



Wagner Nahas Ribeiro

**Avaliação de soluções numéricas para
análise de fluxo bifásico com acoplamento
geomecânico em meios porosos
heterogêneos**

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação do
Departamento de Engenharia Civil como requisitos
parcial para obtenção do título de Doutor em
Engenharia Civil.

Orientador: Euripedes do Amaral Vargas Jr.

Co-Orientador: Luiz Eloy Vaz

Rio de Janeiro

Abril de 2011



Wagner Nahas Ribeiro

**Avaliação de soluções numéricas para
análise de fluxo bifásico com acoplamento
geomecânico em meios porosos
heterogêneos**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação do
Departamento de Engenharia Civil como requisitos
parcial para obtenção do título de Doutor em
Engenharia Civil. Aprovada pela Comissão
Examinadora abaixo assinada:

Prof. Euripedes do Amaral Vargas Jr.

Orientador

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Prof. Luiz Eloy Vaz

Co-Orientador

Universidade Federal Fluminense

Dr. André Luiz Muller

Grupo de Tecnologia em Computação Gráfica - Tecgraf

Prof^a. Christianne de Lyra Nogueira

Universidade Federal de Ouro Preto

Prof. Leonardo José do Nascimento Guimarães

Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Márcio da Silveira Carvalho

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico- PUC-Rio

Rio de Janeiro, 15 de abril de 2011

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador

Wagner Nahas Ribeiro

Graduou-se em Engenharia Civil pela UFOP (Universidade Federal de Ouro Preto) em 2002. Em 2005 apresentou a dissertação de mestrado intitulada *Aplicações da Análise Limite Numérica a Problemas de Estabilidade Axissimétricos em Geotecnia* no Departamento de Engenharia Civil da mesma universidade. Em 2005 ingressou no curso de doutorado em geotecnia da PUC-Rio (Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro).

Ficha Catalográfica

Ribeiro, Wagner Nahas

Avaliação de soluções numéricas para análise de fluxo bifásico com acoplamento geomecânico em meios porosos heterogêneos / Wagner Nahas Ribeiro ; orientador: Euripedes do Amaral Vargas Jr. ; co-orientador: Luiz Eloy Vaz. – 2011.

127 f. : il. (color.) ; 30 cm

Tese (doutorado)-Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2011.

Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Fluxo bifásico acoplado. 3. Elementos finitos. 4. Volumes finitos. 5. Análise tensão-deformação. 6. Elementos finitos descontínuos. 7. Elementos de Raviart-Thomas. I. Vargas Junior, Euripedes do Amaral. II. Vaz, Luiz Eloy. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. IV. Título.

CDD: 624

Agradecimentos

Seria extensa a lista de agradecimentos a todos que contribuíram de uma forma ou de outra na elaboração desse trabalho e ainda no processo de curso do doutorado, nem por isso devo deixar de citar alguns nomes que mais decisivamente colaboraram nos últimos acontecimentos para a conclusão desse trabalho:

Ao professor Vargas que mostrou o caminho a ser seguido para o andamento desse trabalho.

Ao professor Eloy Vaz que contribuiu enormemente em momentos decisivos para o êxito deste trabalho com seu exemplo e incentivo.

Aos integrantes da banca examinadora que contribuíram para a revisão com sugestões extremamente pertinentes para a melhoria do trabalho, principalmente a Profa. Christianne que diligentemente corrigiu vários equívocos de português.

A todos os amigos e amigas de mestrado e doutorado que compartilharam das várias etapas transcorridas durante o doutoramento.

Ao CNPq, à CAPES e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

A todos os funcionários da PUC que sempre deram o apoio necessário para o bom andamento das atividades, em especial a Rita de Cássia.

Aos meus familiares que sempre apoiaram e incentivaram nos momentos críticos.

A querida Andrea que me apoiou e colaborou nas correções do volume final, e ao prezado Paul Antezana que diagramou todo o volume final.

Ao meu bom Deus que é bom.

Resumo

Ribeiro, Wagner Nahas; Vargas Jr., Euripedes do Amaral; Vaz, Luiz Eloy. **Avaliação de soluções numéricas para análise de fluxo bifásico com acoplamento geomecânico em meios porosos heterogêneos.** Rio de Janeiro, 2011. 127 p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O acoplamento fluido-mecânico como é conhecido o efeito tanto do meio poroso no meio fluido, quanto do efeito do meio fluido no meio poroso, possui uma ampla aplicabilidade em diversos campos da engenharia, tornando-se um importante objeto de estudo. O presente trabalho analisa alguns modelos acoplados de deformação e fluxo, particularmente fluxo bifásico e acoplamento com deformação, levando-se em consideração a não linearidade física do solo. A análise de fluxo em condição bifásica pode conduzir a instabilidade, devido à característica parabólica-hiperbólica das equações governantes, bem como o método empregado para soluções das mesmas, podendo não capturar satisfatoriamente condições de heterogeneidade do meio geológico. Sendo assim, são estudadas formulações numéricas capazes de contornar essas dificuldades e ainda empregadas em condição acoplada com o problema de deformação. Emprega-se inicialmente o método dos elementos finitos, MEF, para solução do problema acoplado com fluxo bifásico, em sequência uma formulação mista em que se resolve a equação da pressão através do MEF, e intermediariamente utilizam-se métodos de melhor aproximação da velocidade como os elementos de Raviart-Thomas de mais baixa ordem e solução da equação da saturação pelo método dos volumes finitos, MVF, com esquema de interpolação de alta ordem para captura de frente de saturação. Ainda assim é apresentada uma formulação em que se emprega o método dos elementos finitos descontínuos, MEFD, apresentado em Hoteit (2008), que no presente trabalho é acoplada com o problema de deformação utilizando um procedimento *staggered* para solução iterativa de ambos os sistemas. São apresentados exemplos que validam as diversas formulações e que destacam as propriedades de cada uma das formulações, com vantagens e desvantagem nas suas aplicações.

Palavras-chave

Fluxo bifásico acoplado; Elementos finitos; Volumes finitos; Elementos Finitos descontínuos; Elementos de Raviart-Thomas.

Abstract

Ribeiro, Wagner Nahas; Vargas Jr., Euripedes do Amaral(Advisor); Vaz, Luiz Eloy (Co-Advisor). **Evaluation of numerical solutions for analysis of coupled two-phase flow with geomechanical behavior in heterogeneous porous media.** Rio de Janeiro, 2011. 127p. Dsc. Thesis. Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The fluid-mechanical coupling is known as the effect of both the porous media in a fluid as the fluid in porous media, it has been studied intensively in past years and in recent years, given its importance in various application fields of engineering. This work studies numerical models of coupled deformation and flow, considering coupled two-phase flow and deformation, taking into account the nonlinear soil behavior. The numerical analysis of two-phase flow can lead to instabilities due to parabolic-hyperbolic character of the governing equations and the method employed does not adequately capture the heterogeneity of the geological environment. Thus, we analyze the numerical formulations capable of overcoming these difficulties and to be employed on coupled condition with deformation. Initially the finite element method, FEM, is employed for solution of the coupled two-phase flow problem. Another formulation is employed in a mixed basis, the pressure equation is solved through the FEM, solution of the equation of saturation by finite volume method, FVM, using interpolation scheme with high order to capture the saturation front. In an intermediate step, it is employing methods to better post-processing the velocity field as the lowest-order Raviart-Thomas finite elements. Finally, it is presented a formulation that employs the discontinuous finite element method, DFEM, presented in Hoteit et al (2008), is coupled in this work with the problem of deformation using a staggered procedure for iterative solution of the systems. Examples are presented that validate the various formulations and highlight the properties of each formulation, with advantages and disadvantages in their applications.

Keywords

Coupled two-phase flow; Finite elements; Finite volumes; Analysis stress and deformation; Discontinuous finite elements; Raviart-Thomas elements.

Sumário

1.	INTRODUÇÃO.....	19
1.1.	Considerações Gerais	19
1.2.	Objetivos da Pesquisa.....	24
1.3.	Organização do Presente Trabalho.....	25
2.	FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS PARA SIMULAÇÃO DE FLUXO BIFÁSICO E BIFÁSICO-ACOPLADO EM MEIOS POROSOS	26
2.1.	Considerações Gerais	26
2.2.	Equação de equilíbrio.....	26
2.3.	Análise de Fluxo Bifásico em Meios Porosos.....	29
2.3.1.	Equação do Balanço de Massa	29
2.3.2.	Formulação Parabólica	33
2.3.3.	Formulação Hiperbólica.....	34
2.4.	Resumo das Equações Gerais.....	37
2.5.	Definições para as Pressões de Fluidos.....	38
2.5.1.	Classificação de Equações Diferenciais Parciais (EDP)	39
2.5.2.	Pós-processamento da Velocidade	41
2.5.3.	Determinação da Porosidade	44
2.5.4.	Relações Constitutivas para Permeabilidade.....	45
3.	FORMULAÇÕES PARA SIMULAÇÃO DE FLUXO BIFÁSICO E BIFÁSICO-ACOPLADO EM MEIOS POROSOS VIA MÉTODOS NUMÉRICOS	49
3.1.	Considerações Gerais	49

3.2.	Formulações Numéricas das Equações Governantes	50
3.2.1.	Formulação em Elementos Finitos – Método de Galerkin.....	50
3.2.2.	Formulação em Volumes Finitos Baseado em Elementos Finitos	59
3.2.3.	Formulação em Elementos Finitos Descontínuos	63
3.3.	Análise Não-Linear Local	67
3.3.1.	Princípio da máxima dissipação plástica.....	67
3.4.	Procedimentos de Solução.....	71
3.4.1.	Procedimento para o problema de fluxo bifásico.....	73
3.4.2.	Procedimento <i>staggered</i> para o problema de acoplamento fluido mecânico com fluxo bifásico via MEF.....	74
3.4.3.	Procedimento <i>staggered</i> para o problema de acoplamento fluido mecânico com fluxo bifásico via MVF e MEFD	75
4.	EXEMPLOS DE VERIFICAÇÃO DAS FORMULAÇÕES PARA SIMULAÇÃO DE FLUXO EM MEIOS POROSOS.	78
4.1.	Considerações Gerais	78
4.2.	Adensamento unidimensional	79
4.3.	Escoamento entre Placas	87
4.4.	Escoamento com Barreiras	89
4.5.	Pós-processamento da Velocidade Através de Elementos de Raviart-Thomas	91
4.6.	Fluxo Bifásico Unidimensional – Método MEF – Galerkin	94
4.7.	Fluxo Bifásico Unidimensional – Método MEFD	96
4.8.	Fluxo Bifásico Bidimensional – Problema dos Cinco Poços	97
4.9.	Fluxo Bifásico Bidimensional – Problema dos Cinco Poços – Meio Heterogêneo	100
4.10.	Adensamento unidimensional para caso de $S_w = 1$	102
4.11.	Fluxo Bifásico em Reservatório Estratificado.....	104

Sumário

4.12.	Fluxo Bifásico em Falhas	106
4.13.	Fluxo Bifásico Acoplado em Falhas	108
4.14.	Análise Acoplada de Fluxo Bifásico em Reservatório Fraturado	109
4.15.	Fluxo Bifásico em Coluna Unidimensional	113
4.16.	Comparação de Tempo de Processamento	114
5.	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	116
5.1.	Conclusões.....	116
5.2.	Sugestões para trabalhos futuros	118
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	120

Lista de Figuras

Figura 2-1	Volume de controle para balanço de massa do fluido.....	30
Figura 3-1:	Formas possíveis de montagem do volume de controle, a) baseado na célula, b) baseado na célula e vértice e c) baseado no vértice. (extraído de Carvalho, 2005).....	59
Figura 4-1:	Esquema da coluna para adensamento unidimensional.	79
Figura 4-2:	Malha utilizada nas análises, elementos Q4, 300 elementos finitos.....	82
Figura 4-3:	Esquema do problema de escoamento entre placas paralelas (a), Correa (2006) e malha de elementos finitos utilizada, 200 elementos Q4 (b).	88
Figura 4-4:	Perfil de velocidade v_x ao longo da altura H (a), e mapa de velocidades, cor azul representa $v_x=0.5$ e cor vermelha $v_x=1.0$ (b).	88
Figura 4-5:	Esquema do problema de escoamento entre barreiras, condições de contorno aplicadas e dados dos materiais utilizados.	89
Figura 4-6:	Malha empregada na análise do exemplo de escoamento entre barreiras, 625 elementos Q4.....	90
Figura 4-7:	Campos de velocidade v_y e perfil de velocidade v_y ao longo de BE: (a) pós-processamento global, (b) lei de Darcy.	91
Figura 4-8:	Campo de pressão aplicado.	92
Figura 4-9:	Campos de velocidade v_x para malhas estruturadas e não estruturadas obtidas através de RT_0	93
Figura 4-10:	Campos de velocidade v_x para malha estruturada inclinada obtido através de RT_0	94
Figura 4-11:	Esquema do problema de reservatório.....	95
Figura 4-12:	Malha utilizada Q4, 192 elementos.	95
Figura 4-13:	Malhas utilizadas Q4, 320 e 160 elementos.	96

Figura 4-14: Perfil de saturação ao longo de x para formulação em volumes finitos, curva em pontos, elementos finitos descontínuos, linha contínua e solução analítica, curva em traço e ponto	97
Figura 4-15: Esquema do problema de cinco poços.....	98
Figura 4-16: Evolução da frente de saturação para vários tempos. a) $t=0,7s$, b) $t=4,2s$, c) $t=7,7s$, d) $t=11,2s$, e) $t=14,7s$, f) $t=19,6s$	99
Figura 4-17: Campo de permeabilidade k_x aleatório.	100
Figura 4-18: Evolução da frente de saturação para vários tempos, k_x , aleatório. a) $t=0,7s$, b) $t=4,2s$, c) $t=7,7s$, d) $t=11,2s$, e) $t=14,7s$, f) $t=19,6s$	101
Figura 4-19: Esquema do problema fluxo bifásico em meio heterogêneo.....	104
Figura 4-20: Malha empregada na análise do problema de fluxo bifásico em meio heterogêneo.	104
Figura 4-21 :Perfis de saturação para vários tempos, meio heterogêneo. a) $t=0s$, b) $t=1s$, c) $t=2s$, d) $t=3s$, e) $t=4s$	105
Figura 4-22: Campo de saturação para meio heterogêneo, extraído de Hoteit et al (2008)..	106
Figura 4-23: Esquema do problema fluxo bifásico em falhas.	106
Figura 4-24: Perfis de saturação para vários tempos, meio heterogêneo. a) $t=0s$, b) $t=1s$, c) $t=2s$, d) $t=3s$, e) $t=4s$	107
Figura 4-25: Esquema do problema fluxo bifásico acoplado em falhas.....	108
Figura 4-26: Condições de contorno do problema de fluxo bifásico em falhas.	109
Figura 4-27: Evolução dos campos de saturação para vários tempos, reservatório com falha. a) $t=0s$, b) $t=3s$, c) $t=6s$, d) $t=9s$, e) $t=11s$	111
Figura 4-28: Evolução dos campos de tensão efetiva máxima para vários tempos, reservatório com falha. a) $t=0s$, b) $t=3s$, c) $t=6s$, d) $t=9s$, e) $t=11s$	112
Figura 4-29: Evolução do campo de deformação volumétrica para vários tempos, reservatório com falha. a) $t=0s$, b) $t=3s$, c) $t=6s$, d) $t=9s$, e) $t=11s$	112
Gráfico 4 - 1: Pressão de poros na base da coluna.	83

Lista de Figuras

Gráfico 4 - 2: Evolução no tempo da distribuição de pressão de poros ao longo da coluna.	83
Gráfico 4 - 3: Deslocamento no topo da coluna.	84
Gráfico 4 - 4: Perfil de velocidade ao longo da coluna para vários tempos.	85
Gráfico 4 - 5: Velocidade ao longo do tempo para o topo da coluna.	85
Gráfico 4 - 6: Porosidade ao longo do tempo de análise para a base da coluna, calculada no primeiro ponto de Gauss acima da base.	87
Gráfico 4 - 7: Comparações entre os resultados da solução analítica e da implementação de elementos de RT: (a) v_x ao longo de $y = 3,5$, e (b) v_y ao longo de $x = 7,5$	93
Gráfico 4 - 8: Perfil de saturação ao longo do reservatório.	95
Gráfico 4 - 9: Deslocamento no topo da coluna.	103
Gráfico 4 - 10: Pressão de poros na base da coluna.	103
Gráfico 4 - 11: Variação da frente de saturação de água ao longo da coluna para $t=7s$	109
Gráfico 4 - 12: Variação da frente de saturação de água ao longo da coluna para $t=7s$	110
Gráfico 4 - 13: Variação da pressão de água ao longo da coluna para vários tempos.	113

Lista de Tabelas

Tabela 4-1: Parâmetros utilizados no exemplo de coluna poroelástica	81
Tabela 4-2 : Parâmetros e condições de contorno empregados no exemplo de fluxo bifásico unidimensional	95
Tabela 4-3: Parâmetros utilizados no exemplo de fluxo bifásico em meio heterogêneo	104
Tabela 4-4 : Parâmetros utilizados no exemplo de fluxo bifásico em meio heterogêneo	107
Tabela 4-5: Tempo de pós-processamento da velocidade para diferentes malhas	114
Tabela 4-6: Tempo de pós-processamento para diferentes métodos	115

Lista de símbolos

$\dot{\sigma}$	Taxa de tensão total
$\dot{\mathbf{b}}$	Taxa das forças de corpo
$\dot{\mathbf{t}}$	Taxa das forças de superfície
$\delta \epsilon$	Deformações virtuais
$\delta \mathbf{u}$	Deslocamentos virtuais
Ω	Domínio de análise
Γ	Contorno do domínio de análise
$\dot{\sigma}'$	Taxa de tensão efetiva
\dot{p}	Taxa da poro pressão
$\dot{\epsilon}$	Taxa de deformação total do esqueleto
$\dot{\epsilon}_c$	Taxa das deformações devido à fluência
$\dot{\epsilon}_p$	Taxa das deformações volumétricas
$\dot{\sigma}'_0$	Taxa da tensão efetiva inicial
\mathbf{D}_T	Matriz constitutiva
K_s	Módulo volumétrico dos grãos
$\dot{\sigma}''$	Taxa da tensão responsável pela deformação da fase sólida
dx, dy, dz	Dimensões do volume de controle nas direções x, y e z, respectivamente
ρ	Densidade do fluido
q	Vazão
t	Tempo
\dot{m}_π	Incremento de massa de fluido π

Lista de Símbolos

\mathbf{K}, \mathbf{K}_0	Matriz de permeabilidade intrínseca do meio poroso
ϕ	Porosidade
g	Aceleração da gravidade
h	Carga de elevação
$k_{r\pi}$	Permeabilidade relativa
μ_π	Viscosidade dinâmica do fluido π
S_π	Grau de saturação ou simplesmente saturação do fluido π
B	Fator de variação de volume
$R_{s\pi}$	Fator de dissolução de gás no líquido
S_w	Saturação do fluido molhante
S_{nw}	Saturação do fluido não-molhante
p_w	Pressão de fluido molhante
p_{nw}	Pressão de fluido não-molhante
p_c	Pressão capilar
ρ_w	Densidade do fluido molhante
ρ_{nw}	Densidade do fluido não-molhante
v_w	Velocidade do fluido molhante
v_{nw}	Velocidade do fluido não-molhante
v_t	Velocidade total de escoamento
f_w	Função de fluxo fracionário do fluido molhante
h_w	Função de mobilidade do fluido molhante
v_a	Velocidade aparente de fluxo
v_x	Velocidade de fluxo total na direção x
v_y	Velocidade de fluxo total na direção y
\dot{S}_w	Taxa da saturação do fluido molhante
\dot{S}_{nw}	Taxa da saturação do fluido não-molhante
\dot{p}_c	Taxa da pressão capilar
$\tilde{\mathbf{v}}_t$	Vetor de velocidades pós-processadas

Lista de Símbolos

δ	Parâmetro dependente da malha de elementos finitos
h_e	Tamanho característico do elemento
A	Área do elemento
$d\phi$	Variação da porosidade
$d\bar{p}$	Variação da pressão
c_p	Compressibilidade do poro
K	Módulo de deformação do meio
K_m	Módulo de deformação da matriz porosa
S_e	Saturação efetiva
S_{rw}	Saturação residual da fase molhante
S_{rmw}	Saturação residual da fase não-molhante
p	Poro pressão
E	Módulo de Young
G	Módulo cisalhante
ν	Coefficiente de Poisson
K_s	Módulo de deformação volumétrica dos grãos
K_w	Módulo de deformação volumétrica do fluido.
α	Constante de Biot
g	Aceleração da gravidade, função
g^k	Gradiente da função objetivo
φ	Ângulo de atrito
ν	Coefficientes de Poisson drenado
ν_u	Coefficientes de Poisson não drenado
c	Coesão, coeficiente de difusividade
F_{VM}	Critério de escoamento de Von Mises
F_{MC}	Critério de escoamento do Mohr Coulomb
\mathbf{u}	Deslocamentos
L	Distância
W^e	Energia de deformação elástica
W^p	Energia de deformação plástica
w	Fase molhante

Lista de Símbolos

n_w	Fase não molhante
L	Função de Lagrange
N, ϕ, N_i, N_j	Funções de forma
Δt	Incremento de tempo
L	Matriz de acoplamento fluido mecânico, matriz de transformação
G	Módulo plástico generalizado
B	Matriz de compatibilidade
H_w	Matriz de fluxo da fase molhante
H_{nw}	Matriz de fluxo da fase não molhante
K	Matriz de rigidez
L_c, L_{nw}, L_w	Matrizes de acoplamento fluido mecânico
G_w, G_{nw}	Matrizes de armazenamento
$O_w, O_{nw}, M_w, M_{nw}, P_w, P_{nw}$	Matrizes para o problema de fluxo bifásico
λ	Multiplicadores de Lagrange
J_1	Primeiro invariante das tensões
F_u	Resíduo para equação de equilíbrio
π	Representação de uma fase π
F_p	Resíduo para equação de pressão
F_{pnw}	Resíduo para pressão da fase não molhante
F_{snw}	Resíduo para saturação da fase não molhante
J_{2D}	Segundo invariante das tensões desviadoras
t	Tempo
σ_y	Tensão de escoamento
D	Tensor constitutivo elástico
D_T	Tensor constitutivo elasto-plástico
ϵ	Tensor de deformações
J_{3D}	Terceiro invariante das tensões desviadoras
tol	Tolerância
a	Variáveis internas
q	Vazão
q	Vetor de incógnitas

Lista de Símbolos

R	Vetor de resíduos
θ	Parâmetro de integração
∇	Operador de derivação
c_t	Compressibilidade total do meio poroso
λ_t	Fator de mobilidade total
λ_n	Fator de mobilidade do fluido não molhante
λ_w	Fator de mobilidade do fluido molhante
Q_t	Vazão total
Q_w	Vazão do fluido molhante
A_e	Área do elemento
q_{we}	Vazão do fluido molhante por elemento
M	Matriz de interpolação de segunda ordem
a, b	Vetor de interpolação
ψ	Parâmetro de interpolação
n	Vetor normal a aresta do elemento
C_u	Fator de interpolação de fluxo numérico
I	Matriz identidade
J	Matriz jacobiana
P	Matriz de transformação de Piola
w	Matriz de funções de forma para elementos de Raviart-Tomas
Φ	Matriz de funções de forma para elementos de Raviart-Thomas
detJ	Determinante da matriz jacobiana