros podem ser normalizados a partir da inserção de  $S_0^2$  nos termos de (41), fazendo com que  $s_i = \frac{S_i}{S_0}$  e, conseqüentemente, obtêm-se (42).

$$\underbrace{\frac{S_1^2}{S_0^2} + \frac{S_2^2}{S_0^2} + \frac{S_3^2}{S_0^2}}_{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2} = \frac{(E_{0x}^2 + E_{0y}^2)}{S_0^2} = I_{\text{polarizada}}^2 \quad \text{Eq. 42}$$

O DOP é expresso como a relação entre a intensidade de luz polarizada e a intensidade total de luz. O termo  $s_0$  representa a densidade total de potência das ondas eletromagnéticas ao longo da direção  $z$ .

Como consequência de uma série de aplicações de relações trigonométricas, obtêm-se as seguintes equações apresentadas em (43), (44) e (45).

$$s_1 = DOP \cos 2\chi \quad \text{Eq. 43}$$

$$s_2 = DOP \sin 2\chi \cos \delta \quad \text{Eq. 44}$$

$$s_3 = DOP \sin 2\chi \sin \delta \quad \text{Eq. 45}$$

A partir de uma análise dessas equações, observa-se uma possível representação esférica para os SOPs. Cada estado de polarização da luz é então associado a um ponto da superfície de uma esfera de raio segundo o DOP. Vez que o grau de polarização pode variar entre 0 (luz não polarizada) e 1 (luz polarizada), é possível afirmar que todas as possíveis combinações DOP-SOP podem ser representadas no interior do volume de uma esfera de raio 1 centrada na origem. Para a luz não polarizada têm-se:  $s_1 = s_2 = s_3 = 0$ . Portanto, esta é representada por um ponto na origem do sistema de coordenadas esféricas [24]. Logo, para a luz polarizada têm-se as expressões mostradas em (46), (47) e (48).

$$s_1 = \cos 2\chi \quad \text{Eq. 46}$$

$$s_2 = \sin 2\chi \cos \delta \quad \text{Eq. 47}$$

$$s_3 = \sin 2\chi \sin \delta \quad \text{Eq. 48}$$

#### 2.3.2.4. Luz Polarizada e Parâmetros de Stokes: Associação entre os tipos de polarização e as regiões da Esfera de Poincaré

Na Figura 16 a seguir, é apresentada a Esfera de Poincaré com os eixos de polarização  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$ . Os eixos  $S_1$  e  $S_2$  correspondem ao Estado de Polarização Linear e o eixo  $S_3$  corresponde ao Estado de Polarização Circular. Quaisquer outros pontos da esfera localizados fora desses eixos são correspondentes ao Estado de Polarização Elíptica.

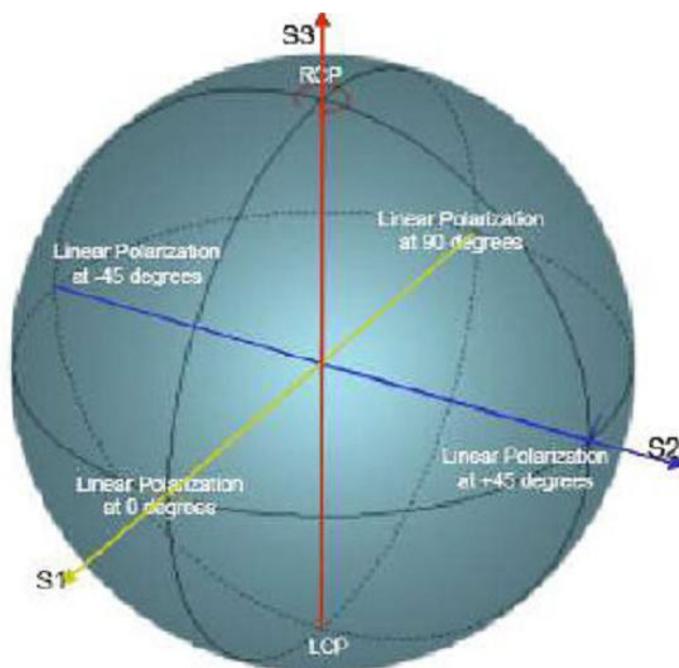


Figura 16 – Esfera de Poincaré e os estados de polarização [35].

#### 2.3.2.4.1. Estados de Polarização Linear

Substituindo-se  $\delta = 0, \pi$  e  $0 \leq \chi \leq \pi/2$  em (25), (26) e (27), implica que:  $s_1 = \cos 2\chi$ ,  $s_2 = \pm \sin 2\chi$  e  $s_3 = 0$ . Esses termos correspondem ao conjunto de todos os pontos da esfera cujo ângulo de elevação é nulo, ou seja, ao equador da *Esfera de Poincaré*.

#### 2.3.2.4.2. Estados de Polarização Circular e Elíptica

Substituindo-se  $\delta = \pi/2, 3\pi/2$  e  $\cos \chi = \sin \chi = \frac{\pi}{4}$  em (25), (26) e (27), implica que:  $s_1 = 0$ ,  $s_2 = 0$  e  $s_3 = \pm 1$ .

Aos dois pontos onde a esfera intercepta o eixo  $S_3$  (vertical), chamados de pólos da *Esfera de Poincaré*. Ao pólo norte associa-se o estado de polarização circular à esquerda ( $\delta = \pi/2$ ), e ao pólo sul o estado de polarização circular à direita ( $\delta = 3\pi/2$ ).

Os estados de polarização elíptica correspondem a todos os demais pontos da esfera. Quanto mais próximo dos pólos está um SOP, maior a sua elipcidade, e quanto mais próximo da linha do equador, menor sua elipcidade. Esta elipcidade ( $\epsilon$ ), apresentada na Figura 17, é expressa pela relação  $\epsilon = \frac{B}{A}$ , onde A é o eixo maior e B o

eixo menor da elipse. Um valor de  $\varepsilon = 1$  corresponde a uma polarização circular,  $\varepsilon = 0$  uma polarização linear, e valores intermediários correspondem a uma polarização elíptica qualquer [28].

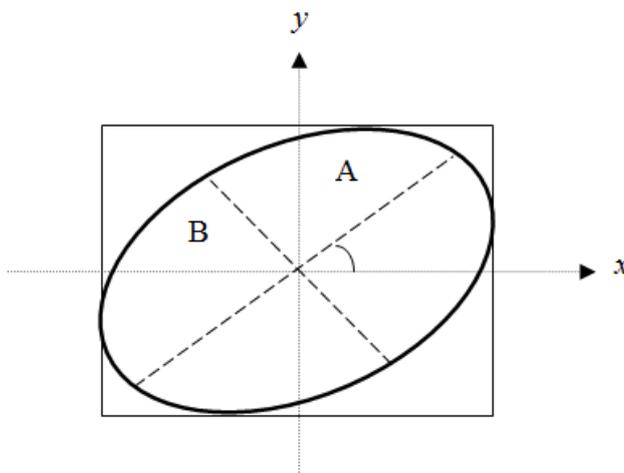


Figura 17 – Representação de uma elipse onde A é o eixo maior e B é o eixo menor.

O espaço geométrico dos pontos  $(s_1, s_2, s_3)$  para todas as combinações dos ângulos  $\chi$  e  $\delta$  é uma superfície esférica de raio 1, correspondendo à borda do volume esférico definido, que é a Esfera de Poincaré, assim apresentada na Figura 18 [24].

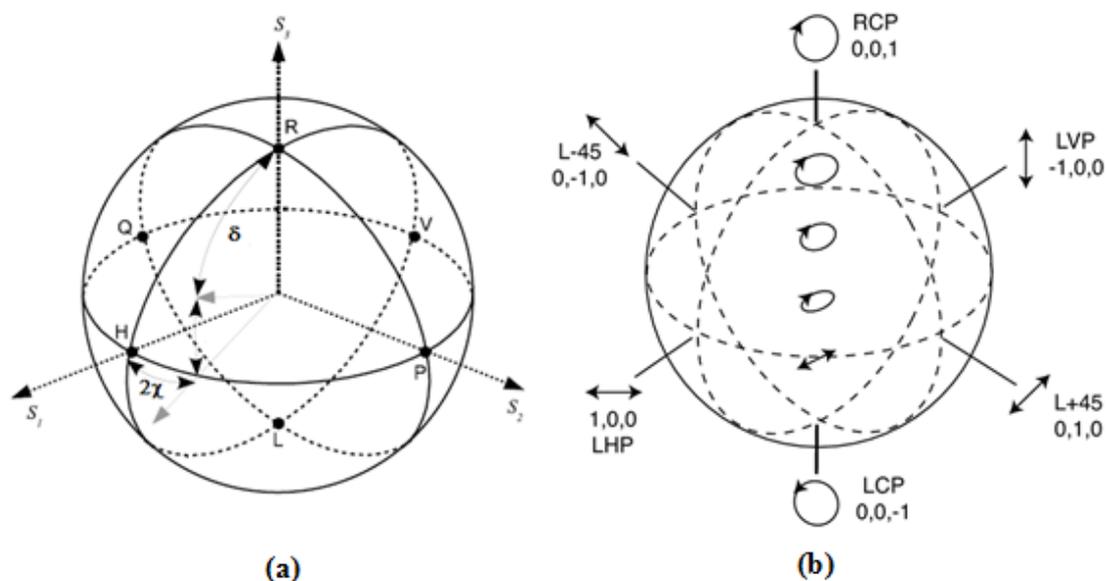


Figura 18 – (a) e (b): Representação dos estados de polarização na *Esfera de Poincaré* [28].

Na Figura 18 (a) à esquerda, são apresentados os estados de *polarizações lineares* que correspondem a **H** (polarização horizontal), **V** (polarização vertical), **P**

( $+45^\circ$ ) e **Q** ( $-45^\circ$ ), que residem no grande círculo  $S_1S_2$  ("equador"); os estados de polarizações circulares são representados por **R** (direita) e **L** (esquerda), que residem nas interseções dos grandes círculos  $S_1S_3$  e  $S_2S_3$  ("pólos"). Os demais pontos da esfera correspondem aos estados de polarizações elípticas.

Na Figura 18 **(b)** os SOPs são apresentados segundo o DOP nos eixos  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$ . Para os estados de polarizações lineares têm-se LHP (polarização linear horizontal), LVP (polarização linear vertical), L+45 (polarização linear a  $+45^\circ$ ) e L-45 (polarização linear a  $-45^\circ$ ). Para os estados de polarizações circulares têm-se LCP (polarização circular à esquerda) e RCP (polarização circular à direita). Conforme citado na Figura 18 **(a)**, são vistas as representações dos estados de polarizações elípticas nos demais pontos da superfície da Esfera de Poincaré.

Na Figura 19, são apresentados separadamente os Vetores de Stokes para os diferentes tipos de polarização sobre a Esfera de Poincaré.

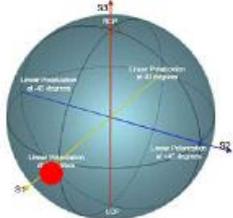
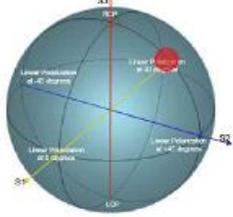
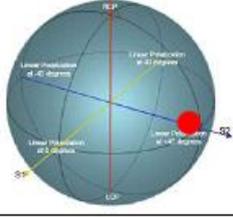
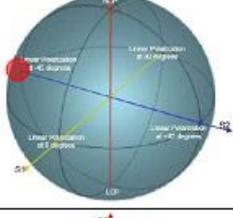
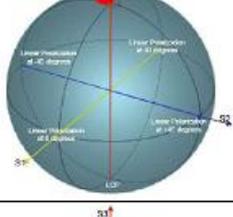
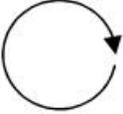
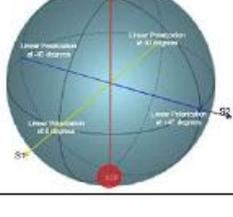
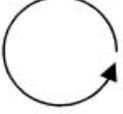
Vetor de Stokes	Ponto sobre a esfera de Poincaré	Polarização	Visualização da polarização
$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$		Linear em x	$\longleftrightarrow$
$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$		Linear em y	$\updownarrow$
$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$		Linear +45°	$\nearrow$
$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$		Linear -45°	$\searrow$
$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$		Circular Direita (Horário)	
$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$		Circular Esquerda (anti-horário)	

Figura 19 – Estados de Polarização e respectiva localização sobre a Esfera de Poincaré [35].

### 2.3.2.5. Matrix de Jones e Matrix de Mueller

As Matrizes de Jones são utilizadas quando se representa a onda por intermédio do Vetor de Jones, definindo o sistema de coordenadas local orientado para a direita em relação à direção de propagação da onda. As matrizes de Mueller (ou de Stokes) são utilizadas quando a onda é representada pelos Vetores de Stokes, sendo o sistema preferido na área de polarimetria por relacionar a onda espalhada ou recebida à onda incidente ou transmitida [36]. Na Matriz de Jones ( $\mathbf{J}_{2 \times 2}$ ) complexa, uma polarização de entrada  $E_i$  é transformada numa polarização de saída  $E_o$ , conforme a expressão:  $E_o = \mathbf{J}E_i$ .

Se os Vetores de Stokes para polarizações de entrada e saída são indicados como  $S_i$  e  $S_o$ , respectivamente, então usando uma Matriz de Mueller ( $\mathbf{M}_{4 \times 4}$ ) real, a transformação de polarização pode ser escrita da seguinte forma:  $S_o = \mathbf{M}S_i$ . Ou ainda, para Vetores de Stokes normalizados  $S_i$  e  $S_o$ , a matriz de transformação é simplificada para uma Matriz de Mueller reduzida ( $\mathbf{G}_{3 \times 3}$ ) real, onde de forma análoga à anterior:  $S_o = \mathbf{G}S_i$ . Se os elementos das matrizes de Mueller  $\mathbf{M}$  e  $\mathbf{G}$  são indicadas pelos termos  $m_{ij}$  ( $i, j = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) e  $g_{ij}$  ( $0, 1, 2, 3, \dots$ ), então  $g_{ij} = m_{i+1, j+1}$ . Em geral, a Matriz de Mueller reduzida  $\mathbf{G}$  descreve uma rotação no espaço Stokes [28].

### 2.3.2.6. Fórmula da Rotação de Rodrigues

Para um meio óptico onde há uma diferença de fase  $\varphi$  entre as duas componentes vetoriais  $E_x$  e  $E_y$ , a Matriz de Mueller  $\mathbf{G}$ , matriz de rotação desses vetores em torno do eixo  $\Omega$ , é obtida a partir da Fórmula da Rotação de Rodrigues e expressa em (49) [28].

$$\mathbf{G} = \mathbf{I} + \tilde{\Omega} \text{sen} \varphi + \tilde{\Omega}^2 (1 - \text{cos} \varphi) \quad \text{Eq. 49}$$

Onde:  $\tilde{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_z & \Omega_y \\ \Omega_z & 0 & -\Omega_x \\ -\Omega_z & \Omega_x & 0 \end{bmatrix}$  e  $\mathbf{I}_{3 \times 3}$  é a matriz identidade.

A F3rmula de Rodrigues 3 um algoritmo eficiente para o c3lculo da matriz de rota33o  $R \in SO(3)$  correspondente a uma rota33o de um 3ngulo  $\Theta$  sobre um eixo fixo especificado pelo vetor unit3rio  $\hat{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z) \in R^3$  (25). Em seguida,  $R_{\hat{\omega}} = (\Theta)$  3 expresso em (50).

$$R_{\hat{\omega}} = (\Theta) = e^{i\hat{\omega}\theta} = I + \tilde{\omega}\text{sen}\theta + \tilde{\omega}^2(1 - \text{cos}\theta) \quad \text{Eq. 50}$$

Onde:  $\tilde{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_z & \omega_x & 0 \end{bmatrix}$  denota a matriz assim3trica.

Aplicando a matriz de rota33o expressa pela *F3rmula de Rodrigues* para qualquer ponto do eixo de rota33o, retorna-se ao mesmo ponto:  $\tilde{\omega}\omega = 0$  [37]. Consequentemente, (50) pode ser reescrita da forma apresentada em (51).

$$R_{\hat{\omega}} = \begin{bmatrix} \text{cos}\theta + \omega_x^2(1 - \text{cos}\theta) & \omega_x\omega_y(1 - \text{cos}\theta) - \omega_z\text{sen}\theta & \omega_y\text{sen}\theta + \omega_x\omega_z(1 - \text{cos}\theta) \\ \omega_z\text{sen}\theta + \omega_x\omega_y(1 - \text{cos}\theta) & \text{cos}\theta + \omega_y^2(1 - \text{cos}\theta) & -\omega_z\text{sen}\theta + \omega_x\omega_y(1 - \text{cos}\theta) \\ -\omega_y\text{sen}\theta + \omega_x\omega_z(1 - \text{cos}\theta) & \omega_x\text{sen}\theta + \omega_y\omega_z(1 - \text{cos}\theta) & \text{cos}\theta + \omega_z^2(1 - \text{cos}\theta) \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 51}$$

No entanto, a *Matriz de Mueller reduzida* resulta em (52):

$$G = \begin{bmatrix} \Omega_x^2 + (\Omega_y^2 + \Omega_z^2)\text{cos}\varphi & \Omega_x\Omega_y(1 - \text{cos}\varphi) - \Omega_z\text{sen}\varphi & \Omega_x\Omega_z(1 - \text{cos}\varphi) + \Omega_y\text{sen}\varphi \\ \Omega_x\Omega_y(1 - \text{cos}\varphi) + \Omega_z\text{sen}\varphi & \Omega_y^2 + (\Omega_x^2 + \Omega_z^2)\text{cos}\varphi & \Omega_y\Omega_z(1 - \text{cos}\varphi) - \Omega_x\text{sen}\varphi \\ \Omega_x\Omega_z(1 - \text{cos}\varphi) - \Omega_y\text{sen}\varphi & \Omega_y\Omega_z(1 - \text{cos}\varphi) + \Omega_x\text{sen}\varphi & \Omega_z^2 + (\Omega_x^2 + \Omega_y^2)\text{cos}\varphi \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 52}$$

Para um meio 3ptico em N cascatas,  $G_1, G_2, G_3, \dots, G_N$ , a transforma33o de polariza33o total G 3 expressa da seguinte forma:  $G = G_N \dots G_3 G_2 G_1$ .

Na Esfera de Poincar3, conforme apresenta a Figura 20 a seguir, 3 poss3vel visualizar a transforma33o de polariza33o pela Matriz de Mueller reduzida G por corresponder geometricamente a uma rota33o [28]. Como exemplo, na

Figura 20 3 mostrada a transforma33o de SOP A para um estado de polariza33o B, com rota33o  $\varphi$  em torno do eixo  $\Omega$ .

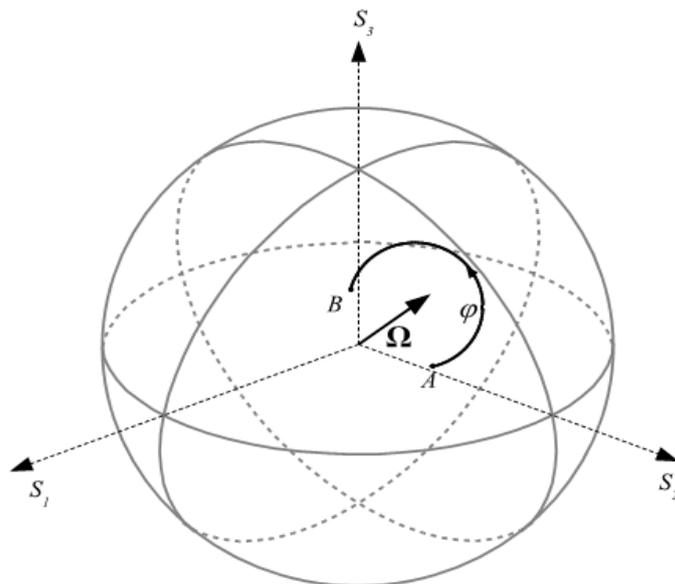


Figura 20 – Esfera de Poincaré: Transformação de dois estados de polarização [28].

## 2.4. Comentários finais do capítulo

Ao longo do presente capítulo é introduzido o conceito de polarização utilizando-se a Esfera de Poincaré. Um breve estudo da natureza ondulatória mostra que os efeitos de polarização da luz associam-se, por convenção, com a vibração do campo elétrico da onda eletromagnética. Deste modo, quando o campo elétrico de uma onda oscila ao longo de uma única direção fixa no espaço, diz-se que ela está linearmente polarizada. Por outro lado, quando o campo elétrico (e consequentemente o magnético) apresenta uma amplitude constante, mas gira ao redor da direção de propagação de maneira que o extremo do vetor campo elétrico descreve um círculo, diz-se que a onda está circularmente polarizada. A polarização elíptica é um caso mais geral entre as duas anteriores, onde o vetor campo elétrico descreve uma elipse ao longo da direção de propagação da onda [38]. A Esfera de Poincaré é uma ferramenta extremamente útil para visualização dos tipos de polarização da luz e suas possíveis transformações. Para tal, o estudo e representação matricial pelos Vetores de Jones, Parâmetros de Stokes e propriedades de rotação descritas pela Matriz de Muller reduzida a partir da Fórmula de Rodrigues são abordados. Por fim, ficam portanto evidenciadas as equações matriciais que permitem a transformação entre os estados de polarização num meio óptico.