



João da Costa Pantoja

**Geração automática via otimização
topológica e avaliação de segurança
de modelos de bielas e tirantes**

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação
em Engenharia Civil da PUC-Rio como requisito
parcial para obtenção do título de Doutor em
Engenharia Civil.

~~////////~~ Orientador: Luiz Fernando C. R. Martha
~~////////////////////~~ Co-orientador: Luiz Eloy Vaz

Rio de Janeiro

Fevereiro de 2012



João da Costa Pantoja

**Geração automática via otimização
topológica e avaliação de segurança
de modelos de bielas e tirantes**

Tese de Doutorado

Tese apresentada como requisito parcial para
obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio.
Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo
assinada.

Prof. Luiz Fernando Campos Ramos Martha

Orientador Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Luiz Eloy Vaz

Co-Orientador Universidade Federal Fluminense

Prof^a. Marta de Souza Lima Velasco

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Raul Rosas e Silva

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. André Teófilo Beck

Universidade de São Paulo

Prof. Rafael Alves de Souza

Universidade Federal de Maringá

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do

Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 23 de fevereiro de 2012.

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

João da Costa Pantoja

Fez curso de mestrado no Programa de Pós-Graduação da UNB (Universidade de Brasília) pelo qual recebeu o título de mestre no ano de 2003. Interesses acadêmicos em áreas de pesquisa que envolvam otimização de estruturas, programação matemática, análise de confiabilidade, análise de risco, análise não linear, modelos de bielas e tirantes e estruturas especiais de concreto armado. Em 2008 ingressou no curso de doutorado em Estruturas da PUC-Rio (Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro).

Ficha Catalográfica

João da Costa Pantoja

Geração automática via otimização topológica e avaliação de segurança de modelos de bielas e tirantes/ João da Costa Pantoja; orientador: Luiz Fernando C. R. Martha ; co-orientador: Luiz Eloy Vaz – 2012.

240 f. : il. (color.) ; A4

Tese (doutorado)-Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2012.

Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Otimização Topológica. 3. Análise de Confiabilidade. 4. Modelos de Bielas e Tirantes. 5. Envoltória de Topologias. 6. Programação Matemática. 7. Análise Limite. 8. Plasticidade. I. Martha, Luiz Fernando. II. Vaz, Luiz Eloy. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. IV. Título.

CDD: 624

Aos amores da minha vida:

Mafalda, Camille e João Pedro.

Agradecimentos

Aos meus orientadores Luiz Eloy Vaz e Luiz Fernando Martha pelo estímulo, apoio e interesse que sempre demonstraram durante todo o período da tese.

Ao Professor Daniel A. Kuchma da University of Illinois at Urbana Champaign/EUA por me receber como professor visitante por um período de três meses e pelas inúmeras sugestões e questionamentos que enriqueceram muito este trabalho.

Ao amigo Paul Alejandro Antezana pelo excelente trabalho de formatação do texto, execução das figuras e amizade a mim dispensados ao longo deste trabalho.

A todos os amigos e colegas da PUC-Rio, em especial aos que passaram pela sala 609 e conviveram na PUC-Rio durante o período deste trabalho: Anderson, Thiago, José Silvestre, João Krause, Diego, Cristiano, Fred, Renata, Xavier e Joabson.

Ao Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio na figura de todo seu corpo docente pelo conhecimento transmitido.

À minha esposa Mafalda Fabiene, pelo amor, carinho, compreensão, paciência e apoio incondicionais durante a realização deste trabalho.

Aos meus filhos Camille e João Pedro que mantiveram acessa a luz do gostar durante todo o período deste trabalho.

A minha irmã Tereza Pantoja pela consideração, o carinho e o cuidado que transmitiu a mim, a minha esposa e meus filhos neste período de trabalho.

Ao CNPq e a PWE- Rio pelo apoio financeiro.

Resumo

Pantoja, João da Costa; Martha, Luiz Fernando(Orientador); Vaz, Luiz Eloy (Co-orientador). **Geração automática via otimização topológica e avaliação de segurança de modelos de bielas e tirantes** Rio de Janeiro, 2012. 240 p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O projeto de estruturas de concreto armado com a presença de descontinuidades geométricas ou estáticas utilizando o conceito dos modelos de bielas e tirantes tem aumentado muito sua aplicabilidade nos últimos anos. As orientações normativas existentes para esse tipo de projeto parecem, entretanto, ser insuficientes e muitas vezes conservadoras. O presente trabalho tem como objetivo apresentar uma metodologia que englobe os aspectos de geração automática da topologia via otimização topológica e avaliação da segurança via análise de confiabilidade dos modelos de bielas e tirantes aplicados a estruturas planas de concreto armado. O primeiro aspecto visa auxiliar o projetista estrutural na concepção do modelo topológico com a utilização de técnicas de otimização topológica que facilitem a visualização do fluxo de forças no interior da estrutura auxiliando na concepção de uma topologia ótima para o modelo. O segundo aspecto consiste na proposição de um critério de desempenho para modelos com base na avaliação de sua segurança via análise de confiabilidade. Os resultados obtidos e apresentados através dos exemplos desse trabalho permitem concluir que a técnica proposta conduz a uma melhora substancial na concepção e automatização dos modelos topológicos para os modelos de bielas e tirantes, bem como, o critério de avaliação de segurança proposto permite ao projetista estrutural considerar aspectos relacionados à obtenção da probabilidade de falha e mensuração dos modos de falha da estrutura.

Palavras-chave

Otimização Topológica; Análise de confiabilidade; Modelos de Bielas e Tirantes; Estruturas de Concreto Armado; Envoltória de Topologia.

Abstract

Pantoja, João da Costa; Martha, Luiz Fernando (Advisor); Vaz, Luiz Eloy (Co-advisor). **Automatic generation using topologic Optimization and safety assessment in strut and tie models.** Rio de Janeiro, 2012. 240 p. D. Sc. Thesis - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The design of reinforced concrete structures with the presence of geometric or static discontinuities using the concept of strut and tie models has greatly increased its applicability in recent years. The existing Standards and Guidelines for this kind of project seem, however, be insufficient and often conservative. This thesis aims to present a methodology that includes aspects of automatic generation of topology by topological optimization and assessment of safety by the reliability analysis of the strut and tie models applied to plane reinforced concrete structures. The first aspect is to assist the structural designer in the conception of the structural topological model with the use of topological optimization techniques that facilitate the visualization of the flow forces in the structure, assisting in the design of an optimal topology for the model. The second aspect is the proposal of a performance criterion for models based on the assessment of its security by reliability analysis. The results obtained and submitted through the examples of this work allow to conclude that the proposed technique leads to a substantial improvement in the design and conception and automatic generation of topological models for the strut and tie models, as well as the security evaluation criterion proposed allows the structural designer to consider issues related to obtaining the probability of failure and measurement of failure modes of the structure.

Keywords

Topology Optimization; Reliability analysis; Strut and Tie models; Concrete Structures; Topology envelope.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	Introdução e objetivos.....	18
1.2	Principais Contribuições	20
1.3	Organização do Trabalho	21
2	MODELOS DE BIELAS E TIRANTES.....	24
2.1	Concepção dos Modelos de Bielas e Tirantes	27
2.2	Definição da Topologia.....	30
2.2.1	Processos convencionais.....	32
2.2.2	Processos automáticos de geração.....	40
2.3	Detalhamento do Modelo	43
2.3.1	Plasticidade em concreto armado	46
2.3.2	Teorema do limite inferior.....	47
2.3.3	Análise limite.....	48
2.3.4	Metodologias semi-probabilísticas de projeto de STM	49
2.4	Modelos topológicos Hiperestáticos	64
2.4.1	Análise linear pelo método da rigidez	65
2.4.2	Inversa generalizada de mínima norma	66
2.4.3	Solução de mínima norma para o elemento de treliça plano desconexo	68
2.5	Principais dificuldades de aplicação	70
3	GERAÇÃO AUTOMÁTICA DA TOPOLOGIA DE STM.....	72
3.1	Otimização Topológica	74
3.1.1	Base conceitual	76
3.1.2	Formulação clássica	78
3.1.3	Relaxação do problema	82
3.1.4	Modelo SIMP.....	83
3.1.5	Abordagem com variáveis nodais	86

Sumario

3.1.6	Abordagem com base no elemento.....	87
3.2	Instabilidades Numéricas	88
3.2.1	Instabilidades devido a problemas de dependência de malha	88
3.2.2	Instabilidades devido a problemas de tabuleiro.....	90
3.2.3	Esquema de regularização via filtro de sensibilidade.....	92
3.3	Método de Solução para Busca de Topologias Ótimas	97
3.3.1	Método das assíntotas móveis.....	98
3.3.2	Crítério de otimalidade.....	103
3.3.3	Obtenção das sensibilidades via método adjunto	105
3.4	Técnica dos Elementos Indutores	107
3.4.1	Exemplos de aplicação	109
3.5	Envoltória Topológica	117
3.5.1	Otimização multiobjetivo	117
3.6	Considerações Finais	125
4	VERIFICAÇÃO DE SEGURANÇA ESTRUTURAL VIA CONFIABILIDADE.....	127
4.1	Segurança Estrutural.....	130
4.2	Análise de Confiabilidade	131
4.2.1	Consideração das incertezas	134
4.2.2	Funções de falha	140
4.2.3	Probabilidade de falha e índice de Confiabilidade	143
4.2.4	Métodos de análise.....	147
4.2.5	Probabilidade de falha de sistemas.....	157
4.3	Calibração de Códigos Normativos	161
4.3.1	Calibração dos coeficientes parciais de segurança	163
4.3.2	Geração da superfície de resposta	165
4.4	Importância Relativa dos Modos de Falha	168
4.5	Análise de Confiabilidade baseada em Análise Limite.....	171
4.5.1	Algoritmo de implementação.....	173
5	EXEMPLOS DE APLICAÇÃO	175

Sumario

5.1	Descrição dos Exemplos	176
5.2	Primeiro Exemplo de Aplicação	178
5.2.1	Apresentação da estrutura.....	178
5.2.2	Análise elástica	179
5.2.3	Otimização topológica.....	180
5.2.4	Modelos de bielas e tirantes considerados	181
5.2.5	Parâmetros e métodos para execução da análise de confiabilidade.....	183
5.2.6	Avaliação de desempenho	184
5.3	Segundo Exemplo de Aplicação	192
5.3.1	Apresentação da estrutura.....	192
5.3.2	Análise elástica	193
5.3.3	Otimização topológica.....	194
5.3.4	Modelos de bielas e tirantes considerados	195
5.3.5	Parâmetros e métodos para execução da análise de confiabilidade.....	196
5.3.6	Avaliação de desempenho	197
5.4	Terceiro Exemplo de Aplicação	201
5.4.1	Apresentação da estrutura.....	201
5.4.2	Análise elástica	201
5.4.3	Otimização topológica.....	203
5.4.4	Modelos de bielas e tirantes considerados	205
5.4.5	Parâmetros e métodos para execução da análise de confiabilidade.....	206
5.4.6	Avaliação de desempenho	206
5.5	Quarto Exemplo de Aplicação.....	212
5.5.1	Apresentação da estrutura.....	212
5.5.2	Envoltória de topologia	213
5.5.3	Modelos de bielas e tirantes considerados	214
6	CONCLUSÕES E SUGESTÕES	217
6.1	Sugestões para Trabalhos Futuros	219
6.1.1	Análise estrutural e modelos de bielas e tirantes.....	219
6.1.2	Otimização topológica.....	220
6.1.3	Análise de confiabilidade	220
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	222

Lista de Figuras

Figura 2-1: Exemplos de regiões com descontinuidades estáticas b), d), f) ou geométricas a), c), e).....	28
Figura 2-2: Divisão da estrutura em regiões B e D no modelo de bielas e tirantes.....	29
Figura 2-3: Modelo de bielas e tirantes numa viga parede	32
Figura 2-4: Modelos Normativos para Viga parede com carregamento distribuído (CEB-FIP 2010).....	33
Figura 2-5: Modelos Normativos da ligação de viga intermediária-pilar extremo (Silva, 1991): a) $h_v \cong h_p$ e b) $h_v > h_p$	34
Figura 2-6: Modelos Normativos para Vigas parede com diversos carregamentos (CEB-FIP 2010).	35
Figura 2-7: Modelos Normativos para Zonas de ancoragem (CEB-FIP 2010).	35
Figura 2-8: Modelos Normativos para Nós de pórtico submetido à flexão (CEB-FIP 2010).....	35
Figura 2-9: Estrutura com geometria complexa.	36
Figura 2-10: Resultados de uma análise elástica linear pelo FEM: a) Deslocamentos e b) Fluxo de tensões principais.	37
Figura 2-11: Mapas coloridos dos campos de tensões.	38
Figura 2-12: Modelo de bielas e tirantes concebido via análise elástica.	38
Figura 2-13: Caminho de carga num modelo simples de viga parede.....	39
Figura 2-14: Modelo de bielas e tirantes via padrão de fissuração (Schlaich et al., 1987).....	40
Figura 2-15: Topologia de uma transversina de ponte via otimização topológica.	42
Figura 2-16: Fluxograma ilustrativo dos STM (Brown e Bayrak, 2006).....	45
Figura 2-17: Distribuição de tensões radial.....	51
Figura 2-18: Distribuição de tensões em linha com afunilamento.	51
Figura 2-19: Distribuição de tensões paralelas.....	52

Lista de Figuras

Figura 2-20: Nó 1 definido conforme Schaefer e Schaich (1988,1991)	57
Figura 2-21: Nó 2 definido conforme Schaefer e Schaich (1988,1991)	57
Figura 2-22: Nó 3 definido conforme Schaefer e Schaich (1988,1991)	58
Figura 2-23: Nó 4 definido conforme Schaefer e Schaich (1988,1991)	58
Figura 2-24: Nó 5 definido conforme Schaefer e Schaich (1988,1991)	59
Figura 2-25: Nó 6 definido conforme Schaefer e Schaich (1988,1991)	59
Figura 2-26: Nó 7 definido conforme Schaefer e Schaich (1988,1991)	60
Figura 2-27: Nó 8 definido conforme Schaefer e Schaich (1988,1991)	60
Figura 2-28: Nó 9 definido conforme Schaefer e Schaich (1988,1991)	61
Figura 2-29: Taxa de armadura	64
Figura 2-30: mostra os sistemas referenciais adotados para o elemento de treliça desconexo.	69
Figura 3-1: Processo de Otimização Topológica numa Viga Parede de Concreto.	77
Figura 3-2: Domínio estendido sujeito a forças de corpo e de contorno.	78
Figura 3-3: Solução do problema de otimização em escala de cinza.	83
Figura 3-4: Diagrama de fluxo – Método SIMP.....	85
Figura 3-5: Dependência da malha. a) Estrutura com simetria; b) Malha com 1250 elementos; c) Malha com 5.000 elementos; d) Malha com 45.000 elementos.	89
Figura 3-6: Exemplo de não unicidade da solução	90
Figura 3-7: Instabilidade de tabuleiro	92
Figura 3-8: Filtro de sensibilidade	93
Figura 3-9: Filtro de sensibilidade	96
Figura 3-10: Modificação das topologias com variação do raio do filtro.	97
Figura 3-11: Formulação via MMA para variável de projeto \mathbf{x}_e	102
Figura 3-12: Multiplicador de Lagrange	105
Figura 3-13: Fluxograma de implementação da técnica dos elementos indutores.....	108
Figura 3-14: Viga parede VP1 com carregamento na parte superior	111
Figura 3-15: Resultado obtido via simetria para VP1 num processo sem indução	111
Figura 3-16: VP1 com simetria e elementos indutores.....	112
Figura 3-17: Influência do refinado da malha no na OT com indução	113

Lista de Figuras

Figura 3-18: Modificações nos resultados da OT com indução devido à variação na fração de volume adotada [a) 10%, b) 12%, c) 15% e d) 20%].....	114
Figura 3-19: Viga parede VP2 com carregamento na parte inferior.....	115
Figura 3-20: Viga parede VP2 com carregamento na parte inferior.....	115
Figura 3-21: Viga parede VP2 com simetria e elementos indutores	116
Figura 3-22: Resultado obtido da OT com processo induzido	116
Figura 3-23: Problema de otimização com uma variável e duas funções objetivo.....	119
Figura 3-24: Região viável e pontos de Pareto no espaço das variáveis de projeto e no espaço das funções objetivo.....	120
Figura 3-25: Região viável não-convexa no espaço das funções objetivo.....	121
Figura 3-26: Geometria, cargas e condições de contorno do modelo.....	123
Figura 3-27: Topologias geradas pelos pontos de Pareto do modelo	124
Figura 3-28: Envoltória topológica de Pareto e modelo de bielas e tirantes do modelo.....	124
Figura 4-1: Domínios definidos pela função de estado limite.....	134
Figura 4-2: Índice de confiabilidade no espaço normalizado.....	145
Figura 4-3: Representação gráfica do método FORM.....	148
Figura 4-4: Sorteio de pontos na simulação de Monte Carlo	155
Figura 4-5: Interpolação com uso dos polinômios de Lagrange	167
Figura 4-6: Superfície de resposta do índice de confiabilidade de uma viga parede.....	168
Figura 4-7: Influência do f_{ck} na razão de falha dos diferentes modos de falha.....	169
Figura 4-8: Influência do f_{ck} na obtenção dos domínios de falha dútil e frágil.....	170
Figura 4-9: Avaliação da segurança de diferentes topologias de um modelo via confiabilidade.....	172
Figura 4-10: Fluxograma esquemático da análise de confiabilidade baseada em análise limite.....	173
Figura 5-1: Viga parede simplesmente apoiada com carregamento centrado do ACI 318-05 (2005).....	178

Lista de Figuras

Figura 5-2: Mapas de cores relativos as tensões elásticas da viga parede simplesmente apoiada com carregamento centrado.	180
Figura 5-3: Mapas de cores relativos às tensões elásticas da viga parede.	180
Figura 5-4: Resultado da otimização Viga parede simplesmente apoiada com carregamento centrado do ACI 318-02 (2002).	181
Figura 5-5: Modelos topológicos possíveis para representação da viga parede.	183
Figura 5-6: Variação da carga de colapso dos modelos com relação ao aumento do f_{ck}	185
Figura 5-7: Variação do nível de segurança dos modelos 3 e 4 com a variação do f_{ck}	187
Figura 5-8: Variação da razão de falha dos modos principais do modelo 3 com o aumento do f_{ck}	187
Figura 5-9: Variação da razão de falha dos modos principais do modelo 4 com o aumento do f_{ck}	189
Figura 5-10: Variação do nível de segurança do modelo 4 modificado com aumento do f_{ck}	190
Figura 5-11: Ductilidade do modelo 4 modificado com aumento do f_{ck}	190
Figura 5-12: Variação da razão de ductilidade do modelo 4 modificado com aumento do f_{ck}	191
Figura 5-13: Transversina de ponte simplesmente apoiada com carregamento assimétrico.	192
Figura 5-14: Mapa colorido das tensões elásticas da transversina com carregamento assimétrico.	193
Figura 5-15: Análise elástica da transversina com carregamento assimétrico: a) Deformações elásticas e b) Fluxo das tensões principais.	194
Figura 5-16: Desenvolvimento do processo de otimização topológica da transversina com carregamento assimétrico em 5 etapas diferentes.	194
Figura 5-17: Modelos topológicos da transversina utilizados na avaliação de desempenho.	196
Figura 5-18: Variação do nível de segurança dos modelos 1,2 e 3 com a variação do f_{ck} para o exemplo 2.	198

Lista de Figuras

Figura 5-19: Variação da razão de falha do modelo 1 com a variação do f_{ck} para o exemplo 2.....	198
Figura 5-20: Ductilidade do modelo 2 com a variação do f_{ck} para o exemplo 2.	200
Figura 5-21: Ductilidade do modelo 3 com a variação do f_{ck} para o exemplo 2.	200
Figura 5-22: Viga parede simplesmente apoiada com balanço no lado direito.	201
Figura 5-23: Mapa colorido das tensões elásticas da viga parede com balanço.	202
Figura 5-24: Análise elástica da viga parede com balanço: a) Fluxo das tensões principais e b) Deformações elásticas	203
Figura 5-25: Processo de otimização topológica via método SIMP da viga parede com balanço em 5 etapas.	204
Figura 5-26: Modelos topológicos utilizados na avaliação de desempenho da viga parede com balanço.....	205
Figura 5-27: Desempenho de segurança dos modelos topológicos via método FORM com análise limite como subproblema do exemplo 3.	207
Figura 5-28: Região de transferência entre os critérios frágil e dúctil.....	208
Figura 5-29: Sensibilidades das variáveis aleatórias do modelo 1 na região de falha frágil.....	209
Figura 5-30: Sensibilidades das variáveis aleatórias do modelo 1 na região de falha dúctil.	210
Figura 5-31: Variação do nível de segurança do modelo 1 com aumento da taxa de armadura e do f_{ck} da estrutura.....	211
Figura 5-32: Variação do nível de segurança do modelo 1 com aumento da espessura e do f_{ck} da estrutura.....	212
Figura 5-33: Estrutura com geometria complexa.	213
Figura 5-34: Processo de obtenção da envoltória de topologia na estrutura de geometria complexa.....	214
Figura 5-35: Concepção do modelo topológico para carregamentos independentes.	215

Lista de Figuras

Figura 5-36: Modelos topológicos possíveis de serem utilizados na avaliação da segurança da estrutura de geometria complexa.	216
--	-----

Lista de Tabelas

Tabela 2-1: Valores limites para o ângulo entre bielas e tirantes num nó.	56
Tabela 4-1: Modelos probabilísticos para estruturas de concreto armado via STM.....	137
Tabela 4-2: Incertezas epistêmicas ou de modelo	140
Tabela 4-3: Valores alvo para o índice de confiabilidade β e probabilidades de falha associadas, relacionados a estados limites últimos.	147
Tabela 5-1: Modelos probabilísticos das variáveis aleatórias do exemplo 1	184
Tabela 5-2: Modelos probabilísticos das variáveis aleatórias do exemplo 2	197
Tabela 5-3: Modelos probabilísticos das variáveis aleatórias do exemplo 3	206