



Constantino Niño Pinto

**Uso de Elementos Discretos na Modelagem Numérica da
Perfuração de Poços de Petróleo por Brocas PDC**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio

Orientador: Prof. Sergio Augusto Barreto da Fontoura

Rio de Janeiro, Fevereiro de 2011



Constantino Niño Pinto

Uso de Elementos Discretos na Modelagem Numérica da Perfuração de Poços de Petróleo por Brocas PDC

Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio.
Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo
assinada.

Prof. Sergio Augusto Barreto da Fontoura.
Orientador
PUC-Rio

Prof. Eurípedes do Amaral Vargas jr.
PUC-Rio

Prof. Celso Kazuyuki Morooka
UNICAMP

Dr. Nelson Inoue
GTEP/PUC-Rio

Prof. José Eugênio Leal
Coordenador Setorial do Centro
Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 25 de fevereiro de 2011

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Constantino Niño Pinto

Graduou-se em Engenharia Civil na Universidade Industrial de Santander UIS (Bucaramanga, Santander, Colômbia - 2007). Trabalho no campo estrutural na área da indústria privada da construção. No ano 2009 ingressou ao curso de Mestrado em Engenharia Civil na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, na área de Geotécnica, desenvolvendo dissertação de mestrado na linha de pesquisa Geomecânica do Petróleo.

Ficha Catalográfica

Pinto, Constantino Niño

Uso de Elementos Discretos na Modelagem Numérica da Perfuração de Poços de Petróleo por Brocas PDC / Constantino Niño Pinto; Orientador: Sérgio A. B. da Fontoura – 2011.

142 f. : il. (color.) ; 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2011.

Incluí bibliografia

1. Engenharia Civil – Tese. 2. PDC. 3. Perfuração. 4. Método dos Elementos Discretos. 5. PDC2D. 6. Corte em rocha. 7. Ensaio de Corte em Rocha. 8. Energia mecânica específica. I. Fontoura, Sérgio A. B. da. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. III. Título.

CDD: 624

Aos meus pais,

Agradecimentos

A meus pais e meus irmãos, pelo amor e carinho.

Ao Professor Sergio A. B. Fontoura, pela sua orientação e ajuda no desenvolvimento desta tese.

Ao Nelson Inoue, pela colaboração, motivação, ajuda e apoio.

Ao GTEP pela infraestrutura e suporte.

À Baker Hughes pelo apoio financeiro.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.

Ao Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio pela colaboração.

Resumo

Pinto, Constantino Niño; Fontoura, Sergio Augusto Barreto. **Uso de Elementos Discretos na Modelagem Numérica da Perfuração de Poços de Petróleo por Brocas PDC**. Rio de Janeiro, 2010. 142p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Perfuração em rochas é analisada através de métodos empíricos não havendo uma metodologia racional aceita para analisar todos os parâmetros que controlam a destruição das rochas. Esta dissertação tem como objetivo analisar a perfuração de rochas do ponto de vista de modelagem numérica, utilizando o método dos elementos distintos. Inicialmente será discutida a modelagem de rochas, um meio quase-contínuo, por um conjunto de partículas cimentadas. Em seguida, a destruição da rocha por brocas de perfuração será simulada analisando o processo de corte em rocha usando um único cortador. O produto final desta dissertação é comparar resultados de energia mecânica específica obtidos em ensaios em laboratório com os resultados da modelagem e concluir a eficiência desta metodologia. Além disto, será possível propor estudos paramétricos para avaliar a importância de alguns elementos geométricos no ambiente de corte para melhorar a eficiência da operação.

Palavras-chave

PDC; Perfuração; Método dos Elementos Discretos; PFC2D; Corte em rocha; Ensaio de Corte em Rocha; Energia mecânica específica.

Abstract

Pinto, Constantino Niño; Fontoura, Sergio Augusto Barreto (Advisor). **Use to Distinct Elements in the Drilling Numerical Modeling of Petroleum Wells by PDC bits.** Rio de Janeiro, 2010. 142p. MsC Dissertation – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Drilling in rock is analyzed through empirical methods and there is none accepted rational methodology to analyze all the parameters that control the destruction of rocks. This dissertation aims to analyze the drilling of rocks from the standpoint of numerical modeling, using the Distinct Elements Method. Initially we discuss the modeling of rocks, a quasi-continuous medium, by a set of bonded particles. Then, the destruction of rock by drill bits will be simulated by analyzing the rock cutting process using a single cutter. The final product of this work is to compare results of specific mechanical energy obtained in laboratory tests with modeling results and conclude the method's efficiency. Moreover it is possible to propose parametric studies to evaluate the importance of some geometric elements in the cut environment to improve efficiency of the operation.

Keywords

PDC; Drilling; Distinct Element Method; PFC2D; Rock Cutting; Scratch Test; Mechanical Specific Energy.

Sumário

1 Introdução	21
1.1. Definição do Problema	21
1.2. Objetivo do trabalho	23
1.3. Escopo do trabalho	25
2 Revisão Bibliográfica	26
2.1. Introdução	26
2.2. Ensaaios experimentais	26
2.2.1. O ensaio de corte como uma medida de resistência para rochas sedimentares.	26
2.2.2. Influência da poropressão na perfuração de rochas com baixa permeabilidade e com dilatância.	30
2.2.3. Dependência da energia específica na perfuração de poços profundos em folhelhos.	32
2.2.4. Estudo experimental de corte em rocha sob pressão hidrostática.	35
2.2.5. Estudo experimental da MSE usando um cortador simples sob condições simuladas de pressão.	43
2.3. Ensaaios Numéricos.	49
2.3.1. Modelagem usando PFC2D de corte em rocha sob altas condições de pressão.	49
2.3.2. Rol do modo de fratura na dinâmica do corte em rocha.	54
2.3.3. Simulação do corte em rocha usando o método dos elementos distintos – PFC2D.	58
3 Teoria do Método dos Elementos Discretos.	65
3.1. Introdução	65
3.2. Formulação do Método dos Elementos Discretos.	67
3.3. Lei Força – Deslocamento	68
3.4. Lei de Movimento	73
3.5. Modelo de contato	74
3.6. Parâmetros na modelagem de ensaios triaxiais	77

4 Modelagem de ensaios triaxiais.	79
4.1. Introdução	79
4.2. Preparação da Amostra	80
4.3. Carregamento quasi-estático	81
4.4. Efeito da discretização.	83
4.5. Ensaios Numéricos à Compressão.	84
4.5.1. Genesis do material	84
4.5.2. Procedimento para o refinamento do tamanho da partícula:	86
4.5.3. Definindo a densidade das partículas.	87
4.5.4. Ensaio à compressão.	88
4.5.5. Esquemas de medição de tensão e deformação.	89
4.5.6. Taxa de Carregamento	89
4.5.7. Descrição do ensaio à compressão.	90
4.6. Obtenção dos Micro-parâmetros usando ensaios à compressão.	93
 5 Corte em Rocha	 97
5.1. Introdução	97
5.2. Metodologia	98
5.3. Cálculos, simulação do Corte e resultados	103
5.3.1. Corte sob condições atmosféricas:	104
5.3.2. Corte sob pressão confinante	109
 6 Conclusões e Sugestões	 134
6.1. Conclusões	134
6.2. Sugestões	137
 Referências Bibliográficas	 139

Lista de figuras

Figura 1.1. (a) Broca PDC e (b) esquema de um cortador simples para uma broca PDC. (Hareland et al., 2007)	22
Figura 2.1. Corte no Arenito de Berea. (a) Modo dúctil para $d = 1$ mm (b) e modo frágil para $d = 4$ mm. (Richard et al., 1998)	27
Figura 2.2. Correlação entre a energia específica intrínseca e a resistência uniaxial à compressão. (Richard et al. 1998)	28
Figura 2.3. Ensaios executados usando o Sharp cutter para arenito de Red Wildmoor. (Richard et al., 1998)	29
Figura 2.4. Perfil de energia específica obtido usando o cortador perfeito com 1,00 mm de profundidade de corte em rocha de reservatório. (Richard et al., 1998)	29
Figura 2.5. Configuração do processo de corte em rocha. (Detournay et al., 2000)	30
Figura 2.6. Energia mecânica específica em função da pressão de confinamento no caso de corte em rocha usando o folhelho de Mancos. (Zijsling, 1987)	31
Figura 2.7. Energia mecânica específica em função da resistência a compressão simples no caso de corte em rocha usando o folhelho de Mancos. (Zijsling, 1987)	32
Figura 2.8. Célula Triaxial ATC com dispositivo de corte. (Detournay, 2002)	33
Figura 2.9. Variação da energia específica em função da poropressão inicial para Johnstone e para o folhelho de Pierre I, com pressão confinante de 30 MPa e ângulo de ataque de 15° . (Detournay, 2002)	34
Figura 2.10. Variação da energia específica em função à pressão de confinamento para Johnstone e os folhelhos de Pierre I e Mancos. (Detournay, 2002)	35
Figura 2.11. Vista superior da configuração do equipamento. (Kaitkay et al., 2002)	36
Figura 2.12. Geometria da ferramenta de corte. (Kaitkay et al., 2002)	36
Figura 2.13. Ilustração das três posições de corte para cada teste. (Kaitkay, 2002)	37
Figura 2.14. Configuração mecânica experimental do corte em pressão confinante. (Kaitkay, 2002)	38

Figura 2.15. Ferramenta de corte para testes em pressão confinante (Kaitkay, 2002)	38
Figura 2.16. Variação das forças no cortador em função do tempo em pressão atmosférica. (Kaitkay, 2002)	40
Figura 2.17. Média das forças no corte pressão atmosférica. (Kaitkay, 2002).	40
Figura 2.18. Variação das forças no cortador em função do tempo em pressão confinante. (Kaitkay, 2005).	41
Figura 2.19. Variação da média das forças no corte em pressão confinante (Kaitkay, 2002).	41
Figura 2.20. Mecanismo do material removido durante o corte. (Kaitkay, 2002).	42
Figura 2.21. Célula de alta pressão da universidade de Tulsa (Rafatian, 2009).	43
Figura 2.22. Esquema de montagem do equipamento de corte (Garcia, 1998)	44
Figura 2.23. Forças no cortador e suas direções (Rafatian, 2009).	45
Figura 2.24. Mármore de Cartago na esquerda, e Calcário de Indiana na direita depois do teste de corte (Rafatian, 2009).	46
Figura 2.25. MSE VS. Pressão confinante para o mármore de Cartago em óleo leve e óleo viscoso (Rafatian, 2009).	48
Figura 2.26. Eficiência de corte versus pressão confinante para o mármore de Cartago com óleo leve e óleo viscoso (Rafatian, 2009).	49
Figura 2.27. Curvas tensão deformação geradas de rochas virtuais PFC. (Ledgerwood III, 2009).	51
Figura 2.28. Típicos espécimes triaxiais. Esquerda 6.90 MPa de pressão confinante, direita 280 MPa de pressão confinante. (Ledgerwood III, 2009)	52
Figura 2.29. Corte a pressão atmosférica. (Ledgerwood III, 2009)	53
Figura 2.30. Corte a pressão de 20 Mpa. (Ledgerwood III, 2009)	54
Figura 2.31. Calibração biaxial. (a) curva tensão deformação para Piceance Shale, e (b) envoltória de falha para Berea Sandstone. (Block, 2009).	55
Figura 2.32. Ambiente de corte em PFC2D. (Block, 2009).	56
Figura 2.33. Diagrama de densidade (watt/m ²) para WOB = 30 KN e Pm = 0 MPa. (Block, 2009).	56
Figura 2.34. Diagrama de densidade (watt/m ²) para WOB = 200 KN e Pm = 30 MPa. (Block, 2009).	57
Figura 2.35. MSE como resultado das simulações de corte em rocha. (Block,	

2009).	57
Figura 2.36. Energia no modo dúctil em função da profundidade. (Block, 2009).	58
Figura 2.37. Espécime de rocha virtual. (Lei, 2004).	59
Figura 2.38. Sem pressão confinante. (Lei et al. 2004).	61
Figura 2.39. Com pressão confinante de 34.4 MPa. (Lei et al. 2004).	61
Figura 2.40. Forças no caso sem pressão confinante. (Lei et al. 2004).	62
Figura 2.41. Forças no caso com pressão confinante. (Lei et al. 2004).	62
Figura 2.42. Variação da média da força em função da profundidade de corte e do ângulo de ataque. (Lei et al. 2004).	63
Figura 2.43. Variação da média da força em função da pressão confinante. (Lei et al. 2004).	63
Figura 3.1. Ciclo de cálculo do método dos elementos discretos, (Ayquipa, 2008)	68
Figura 3.2. Nomenclatura partícula – partícula. (Itasca, 2008)	69
Figura 3.3. Nomenclatura partícula – parede. (Itasca, 2008)	69
Figura 3.4. Ligação paralela descrita como uma peça de tamanho finito do material cimentante. (Itasca, 1999)	75
Figura 4.1. Envoltória de ruptura biaxial no plano σ_1 - σ_3 , (Huang, 1999)	79
Figura 4.2. Comportamento da tensão normal σ_0 para uma porosidade qualquer num arranjo de partículas com $K_n/(K_s=1)$, (Huang, 1999)	80
Figura 4.3. Curva esquemática para o ensaio uniaxial. (Huang, 1999)	82
Figura 4.4. Variação da resistência à compressão uniaxial σ_c com a relação L/R. (Huang, 1999)	84
Figura 4.5. Procedimento da gênese do material. (a) arranjo de partículas inicialmente gerado; (b) forças de contato distribuídas depois do segundo passo; (c) partículas flutuantes e contatos depois do passo 2; (d) rede de ligação paralela depois do passo 4.	86
Figura 4.6. Curva Tensão – Deformação do ensaio Triaxial numérico para o mármore de Cartago com uma pressão confinante de 34,4 MPa em PFC2d.	94
Figura 4.7. Curva Tensão – Deformação do ensaio Triaxial numérico para o mármore de Cartago com uma pressão confinante de 3,44 MPa em PFC2d.	95
Figura 5.1. Valores de força típicos no ensaio de corte em rocha em arenito de Voges com $d = 3,6$ mm e $\theta = 15^\circ$. (Richard, 1999).	98

Figura 5.2. Ambiente de corte. (Itasca, 1999).	99
Figura 5.3. Configuração do processo de corte. (Huang, 1999)	99
Figura 5.4. Ambiente de corte simulado em PFC2d para condições atmosféricas.	101
Figura 5.5. Ambiente de corte simulado em PFC2d para condições sob pressão confinante.	102
Figura 5.6. Principais componentes do ambiente de corte simulado em PFC2d.	103
Figura 5.7. Forças no cortador (N) vs deslocamento da ferramenta de corte (m).	103
Figura 5.8. Ambiente de corte para condições atmosféricas para 25 mm	104
Figura 5.9. Detalhe do corte para condições atmosféricas para 25 mm de deslocamento da ferramenta de corte	104
Figura 5.10. Forças no cortador em (N) para condições atmosféricas vs Deslocamento da ferramenta de corte em (m)	105
Figura 5.11. Trabalho mecânico acumulado em (kN-m/m) para condições atmosféricas vs deslocamento da ferramenta de corte em (m)	105
Figura 5.12 MSE para diferentes valores de ângulo de ataque sob pressão atmosférica.	107
Figura 5.13 MSE para diferentes valores de profundidade de corte sob condições atmosféricas.	108
Figura 5.14 Forças no cortador com 2,80 MPa de pressão confinante para 25 mm	109
Figura 5.15 Detalhe do corte para 2,80 MPa de pressão confinante para 25 mm de deslocamento da ferramenta de corte	109
Figura 5.16. Forças no cortador em (N) para pressão de confinamento de 2.80 MPa vs deslocamento da ferramenta de corte em (m)	110
Figura 5.17. Trabalho mecânico acumulado em (kN-m/m) para 2,80 MPa de pressão de confinamento vs deslocamento da ferramenta de corte em (m)	110
Figura 5.18. Forças no cortador com 6,65 MPa de pressão confinante para 25 mm	112
Figura 5.19. Detalhe do corte para 6,65 MPa de pressão confinante para 25 mm de deslocamento da ferramenta de corte	112
Figura 5.20. Forças no cortador em (N) para pressão confinante de 6.65 MPa vs deslocamento da ferramenta de corte em (m)	113

Figura 5.21. Trabalho mecânico acumulado em (kN-m/m) para 6,65 MPa de pressão de confinamento vs deslocamento da ferramenta de corte em (m)	113
Figura 5.22. Forças no cortador com 34,4 MPa de pressão confinante para 25 mm	115
Figura 5.23. Detalhe do corte para 34,4 MPa de pressão confinante para 25 mm de deslocamento da ferramenta de corte	115
Figura 5.24. Forças no cortador em (N) para pressão confinante de 34.4 MPa vs Deslocamento da ferramenta de corte em (m)	116
Figura 5.25. Trabalho mecânico acumulado em (kN-m/m) para 34,4 MPa de pressão de confinamento vs deslocamento da ferramenta de corte em (m)	116
Figura 5.26. Forças no cortador com 60 MPa de pressão confinante para 25 mm	118
Figura 5.27 Detalhe do corte para 60 MPa de pressão confinante para 25 mm de deslocamento da ferramenta de corte	118
Figura 5.28. Forças no cortador em (N) para pressão confinante de 60.0 MPa vs deslocamento da ferramenta de corte em (m)	119
Figura 5.29 Trabalho mecânico acumulado em (kN-m/m) para 60 MPa de pressão de confinamento vs deslocamento da ferramenta de corte em (m)	119
Figura 5.30. Forças no cortador com 90 MPa de pressão confinante para 25 mm	121
Figura 5.31. Detalhe do corte para 90 MPa de pressão confinante para 25 mm de deslocamento da ferramenta de corte	121
Figura 5.32. Forças no cortador em (N) para pressão confinante de 90.0 MPa vs deslocamento da ferramenta de corte em (m)	122
Figura 5.33. Trabalho mecânico acumulado em (kN-m/m) para 90 MPa de pressão de confinamento vs deslocamento da ferramenta de corte em (m)	122
Figura 5.34. Forças no cortador com 120 MPa de pressão confinante para 25 mm	124
Figura 5.35. Detalhe do corte para 120 MPa de pressão confinante para 25 mm de deslocamento da ferramenta de corte	124
Figura 5.36. Forças no cortador em (N) para pressão confinante de 120.0 MPa vs deslocamento da ferramenta de corte em (m)	125

Figura 5.37. Trabalho mecânico acumulado em (kN-m/m) para 120 MPa de pressão de confinamento vs deslocamento da ferramenta de corte em (m)	125
Figura 5.38. MSE vs Pressão Confinante para 25 mm	128
Figura 5.39. MSE vs Pressão confinante para 25 mm	129
Figura 5.40. Força média no cortador vs Pressão confinante para 10 mm	130
Figura 5.41. MSE vs Pressão confinante para 25 mm de corte	131
Figura 5.42. MSE para diferentes valores de ângulo de ataque com pressão confinante de 34,4 MPa	132
Figura 5.43. MSE para diferentes valores de profundidade de corte com pressão confinante de 34,4 MPa.	133

Lista de tabelas

Tabela 2.1. Correlação entre a energia específica e a resistência uniaxial a compressão. (Richard et al. 1998)	28
Tabela 2.2. Condições mecânicas para o corte em pressão atmosférica. (Kaitkay, 2002)	37
Tabela 2.3. Condições mecânicas para o corte em pressão confinante. (Kaitkay, 2002)	39
Tabela 2.4. Propriedades da amostra de rocha (Rafatian, 2009).	45
Tabela 2.5. Principais parâmetros para simular o mármore de Cartago. (Lei, 2004).	59
Tabela 2.6. Resultados dos ensaios numéricos biaxiais. (Lei et al. 2004).	60
Tabela 2.7. Condições da simulação do processo de corte. (Lei, 2004).	60
Tabela 3.1. Nomenclatura partícula – parede. (Itasca, 2008)	78
Tabela 4.1. Parâmetros para a geração do espécime.	93
Tabela 4.2. Comparação de resultados entre as propriedades reais do mármore de Cartago e a simulação do ensaio a compressão.	96
Tabela 5.1. Micro – parâmetros usados na preparação da amostra para caracterizar o mármore de Cartago.	101
Tabela 5.2. Resultados da simulação para corte sob pressão atmosférica.	106
Tabela 5.3. MSE para diferentes valores do ângulo de ataque em condições atmosféricas.	107
Tabela 5.4. MSE para diferentes valores de profundidade de corte em condições atmosféricas.	108
Tabela 5.5. Resultados da simulação para corte em rocha com pressão confinante de 2,80 MPa.	111
Tabela 5.6. Resultados da simulação para corte em rocha com pressão confinante de 6,65 MPa.	114
Tabela 5.7. Resultados da simulação para corte em rocha com pressão confinante de 34,4 MPa.	117
Tabela 5.8. Resultados da simulação para corte em rocha com pressão confinante de 60 MPa.	120
Tabela 5.9. Resultados da simulação para corte em rocha com pressão confinante de 90 MPa.	123
Tabela 5.10. Resultados da simulação para corte em rocha com pressão	

confinante de 120 MPa.	126
Tabela 5.11. Resultados de CCS para diferentes pressões confinantes, Terra Tek, 2007.	127
Tabela 5.12. Resultados da simulação do ensaio de corte para diferentes pressões confinantes para 25 mm	127
Tabela 5.13. MSE para diferentes valores do ângulo de ataque em sob pressão confinante de 34,4 MPa.	132
Tabela 5.14. MSE para diferentes valores de profundidade de corte sob pressão confinante de 34,4 MPa.	133

Lista de Símbolos

α	Inclinação do plano de cisalhamento
α^1	Delta de Kronecker
C_k	Produto vetorial das normais $n_m^{[OLD]}$ e n_n
d_{ij}	Distância entre os centros de duas partículas i e j .
$\Delta\varepsilon_x$	Diferencial de deformação em x
$\Delta\varepsilon_y$	Diferencial de deformação em y
$\Delta\sigma_y$	Diferencial de tensão em y
Δt	Passo de tempo
ΔU_i^s	Deslocamento cisalhante
e_{ijk}	Símbolo de permutação
E	Modulo de Young
ε_t	Tolerância do mecanismo de servo-controle
$\dot{\varepsilon}_p$	Taxa de deformação específica biaxial
f	Taxa de penetração
F	Força total de corte
F_x	Força no cortador na direção do corte
F_y	Força no cortador na direção perpendicular ao corte
F_i	Força total aplicada no contato i
F_i^n	Força normal aplicada no contato i
F_i^s	Força cisalhante aplicada no contato i
g_i	Gravidade atuando na partícula i
H_i	Momento angular na partícula i
I	Momento de inércia da partícula
K_n	Rigidez normal da partícula
K_s	Rigidez cisalhante da partícula
λ	Multiplicador do raio do contato na ligação paralela
ζ	Tangente geométrica do ângulo de corte e de atrito da rocha
L	Comprimento do meio discreto
L_o	Altura do espécime biaxial
m	Massa de uma partícula
$M_i^{[aj]}$	Momento aplicado na partícula aj
MSE	Energia Mecânica Específica

n_i	Vetor que conecta os centros de duas partículas
$n_m^{[OLD]}$	Vetor normal do passo de tempo anterior
n_n	Vetor normal do passo de tempo atual
φ	Ângulo de atrito da rocha
ψ	Ângulo da interface rocha-cortador
ρ	Densidade do meio discreto
ρ_b	Densidade de uma partícula
P_o	Poropressão
P_m	Pressão confinante
P_b	Pressão interna
P_c^t	Pressão confinante do mecanismo de servo-controle
θ	Ângulo de ataque
q	Resistência à compressão simples
R	Raio médio de um arranjo de partículas
$R^{[\alpha]}$	Raios de uma partícula α
ROP	Taxa de perfuração
RPM	Revoluções por minuto
σ_1	Tensão principal máxima
σ_3	Tensão principal mínima
$\bar{\sigma}_c$	Resistência normal do contato
σ_f	Resistência pico
σ_{ci}	Tensão do início das trincas
σ_0^t	Tensão isotrópica específica
σ_c	Tensão confinante
σ_{ref}	Tensão de referência
σ_{num}	Tensão axial numérica máxima
σ_{sat}	Solução analítica da tensão axial
σ_a^t	Tensão axial do mecanismo de servo-controle
σ_d	Tensão desviadora
s	Comprimento do corte
$\bar{\tau}_c$	Resistência ao cisalhamento do contato
U^n	Sobreposição entre duas partículas
v	Velocidade linear
v_p	Velocidade final de carregamento de servo-controle
ν	Coeficiente de Poisson

V	Velocidade do corte
$V^{(P)}$	Volume da partícula P
V_i	Velocidade na partícula i
V_i^s	Componente cisalhante da velocidade numa partícula
V_i^n	Componente normal da velocidade numa partícula
ω_i	Velocidade angular da partícula i
$\dot{\omega}_i$	Aceleração angular da partícula i
WOB	Peso sobre a broca
x_i	Posição da partícula i
\dot{x}_i	Velocidade da partícula i
\ddot{x}_i	Aceleração da partícula i
$\dot{x}_i^{[aj]}$	Velocidade translacional da partícula aj
$x_i^{[c]}$	Posição do contato c