

**Lis Ingrid Roque Lopes Custódio**

**Extensões de Coordenadas Baricêntricas  
Para Deformação de Malhas**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Matemática do Departamento de Matemática da PUC-Rio

Orientador : Prof. Sinesio Pesco  
Co-Orientador: Prof. Thomas Lewiner

Rio de Janeiro  
Março de 2010

**Lis Ingrid Roque Lopes Custódio**

**Extensões de Coordenadas Baricêntricas  
Para Deformação de Malhas**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Matemática do Departamento de Matemática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela comissão examinadora abaixo assinada.

**Prof. Sinesio Pesco**

Orientador

Departamento de Matemática — PUC-Rio

**Prof. Thomas Lewiner**

Co-Orientador

Departamento de Matemática — PUC-Rio

**Prof. Humberto José Bortolossi**

Departamento de Matemática – UFF

**Prof. Hélio Côrtes Vieira Lopes**

Departamento de Matemática – PUC-Rio

**Prof. Geovan Tavares**

Departamento de Matemática – PUC-Rio

**Prof. José Eugênio Leal**

Coordenador do Centro Técnico Científico — PUC-Rio

Rio de Janeiro, 19 de Março de 2010

Todos os direitos reservados. Proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Lis Ingrid Roque Lopes Custódio**

Graduou-se em Bacharel em Matemática na Universidade Federal Fluminense – UFF.

#### Ficha Catalográfica

R. L. Custódio , Lis Ingrid

Extensões de Coordenadas Baricêntricas Para Deformação de Malhas / Lis Ingrid Roque Lopes Custódio; orientador: Sinesio Pesco; co-orientador: Thomas Lewiner. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Matemática, 2010.

v., 74 f: il. ; 29,7 cm

1. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Matemática – Tese. 2. Deformação de Malhas; Coordenadas Baricêntricas; Modelagem Geométrica . I. Pesco, Sinesio. II. Lewiner, Thomas. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática. IV. Título.

CDD: 510

“Se eu vi mais longe, foi por estar de pé sobre ombros de gigantes.”

Isaac Newton

Dedico esta dissertação aos gigantes em minha vida. Aos meus pais, de quem obtive apoio e sobre os ombros cresci.

## Agradecimentos

A Deus, refúgio e fortaleza em todos os momentos.

Aos meus pais, Ely e Maria Regina, e ao meu irmão Maicon por todo apoio e carinho dados.

Aos meus orientadores Professores Sinesio Pesco e Thomas Lewiner pelo apoio, simpatia de sempre, e incentivo para a realização deste trabalho.

Aos amigos por compreenderem as muitas ausências, em especial à Diana e Thais por demonstrarem preocupação e interesse quanto ao andamento desse trabalho e por todo apoio dado.

Aos professores do departamento de Matemática, pela acolhida durante o desenvolvimento desse trabalho.

Aos meus colegas do laboratório Matmidia, por toda ajuda dada.

Aos meus colegas da PUC-Rio, quem me fizeram adorar esse lugar.

Aos funcionários do departamento de Matemática pela ajuda de sempre.

Ao CNPq, a CAPES e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

## Resumo

R. L. Custódio , Lis Ingrid; Pesco, Sinesio; Lewiner, Thomas.  
**Extensões de Coordenadas Baricêntricas Para Deformação de Malhas.** Rio de Janeiro, 2010. 74p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Dentro dos métodos deformação de objetos tridimensionais, os que usam poliedros de controle permitem interações rápidas e intuitivas, e assim ganharam bastante interesse nos últimos anos. Essas técnicas expressam os pontos do objeto a partir dos vértices do poliedro de controle, por exemplo usando coordenadas baricêntricas e suas extensões. Assim, ao deformar o poliedro de controle, obtém-se deformações correspondentes sobre o modelo recalculando cada ponto do objeto a partir das novas posições dos vértices de controle. Devido ao grau de flexibilidade em sua construção, diferentes generalizações de coordenadas baricêntricas vem sendo propostas nos últimos anos para modelos 3D. Nesse trabalho apresentamos um estudo das recentes generalizações de coordenadas baricêntricas e as principais características das deformações em modelos em três dimensões obtidas com o uso de cada uma delas. Deduzimos desse estudo uma nova extensão de coordenadas baricêntricas que mantém a simplicidade do método original e corrige alguns dos seus defeitos.

## Palavras-chave

Deformação de Malhas; Coordenadas Baricêntricas; Modelagem Geométrica .

## Abstract

R. L. Custódio, Lis Ingrid; Pesco, Sinesio; Lewiner, Thomas (Adviser). **Extensions of Barycentric coordinates for Mesh Deformation**. Rio de Janeiro, 2010. 74p. MSc Dissertation — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Within the three-dimensional objects deformation techniques, the ones using control polyhedrons allow fast and intuitive interaction, and therefore gained considerable interest in recent years. Those techniques write the model points as function of the vertices of the control polyhedron, for example using barycentric coordinates or its extensions. This way, deforming the control polyhedron induces a corresponding strain on the model, recomputing each point of the object from the new positions of control vertices. To do so, due to the flexibility in its construction, different generalizations of barycentric coordinates has been proposed in recent years for 3D models. In this work, we present a study of recent generalizations of barycentric coordinates and the main characteristics of the resulting deformations of three-dimensional model. We deduce from this study a new extension of barycentric coordinates that retains the simplicity of the original method and fixes some of its defects.

## Keywords

Mesh Deformation; Barycentric Coordinates; Geometric Modeling.

## Sumário

1	Introdução	<b>9</b>
1.1	Motivação	9
1.2	Trabalhos Anteriores	11
1.3	Contribuição	12
1.4	Divisão da Dissertação	12
2	Coordenadas Baricêntricas e Extensões	<b>14</b>
2.1	Coordenadas Baricêntricas em Simplexos	14
2.2	Suavidade Harmônica	16
2.3	Algumas Construções de Coordenadas Baricêntricas	16
3	Uso de Coordenadas Baricêntricas para Deformação de Modelos 3D	<b>29</b>
3.1	Construção do Poliedro de Controle	32
3.2	Obtenção das Coordenadas	33
3.3	Influência dos Pesos e Principais Características das Deformações Obtidas por cada Método	34
3.4	Implementação de Métodos em Duas Dimensões	40
4	Modificação das Coordenadas do Valor Médio	<b>44</b>
4.1	Distância Interior	47
4.2	Uso de Distância Interior na Construção das Coordenadas do Valor Médio	50
4.3	Resultados	52
5	Comparações e Resultados	<b>54</b>
5.1	Comparações	54
5.2	Resultados	61
6	Conclusão e Trabalhos Futuros	<b>71</b>
	Referências Bibliográficas	<b>73</b>