



**Yuri Percy Molina Rodriguez**

**Alocação das Cargas e das Perdas Complexas  
via Teoria dos Jogos e de Circuitos**

**Tese de Doutorado**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio como parte dos requisitos parciais para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Ricardo B. Prada  
Co-orientador: Prof. Osvaldo Saavedra Mendez

Rio de Janeiro  
Junho de 2009



**Yuri Percy Molina Rodriguez**

**Alocação das Cargas e das Perdas Complexas  
via Teoria dos Jogos e de Circuitos**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Dr. Ricardo Bernardo Prada**  
**Orientador**

Departamento de Engenharia Elétrica – PUC-  
Rio

**Dr. Osvaldo Saavedra Mendez**  
**Co-orientador**  
UFMA

**Dr. Luiz Guilherme Barbosa Marzano**  
CEPEL

**Dr. Alberto Vargas**  
Universidad Nacional de San Juan

**Dr. Miguel Arias Albornoz**  
Universidad de Santiago de Chile

**Dr. Delberis Araújo Lima**  
Departamento de Engenharia Elétrica – PUC-  
Rio

**Prof. José Eugenio Leal**  
Coordenador Setorial do Centro  
Técnico Científico

Rio de Janeiro, 19 de junho de 2009

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Yuri Percy Molina Rodriguez**

Graduou-se em Engenharia Elétrica na Universidade Nacional de Engenharia (Lima, Peru) em 2003. Mestre em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Maranhão (São Luis, Brasil) em 2005.

### Ficha Catalográfica

Rodriguez, Yuri Percy Molina

Alocação das cargas e das perdas complexas via teoria dos jogos e de circuitos / Yuri Percy Molina Rodriguez ; orientador: Ricardo B. Prada ; co-orientador: Osvaldo Saavedra Mendez. – 2009.

171 f. ; 30 cm

Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

Inclui bibliografia

1. Engenharia elétrica – Teses. 2. Alocação das perdas complexas. 3. Alocação das cargas. 4. Teoria dos jogos. 5. Método de Aumann-Shapley. 6. Leis de circuitos. 7. Contra-fluxos. 8. Subsídios cruzados. 9. Alocação negativa. I. Prada, Ricardo B. II. Mendez, Osvaldo Saavedra. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. IV. Título.

CDD: 621.3

Aos meus pais, Santiago Molina e Julia Rodriguez

## Agradecimentos

Aos professores Ricardo Prada e Osvaldo Saavedra pelo apoio e orientação no desenvolvimento deste trabalho.

Ao CNPQ pelo suporte financeiro concedido, sem o qual este trabalho não se realizaria.

A todos os companheiros do curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, pelo estímulo e pela saudável convivência.

Aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio pela atenção e presteza.

## Resumo

Rodriguez, Yuri Percy Molina; Prada, Ricardo Bernardo (Orientador); Mendez, Osvaldo Saavedra (Co-orientador). **Alocação das Cargas e das Perdas Complexas via Teoria dos Jogos e de Circuitos**. Rio de Janeiro, 2009. 171p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do rio de Janeiro.

Devido à introdução da competição na indústria de energia elétrica, tornou-se importante determinar e identificar, nas perdas da rede de transmissão, a parcela de responsabilidade para cada agente do sistema (fornecedores e consumidores), assim como determinar a participação de cada gerador no consumo das cargas. Nesta tese, através do uso da teoria dos jogos, método de Aumann-Shapley, e da teoria de circuitos propõem-se métodos que fornecem atribuições de responsabilidade consistentes para estes problemas. As alocações refletem a localização dos geradores e das cargas na rede em conformidade com as leis de circuitos. Considera-se a influência da componente real da corrente nas perdas e cargas reativas, assim como a influência da componente imaginária da corrente nas perdas e cargas ativas. Contra-fluxos, e alocações negativas são tópicos apresentados e discutidos. Com a finalidade de demonstrar a aplicabilidade dos métodos propostos, exemplos numéricos são apresentados e discutidos.

## Palavras-chave

Alocação das perdas complexas, alocação das cargas, teoria dos jogos, método de Aumann-Shapley, leis de circuitos, contra-fluxos, subsídios cruzados, alocação negativa.

## Abstract

Rodriguez, Yuri Percy Molina; Prada, Ricardo Bernardo (Advisor); Mendez, Osvaldo Saavedra (Co-advisor). **Allocation of Loads and Complex Losses through Game and Circuit Theory**. Rio de Janeiro, 2009. 171p. Rio de Janeiro, 2009. 173p. Doctorate Thesis – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Due to the introduction of competition in the energy industry, it has become very important to determine and quantify the responsibility of each agent in transmission system losses, as well as to determine the participation of each generator to the loads. In this thesis, through the use of game theory, Aumann-Shapley method, and circuit theory are proposed methods that determine responsibilities consistent to these problems, reflecting the position of generators and loads on network in accordance with the circuit laws. The influence of active current component on reactive losses and demand, as well as the influence of reactive current component on active losses and demand are considered. Counter-flow and negative allocation issues are discussed. Numerical examples are presented and discussed in order to demonstrate the applicability of the proposed methods.

## Keywords

Complex losses allocation, loads allocation, game theory, Aumann-Shapley theory, circuit theory, counter-flow, cross-subsidy, negative allocation.

# Sumário

1	Introdução .....	15
1.1	Considerações Iniciais .....	15
1.2	Objetivo .....	16
1.2.1	Motivação .....	17
1.3	Estado da Arte .....	20
1.3.1	Alocação de Perdas do Sistema de Transmissão .....	20
1.3.2	Contribuição dos Geradores às Cargas .....	23
1.4	Estrutura da Tese .....	24
2	Métodos de Repartição de Custos .....	26
2.1	Introdução .....	26
2.2	Conceitos Básicos .....	27
2.3	Exemplo Ilustrativo .....	30
2.4	Método <i>Nucleolus</i> .....	34
2.5	Método dos Custos Marginais .....	37
2.6	Método dos Custos Incrementais .....	41
2.7	Método de Shapley .....	43
2.8	Método de Aumann-Shapley .....	46
2.9	Conclusões .....	50
3	Métodos de Alocação de Perdas e Demandas Elétricas .....	52
3.1	Introdução .....	52
3.2	Métodos de Alocação de Perdas Elétricas .....	52
3.2.1	Método Pro Rata (Selo) .....	54
3.2.2	Métodos Baseados no Princípio da Divisão Proporcional .....	55
3.2.3	Métodos Baseados em Teoria de Circuitos .....	60
3.2.4	Métodos Baseados em Teoria dos Jogos .....	65
3.3	Métodos de Alocação de Demanda Elétrica .....	73
3.3.1	Métodos Baseados no Princípio da Divisão Proporcional .....	74
3.3.2	Método Baseado em Teoria de Circuitos .....	80
3.4	Conclusões .....	84
4	Teoria de Circuitos Elétricos .....	85
4.1	Introdução .....	85
4.2	Cálculo de Corrente na Carga .....	85
4.3	Cálculo da Potência Consumida pelas Cargas .....	88
4.4	Cálculo da Potência Fornecida pelos Geradores .....	89
4.5	Conclusões .....	90
5	Método Proposto para Alocar as Cargas e Perdas Complexas .....	91
5.1	Introdução .....	91
5.1.1	Cálculo da Corrente na Carga .....	93
5.1.2	Cálculo da Potência Consumida por uma Carga .....	94
5.2	Alocação de Potência dos Geradores para as Cargas .....	94
5.3	Alocação de Perdas do Sistema .....	96
5.3.1	Alocação de Perdas aos Geradores .....	97
5.3.2	Alocação de Perdas às Cargas .....	102
5.4	Alocação de Perdas nas Linhas de Transmissão .....	109
5.4.1	Contra-Fluxos e Alocações Negativas .....	115
5.5	Efeito Capacitivo das Linhas de Transmissão nas Perdas do Sistema .....	118

5.6	Conclusões.....	121
6	Aplicação do Método Proposto para Alocação de Cargas e Perdas Complexas.....	122
6.1	Introdução.....	122
6.2	Alocação de Carga Complexa.....	123
6.2.1	Cálculo da Corrente na Carga.....	123
6.2.2	Cálculo de Potência Consumida por uma Carga .....	124
6.3	Alocação de Perdas aos Geradores e Cargas .....	129
6.3.1	Alocação de Perdas aos Geradores.....	129
6.3.2	Alocação de Perdas para as Cargas.....	134
6.3.3	Alocação de Perdas nas Linhas de Transmissão .....	136
6.3.4	Comparação de Métodos de Alocação em Cenários Diferentes.....	142
6.3.5	Alocação de Perdas no Sistema IEEE 30 Barras.....	152
6.4	Conclusões.....	157
7	Conclusões .....	158
8	Referências Bibliográficas.....	161
	Apêndice A - Método de Aumann-Shapley .....	166

## Lista de Figuras

Figura 1.1 - Sistema de Duas Barras .....	18
Figura 2.1 - Representação Geométrica do Núcleo .....	33
Figura 2.2 - Representação Gráfica dos Custos Marginais .....	38
Figura 2.3 - Sobre-Remuneração do Método de Custos Marginais .....	40
Figura 3.1 - Princípio da Divisão Proporcional do Fluxo de Potência Ativa ....	56
Figura 3.2 - Modelo $\pi$ da Linha de Transmissão entre as Barras $m$ e $n$ .....	67
Figura 3.3 - Representação do Sistema de Potência .....	70
Figura 3.4 - Sistema de 6 Barras Usado para Ilustrar o Conceito .....	75
Figura 3.5 - Gráfico de Estado do Sistema de 6 Barras .....	77
Figura 3.6 - Gráfico de Estado do Sistema de 6 Barras .....	79
Figura 4.1 - Circuito de 3 Barras .....	86
Figura 5.1 - Representação do Sistema de Potência .....	92
Figura 5.2 - Sistema de Potência Remodelado (Geradores como Fontes de Corrente) .....	93
Figura 5.3 - Sistema de Potência Remodelado (Cargas como Fontes de Corrente) .....	103
Figura 5.4 - Linha que Dissipa Potência Elétrica Decorrente da Contribuição de Duas Fontes de Corrente Equivalentes de Geração .....	109
Figura 5.5 - Linha que Dissipa Potência Elétrica Decorrente da Contribuição de Duas Fontes de Corrente Equivalentes de Carga .....	111
Figura 5.6 - Linha que Dissipa Potência Elétrica Decorrente da Contribuição de Duas Fontes de Corrente .....	116
Figura 5.7 - Alocação de Perdas às Fontes A e B.....	118
Figura 6.1 - Sistema-Teste de 4 Barras .....	122

Figura 6.2 - Sistema-Teste de 5 Barras .....	143
Figura 6.3 - Sistema-Teste de 3 Barras .....	145
Figura 6.4 - Sistema-Teste Equivalente de 3 Barras.....	145
Figura 6.5 - Diagrama Unifilar do Sistema IEEE 30 Barras.....	153
Figura A.1 - Caminho ABA .....	167

## Lista de Tabelas

Tabela 2.1 - Resultado da Repartição de Custos (milhões) .....	32
Tabela 2.2 - Alocação de Custos pelo Método de Custos Marginais .....	39
Tabela 2.3 – Alocação de Custos pelo Método de Custos Marginais com Fator de Ajuste $\phi$ .....	40
Tabela 2.4 – Alocação de Custos pelo Método de Custos Incrementais – Seqüência 1-2-3 .....	42
Tabela 2.5 – Alocação de Custos pelo Método de Custos Incrementais – Seqüência 1-3-2 .....	43
Tabela 2.6 – Alocação de Custos pelo Método de Shapley .....	44
Tabela 2.7 – Alocação de Custos pelo Método de Shapley – Custos Unitários .....	44
Tabela 2.8 - Alocação de Custos pelo Método de Aumann-Shapley .....	49
Tabela 2.9 - Vantagens e Desvantagens dos Métodos de Repartição de Custos .....	51
Tabela 5.1 - Dados das Barras do Sistema-Teste de 2 Barras .....	117
Tabela 6.1 - Dados das Barras do Sistema-Teste de 4 Barras .....	123
Tabela 6.2 - Dados dos Fluxos das Linhas do Sistema-Teste de 4 Barras..	123
Tabela 6.3 - Participação das Componentes Reais das Fontes de Corrente Equivalentes dos Geradores na Potência Consumida pelas Cargas do Sistema-Teste de 4 Barras.....	126
Tabela 6.4 - Participação das Componentes Imaginárias das Fontes de Corrente Equivalentes dos Geradores na Potência Consumida pelas Cargas do Sistema-Teste de 4 Barras.....	127
Tabela 6.5 - Participação das Fontes de Corrente Equivalentes dos Geradores na Potência Consumida pelas Cargas do Sistema-Teste de 4 Barras.....	127

Tabela 6.6 - Comparação das Contribuições dos Geradores nas Potências Consumidas pelas Cargas do Sistema-Teste de 4 Barras.....	129
Tabela 6.7 - Participação das Componentes Reais das Fontes de Corrente Equivalentes dos Geradores nas Perdas .....	132
Tabela 6.8 - Participação das Componentes Imaginárias das Fontes de Corrente Equivalentes dos Geradores nas Perdas .....	133
Tabela 6.9 - Participação das Fontes de Corrente Equivalentes dos Geradores nas Perdas .....	134
Tabela 6.10 - Participação nas Perdas das Componentes Reais das Fontes de Corrente Equivalentes das Cargas.....	134
Tabela 6.11 - Participação das Componentes Imaginárias das Fontes de Corrente Equivalentes das Cargas nas Perdas .....	134
Tabela 6.12 - Participação nas Perdas das Fontes de Corrente Equivalentes das Cargas .....	135
Tabela 6.13 - Participação das Fontes de Corrente Equivalentes dos Geradores nas Perdas do Sistema .....	135
Tabela 6.14 - Alocação de Perdas às Componentes Reais das Correntes dos Geradores e Cargas em Cada Linha de Transmissão no Sistema-Teste de 4 Barras.....	138
Tabela 6.15 - Alocação de Perdas às Componentes Imaginárias das Correntes dos Geradores e Cargas em Cada Linha de Transmissão no Sistema-Teste de 4 Barras .....	138
Tabela 6.16 - Alocação de Perdas às Correntes dos Geradores e Cargas em Cada Linha de Transmissão no Sistema-Teste de 4 Barras.....	139
Tabela 6.17 - Alocação de Perdas Complexas às Cargas em Cada Linha de Transmissão no Sistema-Teste de 4 Barras .....	142
Tabela 6.18 - Sistema-Teste de 5 Barras - Estado de Operação do Caso-Base .....	143

Tabela 6.19 - Sistema-Teste de 5 Barras: Fluxos de Potência e Perdas nas Linhas de Transmissão para o Caso-Base.....	143
Tabela 6.20 - Alocação de Perdas entre Geradores e Cargas do Sistema-Teste de 3 Barras.....	146
Tabela 6.21 – Alocação de Perdas para o Cenário 1: Potência Ativa Gerada na Barra 3 = 74,95 MW .....	149
Tabela 6.22 - Alocação de Perdas para o Cenário 2: Potência Ativa Gerada na Barra 3 =155 MW .....	150
Tabela 6.23 - Alocação de Perdas para o Cenário 3: Potência Ativa Gerada na Barra 3 = 237,425 MW .....	151
Tabela 6.24 – Dados das Barras do Sistema IEEE 30 barras.....	153
Tabela 6.25 – Dados dos Fluxos das Linhas do Sistema IEEE 30 barras ...	154
Tabela 6.26 - Alocação de Perdas Complexas às Cargas e Geradores no Sistema IEEE 30 Barras.....	156