

## **6**

### **Métodos de solução**

#### **6.1.**

##### **Modelo para regime permanente**

O conjunto de equações descritas no capítulo 4 forma um sistema não-linear de equações algébricas. Nesta seção descrevem-se a abordagem utilizada e a metodologia de solução do modelo matemático.

A plataforma computacional EES (*Engineering Equation Solver*), que utiliza o método de Newton – Raphson serviu como ferramenta para a simulação do sistema de arrefecimento automotivo proposto operando com nanofluidos como fluidos secundários.

Os objetivos da simulação, conhecidas as características dos componentes do ciclo e as condições nas quais opera, são: a determinação da geometria do trocador de calor, a queda de pressão no lado do FDA, e a potência de bombeamento do FDA.

##### **6.1.1.**

###### **Dados de entrada**

As variáveis prescritas foram ordenadas em função de seu uso no programa. Assim, têm-se dados de entrada gerais para o programa e dados utilizados para simular cada componente do sistema.

###### **6.1.1.1.**

###### **Dados de entrada gerais no programa**

1. Seleção do nanofluido.
2. Diâmetro da nanopartícula.
3. Fração volumétrica das nanopartículas.

Enumeram-se, a seguir, os dados de entrada para cada um dos componentes do sistema de arrefecimento automotivo.

### 6.1.1.2.

#### Camisa do motor

Diâmetro do pistão,  $D_{pst}$ ;  
 Curso do pistão,  $S_{pst}$ ;  
 Número de cilindros,  $N_{cil}$ ;  
 Potência no eixo do motor,  $\dot{W}$  ;  
 Rugosidade absoluta das paredes,  $C_{rg}$ ;  
 Comprimento das tubulações de FDA,  $L_{tb}$ ;  
 Diâmetro das tubulações,  $D_{tb}$

### 6.1.1.3.

#### Radiador

Comprimento do radiador,  $L_{rd}$ ;  
 Espessura do radiador,  $D_{rd}$ ;  
 Diâmetro hidráulico no lado do ar,  $D_{h,ar}$ ;  
 Diâmetro hidráulico nos tubos de seção oval,  $D_{h,nf}$ ;  
 Razão entre a área de troca de calor do ar e o volume total,  $\beta_{ar}$ ;  
 Razão entre a área de troca de calor do fluido de arrefecimento e o volume total,  $\beta_{nf}$ ;  
 Razão entre a área de fluxo livre-mínima do ar e a área frontal,  $\sigma_{ar}$ ;  
 Razão entre a área aletada e a área total de troca de calor para o ar,  $\gamma_{ar}$ ;  
 Passo das aletas,  $F_p$ ;  
 Espessura das aletas,  $F_{th}$ ;  
 Passo dos tubos de seção oval,  $T_p$ ;  
 Comprimento dos tubos no sentido do fluxo do ar,  $T_d$ ;  
 Comprimento dos tubos de seção oval,  $T_w$ ;  
 Espessura da parede dos tubos de seção oval,  $T_{th}$ ;  
 Número de tubos de seção oval,  $N_{tb}$ ;  
 Número de fileiras de tubos,  $N_{row}$ ;  
 Velocidade de ingresso do ar,  $u_{fr}$ ;

Temperatura de ingresso do ar,  $T_{ar,i}$ ;

Pressão do ar,  $P_{ar}$ ;

Temperatura de ingresso do fluido arrefecedor,  $T_q$ ;

Temperatura de saída do fluido arrefecedor,  $T_f$ ;

Pressão do fluido arrefecedor,  $P_{co}$ ;

#### **6.1.1.4. Bomba do fluido de arrefecimento**

Eficiência da bomba,  $\eta_{bo}$ ;

#### **6.1.2. Dados de saída**

O programa soluciona o sistema de equações, calculando os seguintes parâmetros:

##### **6.1.2.1. Camisa do motor**

Queda de pressão do fluido de arrefecimento,  $\Delta P_{co,bc}$ ;

Coefficiente de atrito do fluido de arrefecimento,  $f_{co,bc}$ ;

##### **6.1.2.2. Radiador**

Altura do radiador,  $H_{rd}$ ;

Área de troca de calor no lado do fluido de arrefecimento,  $A_{nf}$ ;

Queda de pressão no fluido de arrefecimento,  $\Delta P_{nf,rd}$ ;

Queda de pressão do ar,  $\Delta P_{ar}$ ;

Temperatura de saída do ar,  $T_{ar,o}$ ;

Fator de Colburn,  $j_{ar}$ ;

Coefficiente de troca de calor do ar,  $\alpha_{ar}$ ;

Coefficiente de troca de calor do fluido de arrefecimento,  $\alpha_{nf,rd}$ ;

Número de Reynolds do ar,  $Re_{ar}$ ;

Número de Reynolds do fluido de arrefecimento,  $Re_{nf}$ ;

Número de unidades de transferência de calor,  $NTU$ ;

Efetividade do radiador,  $\varepsilon_{rd}$ ;

Coefficiente geral de troca de calor,  $U_{rd}$ ;

Fator de atrito do ar,  $f_{ar}$ ;

Fator de atrito do fluido de arrefecimento,  $f_{nf,rd}$ ;

### 6.1.2.3. Bomba do fluido de arrefecimento

Potência de bombeamento do fluido de arrefecimento,  $\dot{W}_{bo}$ ;

### 6.1.3. Plataforma computacional

Para garantir a solução das equações propostas para a caracterização do nanofluido como fluido secundário, utilizou-se a plataforma computacional EES (Klein, 2004), capaz de resolver sistemas de equações algébricas não-lineares.

Entre as principais características que o EES possui podem-se enumerar:

1. Identificação automática e agrupamento de equações que devem ser solucionadas simultaneamente;
2. Disponibilidade de bibliotecas embutidas para o cálculo de propriedades termofísicas, de grande ajuda na resolução de problemas da área térmica.
3. Possibilidade de interação com o REFPROP (Lemmon et al., 2007) desenvolvido no NIST (National Institute of Standards and Technology), dispositivo não acionado no presente trabalho;
4. Procedimentos, funções e sub-rotinas podem ser escritas de forma similar a plataformas de programação de alto nível, tais como Pascal e FORTRAN. Em princípio, códigos escritos nestas linguagens de alto nível poderiam ser adaptados ao EES.

O software EES utiliza, para a solução de sistemas de equações não lineares, o método de Newton – Raphson para múltiplas variáveis. Este método constitui um caso particular do método de iteração linear.

O método de Newton – Raphson para uma variável é representado matematicamente pelas eq. (5.11) e (5.12). Observa-se que o procedimento é iterativo, ou seja, obtém-se uma fórmula recursiva que calcula uma aproximação, aperfeiçoada a partir da aproximação precedente.

Os valores das derivadas nestes pontos são utilizados para produzir uma seqüência de pontos que convergem para a raiz desejada.

$$\varphi(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)} \quad (5.11)$$

A fórmula recursiva do método de Newton – Raphson é:

$$x_{n+1} = \varphi(x_n) \quad (5.12)$$

A convergência do processo iterativo nem sempre está garantida por este método, sendo necessário o cumprimento das seguintes condições para a convergência do mesmo:

1. Existência de apenas uma raiz no intervalo [a, b] onde se deseja obter a raiz;
2. Que a primeira e segunda derivadas sejam não-nulas e preservem o sinal no intervalo [a, b];
3. Que a derivada da função no ponto  $x_n$  seja diferente de zero.

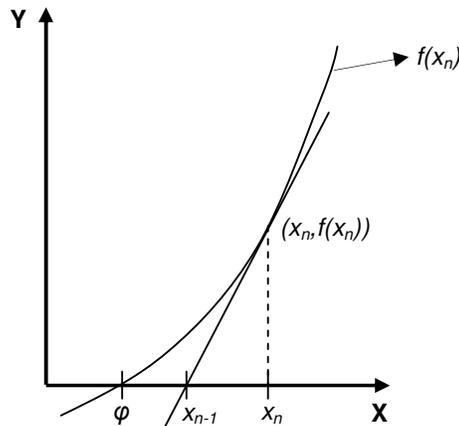
A Figura 19 apresenta a interpretação geométrica do Método de Newton – Raphson.

#### **6.1.4. Desenvolvimento do código**

O programa desenvolvido no presente trabalho adota uma forma modular, com módulos dedicados à jaqueta de cilindros, radiador, bomba do fluido de arrefecimento, e termostato, respectivamente. Assim, cada componente pode ser

avaliado individualmente de acordo com o modelo matemático selecionado na literatura para descrevê-lo.

Utilizando o programa EES foram determinados, simultaneamente, os dados intermediários que interconectam dois componentes sucessivos. Portanto, qualquer mudança em um dos componentes influencia o desempenho do ciclo assim como o resto dos componentes.



**Figura 19 – Interpretação gráfica do método de Newton – Raphson (Kelley, 2003).**

### 6.1.5. Estrutura do programa

O programa principal foi organizado seguindo uma ordem seqüencial, com a execução evoluindo na medida em que o sistema de arrefecimento vai sendo resolvido. Assim, a ordem geral que segue o programa é:

1. Jaqueta do motor;
2. Radiador;
3. Bomba do fluido de arrefecimento.

Os comandos de cálculo de cada componente estão organizados da seguinte forma:

1. Entrada das condições de operação;
2. Cálculo das propriedades termodinâmicas;

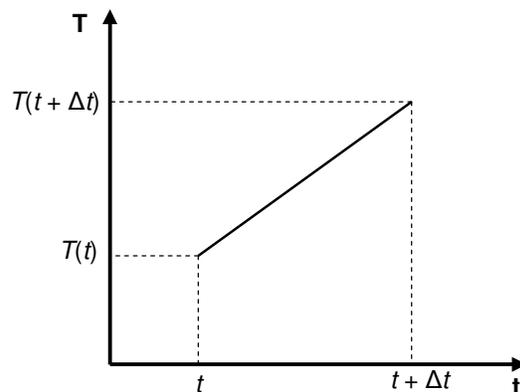
3. Execução das equações como parte do modelo matemático do componente;
4. Produção de resultados (intermediários ou finais).

## 6.2. Solução numérica do modelo do regime transiente

Considera-se uma condição inicial de partida a frio pela qual:  $T_{bc} = T_{nf} = T_0$ . Utilizou-se o método de Euler para as equações (5.5) e (5.7). O método de Euler permite aproximar uma equação diferencial ordinária a partir de somas algébricas na seguinte forma:

$$\frac{dT}{dt} \approx \frac{T(t + \Delta t) - T(t)}{\Delta t} \quad (5.13)$$

Os valores das derivadas são obtidos a partir de incrementos sucessivos a partir de uma condição inicial dada. Na Figura 20 mostra-se o esquema gráfico do processo de solução do método numérico de Euler.



**Figura 20 – Esquema do processo de cálculo pelo método de Euler.**

Utilizou-se no presente estudo, um incremento de 1s. A mesma plataforma computacional, EES, foi utilizada.