



Daniel Amaral de M. Rocha

**Combinando metaheurísticas com resolvedores  
MIP, com aplicações ao Generalized  
Assignment Problem (GAP)**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Informática do Departamento de Informática da PUC-Rio

Orientador: Prof. Marcus V. S. Poggi de Aragão

Rio de Janeiro  
Agosto de 2009



**Daniel Amaral de M. Rocha**

**Combinando metaheurísticas com resolvidores  
MIP, com aplicações ao Generalized  
Assignment Problem (GAP)**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Informática do Departamento de Informática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Marcus V. S. Poggi de Aragão**  
Orientador  
Departamento de Informática — PUC-Rio

**Prof. Eduardo Laber**  
Departamento de Informática – PUC-Rio

**Prof. Lorenza Leao Oliveira Moreno**  
Departamento de Informática – PUC-Rio

**Prof. José Eugenio Leal**  
Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico — PUC-Rio

Rio de Janeiro, 11 de Agosto de 2009

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### Daniel Amaral de M. Rocha

BSc. em Ciências da Computação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte em 2006, entrou no programa de pós-graduação do Departamento de Informática da PUC-Rio em 2007. Participou durante alguns meses, como pesquisador, do projeto de otimização de rotas de navios (PRONAV) da Petrobrás. Ao fim de 2007, mudou-se para Nova York, onde vive desde então.

#### Ficha Catalográfica

Rocha, Daniel Amaral de Medeiros

Combinando metaheurísticas com resolvedores MIP, com aplicações ao Generalized Assignment Problem (GAP) / Daniel Amaral de M. Rocha; orientador: Marcus V. S. Poggi de Aragão. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Informática, 2009.

v., 71 f: il. ; 29,7 cm

1. Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Informática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Informática – Tese. 2. Metaheurísticas. 3. Path Relinking. 4. Vizinhança elipsoidal. 5. Otimização Combinatória. 6. Programação Inteira Mista. 7. Problema de Alocação Generalizado. I. Aragão, Marcus V. S. Poggi de. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Informática. III. Título.

CDD: 004



## Agradecimentos

Primeiramente não posso deixar de agradecer ao apoio dado por minha esposa. Thaisa, minha inspiração e força de vontade. Obrigado por todas as tardes em casa me apoiando, revisando o texto, me acalmando com uma xícara de café (ou um cafuné), acordada até de madrugada (ou, pior, acordando cedo), todos aqueles finais de semana trabalhando o dia todo (e a noite também). Sem você, sua força e seu apoio constantes, esse trabalho simplesmente não teria acontecido. Obrigado.

A Marcus Poggi, por todos os conselhos, direções, e-mails e reuniões. Por ter sido calmo quando eu sumia e tranquilo quando eu me desesperava. Por ter respondido todas minhas mensagens, mesmo as que tinham dezenas de perguntas diferentes. Não consigo imaginar um orientador melhor - além de tudo, ele ainda é tricolor.

A minha família, que sempre me mandou apoio apesar da distância. Em especial a minha mãe, que me ajudou a escolher esse caminho quando eu estava saindo da graduação e cujo incentivo foi fundamental pra que eu continuasse trabalhando. Lembro de nossas conversas no fim de 2006 sobre minha ida pro mestrado - seu apoio naquele momento foi muito importante e, apesar de tudo, não me arrependo em nada das decisões que tomamos.

Finalmente, agradeço a Família Glória, com quem convivi durante o ano mais tumultuado da minha vida e que sempre estiveram (e sempre estarão) comigo. Raoni, Aurélia, César, o ano que passei vivendo com vocês foi incrível e, sem sua companhia, meu mestrado teria se encerrado antes de começar. A amizade de vocês é, sem dúvida, o melhor resultado da minha pós-graduação.

## Resumo

Rocha, Daniel Amaral de Medeiros; Aragão, Marcus V. S. Poggi de. **Combinando metaheurísticas com resolvidores MIP, com aplicações ao Generalized Assignment Problem (GAP)**. Rio de Janeiro, 2009. 71p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Métodos que combinam estratégias normalmente encontradas em algoritmos metaheurísticos com técnicas para resolver problemas de programação inteira mista (MIP) têm apresentado ótimos resultados nos últimos anos. Este trabalho propõe dois novos algoritmos nessa linha: um algoritmo baseado na metaheurística *Path Relink* (PR) e um simples algoritmo que faz pós-processamento nas soluções encontradas pelo resolvidor MIP. Os dois algoritmos utilizam um novo tipo de vizinhança, chamada de vizinhança elipsoidal, que possui fortes semelhanças com as técnicas de *relinking* de algoritmos PR e que neste trabalho é generalizada e estendida para múltiplas soluções. O problema generalizado de alocação (GAP) é usado para os experimentos. São testados também um resolvidor MIP puro (ILOG CPLEX versão 11) e um algoritmo *branch and price* que utiliza as heurísticas RINS e *guided dives*. Os algoritmos testados são comparados entre si e com heurísticas específicas para o GAP. Os resultados são satisfatórios e indicam que as vizinhanças elipsoidais conseguem frequentemente melhorar as soluções encontradas pelo resolvidor MIP, encontrando a melhor solução para algumas instâncias.

## Palavras-chave

Metaheurísticas. Path Relinking. Vizinhança elipsoidal. Otimização Combinatória. Programação Inteira Mista. Problema de Alocação Generalizado.

## Abstract

Rocha, Daniel Amaral de Medeiros; Aragão, Marcus V. S. Poggi de. **Combining metaheuristics with MP solvers, with applications to the Generalized Assignment Problem (GAP)**. Rio de Janeiro, 2009. 71p. MSc. Dissertation — Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Methods that mix strategies usually found in metaheuristic algorithms with techniques to solve mixed integer programming problems (MIPs) have had great results over the past few years. This work proposes two new algorithms in this philosophy: one is based on the Path Relink (PR) metaheuristic, while the other one is a simple algorithm that does post-processing in the solutions found by the MIP solver. Both algorithms use a new neighborhood structure, called ellipsoidal neighborhood, that has strong resemblances with the relinking step from PR algorithms and that, in this work, is generalized and extended for multiple solutions. The generalized assignment problem (GAP) is used for the computational experiments. Also tested are a MIP solver (ILOG CPLEX version 11) and a branch and price algorithm that uses the RINS and guided dives heuristics. The tested algorithms are compared among themselves and with GAP-specific heuristics. The results are satisfactory and show that the ellipsoidal neighborhoods can frequently improve the solutions found by the MIP solver, even finding the best result for some instances.

## Keywords

Metaheuristics. Path Relinking. Ellipsoidal neighborhood. Combinatorial Optimization. Mixed Integer Programming. Generalized Assignment Problem.

# Sumário

1	Introdução	<b>11</b>
1.1	Organização deste trabalho	12
2	Heurísticas e métodos aproximados	<b>14</b>
2.1	Busca local	14
2.2	Metaheurísticas	15
2.3	Dificuldades	18
3	Programação Inteira e resolvedores MIP	<b>20</b>
3.1	Resolvendo MIPs	20
3.2	Dificuldades	22
4	Combinando heurísticas com resolvedores MIP	<b>23</b>
4.1	Taxonomia	23
4.2	Local Branching (LB)	25
4.3	Relaxation Induced Neighborhood Search (RINS)	26
4.4	Variable Neighborhood Search (VNS)	28
5	Vizinhança elipsoidal	<b>31</b>
5.1	Múltiplas soluções	33
5.2	Paralelo com Relinking	36
6	Generalized Assignment Problem (GAP)	<b>37</b>
6.1	Formulação clássica	38
6.2	Formulação com número exponencial de colunas (geração de colunas)	39
6.3	Revisão da literatura do problema	40
6.4	Instâncias	43
7	Algoritmos	<b>45</b>
7.1	CPLEX	45
7.2	Pós-processamento com vizinhanças elipsoidais (PostProcessing)	46
7.3	Variable Neighborhood Search Branching (VNSBra)	48
7.4	Path Relink com vizinhança elipsoidal (PathRelinkMIP)	48
7.5	Stabilized branch-and-price com RINS e guided dives (BPRINS)	50
7.6	TSEC e PREC	51
8	Experimentos e Resultados	<b>52</b>
8.1	Metodologia	52
8.2	CPLEX	53
8.3	PostProcessing	56
8.4	VNSBra	56
8.5	PathRelinkMIP	58
8.6	Algoritmos MIP: PathRelinkMIP vs. VNSBra vs. CPLEX	59
8.7	BPRINS	61
8.8	Algoritmos MIP vs. BPRINS vs. metaheurísticas	63

9	Considerações finais	66
	Referências Bibliográficas	68

## Lista de tabelas

8.1	Resultados do algoritmo CPLEX para as instâncias classe C	54
8.2	Resultados do algoritmo CPLEX para as instâncias classe D	54
8.3	Resultados do algoritmo CPLEX para as instâncias classe E	55
8.4	Comparação dos algoritmos PostProcessing e CPLEX	57
8.5	Resultados do algoritmo VNSBra	58
8.6	Resultados do algoritmo PathRelinkMIP	60
8.7	Comparação dos algoritmos PathRelinkMIP, VNSBra e CPLEX	62
8.8	Resultados do algoritmo BPRINS, comparados com CPLEX	63
8.9	Comparação de todos os algoritmos	65

-