4. Conceitos de Risco-Retorno, diversificação e índices de desempenho de Fundos de Investimento

O alto dinamismo e a crescente sofisticação do mercado financeiro mundial fazem com que os investidores tenham o constante desafio de utilizarem estratégias que maximizem a rentabilidade das suas carteiras de investimentos, minimizando o risco do *portfolio*. Através do processo de formação de carteiras, é possível diluir o risco envolvido no investimento de capital e, ainda assim, obter um maior retorno.

Uma carteira de investimentos é uma combinação de ativos, como títulos públicos federais, ações, opções de dólar, *commodities*, que pertence a um investidor, pessoa física ou pessoa jurídica. A carteira tem como finalidade reduzir o risco por meio da diversificação.

Este capítulo apresenta a moderna teoria de carteiras, o conceito de risco e retorno e o da diversificação. Posteriormente será apresentado o modelo *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) e suas premissas, e por fim será feita uma descrição dos indicadores de eficiência mais utilizados atualmente.

4.1 O Modelo de Markowitz: a origem da Moderna Teoria de Carteiras

Uma função utilidade reflete a ordenação de preferência do investidor além de revelar sua atitude em relação ao risco. Dado um nível de riqueza W, um investidor racional avesso ao risco tem uma função utilidade estritamente côncava e uma utilidade marginal positiva, ou seja, as duas primeiras derivadas da função utilidade são as seguintes:

$$U'(W) > 0, \text{ para todo } W$$
$$U''(W) < 0, \text{ para todo} W$$

O fato que o investidor tem uma utilidade marginal positiva implica que este sempre prefere mais riqueza a menos. E como a derivada segunda da função utilidade é negativa, à medida que a riqueza do investidor aumenta, um acréscimo de uma unidade de riqueza tem utilidade menor que o acréscimo anterior. Ou seja, a utilidade marginal é decrescente.

No problema de decisão de investimento, o objetivo do investidor é maximizar sua função utilidade. Os investidores se preocupam com momentos de ordem superior à variância. Sobre as premissas que os investidores exibem utilidade marginal positiva e aversão ao risco consistente em todos os níveis de riqueza, além de estrita consistência das preferências pelos momentos, os investidores gostam de assimetria positiva e não gostam de curtose. De um modo mais geral, os investidores gostam dos momentos ímpares e não gostam dos momentos pares.

Tradicionalmente, o problema é solucionado na estrutura de média e variância desenvolvida por Markowitz (1952), entretanto, esta estrutura assume que ou os retornos são normalmente distribuídos, onde média e variância são suficientes para caracterizar totalmente a distribuição, ou a função utilidade do investidor é quadrática.

Se a função utilidade do investidor é quadrática, sua utilidade esperada é função apenas dos dois primeiros momentos da distribuição. Portanto média e variância são suficientes para resolver o problema de maximização, mesmo quando os retornos não são normalmente distribuídos. Entretanto, este tipo de função não faz sentido para um investidor racional, dado que a função permite utilidade marginal negativa (saciedade) e implica aversão ao risco absoluta crescente.

Na literatura financeira, os agentes econômicos estão sempre buscando obter o maior rendimento dos seus investimentos e ao mesmo tempo objetivando minimizar o risco da melhor maneira possível. A principal adição aos modelos de finanças no que diz respeito aos desenhos dos fundamentos da teoria de composição de carteiras deve-se aos trabalhos de Harry Markowitz na década de 1950.

Em sua teoria, ao considerar as correlações entre os ativos que compõem o *portfolio*, a decisão quanto ao que irá compor uma carteira está baseada em dois fundamentos básicos que são conseqüência de um processo de minimização de risco: desvio padrão e valor esperado dos retornos da carteira.

Varga (1999, p.1) define bem a contribuição que Markowitz deu com a publicação do livro *Portfolio Selection: efficient diversification of investments*:

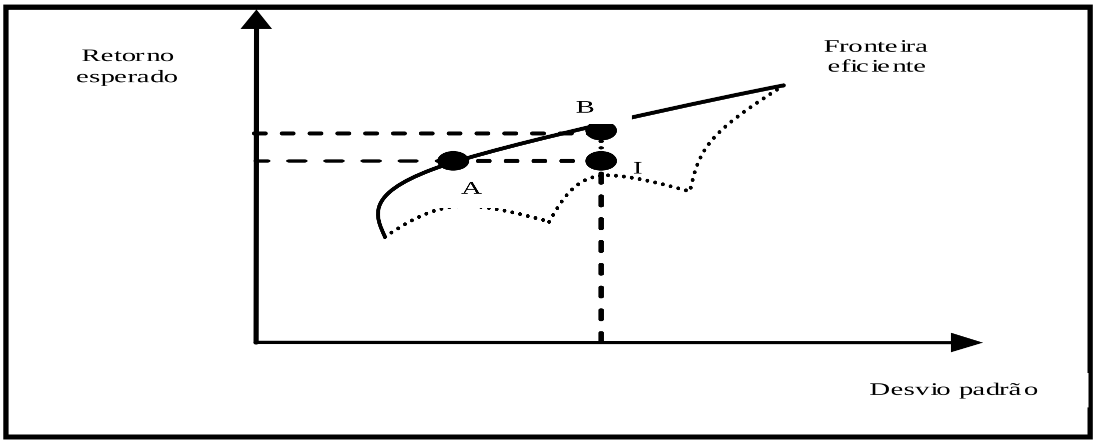
> Se o retorno esperado de um ativo é tanto maior quanto seu risco, então a inclusão de alguma medida de risco na avaliação deste permite verificar quanto do retorno proporcionado por um investidor vem de seu talento, quanto vem da sorte e quanto do risco assumido. Determinamos assim a verdadeira contribuição do gestor para o retorno do fundo. Outro aspecto importante na inclusão do risco é a sua contribuição para a determinação da carteira ótima de um investidor (para investidores que se importem com risco, pois, no caso de investidores neutros ao risco, basta conhecer o retorno esperado). Com isso, determinamos a contribuição do investidor para o retorno da carteira de ações selecionadas por ele.

Os investidores são capazes de definir todas as carteiras ótimas, em relação ao binômio risco e retorno e formar assim a fronteira eficiente, que nada mais é do que a melhor combinação de um conjunto de ativos que tenha o maior retorno dado um nível de risco ou com menor risco para um determinado retorno. Os investidores se concentrariam na seleção de uma melhor carteira na fronteira eficiente e ignorariam as outras consideradas inferiores.

Um investimento ou ativo com risco domina outro quando, para o mesmo nível de retorno esperado, apresenta risco menor ou quando, para o mesmo nível de risco, apresenta retorno esperado maior.

A figura 2 abaixo ilustra a curva onde se situam todas as carteiras ditas eficientes de ativos com risco:

Figura 2 – Representação da Fronteira Eficiente:



Fonte: Samanez (2007)

Pode-se visualizar na figura acima que é possível haver combinações abaixo da superfície da curva (pontos A e B), como por exemplo, a combinação I, mas elas são ineficientes, pois para um mesmo nível de risco, o retorno esperado da combinação B é superior ao da I. Em outras palavras, fixando-se o retorno esperado, a carteira de menor risco é dita mais eficiente, ou por outra ótica, ao fixar o risco, a carteira mais eficaz é a que gera um maior retorno. Podemos perceber então que B dominará qualquer combinação situada na porção inferior da fronteira eficiente.

As carteiras que Markowitz denominou de carteiras eficientes atendem a esses requisitos de eficiência descritos acima e estão situadas na parte superior da curva chamada fronteira eficiente. O formato da fronteira eficiente implica na existência de uma relação positiva entre retorno e risco; portanto, para obter maior retorno, o investidor terá necessariamente que incorrer em maior risco.

4.2 O Conceito de Risco e Retorno em Carteiras

Como foi dito acima, a grande contribuição de Markowitz em sua teoria de seleção de *portfolios* foi a de que esta levasse em consideração a relação de dependência existente entre os ativos, que é conhecida como correlação. Ao se formar uma carteira, deve-se ter em mente que o risco não é simplesmente a soma individual dos riscos, e sim da proporção com que esse participa frente aos outros ativos e como mencionado, do grau de correlação entre os retornos.

Ao se considerar um universo de “N” ativos. O retorno observado destes ativos é uma média ponderada dos retornos observados (R_i) dos ativos individuais. Seja X_i o peso aplicado a cada retorno correspondente a fração do valor da carteira aplicada naquele ativo:

$$R_c = \sum_{i=1}^{N} X_i \,.\, R_i \;\;........ (1)$$

O valor esperado da carteira é o valor esperado da equação acima:

$$\overline{R_c} = E(\sum_{i=1}^{N} X_i \,.\, R_i) = \sum_{i=1}^{N} X_i \,.\, E(R_i) = \sum_{i=1}^{N} X_i \,.\, \overline{Ri} \;... (2)$$

A variância de uma carteira de N ativos é a expectância dos quadrados dos retornos observados em torno do retorno esperado:

$$\sigma_c^2 = E(\overline{R_c} - \overline{R_c})^2 = E(\sum_{i=1}^{N} X_i \,.\, R_i - \sum_{i=1}^{N} X_i \,.\, \overline{Ri})^2 \;... (3)$$

$$\therefore \; \sigma_c^2 = E(\sum_{i=1}^{N} R_i - \overline{Ri}).\, X_i)^2 \;... (4)$$

$$\therefore \sigma_c^2 = \sum_{i=1}^{N} X_i^{\;2} \, \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} X_i X_j \; \sigma_{i,j} \;... (5);\;\; \text{c.q.d.}$$

O risco da carteira teórica acima leva em consideração os riscos de todos os ativos, tratados de forma individual e ponderados pela relação existente entre eles (covariância) e pela participação de cada ativo na carteira. A covariância representa uma medida de relação linear entre dois ativos, ou de outra forma, a medida de dependência linear entre duas variáveis aleatórias. Essa covariância nada mais é do que o valor esperado do produto de dois desvios: os desvios dos retornos dos ativos i e j em relação a seus retornos esperados, medindo dessa forma como os retornos dos ativos variam em conjunto.

Ao se dividir a covariância pelo produto dos desvios padrão dos dois ativos i e j obtém-se uma medida estatística denominada coeficiente de correlação, o qual possui as mesmas medidas da covariância, situado no intervalo de -1 a +1.

$$\rho_{i,j} = \text{Cov}_{\,i,j} \,.\, (\sigma_j \,.\, \sigma_i)^{-1} \; ... \; (6)$$

Onde:

Cov $_{i,j}$ = covariâcia entre as taxas de retorno do ativo “i” e do ativo “j”.

σ_j = desvio-padrão da taxa de retorno do ativo “j”.

σ_i = desvio-padrão da taxa de retorno do ativo “i”.

$\rho_{i,j}$ = coeficiente de correlação entre as taxas de retorno do ativo “i” e do ativo “j”.

Desta forma a determinação do coeficiente de correlação nos possibilita auferir as possibilidades acerca da covariância:

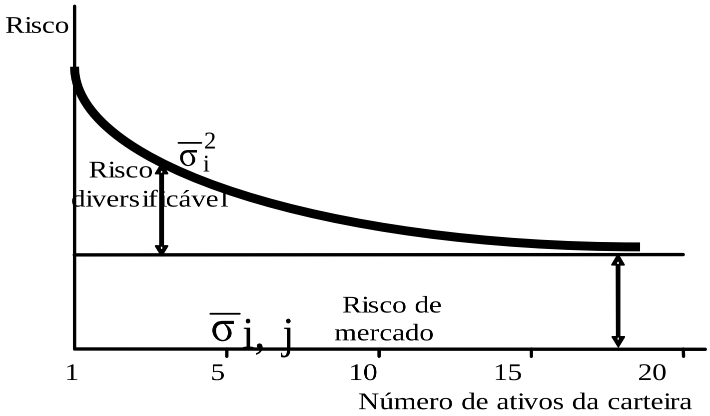
- Se $-1 < \rho < 0$, isto é, a covariância é negativa, os ativos movem-se em direções contrárias. Neste caso os desvios positivos e negativos ocorrem em momentos diferentes;
- Se $\rho = 0$, a covariância é nula, os ativos são ditos independentes, ou seja, os desvios positivos e negativos não estão correlacionados; e
- Se $o < \rho < 1$, a covariância é positiva, e os ativos movem-se na mesma direção. Neste caso, os ativos apresentam desvios positivos e negativos nos mesmos momentos.

Destaca-se que a divisão da covariância pelo produto dos desvios padrão não modifica as propriedades do coeficiente de correlação, somente a normaliza para que assuma valores compreendidos entre o intervalo de -1 a +1.

4.3 Diversificação de Carteiras

O risco na manutenção de um ativo é composto por duas partes: um risco não sistemático, diversificável e um risco sistemático, não diversificável, conhecido também como Risco de Mercado. O risco total nada mais é do que o somatório destes dois riscos, conforme mostrado na figura 3:

Figura 3 – Diversificação: Risco de Mercado e Risco Diversificável



Fonte: Samanez (2007)

O risco não sistemático é um risco específico a um determinado ativo, sendo assim independente de fatores externos. Este tipo de risco pode ser eliminado ou atenuado através de uma adequada diversificação, se a carteira for eficiente. Este tipo de risco está associado a fatos como alterações ou problemas de gestão da empresa (problemas operacionais de uma empresa específica), alterações nos padrões de consumo relativos aos produtos da empresa, alterações de legislações no que diz respeito a um segmento exclusivo, entre outros. Samanez (2007, p.189) define da seguinte forma:

> O risco de uma carteira bem diversificada depende apenas do risco de mercado dos ativos que nela estão incluídos. Esse é um dos princípios fundamentais de finanças, o princípio de diversificação, que mostra como eliminar o risco não correlacionado aos movimentos gerais do mercado.

O risco sistemático ocorre devido ao risco relacionado com o mercado como um todo englobando aspectos políticos, sociais ou econômicos como, por exemplo, alterações nas taxas de juros, mudanças nas alíquotas dos impostos, sejam estes do mundo, do país ou apenas para um setor específico, e não é possível reduzi-lo ou cobri-lo através da diversificação da cateira.

Este risco é representado pelo coeficiente beta (β), que por decorrer da covariância do ativo com o mercado não é diversificável, e reflete o grau de sensibilidade do título ao risco da economia de forma geral. Visto de uma outra forma, é a tendência de uma ação individual variar em conjunto com o mercado, onde estatisticamente é medido através da covariância do retorno de um título tomado de forma individual com o da carteira que representa o mercado. O beta de um ativo também chamado de índice de risco sistemático pode ser visto abaixo:

$$\beta_i = \frac{Cov(R_m, R_i)}{\sigma_m{}^2} \quad \text{... (7)}$$

Onde,

$Cov(R_m, R_i)$ = Covariância entre o retorno do ativo “i” e a carteira de mercado.

$\sigma_m{}^2$ = Variância dos retornos da carteira de mercado.

O beta de uma carteira ou de um ativo específico nos mostra o seu comportamento em relação ao mercado, sendo classificado da seguinte maneira:

i. Defensivo - β < 1. Nesse caso os retornos desse ativo ou da carteira têm uma variação menor que a variação sofrida pelo mercado, ou seja, a carteira de mercado é mais arriscada que a carteira de ativos;

ii. Agressivo - β > 1. Já nesse caso os retornos do ativo ou da carteira sofrem uma variação maior que a sofrida pelo mercado. Visto de outra forma, ativos que possuem essa característica têm um risco maior se compararmos com o risco de mercado. Se o mercado está em alta (*bullish*), o retorno da carteira de ativos é maior que a carteira de mercado e, se o mercado está em baixa (*bearish*), o retorno do mercado é superior à carteira de ativos;

iii. Neutro - $\beta = 1$. Aqui há uma correlação dita perfeita do mercado com a carteira ou do ativo em que se está analisando, ou seja, a carteira de ativos tem o mesmo risco que a carteira de mercado; e

iv. $\beta < 0$. Nesse último caso os retornos do ativo ou da carteira variam inversamente com os retornos do mercado.

4.4 O Modelo de Avaliação de Ativos de Capital (CAPM)

A Hipótese da Eficiência dos Mercados juntamente com o modelo de precificação dos ativos financeiros – CAPM – são o pilar da moderna teoria de finanças. Samanez (2007, p. 224) em seu livro denominado Gestão de Investimentos e Geração de Valor faz uma descrição do processo de formação do modelo de formação de preços de ativos com risco:

> A dificuldade em se estabelecer critérios específicos de ajuste para diferentes níveis de exposição ao risco retardou a formalização adequada dos princípios de avaliação de títulos e projetos de investimento, até o desenvolvimento, por Sharpe, Lintner e Mossin, do modelo de Equilíbrio de mercado conhecido como CAPM.

Ao se afirmar que um mercado é eficiente, se parte do pressuposto que não há assimetria de informação, ou seja, todas as informações disponíveis na economia estão refletidas igualmente nos preços dos ativos e esses preços se ajustam no mesmo momento a qualquer nova informação. Dessa forma, pode-se dizer que a compra ou venda de ativos em um mercado de capitais eficiente pelo preço vigente nunca terá valor presente líquido positivo.

O CAPM é um modelo expectacional (valores esperados), em que o retorno esperado do ativo é dividido em duas partes distintas, a saber:

Retorno Esperado = Taxa livre de Risco + Prêmio de Risco

O primeiro termo que é o retorno de uma taxa livre de risco representa o preço pelo tempo, que pode ser entendido também como a compensação que o investidor tem ao postergar o consumo em favor do investimento. O segundo termo é o prêmio de risco de mercado que representa o retorno adicional exigida pelo investidor para compensar a unidade de risco suplementar assumida pelo mesmo. Pode ser entendido como a diferença entre os retornos de mercado e da taxa *risk free* (livre de risco) que é multiplicada pela covariância entre os retornos do ativo e do mercado, dividido pela variância dos retornos do mercado.

A diferença entre o modelo de Markowitz e o CAPM se dá quanto à constituição da fronteira eficiente, uma vez que o primeiro se utiliza do desvio-padrão dos títulos com risco e das correlações entre os pares de retornos esperados dos títulos com risco. A simplicidade do modelo CAPM quanto ao prêmio de risco o distingue dos demais modelos e com isso ele passou a ser amplamente utilizado no mercado financeiro mundial para mensurar o custo de capital das empresas.

Premissas Básicas do CAPM

O modelo é baseado nos seguintes pressupostos básicos:

i. Os investidores são avessos ao risco e maximizam a utilidade esperada;

ii. Os investidores possuem expectativas homogêneas acerca do retorno dos ativos (prêmios) e riscos dos ativos;

iii. Os mercados são perfeitos: o investidor é um tomador de preços e dessa forma é incapaz de influenciar as cotações dos títulos e não há custos de transação tanto na obtenção das informações quanto nas transações;

iv. Os investidores possuem retornos líquidos idênticos, possuindo as mesmas taxações e custos operacionais;

v. Existe um ativo livre de risco tal que os investidores podem emprestar ou tomar emprestado quantias ilimitadas a uma mesma taxa de juros livre de risco;

vi. Não existe limite para empréstimos, restrições de revenda em curto prazo e limite superior para a compra de ações;

vii. O único risco que os investidores incorrem é o risco sistemático; e

viii. O horizonte de tempo é idêntico para todos os investidores;

O CAPM pode ser definido como a relação linear existente entre o risco sistemático de um ativo i (β_i) e sua taxa de retorno esperada E(Ri), e assim, um investidor possuirá um certo ativo se o retorno esperado proporcionar uma compensação pelo nível de risco incorrido. O modelo pode ser representado da seguinte maneira:

$$E(R_i) = R_f + [E(R_m - R_f)]\ \beta_i \ldots (8)$$

Onde:
$E(R_i)$ = Retorno esperado do Ativo "i";
R_f = Retorno do ativo livre de risco;
$[E(R_m-R_f)]$ = Prêmio de Risco de Mercado;
β_i = Risco Sistemático do Ativo "i", isto é, a volatilidade dos retornos do ativo em relação ao índice de mercado.

Elton e Grubber (1991) mencionam que a equação do CAPM estabelece que a taxa de retorno esperada de um ativo é igual à taxa livre de risco mais um prêmio de risco. Samanez (2007) diz que o prêmio de risco é o retorno adicional exigido pelos investidores para compensar o risco adicional assumido, e é função de duas variáveis: o beta, que mede a contribuição incremental de certo ativo para o risco da carteira diversificada e a diferença entre o retorno esperado da carteira e a taxa livre de risco. A taxa livre de risco pode ser entendida como o retorno esperado dos ativos sem risco.

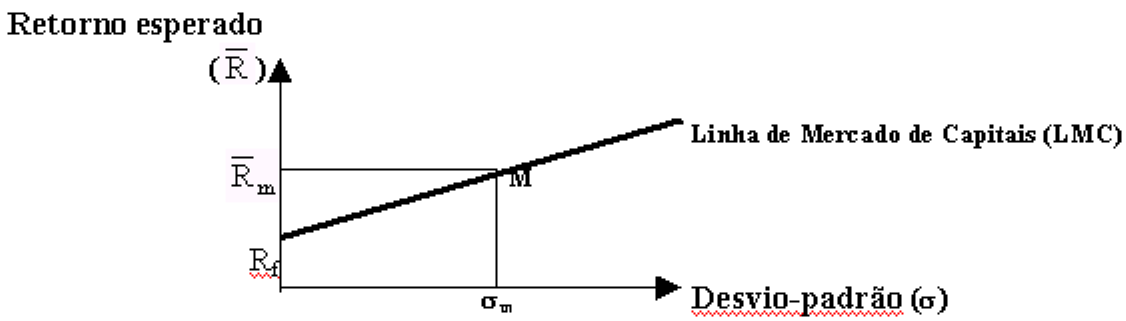
É válido destacar a fundamental importância do beta quanto ao apreçamento de ativos, pois indica a sensibilidade dos retornos do ativo a variações na rentabilidade da carteira. Pode ser visto matematicamente da seguinte maneira:

$$\beta i = \frac{\text{cov}(Ri, Rm)}{\text{var}(Rm)} = \frac{\sigma_{i,m}}{\sigma_m{}^2} \ldots (9)$$

O beta de uma empresa é determinado tanto pelo risco de negócios quanto pelo risco financeiro. O primeiro está relacionado ao risco operacional da empresa e o segundo à alavancagem financeira, medido pelo seu índice de endividamento.

Partindo do pressuposto que o mercado está sempre em equilíbrio, a relação medida pelo beta entre o risco sistemático de um ativo e sua taxa de retorno esperada será linear, e esta fronteira eficiente linear do CAPM é conhecida como *Capital Market Line* ou Linha de Mercado de Capitais (LMC), podendo ser visualizada na figura 4:

Figura 4 – Linha de Mercado de Capitais



Fonte: Samanez (2007)

O equilíbrio no mercado de capitais é dividido em dois parâmetros conforme visto na figura acima. O intercepto vertical que nada mais é do que a taxa livre de risco e o coeficiente angular da LMC (beta), que diz que quanto maior o beta, maior o risco envolvido, necessitando por sua vez de um maior retorno requerido pelo investidor. A inclinação da LMC é igual ao prêmio por risco de mercado, ou seja, a recompensa por assumir uma quantidade média de risco sistemático.

Qualquer ativo situado fora da LMC estará em desequilíbrio. Se esse ativo estiver localizado acima estará subvalorado, e todos os agentes econômicos ao perceberem que o retorno desse ativo é superior aos outros, dado o nível de risco sistemático, automaticamente desejarão comprar esse ativo. Seu preço se elevará reduzindo sua taxa de retorno e assim voltará ao equilíbrio. O mesmo ocorre com ativos situados abaixo da LMC, mas o raciocínio é exatamente o oposto do descrito para ativos que possuem retornos superiores aos outros para o mesmo nível de risco sistemático.

A grande contribuição de Sharpe ao desenvolver este modelo específico é a de que ele é válido tanto para as carteiras de ativos quanto para ativos individuais. Isso não significa que o referido índice, ao ser sustentado por inúmeros pressupostos que muitas vezes não se adéquam a nossa realidade não possa ser utilizado. Black, Jensen e Scholes em 1972 realizaram testes empíricos ao analisar as ações negociadas na Bolsa de Nova Iorque (NYSE) entre 1960 e 1968. Black, Jensen e Scholes nesse mesmo ano de 72 também testaram a relação risco-retorno das ações da NYSE entre 1931 e 1965. O próprio Sharpe observou que sua teoria é bastante limitada, porém ressaltou que as hipóteses eram aceitáveis dadas suas importantes aplicações.

4.5 Análise de Performance de Carteiras

Ao se calcular o retorno e o risco de uma carteira de ativos pode-se aprofundar a análise e iniciar a apresentação de alguns indicadores de desempenho (*performance*). O primeiro desses indicadores será o Índice de Sharpe. Posteriormente serão apresentados os Índices de Treynor, Sortino, Alfa de Jensen e finalmente a Medida Ômega.

Índice de Sharpe (IS)

Este é um dos índices mais conhecidos tanto pelos investidores quanto para os membros da academia, e tem sido objeto constante de uso por estes agentes na avaliação de fundos de investimento. O índice em questão utiliza a *Capital Market Line* (CML) como padrão de comparação.

Este índice, formulado inicialmente por William Sharpe em 1966, é obtido através da razão entre o prêmio de risco e o risco total da carteira. O Índice de Sharpe se enquadra de maneira perfeita na teoria de seleção de carteiras, onde se constroem pontos na linha de mercado de capitais, que nada mais são do que as carteiras ótimas. Este índice como lido, utiliza a CML como padrão de comparação.

Essa linha está ligada diretamente ao modelo de Markowitz de seleção de carteiras, em que o risco é mensurado pelo desvio padrão e a partir dos retornos e dos riscos, se chega à linha de fronteira eficiente. É importante destacar que nessa fronteira eficiente se consegue minimizar o risco dado um nível de retorno, e dado um nível de risco consegue-se maximizar o retorno.

O prêmio de risco é a diferença entre a expectância do retorno da carteira e a rentabilidade dos ativos livre de risco. A fórmula é definida da seguinte maneira:

$$IS = \frac{\text{Prêmio de Risco}}{\text{Risco Total}} = \frac{\overline{Ri} - Rf}{\sigma_i} \quad \text{... (10)}$$

Onde:

$\overline{Ri}$ = Retorno Médio Esperado

Rf = Retorno dos Ativos Livre de Risco

σ_i = Desvio Padrão dos retornos de i

Este índice, que deriva da teoria de seleção de carteiras, mede portanto o excesso de retorno por unidade de risco de uma carteira hipotética. A teoria da média variância de Markowitz fornece a composição da carteira ótima com relação ao risco e retorno.

O Índice de Sharpe sumariza, portanto, o retorno e o risco de uma carteira em uma única medida que nos dá o desempenho do fundo ajustado ao risco. Quanto maior for o IS, maior é a eficiência da carteira, e assim categoriza o desempenho do fundo ajustado ao seu risco. Também é conhecido como *Reward-to-Variability* ou Recompensa pela Variabilidade.

É importante ressaltar que o Índice de Sharpe merece cuidado ao ser utilizado pois pode resultar em retornos negativos no que diz respeito ao prêmio de risco. Esse caso ocorrerá sempre que o retorno do ativo em questão for inferior ao retorno do ativo livre de risco que se está comparando, conforme a equação acima. Esse fato do ponto de vista da moderna teoria de finanças é no mínimo sem sentido, já que o investidor pelo modelo tem sempre a possibilidade de investir na taxa livre de risco.

Pensando nesse fato, foi criado o Índice de Sharpe Modificado, que coloca os índices em um ranking de forma ordenada mesmo que não evite os retornos negativos. Desse modo, esse método alternativo mostra que quanto menor o índice, mais exposição ao risco, valendo o mesmo para o caso contrário onde quanto maior o índice menos risco se corre:

$$\textbf{ISM} = \frac{RD}{\sigma^{RD/Abs(RD)}} \ldots (11)$$

Onde:

RD = Retorno Diferencial =Retorno do Ativo (ou fundo) – Retorno do Benchmark

σ = desvio-padrão do ativo (risco)

Abs (RD) = Valor Absoluto do Retorno Diferencial

Índice de Treynor (IT)

A diferença existente entre este indicador de desempenho e o Índice de Sharpe é a de que o primeiro utiliza o desvio-padrão ou risco total como medida de risco enquanto o Índice de Treynor utiliza o risco sistemático (β da carteira), ao considerar que os investidores detêm um conjunto diversificado de ativos.

É também uma medida de excesso de retorno em relação ao risco sistemático e a sua utilização é bem útil quando a carteira do investidor é uma das inúmeras carteiras incluídas dentro de um grande fundo, conforme a fórmula abaixo:

$$\text{IT} = \frac{\text{Prêmio de Risco}}{\text{Risco Sistemático}} = \frac{\overline{Ri} - Rf}{\beta_i} \ldots (12)$$

Onde:

$\overline{Ri}$ = Retorno Médio Esperado

Rf = Retorno dos Ativos Livre de Risco

β_i = Risco Sistemático em Relação a um benchmark (Ibovespa por exemplo)

Duarte Júnior (2005) destaca que a utilização da Razão de Treynor requer uma cuidadosa estimação dos betas dos fundos de investimento escolhidos ou uma base de dados confiável para esses betas. O autor citado menciona em seu livro, Gestão de Riscos para Fundos de Investimentos, a dificuldade em se estimar precisamente esses betas em diversos trabalhos acadêmicos.

Sharpe (1966) diz que pelo fato do Índice de Treynor não capturar a porção de variabilidade relativa à falta de diversificação, ele é uma medida inferior no que diz respeito ao desempenho passado, mas superior quando se trata de previsão quanto ao desempenho futuro. Esse fato decorre porque qualquer distorção entre a variabilidade dos retornos e a porção relativa a movimentos do mercado pode ser considerada como transitória, desde que os fundos sejam bem diversificados. Assim, ao se procurar prever o desempenho futuro se mostra mais interessante focar na parte sistemática da variabilidade dos retornos do fundo, pois é uma relação mais permanente, deixando de lado os efeitos transitórios.

Duarte Júnior (2005) também menciona que tanto a Razão de Sharpe quanto a de Treynor dão usualmente ordenações bastante similares no que diz respeito à sua aplicabilidade em um mesmo conjunto de fundos de investimentos, não sendo válida essa aplicabilidade ao se realizar a Razão de Sortino, que será citada a seguir.

Índice de Sortino (ISor)

Sortino (1994), diz que o Índice que leva seu nome difere do Índice de Sharpe, pois leva em consideração no cálculo da variância somente as perdas financeiras que são definidas a partir do chamado Retorno Mínimo Aceitável (RMA), englobando assim um novo conceito denominado *Downside Risk* (DR), que é exposto abaixo:

$$DR = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m} \min\left[0;(r_i - RMA)\right]^2}{m}} \quad ... (13)$$

Nesse índice, “m” é o número de observações realizadas em intervalos de tempo iguais para o retorno “r” da carteira analisada.

A partir do conceito de *Downside Risk*, chega-se ao ISor, que mede o risco de não se conseguir atingir o ganho em relação a uma meta estabelecida (RMA). A vantagem de se utilizar esse índice está no fato de que na estimação do risco considera apenas as perdas, que são medidas em função do RMA:

$$\text{ISor} = \frac{E\lfloor r_p \rfloor - RMA}{DR} \quad ..... (14)$$

Onde:

$E\lfloor r_p \rfloor$ = Retorno Esperado do *Portfolio*

Duarte Júnior (2005) diz que uma comparação entre a razão de Sharpe e a Razão de Sortino depende basicamente de como o RMA foi selecionado.

Outro ponto importante destacado pelo autor citado no parágrafo acima diz respeito ao entendimento dessa medida de eficiência. Como tal eficiência depende exclusivamente do RMA estipulado pelo gestor do fundo de investimento, a Razão de Sortino é uma medida de eficiência de mais fácil aceitação e compreensão por parte dos analistas técnicos.

Índice de Jensen

Este índice foi desenvolvido por Jensen (1968) e se baseou nas implicações do CAPM. Essa medida é dada pela diferença entre a taxa de retorno média da carteira e o retorno médio encontrado no CAPM, ou de outra maneira, mede a diferença entre o retorno previsto do mercado e o retorno médio da carteira.

Nesse caso, o modelo mostra que, se um gestor tivesse a capacidade de prever os preços dos ativos analisados, as carteiras que fossem formadas apresentariam desempenho superior ao esperado pelo CAPM.

Jensen também buscou definir uma medida que fosse absoluta, onde fosse possível dizer que um fundo é melhor que o outro como também se um fundo possui um desempenho inferior ou superior em relação a um *benchmark* .

Ao assumir que os retornos de um fundo de investimento podem ser explicados pelo CAPM , tem-se que:

$$E(R_i) = R_f + [\, E(R_m) - R_f \,]\, \beta_i + E_i \;...\; (15)$$

Onde:

$E(R_i)$ = Retorno Esperado do Ativo “i”;

R_f = Retorno do Ativo Livre de Risco;

$E(R_m)$ = Retorno esperado da carteira de mercado;

β_i = Risco Sistemático do ativo “i”;

E_i = Erro residual

Ao subtrair R_f de ambos os lados tem-se:

$$E(R_i) - R_f = [\, E(R_m) - R_f \,]\, \beta_i + E_i \;...\; (16)$$

Jensen diz que se um gestor conseguir prever corretamente o comportamento do mercado, ele deve adquirir os ativos com β <1 quando o mercado estiver em queda e β > 1 quando o mercado estiver em alta. Se isso for verdade, ou seja, se o administrador conseguir prever acertadamente as oscilações, deve-se considerar a existência de uma constante diferente de zero na equação de Jensen, que reescrita fica da seguinte maneira:

$$E(R_i) - R_f = [\, E(R_m) - R_f \,]\, \beta_i + [\, \alpha_i + E_i] \;...\; (17)$$

Partido do pressuposto que E_i tem valor esperado zero, resta o termo α_i , que nada mais é do que o retorno adicional da carteira não afetado pelas oscilações do mercado. Sendo assim, quando o retorno do mercado for zero, α_i é igual ao retorno adicional (acima do retorno da renda fixa) do fundo. Outra maneira de interpretar este índice é que caso o gestor esteja agindo corretamente, isto é, comprando nos momentos de baixa e vendendo nos picos de alta, o α_i será positivo. Se o α_i for negativo, diz-se que o gestor não está prevendo corretamente os movimentos de mercado.

Medida Ômega (Ω)

Esta seção apresenta uma abordagem conceitual sobre a Medida Ômega, a qual é uma proposta relativamente nova e com poucos estudos para aplicação em composição de carteiras. A metodologia da medida em questão é de fácil implementação e adaptável a qualquer tipo de carteira de ativos. Primeiro, uma breve introdução sobre o conceito de eficiência. Posteriormente, será discutida a sua aplicabilidade por meio da exposição das vantagens e desvantagens da medida Ômega.

Na literatura financeira, é bem conhecido o fato de que os investidores sempre desejam obter o maior rendimento nos seus investimentos, procurando minimizar quanto for possível o risco envolvido. Markowitz (1952) foi quem desenhou os fundamentos da teoria de composição de carteiras de investimentos. De acordo com sua teoria, os investidores podem determinar todas as carteiras ótimas, no sentido risco e retorno, e formar a fronteira eficiente.

A fronteira eficiente pode ser descrita como o melhor conjunto possível de carteiras, isto é, todas as carteiras têm o mínimo nível de risco para um dado nível de retorno. Os investidores se concentrariam na seleção de uma melhor carteira na fronteira eficiente e deixariam de lado as demais consideradas inferiores.

Embora a teoria clássica de Markowitz (1952) seja considerada de fácil aplicação e eficiente na composição dos ativos da carteira, as complicações aparecem quando os ativos apresentam distribuições dos retornos notoriamente não normais, o que não é contemplado nas premissas básicas do modelo de Markowitz (1952).

Recentemente, diversos autores propuseram medidas de risco-retorno (conhecidas também como medidas de performance) mais consistentes com a distribuição esperada de ganhos observadas na prática, isto é, distribuições não normais. Entre elas, a medida Ômega (Ω), apresentada por Keating e Shadwick (2002), leva em conta todo o formato da distribuição de retornos do ativo para avaliar seu risco.

Devido às críticas referentes à abordagem de média-variância proposta por Markowitz (1952), a qual se baseia na hipótese da normalidade da distribuição dos ganhos, Keating e Shadwick (2002) apresentam a medida universal de performance denominada de Ômega (Ω).

A maioria dos indicadores de performance considera duas importantes simplificações:

1) A média e a variância descrevem completamente a distribuição de retornos, uma vez que a distribuição dos retornos é considerada normal.

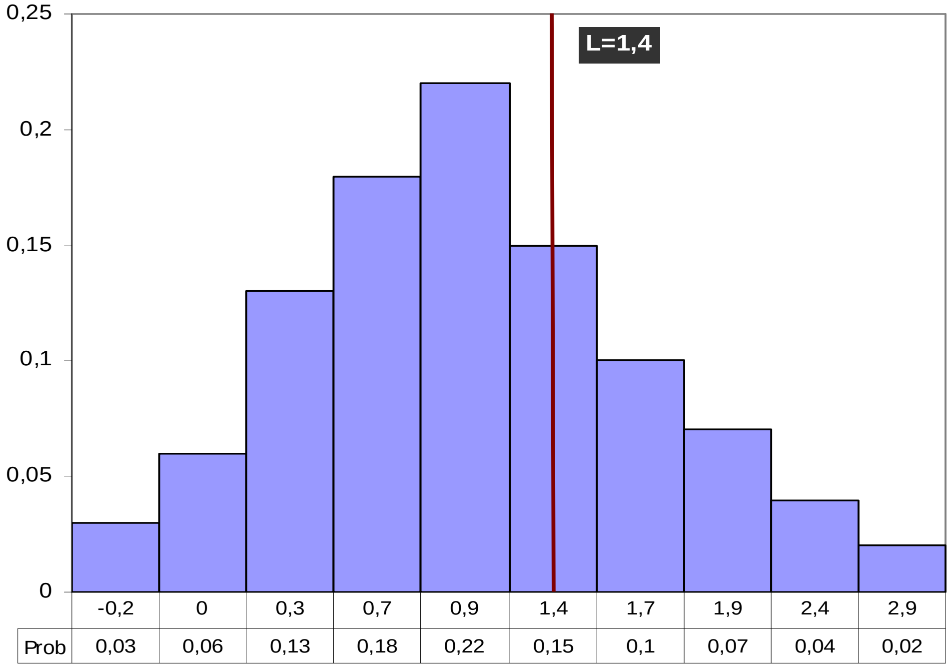
2) As características do risco-retorno de uma carteira podem ser descritas sem precisar fazer referência a nenhum nível de retorno além da média dos retornos.

Estas simplificações são válidas se é assumida uma distribuição normal dos retornos, mas é geralmente aceito o fato empírico de que os retornos de ativos não possuem uma distribuição normal.

A medida Ômega (Ω) consegue incorporar todos os momentos da distribuição, de tal modo que resulta uma medida intuitivamente atrativa e facilmente computável. Ao invés de estimar dois momentos individuais, Ômega mede o impacto total da distribuição.

Para definir a função Ômega (Ω), primeiramente deve-se definir exogenamente o retorno limite (L) ou o RMA (retorno mínimo aceitável). Este divide a distribuição de probabilidades de retornos em duas áreas: a área de ganhos, e a área de perdas. Este limite varia de um indivíduo para outro. Na Figura 5 se ilustra um exemplo de uma distribuição de retornos de um ativo, com L = 1,4.

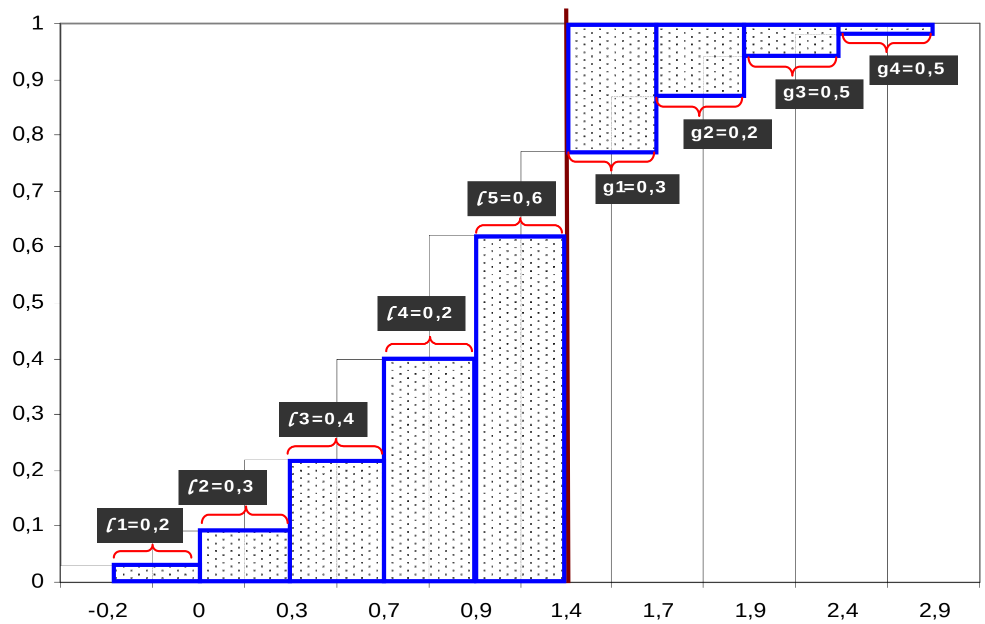
Figura 5 - Distribuição de probabilidade de retornos com um limite L=1,4



Fonte: Keating e Shadwick (2002)

Calcula-se a medida Ômega (Ω), através da distribuição da função cumulativa, exibido na Figura 6. Os ganhos (g_i) e as perdas (l_i) podem ocorrer com alguma probabilidade nas áreas consideradas de ganho (r_i>L) ou de perda (r_i<L).

Figura 6 – Função densidade de probabilidade acumulada dos retornos



Fonte: Keating e Shadwick (2002)

Reduzindo os intervalos entre retornos refina-se a estimativa de ganhos e perdas.

De acordo com a Figura 6, o ganho total ponderado seria calculado:

r>=L	$g_i = r_{i+1} - r_i$	[1-F(r)]	g*[1-F(r)]
1,4	0,3	0,23	0,069
1,7	0,2	0,13	0,026
1,9	0,5	0,06	0,03
2,4	0,5	0,02	0,01
2,9			
Ganho Ponderado = $\sum g_i$*F(r_i) =			**0,135**

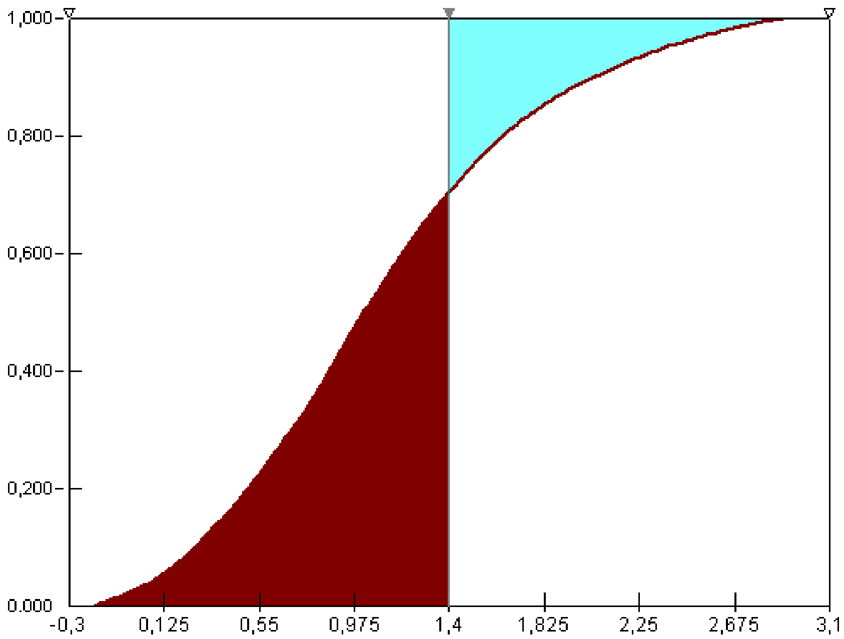
e, a perda total ponderada seria:

r<L	$l_i = r_{i+1} - r_i$	F(r)	l*F(r)
-0,2	0,2	0,03	0,006
0	0,3	0,09	0,027
0,3	0,4	0,22	0,088
0,7	0,2	0,4	0,08
0,9	0,5	0,62	0,31
1,4			
Perda Ponderada = $\sum l_i$ *F(r_i)=			**0,511**

Assim, Ω = 0,135 / 0,511 = 0,2642.

Quando a distribuição de probabilidades deixa de ser discreta, isto é, uma função de densidade contínua, a forma que toma a Figura 6 no limite, quando os intervalos se tornam cada vez menores, é exibida na Figura 7.

Figura 7 – Função densidade de probabilidade acumulada contínua



Fonte: Keating e Shadwick (2002)

O limite quando a unidade de ganhos e perdas tende a zero. A taxa da área superior dividida pela área inferior seria a medida Ω (L=1,4). Considerando o caso de uma função de densidade contínua, define-se:

(a,b) = Os limites inferior e superior, respectivamente, da faixa de retornos da distribuição. Na maioria das vezes, a = -∞ e b=∞.

I_2(L) = A média ponderada de ganhos acima de um nível L (área superior da Figura 7).

I_1(L) = A média ponderada de perdas abaixo de um nível L (área inferior da Figura 7).

Assim, a medida de *performance* Ω na sua forma contínua se define através da Equação (18):

$$\Omega(L) = \frac{I_2}{I_1} = \frac{\int_L^b [1 - F(x)]\,dx}{\int_a^L F(x)} \text{...........(18)}$$

onde:

F = função de distribuição cumulativa dos ganhos,

L = nível mínimo requerido de ganhos,

a = retorno mínimo,

b = retorno máximo.

A função Ω(L) permite comparar retornos de diferentes ativos e classificá-los em relação à magnitude dos seus Ômegas. Um Ω(L)=1, indicará que os ganhos ponderados igualam às perdas ponderadas. Será desejável sempre um Ω(L)>1.

Kazemi, Schneeweis e Gupta (2003) apresentam a medida Ômega de forma mais intuitiva, demonstrando que a Equação (1) pode ser escrita como uma divisão de dois valores esperados. Na Equação (19), o numerador é o valor esperado do excesso de ganho (x-L) condicional a resultados positivos, ou também conhecido como Expected Chance (EC), e, o denominador é o valor esperado da perda (L-x) condicional a resultados negativos, chamado também de Expected Shortfall (ES).

$$\Omega(L) = \frac{\int_L^b [1 - F(x)]dx}{\int_a^L F(x)dx} = \frac{\int_L^b (x - L)f(x)dx}{\int_a^L (L - x)f(x)dx} = \frac{E[Max(x - L; 0)]}{E[Max(L - x; 0)]} = \frac{EC(L)}{ES(L)} \text{.......(19)}$$

Na última década, as medidas de *performance* tradicionais, citadas neste capítulo, que partem da hipótese de normalidade dos retornos, têm sofrido uma série de críticas na literatura por não levar em consideração todos os momentos da distribuição de ganhos. Segundo Gutierrez Castro (2008), as hipóteses adotadas, como o fato de média e variância descreverem como um todo a distribuição de probabilidade e a de que as características do risco e retorno de uma carteira podem ser descritas sem precisar realizar referência a nenhum nível de retorno além da média dos retornos, não é suficiente para analisar de forma completa o real comportamento dos ativos no cotidiano.

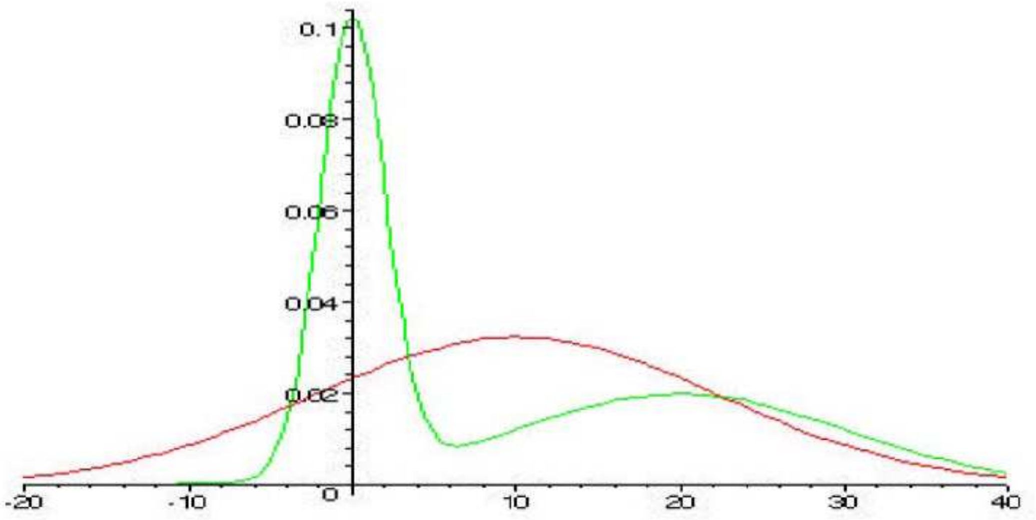
A necessidade de incorporar nessas medidas de *performance* informações que vão além do cálculo de tais medidas estatísticas, levaram Keating e Shadwick ao desenvolvimento de uma técnica em 2002, denominada medida Ômega (Ω).

A hipótese de normalidade assumida nos índices tradicionais, como o Índice de Treynor (1965), Índice de Sharpe (1966) e Jensen (1968), gera como conseqüência que o retorno esperado de uma carteira é tanto maior quanto seu risco sistemático seguindo uma forma linear. (Gutierrez Castro, 2008).

A capacidade de lidar com o alto dinamismo do mercado financeiro mundial, onde gestores têm a necessidade de tomar decisões em um curto espaço de tempo, requer modelos que levem em consideração os momentos de ordem superior na mensuração de medidas de *performance*. Ao levar em consideração o formato do comportamento da distribuição de retorno dos ativos que compõem a carteira, os tomadores de decisão conseguem avaliá-los com mais exatidão.

Ao observar a figura 8, retirada do trabalho de Gutierrez e Castro (2008), as duas distribuições seriam equivalentes do ponto de vista dos indicadores clássicos, pois possuem médias e desvios-padrão iguais. Por outro lado, ao analisar os momentos de ordem superior como curtose e assimetria elas não são similares, e dessa forma, a utilização da medida Ômega teria vital importância:

Figura 8 – Distribuições com Variância e Média iguais



Fonte: Adaptado de Gutierrez Castro (2008)

Pode-se dizer então, que o objetivo é obter um índice Ω (r) > 1, já que a igualdade nos diz que perdas ponderadas e ganhos ponderados se igualam. Por fim pode-se afirmar que dentre as medidas de *performance* citadas nesse trabalho, a medida Ω é a mais correta do ponto de vista da análise de risco, para os retornos dos investimentos que não apresentam uma normalidade de distribuições de ganhos e perdas.