

4

Análise da Volatilidade

4.1

Metodologia da Regressão Uni-variada

Esse estudo utilizou a volatilidade histórica dos ativos para descrever uma relação com a volatilidade futura por uma regressão uni-variada. A medida de volatilidade histórica é o desvio padrão, calculado a partir do desvio padrão dos retornos logarítmicos, conforme a equação Eq. (32).

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{Eq. (32)}$$

Onde:

N é o número total de amostras.

x_i é o retorno logarítmico do dia i .

μ é a média dos retornos logarítmicos.

Esse estudo é importante para definirmos as características da volatilidade a qual pretendemos prever com uma rede-neural. Ele nos ajudará a definir melhor as variáveis de entradas que utilizaremos na rede neural.

Toda a análise realizada nesse estudo foi feita com um histórico diário das vinte e sete ações mais líquidas, com cem por cento de presença diária e com cotação mínima de R\$4,00 na Bolsa de Valores de São Paulo, mais o IBOVESPA⁹, no período de primeiro de Janeiro de 2005 até 31 de Julho de 2010, extraídas da base de dados do Economática. Esses dados, já corrigidos para proventos e ajustes, foram cuidadosamente analisados para garantir a confiabilidade do estudo realizado.

Durante esses cinco anos e meio a nossa bolsa teve uma forte valorização de 262,5%. Essa, porém, não foi uma alta constante, apresentando fortes movimentos

⁹ IBOVESPA é o índice de mercado mais importante da bolsa brasileira.

de alta e baixa no período, passando pela crise financeira de 2008, bem como alguns momentos de indefinição se movendo lateralmente, conforme pode ser visto na Figura 53 do Apêndice 6.

Esse histórico foi dividido em duas partes, três quartos para desenvolver o modelo (dados de treinamento), referente ao período de 01/01/2005 a 09/03/2009 e um quarto para testes referente ao período 10/03/2009 a 30/07/2010.

As ações escolhidas foram respectivamente: PETR4, VALE5, ITUB4, BBDC4, USIM5, GGBR4, VALE3, PETR3, CSNA3, BBAS3, TNLP4, CMIG4, BRAP4, ELET6, AMBV4, ELET3, GOLL4, GOAU4, VIVO4, FIBR3, BRKM5, NATU3, CCRO3, CPLE6, EMBR3, PCAR5 e BRTO4. Expandindo assim os setores de mineração, petróleo e gás, siderurgia, bancos, elétrico, consumo, transportes, papel e celulose e telecom.

Os softwares utilizados para análise foram o Matlab 7.0, para realização dos cálculos aproveitando suas bibliotecas padrões, e o Microsoft Excel 2007 para visualização dos dados e preparo dos gráficos.

A análise foi realizada da seguinte forma:

Primeiro um ativo foi selecionado e um dia de negócio escolhido como referência. Para ser referência um dia necessita ter “m” dias anteriores reservados para o cálculo da volatilidade histórica e “n” dias posteriores para o cálculo da volatilidade futura. A ação deve ter sido negociada durante todos os $m + n$ dias com uma liquidez satisfatória. Assim, 27.804 referências foram analisadas em 1.034 dias de negócios. Uma vez no “dias - referência” a volatilidade histórica e a volatilidade futura foram calculadas, passando para o próximo dia (Figura 21). Essa seqüência foi realizada para todos os ativos.

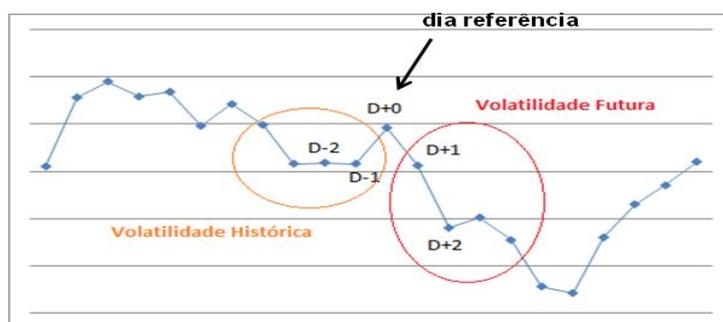


Figura 21 – Exemplo da metodologia para a análise da volatilidade

Após os cálculos, as volatilidades históricas foram separadas em 49 cestas igualmente espaçadas. A cesta com valor mais baixo centrada em 0,1454 e a com valor mais alto centrada em 1,335, cobrindo, assim, toda a faixa do histórico de volatilidade. Para cada nível/cesta de volatilidade histórica, a média e desvio padrão da volatilidade futura foram calculados. Por exemplo, para a cesta centrada em 0,170, a volatilidade futura teve média de 0,241 e desvio de 0,079 em 232 amostras.

Uma regressão polinomial de segunda ordem foi realizada com as cestas para os dados de treinamento e os coeficientes a, b e c computados pelo método de mínimos quadrados na equação Eq.(33):

$$y = ax^2 + bx + c \quad \text{Eq. (33)}$$

Onde:

y é a volatilidade futura

x é a volatilidade histórica.

A correlação R^2 também foi calculada para medir o quanto foi boa a regressão. Essa regressão realizada nos dados de treinamento foi então aplicada nos dados de teste.

4.2

Resultados da Regressão Uni-variada

A Figura2 mostra o nível esperado de volatilidade futura para cada cesta de volatilidade histórica para $m=30$ e $n=10$ ¹⁰ (sendo esse último valor comumente a quantidade de dias restante para o vencimento de uma opção). A série demonstra a relação entre o Desvio Padrão Histórico (DPH) com o Desvio Padrão Futuro (DPF). A curva plotada é um polinômio de segunda ordem obtido através de regressão. Pode-se ver a equação gerada e o quadrado da correlação múltipla.

Um fator observado na Figura 22 é a reversão à média. Pode-se ver claramente pelo gráfico que valores baixos de volatilidade histórica implicam em valores mais altos de volatilidade futura e que valores altos de volatilidade

¹⁰ $m=30$ é equivalente a 1 mês de histórico e $n=10$ exemplifica um período curto próximo ao vencimento das opções.

histórica implicam em valores mais baixos de volatilidade futura. Por exemplo, na Figura 22, uma volatilidade histórica de 0,195 implica em uma volatilidade futura de 0,249 enquanto uma volatilidade histórica de 0,864 tende a decair para uma volatilidade futura de 0,806. A volatilidade futura reverte para uma média do mercado em torno de 40%, já que cestas de volatilidade histórica abaixo deste valor resultavam em volatilidades futuras mais altas e cestas de volatilidade histórica acima deste valor resultavam em volatilidades futuras mais baixas.

Outra observação a partir do gráfico é que a relação entre a volatilidade histórica e volatilidade futura é não linear e possivelmente quadrática. A regressão quadrática na Figura 22 resultou em uma alta correlação múltipla de 0,9714. As estatísticas dessa regressão podem ser encontradas no Apêndice 8. Foram realizados testes com polinômios de maior ordem que não obtiveram melhores resultados.

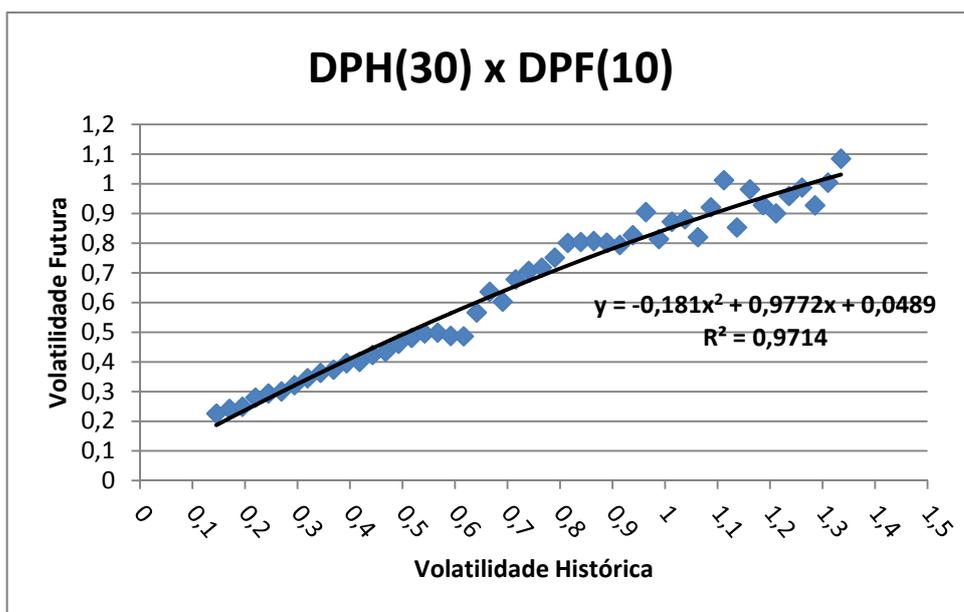


Figura 22 – Gráfico da Volatilidade Histórica 30 dias x Volatilidade Futura 10 dias

A análise efetuada acima foi repetida para $m=60$ (ao invés de 30), para cálculo da volatilidade histórica, Figura 23. A expectativa de ser encontrada uma maior correlação não se sucedeu ($R^2 = 0,939$), porém a reversão a média foi relativamente acentuada, tendo uma maior queda de volatilidade futura para volatilidades históricas acima de 76%. Esperava-se que a correlação obtida através de 60 dias fosse maior que a obtida através de 30 dias, porém, no mercado, a confiabilidade de um histórico mais longo tende a ser menor, pois amostras mais

longas são menos representativas das condições atuais de mercado. Essa maior reversão a média para volatilidades mais altas com um período de cálculo mais longo pode ser explicada pelo fato da volatilidade mais longa estar menos exposta a certos picos rápidos de volatilidade. Para ser alcançado um nível mais alto de volatilidade futura, com o período de cálculo mais longo, são necessárias oscilações sustentáveis durante um maior período de tempo.

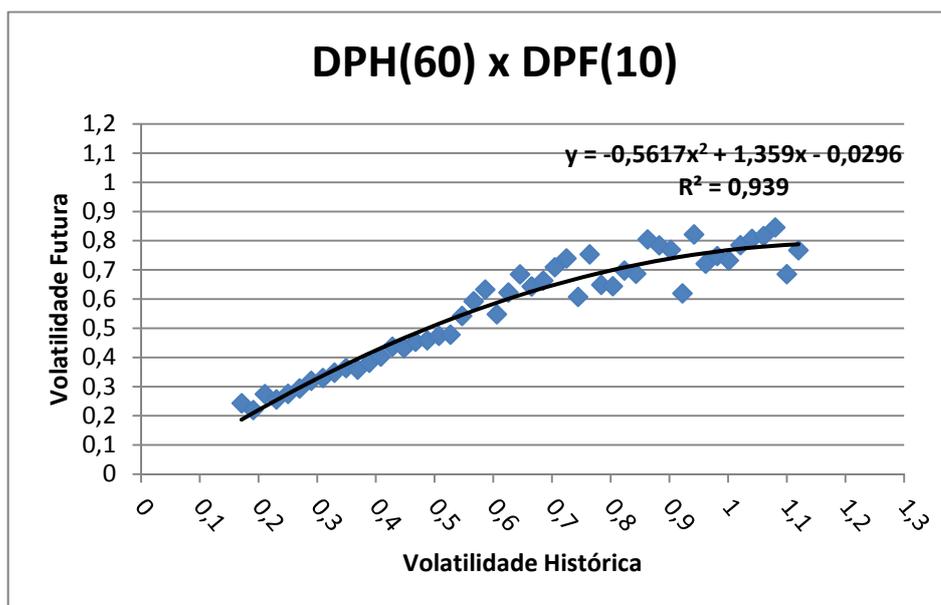


Figura 23 – Gráfico da Volatilidade Histórica 60 dias x Volatilidade Futura 10 dias

Com o propósito de verificar a precisão do modelo encontrado por meio da regressão, utilizou-se o polinômio na base de testes para executar a previsão de volatilidade em 8.484 amostras, comparando em seguida com a volatilidade realizada pelo mercado. Foi estabelecida uma comparação entre o valor previsto e o realizado, tomando-se como parâmetro o Erro Quadrado Médio (EQM), Eq. (34) e o Erro Percentual Médio Absoluto (MAPE), Eq. (35). Há várias maneiras de se calcular a precisão da previsão, entretanto, não há um critério de consenso entre os pesquisadores sobre qual é a melhor forma.

$$EQM = \frac{\sum_{i=1}^n (R_i - P_i)^2}{n} \quad \text{Eq. (34)}$$

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{(R_i - P_i)}{R_i} \right|}{n} \quad \text{Eq. (35)}$$

Onde:

R_i é o valor da volatilidade realizada no mercado para a amostra i .

P_i é a volatilidade prevista para a amostra i e n é o número de amostras analisadas.

Para o período de 10/03/2009 a 30/07/2010, consistindo de 8.484¹¹ amostras foram encontrados um EQM=0,0252 e um MAPE=0,4379.

4.3

Metodologia da Regressão Bivariada

No estudo da regressão com um modelo uni-variado, só uma volatilidade histórica curta¹² foi usada para estimar a volatilidade futura. A seguir procurou-se verificar se a adição de um termo de volatilidade histórica longa¹³ na regressão poderia melhorar os resultados. Procurou-se também analisar a característica de reversão a média da volatilidade. Na regressão uni-variada se verificou que a volatilidade tende a reverter à média do mercado e como cada ativo tem uma característica de volatilidade própria que persiste durante um longo período de tempo (Sinclair, 2008), verificaremos se um modelo que junte volatilidade de curto prazo e volatilidade de longo prazo poderá gerar melhores resultados.

Esse estudo foi feito da mesma forma que na regressão uni-variada. Para todos os ativos, passou-se por todos os dias de referência, realizando-se os cálculos onde agora um dia de referência é válido quando existe m_2 ($m_2 > m_1$) dias anteriores e n dias posteriores com uma liquidez satisfatória em todos os dias de negócios. Onde m_2 é o período longo e m_1 o período curto. Para cada dia-referência selecionado a volatilidade histórica curta foi calculada a partir dos m_1 dias anteriores, a volatilidade histórica longa a partir dos m_2 dias anteriores e a volatilidade futura a partir dos n dias posteriores.

¹¹ Esse é o número de amostras no período de testes. São todos os dias-referência, para todas as 27 ações mais o IBOVESPA.

¹² Volatilidade histórica curta é uma calculada com um pequeno número de dias

¹³ Volatilidade histórica longa é uma calculada com um número grande de dias

4.4

Resultados da Regressão Bivariada

A Figura 24 ilustra uma amostra dos resultados do uso da volatilidade histórica curta e a volatilidade histórica longa como preditoras da volatilidade futura. Nessa figura uma variável independente (volatilidade histórica longa) foi mantida constante enquanto se variava a outra variável (volatilidade histórica curta).

O eixo-x representa a variação da volatilidade histórica curta, o eixo-y a volatilidade futura realizada e as curvas correspondem a quatro níveis de volatilidade histórica longa (selecionados devido ao número suficiente de amostras). Os níveis de volatilidade histórica longa selecionados foram 0,385, 0,456, 0,528 e 0,600 (de cima para baixo).

As curvas nesta simulação estão bem menos “comportadas” e têm uma correlação muito menor que da regressão uni-variada devido ao número reduzido de amostras em cada cesta tridimensional para tirar a média da volatilidade futura.

Pode-se verificar pelos resultados que de uma forma geral, para cada medida de volatilidade histórica curta, a volatilidade futura tende a aumentar com um aumento de volatilidade histórica longa. Do mesmo modo, para uma volatilidade histórica longa a volatilidade histórica futura tende a aumentar com um aumento na volatilidade histórica curta. Essa observação tende a ser bem significativa, de modo que as duas variáveis independentes conseguem apresentar uma melhor previsão do que somente cada uma delas separadas. Assim, foi verificada uma correlação para cada uma delas quando a outra foi mantida constante. Os resultados não puderam ser tão bem observáveis para outros níveis de volatilidade devido ao número insuficiente de amostras, que não permitiu a elaboração de um polinômio para testes.

A volatilidade futura deve reverter para uma média entre a média do mercado e a média do ativo específico analisado. Isso faz sentido se for observado que certos ativos (ações de empresas de energia elétrica, por exemplo) raramente se demonstram muito-voláteis e provavelmente não mudarão suas características de serem ativos pouco-voláteis, enquanto que ativos que são muito-voláteis (novas ações e empresas que ainda estão pré-operacionais, por exemplo) podem se tornar, e muitas vezes se tornam, ações menos-voláteis com o tempo.

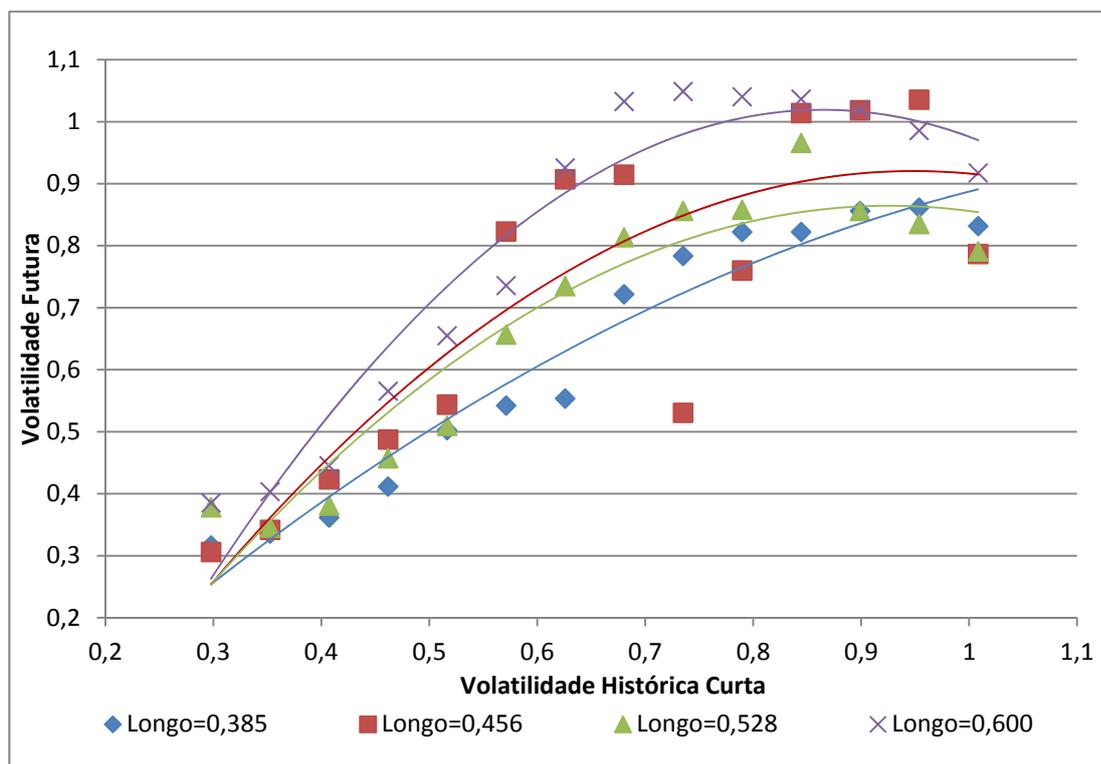


Figura 24 – Gráfico da Volatilidade Histórica Curta x Volatilidade Futura Realizada para diferentes níveis de Volatilidade Histórica Longa