

4. Metodologia para parametrização ótima da garantia governamental de receita mínima com CAP

4.1. Aspectos conceituais da metodologia proposta

Este capítulo tem a finalidade de propor uma metodologia que permita definir os parâmetros para a precificação da garantia governamental de receita mínima com CAP de forma a alcançar objetivos específicos.

Conforme demonstrado anteriormente, a introdução da garantia governamental leva a um deslocamento da distribuição de probabilidade do VPL para a direita, reduzindo, por conseguinte, o risco associado ao projeto. Ao mesmo tempo, na presença da garantia, o VPL esperado aumenta em valor equivalente ao da garantia, dado pelo valor da opção real (“OR”) do tipo PUT.

O mecanismo de garantia governamental de receita mínima com CAP apresentado no presente trabalho é precificado considerando a determinação dos seguintes parâmetros:

- percentual da receita esperada garantida pelo governo (nível de *floor guarantee*); e
- limite máximo global de recursos que o governo está disposto a despendar com a garantia fornecida (nível de CAP).

Considera-se, ainda, que tanto o agente privado quanto o governo são avessos ao risco, o primeiro em investir com determinado nível de risco e o segundo em despendar recursos excessivamente. Dessa forma, a determinação dos parâmetros será realizada a partir da avaliação dos níveis de risco que ambos os agentes suportam incorrer.

Contudo, para que seja possível realizar esta análise deve-se conhecer de cada agente envolvido a seguinte informação:

- Iniciativa Privada: nível máximo de risco aceitável para realizar o investimento (nível de risco do investidor); e
- Governo: nível esperado que o governo deseja despendar (limite L), podendo ser dado como um percentual do investimento a ser realizado no projeto.

A partir destes elementos podemos montar o problema considerando que como resultado da parametrização da garantia governamental deverão ser alcançados os seguintes objetivos:

- atrair a iniciativa privada a realizar o investimento, ou seja, a garantia governamental fornecida é suficiente para configurar um nível de risco aceitável pelo investidor; e
- minimizar o custo e o risco esperados pelo governo ao fornecer a garantia, ou seja, garantia oferecida possui nível de custo e risco esperado aceitável.

Cada um dos objetivos acima deve ser controlado para que seja possível verificar se foram alcançados. Além disso, a ótica de análise será a de risco, conforme mencionado anteriormente. Dessa forma, para controlar o primeiro objetivo, relacionado com a iniciativa privada, dever-se-á utilizar a distribuição de probabilidade do VPL com ou sem garantia, já que esta será a distribuição que o investidor privado estará avaliando quanto à viabilidade e risco do investimento; e para o segundo objetivo, relacionado com o governo, dever-se-á utilizar a distribuição de probabilidade da garantia, dada pela PUT sem ou com *CAP*, já que esta será a distribuição que definirá o custo e o risco esperado da garantia oferecida pelo governo. As referidas distribuições serão utilizadas para avaliar, respectivamente, (i) o risco da iniciativa privada, a partir da métrica nível de risco do projeto, calculado como a probabilidade do VPL ser menor do que zero; e (ii) o risco do governo, a partir da medida de performance Omega.

Portanto, a determinação da combinação [*floor guarantee*; *CAP*] deverá ser realizada de forma que cumpra ambos os objetivos, garantindo, assim, a realização do investimento pela iniciativa privada por meio de uma política de risco e custo mínimos para o governo.

Para começarmos a compreender a dinâmica que deverá ser imposta para parametrizar adequadamente o problema, partiremos da ótica da iniciativa privada para em seguida avaliarmos a ótica do governo e, assim, estabelecer qual lógica é mais adequada para parametrizar a garantia.

Note que para parametrizar o problema, inicialmente encontram-se as combinações [*floor guarantee*; *CAP*] que levem ao alcance do primeiro objetivo, qual seja, de que o nível de risco do projeto, dado pela probabilidade do VPL com garantia ser menor do que zero, seja levado a um valor menor ou igual do que o aceitável pela iniciativa privada (investidor), para em seguida, avaliar

dentre as combinações encontradas, aquela que minimiza o custo da garantia e o risco esperado pelo governo, alcançando, assim, o segundo objetivo.

Outra forma de resolver o problema seria considerar primeiro o alcance do objetivo relacionado com o governo, qual seja, minimizar o custo da garantia e o risco esperado pelo governo, para em seguida determinar quais combinações levam a um nível de risco do projeto menor ou igual ao aceitável pelo investidor.

Contudo, neste último caso, o problema de minimização poderá levar a um custo esperado da garantia pelo governo igual a zero e, portanto, esta política não garante a realização do investimento pelo investidor, principalmente, se o risco do projeto avaliado for maior do que o aceitável pelo investidor e, assim, o primeiro objetivo não poderá ser alcançado, inviabilizando a aplicação da metodologia.

Assim, iremos determinar primeiro todas as combinações [*floor guarantee*; *CAP*] que garantam a realização do investimento pelo investidor, para em seguida, deste subconjunto de combinações, qual a que melhor alcança o objetivo relacionado com o governo.

Considerando que a parametrização da garantia de Receita Mínima com *CAP* utilizando métodos analíticos é inviável, em virtude da complexidade do problema, iremos trabalhar com método numérico, a partir de simulação de Monte Carlo. Para tanto, será preciso combinar uma grande quantidade de níveis de *floor guarantee* e de *CAP* para se chegar ao valor mais próximo do ótimo, utilizando, para isso, o máximo de discretizações possíveis dos parâmetros.

Para implementar a metodologia para parametrização proposta pelo presente trabalho foi desenvolvido um programa em MATLAB, a partir do qual será possível:

- (i) validar o programa, considerando as relações básicas existentes para este tipo de opção (PUT Européia) e as características relacionadas com a garantia governamental de receita mínima utilizada pelo presente trabalho; e
- (ii) aplicar a metodologia para um projeto e para uma carteira composta de quatro projetos com características distintas.

A validação do programa está no Apêndice I e o código-fonte do programa desenvolvido em MATLAB encontra-se no Apêndice III.

4.2. Definições utilizadas na metodologia proposta

A seguir serão apresentadas algumas definições importantes que serão utilizadas na aplicação da metodologia proposta no presente trabalho, conforme a seguir:

- Nível de floor guarantee: é o percentual da receita esperada do projeto garantida pelo governo, representando um dos parâmetros a ser determinado para precificar a garantia dada pelo governo.
- Nível de CAP: é o custo máximo que o governo pretende incorrer ao fornecer a garantia, representando um dos parâmetros a ser determinado para precificar a garantia dada pelo governo. Introduzir um CAP garante que o governo não incorra em custos excessivamente elevados, reduzindo, por conseguinte, os riscos da garantia fornecida.
- PUT sem CAP: é o valor da garantia, dada pela PUT, quando não é estabelecido qualquer limite máximo global para o custo do governo, ou seja, inexistente um nível de CAP. Neste caso, a garantia a ser paga pelo governo pode alcançar valores elevados, mesmo que com pequena probabilidade de ocorrência.
- PUT com CAP: é o valor da garantia, dada pela PUT, quando se estabelece um limite máximo global que o governo está disposto a incorrer. Neste caso, se o valor da PUT ultrapassar este limite, o adicional não será pago pelo governo, e o valor da garantia terá como valor máximo o nível de CAP estabelecido.
- VPL sem garantia: é o valor presente líquido do projeto na ausência de garantia governamental.
- VPL com garantia (VPL+PUT): é o valor presente líquido do projeto considerando a garantia governamental, dada pelo valor PUT com ou sem CAP. Neste caso, o VPL terá seu valor modificado em virtude da introdução da opção, provavelmente, levando a uma redução do risco e aumento do VPL esperado em valor equivalente ao da garantia.
- Distribuição de probabilidade do VPL sem ou com garantia: é o conjunto de resultados do VPL obtido a partir da realização de uma quantidade razoável de simulações dos processos estocásticos dos fatores de risco

do projeto. A partir da distribuição é possível avaliar o VPL e o risco esperados do projeto para o investidor.

- Distribuição de probabilidade da PUT sem ou com CAP: é o conjunto de resultados da PUT obtido a partir da realização de uma quantidade razoável de simulações dos processos estocásticos dos fatores de risco do projeto. A partir desta distribuição é possível avaliar o custo da garantia e o risco esperados pelo governo.
- Perda Máxima do Governo considerando o 95º e o 100º percentil da distribuição de probabilidade da opção: Estes valores são uma sinalização de risco da garantia fornecida pelo governo e representam a perda máxima do governo considerando o 95º e o 100º percentil da distribuição de probabilidade da PUT, respectivamente.
- Nível de Risco do Projeto: reflete o nível de risco do projeto avaliado, com ou sem garantia do governo, e é determinado a partir da distribuição de probabilidade do VPL sem ou com garantia, como a probabilidade do VPL ser menor do que zero.
- Nível de Risco do Investidor: reflete o máximo de risco que o investidor privado está disposto a incorrer para realizar o investimento, estando relacionado com o grau de aversão ao risco do investidor privado. Sua determinação se dá de maneira exógena ao problema, ou seja, é um dado do problema. Assim, o governo deve fornecer um nível de garantia, determinado a partir da combinação de *floor guarantee* e *CAP*, que leve a um nível de risco do projeto que respeite este limite, pois um nível de risco do projeto maior do que o do investidor implicará na não realização do investimento pela iniciativa privada.
- Medida de Performance Omega do Governo: medida utilizada na avaliação de risco-retorno de carteira de investimento com a finalidade de definir a composição ótima de ativos na carteira. Como um dos objetivos da metodologia proposta é minimizar o custo e o risco esperados da garantia governamental, buscou-se utilizar medida única que levasse em conta tanto o custo quanto o risco esperado e que não fizesse excessivas pressuposições a respeito da distribuição de probabilidade da garantia, dada pela opção. É calculada a partir da distribuição de probabilidade da

PUT sem ou com *CAP* e a forma de cálculo será demonstrada posteriormente.

- Limite (L): é uma variável exógena utilizada para calcular a medida de performance Omega e estabelece o limite entre a região de ganhos e de perdas na distribuição de probabilidade da garantia. No caso do presente trabalho esta variável pode ser interpretada como o valor que o governo esperaria despendar com a garantia fornecida. Note que esta variável difere do nível de *CAP*, considerando que este representa o custo máximo que o governo está disposto a incorrer com a garantia fornecida, enquanto que este limite (L) representa o montante que o governo gostaria de despendar. O estabelecimento deste indicador passa por uma avaliação subjetiva e pode ser dado, objetivamente, como um percentual do investimento a ser realizado no projeto.
- Combinações Viáveis dos parâmetros da Garantia Governamental de Receita Mínima: é o subconjunto de combinações [*floor guarantee* ; *CAP*] que garante o alcance do objetivo relacionado com a iniciativa privada, qual seja, atrair o investidor a realizar o investimento. As combinações que pertencerão a este subconjunto serão todas aquelas que respeitar a desigualdade Nível de Risco do Projeto menor ou igual ao Nível de Risco do Investidor.
- Combinação Ótima dos parâmetros da Garantia Governamental de Receita Mínima: representa a combinação que permite alcançar o objetivo relacionado com o governo, qual seja, minimizar o custo e o risco esperados pelo governo. Esta combinação será aquela que possuir a maior medida de performance Omega dentre as Combinações Viáveis encontradas. A garantia será precificada a partir desta combinação.

4.3. Exemplificação da lógica de aplicação da metodologia proposta

Considere um projeto cuja probabilidade do Valor Presente Líquido sem garantia ser menor do que zero é de 36,50% e que o risco aceitável para este tipo de projeto seja de 30%. Dessa forma, o investidor não possui incentivo para investir, mesmo com VPL maior do que zero, já que a probabilidade de perda está acima daquilo que ele está disposto a suportar.

Entretanto, o governo estuda a possibilidade de fornecer garantia de receita mínima para o investidor, a partir de um percentual da receita esperada, combinado com um *CAP*, para limitar a sua perda máxima.

Seguindo a lógica de análise proposta na seção 4.1, avaliamos, primeiramente, os níveis de risco do projeto, a partir da distribuição de probabilidade do VPL com garantia, para diversas combinações do nível de *floor guarantee* e de *CAP*, conforme os valores da Tabela 3.

Prob(VPL+PUT & CAP<0) (%)		CAP (\$)						
		10.000	50.000	100.000	150.000	200.000	250.000	infinito*
<i>floor guarantee</i> (%)	0	36,5	36,5	36,5	36,5	36,5	36,5	36,5
	20	34,62	29,91	28,99	28,97	28,97	28,97	28,97
	40	34,44	25,97	17,23	9,49	4,26	1,51	0
	60	34,44	25,97	17,23	9,49	4,26	1,51	0
	80	34,44	25,97	17,23	9,49	4,26	1,51	0

* equivalente a uma PUT sem CAP

 Combinação que incentiva o ente privado a realizar o investimento

Tabela 3 - Nível de Risco do Projeto para diferentes combinações dos parâmetros

Observe que da Tabela 3 devem ser escolhidas as combinações de [*floor guarantee*; *CAP*] que tenham um nível de risco do projeto menor ou igual a 30%, dado que este nível é o máximo aceitável pelo investidor.

Dessa forma, somente combinações que gerem resultados abaixo desse valor incentivarão o investidor a realizar o investimento. As células hachuradas em cinza apresentam as combinações viáveis que levariam o investidor a realizar os investimentos.

Partindo do conjunto de combinações viáveis que incentiva a entrada do investidor, pode-se determinar qual a combinação que minimiza o custo e o risco esperados pelo governo. A Tabela 4 e a Tabela 5 apresentam a combinação que permite alcançar este objetivo.

PUT & CAP (\$)		CAP (\$)						
		10.000	50.000	100.000	150.000	200.000	250.000	infinito*
<i>floor guarantee</i> (%)	0	0	0	0	0	0	0	0
	20	6.572	21.278	26.162	26.613	26.626	26.626	26.626
	40	9.779	47.236	89.623	125.080	152.073	169.922	185.342
	60	9.981	49.817	99.223	147.825	195.187	240.706	444.757
	80	9.999	49.974	99.909	149.800	199.631	249.291	768.244

* equivalente a uma PUT sem CAP

	Combinação que incentiva o ente privado a realizar o investimento
	Combinação que minimiza o gasto do governo

Tabela 4 - Custo Esperado do governo para diferentes combinações dos parâmetros

Observe na Tabela 4 que a combinação viável que minimiza o custo esperado pelo governo será dada por 20% de *floor guarantee* e R\$ 50.000 de *CAP*, perfazendo a partir desta combinação um custo esperado de R\$ 21.278.

Devemos avaliar, ainda, o impacto de tal combinação no risco esperado pelo governo, sendo que tal avaliação será realizada a partir da perda máxima esperada, considerando o 95º percentil da distribuição de probabilidade da PUT com ou sem *CAP*. A Tabela 5 apresenta as combinações viáveis que minimizam o risco do governo.

Perda Máxima 95º Percentil (\$)		CAP (\$)						
		10.000	50.000	100.000	150.000	200.000	250.000	infinito*
<i>floor guarantee</i> (%)	0	0	0	0	0	0	0	0
	20	10.000	50.000	88.963	88.963	88.963	88.963	88.963
	40	10.000	50.000	100.000	150.000	200.000	250.000	345.640
	60	10.000	50.000	100.000	150.000	200.000	250.000	669.076
	80	10.000	50.000	100.000	150.000	200.000	250.000	1.030.641

* equivalente a uma PUT sem CAP

	Combinação que incentiva o ente privado a realizar o investimento
	Combinação que minimiza o risco do governo

Tabela 5 - Risco Esperado pelo governo para diferentes combinações dos parâmetros

Observe que das combinações viáveis, as que minimizam o risco do governo serão todos os níveis de *floor guarantee* com *CAP* de R\$ 50.000. Cabe destacar que a combinação determinada a partir do custo esperado mínimo alcança uma estratégia ótima do ponto de vista do risco, já que a combinação de 20% de *floor guarantee* e R\$ 50.000 de *CAP* resulta em risco mínimo quando avaliadas todas as combinações viáveis para a entrada do investidor.

Considerando que a decisão de fornecer a garantia leva em conta tanto um componente de custo quanto de risco esperados, será utilizada medida única

que permita avaliar a minimização tanto do custo da garantia quanto do risco esperado pelo governo. Para tanto, utilizaremos a medida de performance Omega para avaliarmos qual a combinação que apresenta o melhor resultado. Dessa forma, poderemos utilizar esta medida como substitutiva das duas avaliações realizadas acima (custo e risco esperados pelo governo), considerando que a combinação ótima será escolhida para aquela que maximizar o valor da medida de performance Omega. A Tabela 6 apresenta o resultado da medida de performance Omega para as combinações utilizadas neste exemplo, considerando um limite L de R\$ 5.000.

Medida de Performance Omega		CAP (\$)						
		10.000	50.000	100.000	150.000	200.000	250.000	infinito*
<i>floor guarantee (%)</i>	0	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf
	20	0,4953	0,0669	0,0387	0,0310	0,0282	0,0282	0,0282
	40	0,0989	0,0110	0,0054	0,0037	0,0029	0,0024	0,0016
	60	0,0283	0,0031	0,0015	0,0010	0,0007	0,0006	0,0001
	80	0,0090	0,0010	0,0005	0,0003	0,0002	0,0001	0,0000

* equivalente a uma PUT sem CAP

	Combinação que incentiva o ente privado a realizar o investimento
	Combinação que maximiza a medida de performance omega

Tabela 6 - Medida de Performance Omega para diferentes combinações dos parâmetros

Observe que das combinações consideradas viáveis, a que apresenta a maior medida de performance Omega é a mesma encontrada quando se avaliou o custo da garantia e, de certa forma, o risco esperado pelo governo.

Uma vantagem desta medida em relação às duas avaliações realizadas anteriormente é que: (i) determina a combinação a partir de medida única; e (ii) esta medida avalia a relação risco-retorno a partir das diferentes distribuições de probabilidade da garantia encontradas das combinações [*floor guarantee* ; *CAP*] utilizadas. Portanto, no presente trabalho será utilizada a medida de performance Omega como indicativa de qual combinação melhor alcança o objetivo relacionado com o governo, qual seja, minimiza tanto o custo esperado da garantia quanto o risco esperado do governo.

Destaca-se, ainda, que o nível de risco do projeto para a combinação ótima é de 29,91%, valor muito próximo do nível de risco aceitável pelo investidor. Note que dos percentuais apresentados, este é o que mais se aproxima do nível de risco aceitável pelo investidor. Isso não é coincidência e pode ser explicado da seguinte forma: quanto menor o risco obtido a partir de uma combinação viável, maior será o custo esperado do governo, na medida em

que, neste caso, o governo deverá suportar reduções de risco maiores para o investidor.

Assim, o ponto ótimo para o governo suportar e reduzir seu custo e seu risco esperados será no ponto de indiferença do investidor, que no caso do exemplo é de 30%, sendo que qualquer combinação que leve a valores menores do que este resultarão em custo esperado maior para o governo, como pode ser observado na Tabela 4.

Por outro lado, não adianta para o governo estabelecer uma combinação que leve a um custo esperado menor se não garantir a entrada do investidor. Este exemplo pode ser dado pela combinação 20% de *floor guarantee* e R\$10.000 de *CAP*. Esta estratégia reduz o custo esperado do governo para R\$ 6.572 e o nível de risco para R\$10.000. Contudo, o nível de risco do projeto, neste caso, será de 34,62%, acima do nível de risco aceitável pelo investidor (30%) e, portanto, tal combinação não representa incentivo suficiente para o investidor realizar o investimento. Certamente esta não será uma estratégia que permita alcançar os objetivos listados anteriormente.

Da mesma forma, não vale a pena reduzir demais o nível de risco do projeto, pois o custo esperado para o governo irá elevar-se demasiadamente. Considere a combinação 40% de *floor guarantee* e *CAP* de valor infinito (equivalente a uma *PUT* sem *CAP*). Neste caso, o investidor terá todo o incentivo para realizar o investimento, dado que seu nível de risco se reduzirá a 0%, entretanto, o custo esperado para o governo será de R\$185.342 e a perda máxima esperada, considerando o 95º percentil, de R\$345.640. De forma análoga, esta não será uma estratégia que permita alcançar os objetivos listados anteriormente.

Não é preciso estabelecer este tipo de estratégia dado que o agente privado estará disposto a realizar o investimento, tanto com a combinação [20% , R\$50.000] quanto com a combinação [40% , infinito], com a diferença de que o custo da garantia e risco esperado pelo governo considerando a primeira combinação será de, respectivamente, [R\$21.278, R\$50.000] e considerando a segunda será de, respectivamente, [R\$185.342, R\$345.640]. Ou seja, ambas as combinações garantem a entrada do agente privado, a primeira com risco para o investidor privado de 29,91% e a segunda com risco de 0%, contudo, o custo e o risco esperado pelo governo na segunda combinação é significativamente maior. Dessa forma, não há necessidade de uma combinação tão arrojada para incentivar a entrada do agente privado.

Do ponto de vista da medida de performance Omega pode-se observar que a combinação [20% , R\$50.000] apresentou um valor de 0,0669, que é maior do que a apresentada pela combinação [40% , infinito] que foi de 0,0016. Assim, a dominância da primeira combinação em relação à segunda pode ser confirmada por meio da medida de performance Omega. Desse modo, a metodologia apresentada no presente trabalho tem a finalidade de propor alternativas para se estabelecer estratégias ótimas para o governo definir a parametrização dos mecanismos de incentivo ao investimento privado, particularmente a garantia governamental de receita mínima com *CAP*.

A aplicação da metodologia considera que o nível de risco do projeto é muito elevado para o investidor suportar, dessa forma, o governo utilizando mecanismos de incentivo consegue reduzir aquele nível de risco e incentivar o investidor a realizar o investimento, destacando que tais mecanismos requerem gastos do governo, assim como, riscos associados.

4.4. Etapas da metodologia proposta

A Figura 11, a seguir, apresenta as etapas para aplicação da metodologia:

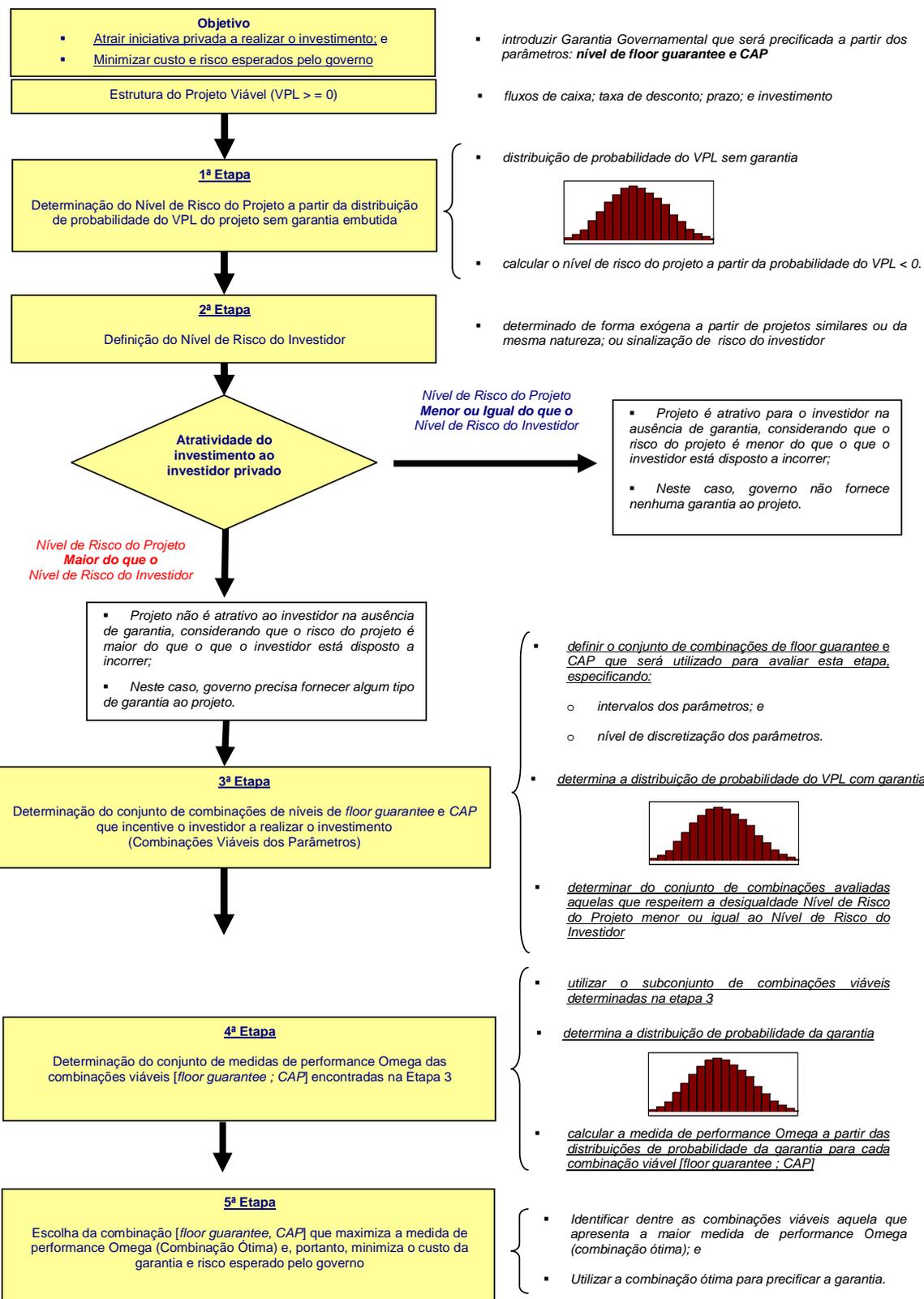


Figura 11 - Etapas para a aplicação da Metodologia Proposta

A seguir serão detalhadas as etapas descritas pela Figura 11 necessárias para que a metodologia de parametrização da garantia governamental de receita mínima com *CAP*, aplicada a um projeto, possa ser implementada.

Para facilitar o entendimento, será utilizado um exemplo a fim de fixar os passos propostos pela metodologia. Desse modo, considere um projeto que possui um fluxo de caixa do projeto (*FC*) com as seguintes características:

$FC_{t,w} = \bar{p} \cdot q_{t,w} - \bar{CF}$, sendo *q* o fator de risco que segue um processo estocástico do tipo MGB.

Parâmetros do Projeto	Valor	Descrição
T	25	prazo de vencimento do projeto
n	25	número de períodos
dt	1	periodicidade dos fluxos de caixa
I	(400.000)	investimento
CF	(50.000)	custo fixo
p	8,00	preço unitário
q	8.000	quantidade vendida na data zero

Parâmetros da Variável Estocástica Quantidade (*q*)

α	10,00%	taxa de crescimento esperado
δ	3,00%	taxa de dividendos
$\lambda \cdot \sigma$	6,30%	prêmio pelo risco
<i>r</i>	6,70%	taxa livre de risco
μ	13,00%	taxa de desconto com risco
σ	18,00%	volatilidade

Tabela 7 - Parâmetros do Projeto utilizado na aplicação da Metodologia Proposta

O número de realizações do processo estocástico do fator de risco do projeto, com a finalidade de determinar a distribuição de probabilidade e o valor esperado do VPL e da opção real para cada combinação dos parâmetros [*floor guarantee*, *CAP*] avaliada, será de 50.000.

Etapa 1 – Determinação do Nível de Risco do Projeto a partir da distribuição de probabilidade do VPL do projeto sem garantia

A finalidade desta etapa é encontrar o nível de risco do projeto a partir do qual é possível avaliar se o investidor está disposto a realizar o investimento ou não. Para tanto, deverá, inicialmente, determinar a distribuição de probabilidade do VPL para em seguida se calcular o nível de risco do projeto.

A distribuição de probabilidade do VPL sem garantia pode ser obtida plotando o histograma do conjunto de VPLs sem garantia, obtido por meio da simulação dos fatores de risco do projeto, utilizando a eq. (3.16). Partindo desta distribuição de probabilidade pode-se calcular o nível de risco do projeto, considerando como medida de risco, os VPLs que não permitem ao investidor privado alcançar seu retorno esperado, ou seja, quando o VPL for menor do que zero, conforme a eq. (3.23) seguir:

$$\text{Nível de Risco do Projeto} = Pr(VPL < 0) = \frac{\text{quantidade de resultados em que o VPL foi menor do que zero}}{\text{quantidade de simulações realizada}} \quad (3.23)$$

Dessa forma, pode-se calcular a medida de risco do projeto que será chamada de **nível de risco do projeto**.

A Figura 12 apresenta a distribuição de probabilidade do VPL sem garantia e a respectiva medida de risco avaliada nesta etapa.

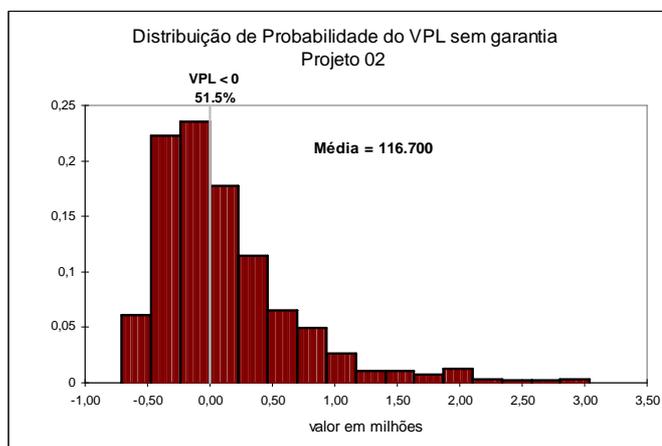


Figura 12 - Distribuição de Probabilidade do VPL sem garantia

Pode-se observar que o VPL esperado foi de R\$116.700 e o nível de risco do projeto foi de 51,5%. Com esta medida calculada, ter-se-á cumprida esta etapa, podendo seguir para a próxima.

Etapa 2 - Definição do Nível de Risco do Investidor

O nível de risco do investidor indica o máximo de risco que o investidor está disposto a incorrer para realizar o investimento e pode ser determinado a partir de *benchmark* de mercado, estabelecido em projetos similares ou da mesma natureza ou, ainda, na sinalização de risco do investidor. Esta é uma variável exógena ao modelo, significando que ela não será um resultado e sim um dado pré-definido.

Portanto, a partir desta avaliação será definido o **nível de risco do investidor** aceitável para realizar o investimento. Observe que a iniciativa privada decidirá realizar o investimento somente quando o nível de risco do projeto for menor ou igual ao nível de risco do investidor. Com esta medida definida, a segunda etapa da metodologia estará cumprida, estando preparados para a próxima etapa.

Note que ao definir este nível de risco estamos aptos a avaliar se o projeto, na ausência de garantia governamental, é atrativo ou não para a iniciativa privada. Suponha que o nível de risco do investidor seja de 30%, isso significa que para níveis de risco do projeto menores ou iguais a 30%, a iniciativa privada se sentirá atraída a realizar o investimento, mesmo na ausência de garantia, dado que o risco do projeto está adequado com o risco que o investidor está disposto a incorrer.

Por outro lado, a iniciativa privada não se sentirá atraída a realizar o investimento com níveis de risco do projeto maiores do que 30%, dado que neste caso, o investidor estará exposto a um risco maior do que está disposto a incorrer e, assim, na ausência de garantia fornecida pelo governo, o projeto não será realizado pela iniciativa privada. Nesta circunstância, a garantia fornecida pelo governo faz a diferença, dado que pode reduzir o risco do projeto a um patamar em que o investidor está disposto a incorrer, no caso do exemplo, para um nível de risco do projeto menor ou igual a 30%.

Além disso, não é qualquer nível de garantia que incentiva o investidor a realizar o investimento, o governo deve fornecer a garantia de forma que o nível de risco do projeto seja levado a um patamar abaixo ou igual ao nível de risco do investidor. Dessa forma, o objetivo da próxima etapa será definir o conjunto de combinações dos parâmetros [*floor guarantee* , *CAP*] que alcance este objetivo.

Etapa 3 - Determinação do conjunto de combinações dos parâmetros que incentive o investidor a realizar o investimento (Combinações Viáveis dos Parâmetros)

A finalidade desta etapa é determinar o conjunto de combinações dos parâmetros [*floor guarantee*; *CAP*] que incentive o investidor a realizar o investimento e, assim, garantir que o primeiro objetivo do presente trabalho seja alcançado. Dessa forma, para que isso seja possível, devemos encontrar todas as combinações [*floor guarantee*; *CAP*] que respeitem a desigualdade nível de risco do projeto menor ou igual ao nível de risco do investidor.

Antes de demonstrar como determinar o referido conjunto de combinações, será abordada uma questão importante para a aplicação da metodologia e execução desta etapa, que esta relacionada com a definição do nível de discretização dos parâmetros e, conseqüentemente, do conjunto de combinações de *floor guarantee* e *CAP* que será utilizado para avaliar o alcance do objetivo relacionado com a iniciativa privada.

Considerando que a metodologia utiliza método numérico, é importante que o nível de discretização de ambos os parâmetros seja suficientemente grande para que seja possível encontrar a combinação mais próxima da solução ótima, tal que viabilize o investimento da iniciativa privada e, ao mesmo tempo, minimize o custo da garantia e o risco esperado pelo governo. Assim, espera-se que quanto maior o nível de discretização de ambos os parâmetros mais próximo do resultado ótimo deve-se esperar alcançar.

A seguir será demonstrado, a partir do exemplo, que os resultados da parametrização podem ser diferentes dependendo do nível em que se discretiza os parâmetros do modelo, ou seja, os níveis de *CAP* e de *floor guarantee*.

No caso do exemplo, o nível de *CAP* será simulado considerando o intervalo de [10.000, 310.000] com níveis de discretização de 1.000, 5.000, 10.000 e 50.000 e o nível de *floor guarantee* será simulado considerando o intervalo de [0%, 100%] com níveis de discretização de 5% e 10%.

A Tabela 8 apresenta o número de combinações avaliadas para cada nível de discretização de *floor guarantee* e *CAP* considerado.

Quantidade de Combinações [<i>floor guarantee</i> , <i>CAP</i>] Avaliadas		Nível de Discretização do <i>floor guarantee</i>	
		5%	10%
Nível de Discretização do <i>CAP</i>	1.000	6.321	3.311
	5.000	1.281	671
	10.000	651	341
	50.000	147	77

Tabela 8 - Quantidade de combinações para diferentes discretizações dos parâmetros

Observe da Tabela 8 que quanto maior o nível de discretização dos parâmetros maior será a quantidade de combinações avaliada.

A Tabela 9, a seguir, apresenta a combinação ótima dos parâmetros [*floor guarantee* e CAP] para diferentes níveis de discretização dos parâmetros:

Combinação ótima [<i>floor guarantee</i> , CAP]		Nível de Discretização do <i>floor guarantee</i>	
		5%	10%
Nível de Discretização do CAP	1.000	[35%, 229.000]	[40%, 225.000]
	5.000	[35%, 230.000]	[40%, 225.000]
	10.000	[35%, 230.000]	[40%, 230.000]
	50.000	[35%, 260.000]	[40%, 260.000]

Tabela 9 - Combinações ótimas dos parâmetros para diferentes discretizações dos parâmetros

Observe a partir da Tabela 9, que para um dado nível de discretização do *floor guarantee*, o CAP ótimo reduz-se para níveis maiores de discretização do CAP e, da mesma forma, para um dado nível de discretização do CAP, o *floor guarantee* ótimo reduz-se para níveis maiores de discretização do *floor guarantee*.

Contudo, nota-se que o resultado da combinação ótima [*floor guarantee*, CAP] não apresenta linearidade quando se consideram ambos os parâmetros ao mesmo tempo, na medida em que o nível de discretização do *floor guarantee* e CAP de 5% e 1.000, respectivamente, apresentam combinação ótima de [35% , 229.000]. Enquanto que para o nível de discretização de 10% e 1.000, apresentam, respectivamente, a combinação ótima de [40% , 225.000].

Observe que o nível de *floor guarantee* ótimo do primeiro nível de discretização foi menor do que o do segundo, enquanto que, o nível de CAP ótimo do primeiro nível de discretização foi maior do que o do segundo. Dessa forma, o resultado ótimo será decorrente do nível de discretização de ambos os parâmetros e não deles considerados isoladamente.

O resultado efetivo das combinações ótimas descritas pela Tabela 9 pode ser avaliado a partir dos resultados esperados pela iniciativa privada e pelo governo, utilizando, para tanto, o nível de risco do projeto e a medida de performance Omega, respectivamente, conforme a Tabela 10 a seguir:

[Nível de Risco do Projeto, Medida de Performance Omega]		Nível de Discretização do <i>floor guarantee</i>	
		5%	10%
Nível de Discretização do CAP	1.000	[30,00%, 0,3082]	[27,98%, 0,1971]
	5.000	[29,91%, 0,3032]	[27,98%, 0,1971]
	10.000	[29,91%, 0,3032]	[27,45%, 0,1912]
	50.000	[28,11%, 0,2591]	[26,42%, 0,1647]

O nível de risco do investidor utilizado pelo exemplo foi de 30%

Tabela 10 - Nível de Risco do Projeto e Medida de Performance Omega para as combinações ótimas dos parâmetros

A Figura 13 plota os resultados da Tabela 10 e reforça a idéia de que não basta ter uma elevada discretização de um único parâmetro para se obter o resultado ótimo, devendo esta discretização ser efetuada em ambos os parâmetros.

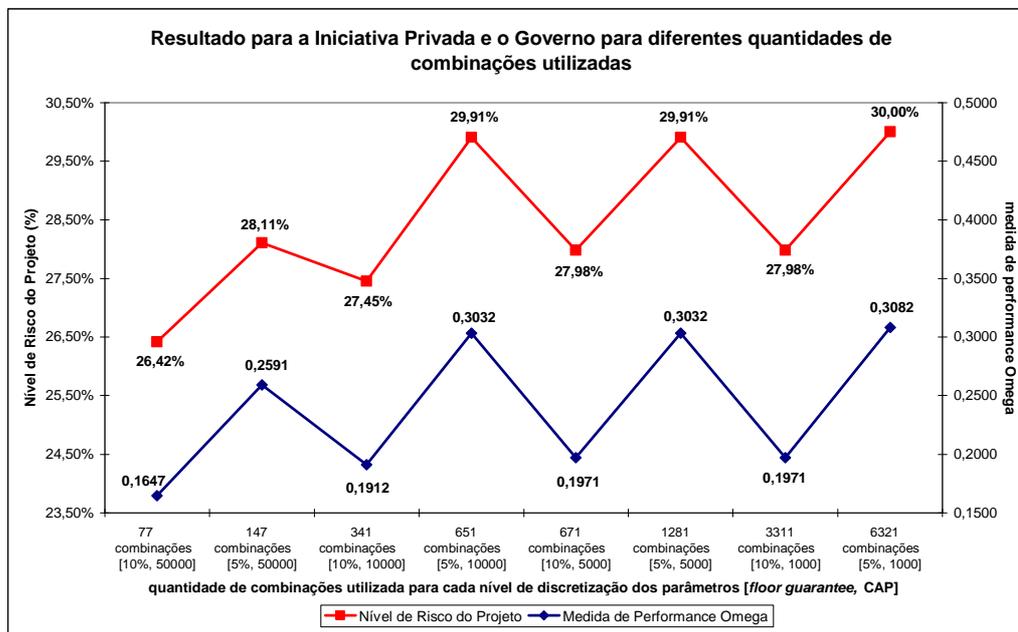


Figura 13 - Resultado à iniciativa privada e ao governo para diferentes combinações dos parâmetros

Dessa forma, podemos concluir que quanto maior o nível de discretização, de ambos os parâmetros, utilizado para se determinar a parametrização, mais próximo do ótimo estará o resultado, já que será possível atrair o investidor a realizar o investimento e, ao mesmo tempo, minimizar o custo e o risco esperados pelo governo. Assim, recomenda-se a utilização de um nível de discretização de ambos os parâmetros elevado.

Para finalizar, a Tabela 11, a seguir, apresenta o custo e o risco esperados pelo governo para diferentes níveis de discretização dos parâmetros:

[Custo Esperado pelo Governo, Perda Máxima Esperada*]		Nível de Discretização do <i>floor guarantee</i>	
		5%	10%
Nível de Discretização do CAP	1.000	[151.979, 229.000]	[167.418, 225.000]
	5.000	[152.427, 230.000]	[167.418, 225.000]
	10.000	[152.427, 230.000]	[170.338, 230.000]
	50.000	[164.468, 260.000]	[187.125, 260.000]

* 95o. percentil da distribuição de probabilidade da PUT

Tabela 11 - Custo e Risco esperados pelo governo considerando as combinações ótimas dos parâmetros

Feitas as considerações iniciais, pode-se dar continuidade a esta etapa, que será cumprida após a aplicação dos dois passos descritos a seguir:

(i) encontrar o conjunto de níveis de risco do projeto com garantia a partir do conjunto de combinações dos parâmetros [*floor guarantee* ; *CAP*] definido pela discretização, devendo para tanto:

a. definir o intervalo dos parâmetros: representa o intervalo de valores do nível de *floor guarantee* e de *CAP* que será utilizado para avaliar a garantia, podendo ser representado por:

- $CAP = [a , b]$, onde a : valor mínimo do nível de *CAP* e b : valor máximo do nível de *CAP*; e
- $floor\ guarantee = [c , d]$, onde c : valor mínimo do nível de *floor guarantee* e d : valor máximo do nível de *floor guarantee*.

b. definir o nível de discretização dos parâmetros: representa como os intervalos de valores dos parâmetros definidos pelo item “a” acima deve ser dividido. Dessa forma, considere que o nível de discretização do *CAP* seja dado por x e o do *floor guarantee* seja dado por β . Assim, o número de valores definidos pela discretização para cada parâmetro será dado por $CAP : \left[\frac{(b - a)}{x} + 1 \right]$ e *floor guarantee* : $\left[\frac{(d - c)}{\beta} + 1 \right]$, sendo estes números naturais.

Assim, o número de combinações de [*floor guarantee* ; *CAP*] utilizadas pela avaliação será calculado a partir do produto dos níveis de discretização de cada parâmetro, ou seja, dado por

$$\left[\frac{(b - a)}{x} + 1 \right] \cdot \left[\frac{(d - c)}{\beta} + 1 \right], \text{ sendo este um número natural.}$$

c. determinar o conjunto de combinações dos parâmetros utilizadas na avaliação: a partir da definição do intervalo e do nível de discretização dos parâmetros será possível determinar todas as combinações de [*floor guarantee* ; *CAP*] que serão utilizadas para avaliar a garantia.

- d. determinar o conjunto de distribuições de probabilidade do VPL com garantia: para cada combinação encontrada no item “c” determinar a distribuição de probabilidade do VPL com garantia, utilizando as equações (3.19) e (3.21). Observe que neste caso, a distribuição de probabilidade do VPL terá embutida a garantia dada pelo governo.
- e. calcular o conjunto de níveis de risco do projeto: a partir das distribuições de probabilidade encontradas pelo item “d” acima aplicar a eq. (3.23) que calcula o nível de risco do projeto. Assim, como resultado, ter-se-á obtido o conjunto de níveis de risco do projeto, considerando o conjunto de combinações de *floor guarantee* e *CAP* definido pela discretização.
- (ii) do resultado encontrado no item (i) identificar o ***subconjunto de combinações que respeite a desigualdade nível de risco do projeto menor ou igual ao nível de risco do investidor (Combinações Viáveis)***.

Dessa forma, o item (ii) estabelece o filtro que resultará no subconjunto de combinações de [*floor guarantee* ; *CAP*] que permitirá alcançar o objetivo relacionado com a iniciativa privada, qual seja, de que ela se sinta atraída a realizar o investimento. Com este resultado ter-se-á cumprida esta etapa, podendo, assim, prosseguir para a próxima etapa da metodologia.

Etapa 4 – Determinação do conjunto de medidas de performance Omega a partir das combinações viáveis encontradas na Etapa 3

A finalidade desta etapa é encontrar o conjunto de medidas de performance Omega, a partir das combinações viáveis dos parâmetros [*floor guarantee* , CAP] encontradas na etapa 3, que embasará a decisão de qual a combinação que cumpre melhor o alcance do segundo objetivo do presente trabalho, qual seja, minimiza o custo e o risco esperados pelo governo, ou se preferir, maximiza a medida de performance Omega.

A partir do subconjunto de combinações viáveis dos parâmetros [*floor guarantee* , CAP] que incentiva o investidor a realizar o investimento, encontrado com a aplicação da terceira etapa, deve-se determinar:

- (i) o conjunto de distribuições de probabilidade da garantia, dada pela PUT com ou sem CAP; e
- (ii) do resultado encontrado no item (i) calcular:
 - a. o custo esperado da garantia (média da distribuição de probabilidade da garantia);
 - b. a perda máxima esperada pelo governo (95º e 100º percentil da distribuição de probabilidade da garantia); e
 - c. a medida de performance Omega modificada, que leve em conta tanto o custo quanto o risco esperado pelo governo, a partir do qual será possível decidir pela combinação que leve ao resultado ótimo. Destaca-se que deverá ser definido o valor do Limite (L), ou seja, o montante de recursos que o governo espera despende.

O item (i) pode ser determinado por meio da simulação dos processos estocásticos dos fatores de risco do projeto para cada combinação viável [*floor guarantee*; CAP] encontrada na terceira etapa, utilizando as equações (3.3) e (3.14).

Para cada combinação viável dos parâmetros, pode-se calcular o custo esperado e a perda máxima esperada diretamente da distribuição de probabilidade da garantia por meio do cálculo, respectivamente, da média e do 95º e 100º percentil dos valores estocásticos da garantia constantes da sua distribuição de probabilidade.

Para que se possa avaliar efetivamente a combinação que permita alcançar o objetivo relacionado com o governo, será utilizada medida única que leve em conta tanto o custo da garantia quanto o risco esperado pelo governo, neste caso, será utilizada a medida de performance Omega, apresentada anteriormente no capítulo 2.

O cálculo da medida de performance Omega será adaptado para considerar o problema definido pelo presente trabalho, qual seja, minimizar tanto o custo da garantia quanto o risco esperado pelo governo, sendo calculado a

partir da expressão $\Omega(L) = \frac{EC(L)}{ES(L)} = \frac{E(\max(L - OR_{\omega}; 0))}{E(\max(OR_{\omega} - L; 0))}$, Onde:

- EC(L) o ganho médio esperado da garantia dada pelo governo (OR) ou *Expected Chance*;
- ES(L) a perda média esperada da garantia dada pelo governo (OR) ou *Expected Shortfall*;
- L é o valor que o governo espera despendar, sendo diferente do nível de CAP que estabelece o limite máximo global que o governo está disposto a incorrer; e
- OR_{ω} é o valor da garantia dada pela opção real, para uma dada simulação $\omega \in [1, m]$.

O objetivo é identificar a combinação [*floor guarantee* , CAP] que permita encontrar a maior medida de performance Omega possível, já que esta estabelece a relação ótima do risco e retorno de um investimento.

Observe que a lógica de aplicação da medida de performance Omega, constante do presente trabalho, é diferente da geralmente encontrada na literatura, pelos seguintes motivos:

- (i) a medida deve ser utilizada considerando a ótica do governo e quanto maior o valor da garantia pior se torna a situação para o governo, assim, a faixa de “ganho esperado” para o governo deve ser estabelecida para valores de garantia menores do que o limite L e a de “perda esperada” para valores maiores do que o limite L. É por esse motivo que a lógica se inverte, pois a idéia, neste caso, é de custo e não de retorno;
- (ii) na literatura existente esta medida de performance é sempre aplicada na distribuição de retornos dos ativos. No presente trabalho, avalia-se a medida Omega a partir da distribuição de probabilidade da garantia governamental de receita mínima, dada pela OR sem ou com CAP; e

(iii) a lógica de aplicação não considera uma carteira de projetos, mas somente um único projeto que possui diversas distribuições de probabilidades definidas a partir do conjunto de combinações de floor guarantee e CAP.

Com isso, a fórmula da medida de performance Omega apresentada acima pode ser interpretada como a divisão de uma PUT por uma CALL, ambas, com preço de exercício dado pelo limite L , podendo ser obtida diretamente da distribuição de probabilidade da OR, a partir da delimitação das faixas do ganho e da perda para o governo, conforme a Figura 14 e a Figura 15, a seguir:

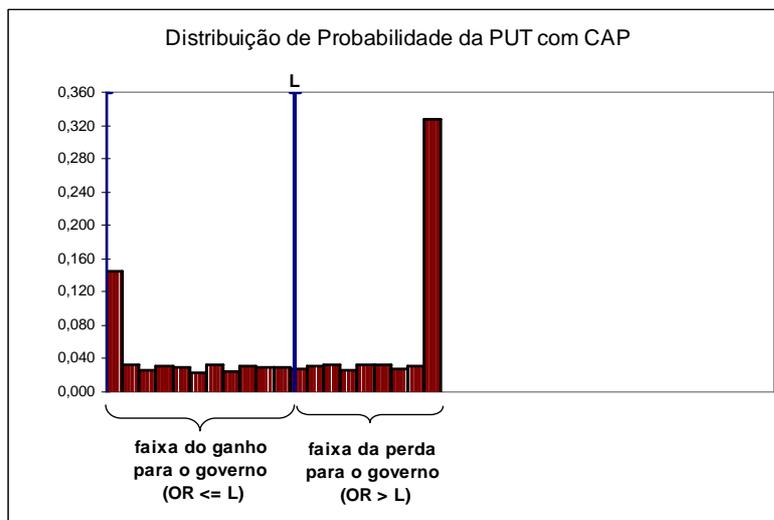


Figura 14 - Distribuição de Probabilidade da PUT com CAP - Medida Omega

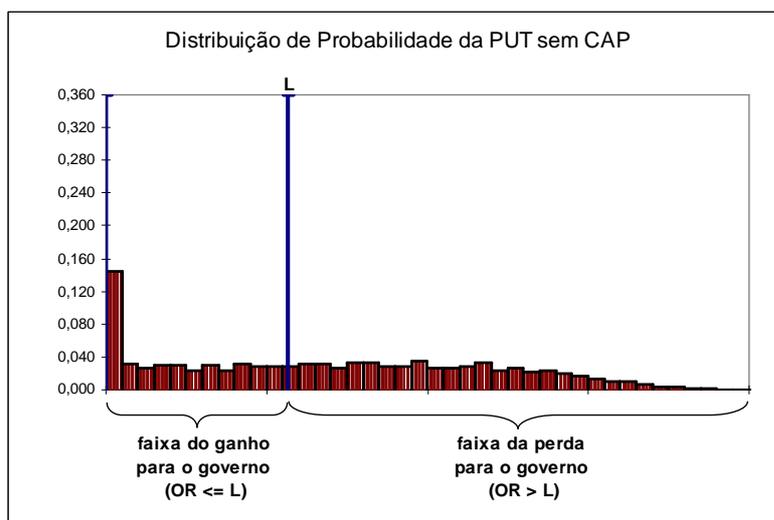


Figura 15 - Distribuição de Probabilidade da PUT sem CAP - Medida Omega

A partir da Figura 14 e da Figura 15 é possível observar as faixas do ganho ($OR \leq L$) e da perda ($OR > L$) para o governo, delimitadas pelo limite L , necessárias para o cálculo da medida de performance Omega.

Podem-se extrair duas conclusões acerca da Figura 14 e da Figura 15, considerando o mesmo nível de *floor guarantee*:

- (i) o ganho médio esperado da garantia dada pelo governo [$EC(L)$] tanto da OR com CAP quanto da OR sem CAP são as mesmas, considerando que o $CAP > L$; e
- (ii) a perda média esperada da garantia dada pelo governo [$ES(L)$] da OR com CAP é menor do que a da OR sem CAP, considerando que a faixa de valores da perda ($OR > L$) da OR sem CAP é maior do que a faixa da OR com CAP.

Dessa forma, considerando que a medida Omega é calculada pela divisão $\frac{EC(L)}{ES(L)}$, conclui-se que a medida Omega da OR com CAP é maior do que a da OR sem CAP e, assim, a combinação referente a OR com CAP será a escolhida.

Aplicando a fórmula $\Omega(L) = \frac{EC(L)}{ES(L)} = \frac{E(\max(L - OR_{\omega}; 0))}{E(\max(OR_{\omega} - L; 0))}$ para cada

combinação viável, encontrada na etapa anterior, será possível determinar o conjunto de medidas de performance Omega, que será utilizado para determinar a combinação ótima dos parâmetros que permita alcançar o objetivo relacionado com o governo, qual seja, minimizar o custo e risco esperados pelo governo.

Portanto, encontrado o **conjunto de medidas de performance Omega para as combinações viáveis determinadas na terceira etapa**, estaremos aptos a passar para a etapa seguinte.

Para exemplificar os item (i) e (ii) acima, a seguir, apresentamos as distribuições de probabilidade da garantia governamental (PUT) e do VPL do projeto com garantia para duas combinações diferentes de *floor guarantee* e *CAP*.

[*floor guarantee* , *CAP*] → [35% , infinito] : OR sem *CAP*

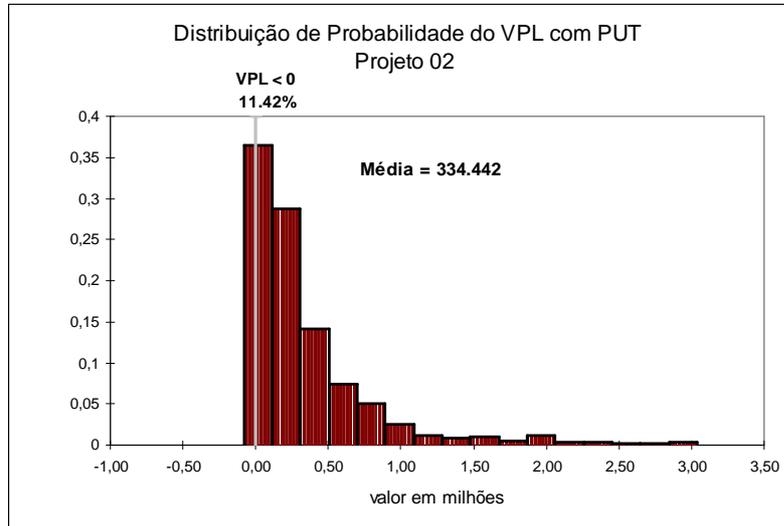


Figura 16 - Distribuição de Probabilidade do VPL com PUT sem *CAP*

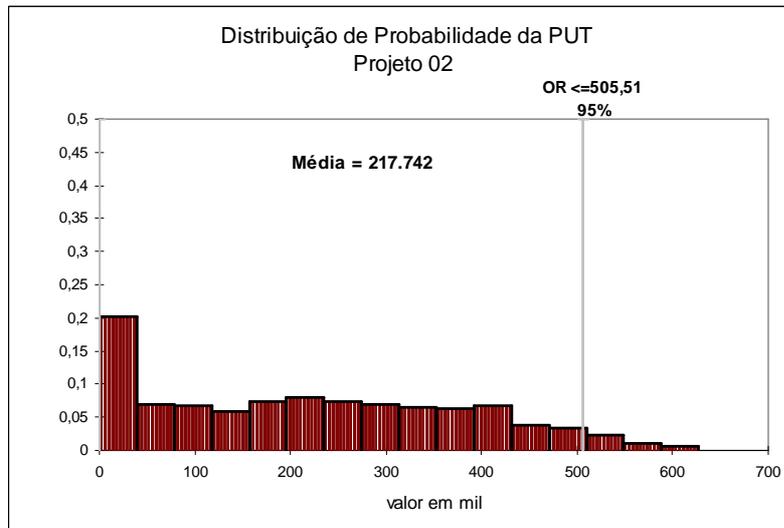


Figura 17 - Distribuição de Probabilidade da PUT sem *CAP*

[floor guarantee , CAP] → [35% , 229.000] : OR com CAP

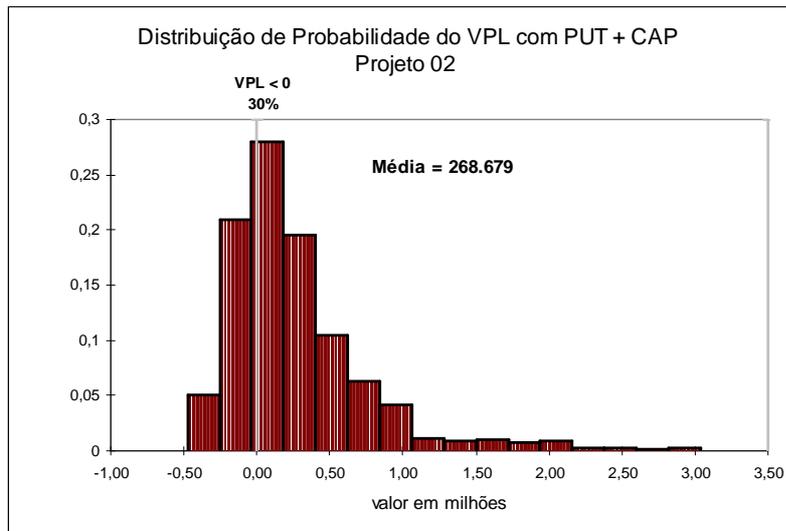


Figura 18 - Distribuição de Probabilidade do VPL com PUT com CAP

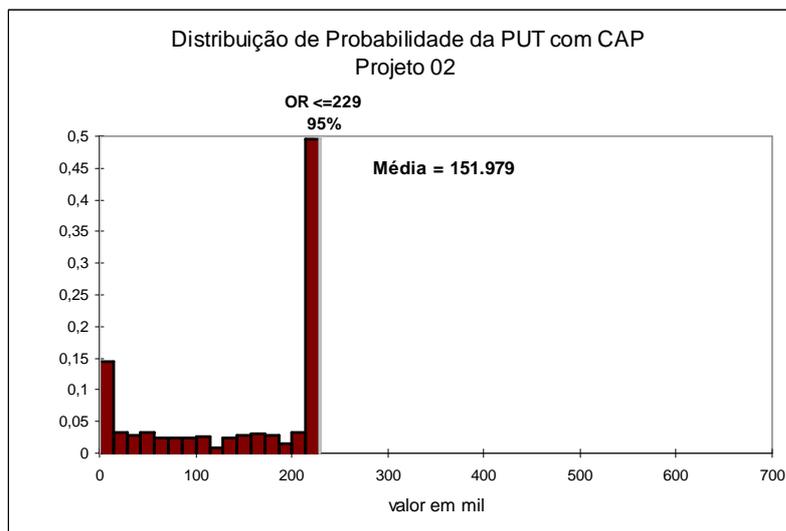


Figura 19 - Distribuição de Probabilidade da PUT com CAP

A partir da Figura 16 e da Figura 18, pode-se depreender que ambas as garantias permitem a realização do investimento por parte da iniciativa privada, já que os níveis de risco do projeto para a garantia sem e com CAP são, respectivamente, 11,42% e 30%, ou seja, respeitando o nível de risco do investidor de 30%. Contudo, a partir da Figura 17 e da Figura 19, observa-se, ainda, que o custo esperado da garantia sem e com CAP, dado pela média da distribuição de probabilidade da OR, e o risco esperado pelo governo, dado pela perda máxima considerando o 95º percentil da distribuição de probabilidade da OR, são, respectivamente, [R\$ 217.741,50, R\$ 505.511,10] e [R\$ 151.978,70, R\$ 229.000,00]. Dessa forma, é possível afirmar que a combinação que prevê um nível de CAP é dominante em relação à combinação que não o prevê, na

medida em que resulta em valores menores de custo e risco esperados pelo governo e, assim, sugere que é a melhor combinação dentre as duas avaliadas.

A medida de performance Omega para a primeira combinação viável, dada por [35% , infinito], foi de 0,159 e para a segunda combinação, dada por [35% , 229.000], foi de 0,302, indicando que a segunda combinação é dominante sobre a primeira e confirmando o resultado obtido da análise realizada anteriormente utilizando o custo esperado e a perda máxima esperada pelo governo.

Esta comparação deverá ser realizada sucessivamente para todas as combinações encontradas na etapa anterior, de forma que a combinação escolhida seja aquela que apresente o maior valor da medida de performance Omega, conforme apresentado na etapa seguinte.

Etapa 5 - Escolha da combinação dos parâmetros que maximiza a medida de performance Omega (combinação ótima) e, portanto, minimiza o custo da garantia e risco esperado pelo governo

A finalidade desta etapa é encontrar a combinação dos parâmetros [*floor guarantee*, *CAP*] que apresenta a maior medida de performance Omega, partindo do conjunto de medidas de performance Omega calculadas na etapa 4.

Assim, a combinação que deverá ser utilizada para precificar a garantia governamental de receita mínima com *CAP* será aquela que apresentar a maior medida de performance Omega, já que esta otimiza a relação custo e risco esperado pelo governo. Dessa forma, a referida combinação garante o alcance dos objetivos do presente trabalho, quais sejam, (i) a iniciativa privada realiza o investimento; e (ii) o governo minimiza o custo e o risco da garantia.

Assim, o resultado desta etapa estará concluído com a obtenção da **combinação [*floor guarantee* , *CAP*] considerada ótima do ponto de vista do alcance dos objetivos propostos pelo presente trabalho** e que será utilizada para precificar a garantia dada pelo governo ao investidor.

No caso do exemplo, o resultado ótimo será dado pela combinação viável [*floor guarantee*, *CAP*] de [35%, R\$ 229.000] que apresentou a maior medida de performance Omega que foi de 0,302 e um nível de risco do projeto de 30% (ponto de indiferença da iniciativa privada). O custo esperado da garantia com *CAP*, dado pela média da distribuição de probabilidade da OR, e o risco esperado pelo governo, dado pela perda máxima considerando o 95º percentil da distribuição de probabilidade da OR, foi de R\$ 151.979 e R\$ 229.000, respectivamente.

A metodologia proposta foi desenvolvida em MATLAB e o teste do programa foi realizado a partir de uma série de análises, constantes do Apêndice I do presente trabalho, cujos resultados puderam ser corroborados com os encontrados na literatura sobre o assunto.