

2

Modelo do Sinal

Neste capítulo é apresentado o modelo do sinal para a transmissão CDMA por blocos. Os sistemas apresentados consideram a transmissão através de um canal SISO (*Single Input - Single Output*) seletivo em frequência que consiste em uma antena no transmissor e uma antena no receptor. Contempla-se o enlace direto (*downlink*) síncrono a nível de símbolo que emprega seqüências de espalhamento curtas, cujo período é igual à duração de um símbolo.

É também derivado um modelo generalizado para os sistemas considerados, o que permitirá, nos seguintes capítulos, projetar para todos os casos receptores baseados nos mesmos critérios.

2.1

Transmissão CDMA por Blocos

Considera-se o enlace direto de um sistema CDMA com K usuários ativos cujo modelo discreto é apresentado na Fig. 2.1. Neste sistema cada usuário transmite símbolos $s_k(i)$ que são espalhados pelo código \mathbf{c}_k , tal que $\mathbf{c}_k = [c_{k,1} \ c_{k,2} \ \cdots \ c_{k,N}]^T$, sendo N o ganho de processamento, $\{c_{k,n}\}_{n=0}^N = \exp(-j\theta_{k,n})/\sqrt{N}$, $\theta_{k,n} \in [0, 2\pi[$, e $\mathbf{c}_k^H \mathbf{c}_k = 1$. Assume-se que os símbolos $s_k(i)$ são variáveis aleatórias complexas independentes e identicamente distribuídas de média zero e energia média unitária, que podem assumir valores que dependem da constelação utilizada.

Os símbolos espalhados são agrupados em vetores de dimensão N e modulados em portadora única ou multiportadora por meio da matriz \mathbf{G} de tamanho $N \times N$. Antes da transmissão, um intervalo de guarda de tamanho L_g é inserido com o fim de evitar a interferência interbloco (IBI). Este intervalo de guarda é inserido pela matriz \mathbf{T} de tamanho $M \times N$ onde $M = N + L_g$. A forma das matrizes \mathbf{G} e \mathbf{T} será especificada nas seções seguintes.

O vetor formado para a transmissão é expresso por

$$\bar{\mathbf{s}}(i) = \mathbf{T}\mathbf{G} \sum_{k=1}^K \rho_k \mathbf{c}_k s_k(i) \quad (2-1)$$

onde $\rho_k = \sqrt{E_k}$ é a amplitude e E_k é a energia transmitida para o usuário k ,

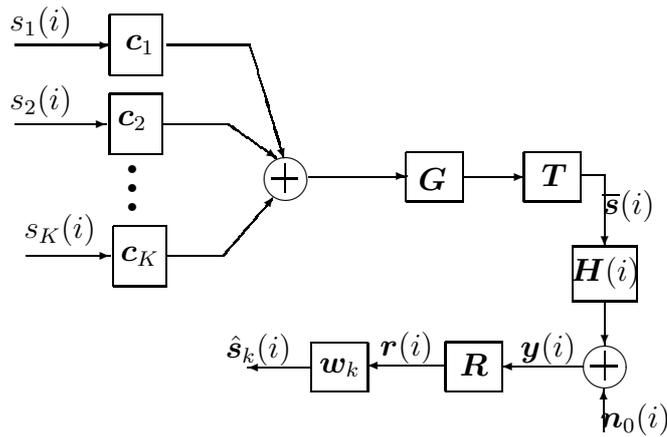


Figura 2.1: Estrutura geral de um sistema de transmissão por blocos para canais SISO.

$\bar{s}(i)$ é um vetor de tamanho M .

2.1.1 Transmissão Multiportadora

O objetivo básico da transmissão multiportadora é o de permitir que um grupo de símbolos com alta taxa de transmissão possa ser transmitido como vários subgrupos de símbolos com baixa taxa de transmissão [13]. Uma possibilidade de transmissão multiportadora é a realização convencional de multiplexação por divisão de frequência, onde cada subportadora é completamente separada no domínio da frequência. Devido a limitações na implementação dos filtros de *roll-off*, o espaçamento entre subportadoras deve ser maior que a largura de banda de Nyquist para evitar interferência co-canal (ICI). A ICI pode ser evitada se existe ortogonalidade entre subportadoras.

Se a forma de onda do pulso transmitido for retangular, a ortogonalidade entre sinais é obtida escolhendo um espaçamento entre subportadoras igual ao inverso da duração de chip por subportadora [13], T_c , isto é, as subportadoras estão localizadas nas frequências $f_0 + f_n$, onde f_0 é a frequência central de transmissão e $f_n = n/T_c$, $n = 0, 1, \dots, N - 1$. Este efeito é conseguido em (2-1) por meio da matriz $\mathbf{G} = \mathbf{F}_N^H$ onde \mathbf{F}_N é a matriz que implementa a transformada discreta de Fourier de N pontos, normalizada tal que $\mathbf{F}_N \mathbf{F}_N^H = \mathbf{F}_N^H \mathbf{F}_N = \mathbf{I}_N$.

2.1.2 Transmissão em Portadora Única

Neste tipo de sistemas os símbolos transmitidos são modulados por apenas uma portadora. De forma a generalizar o modelo, a modulação de

portadora única é realizada antes da inserção do intervalo de guarda e é representada por meio da matriz $\mathbf{G} = \mathbf{I}_N$.

2.1.3

Intervalo de Guarda

O vetor $\bar{\mathbf{s}}(i)$ em (2-1) é transmitido em forma serial através de um canal multipercurso, geralmente variante no tempo, composto por L percursos.

Este canal pode ser convenientemente modelado como um filtro FIR com L coeficientes de valor igual às amostras (tomada a taxa de chip, $1/T_c$) da envoltória complexa da resposta impulsional do canal, isto é, $\mathbf{h}(i) = [h_0(i) \ h_1(i) \ \cdots \ h_{L-1}(i)]^T$, $\mathbb{E} [\|\mathbf{h}(i)\|^2] = 1$. Supondo que durante um período de símbolo o canal permaneça constante e que a ordem do canal seja menor que o tamanho do bloco M , a transmissão do sinal através do canal multipercurso pode ser representada por meio de matrizes de convolução de tamanho $M \times M$ como:

$$\mathbf{y}(i) = \mathbf{H}(i)\bar{\mathbf{s}}(i) + \mathbf{H}(i-1)\bar{\mathbf{s}}(i-1) + \mathbf{n}_0(i) \quad (2-2)$$

onde $\mathbf{y}(i)$ é um vetor de tamanho M , $\mathbf{n}_0(i)$ representa o vetor de ruído térmico, modelado por um vetor aleatório complexo gaussiano de média zero e matriz de covariância $\mathbf{K}_{\mathbf{n}_0} = \mathbb{E} [\mathbf{n}_0(i)\mathbf{n}_0^H(i)] = N_0\mathbf{I}_M$, N_0 é a densidade espectral do ruído, e as matrizes $\mathbf{H}(i)$ e $\mathbf{H}(i-1)$ têm a seguinte estrutura:

$$\mathbf{H}(i) = \begin{pmatrix} h_0(i) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & h_0(i) & 0 & \cdots & 0 \\ h_{L-1}(i) & \cdots & \ddots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & h_{L-1}(i) & \cdots & h_0(i) \end{pmatrix} \quad (2-3)$$

e

$$\mathbf{H}(i-1) = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & h_{L-1}(i-1) & \cdots & h_1(i-1) \\ \vdots & \ddots & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \ddots & \ddots & h_{L-1}(i-1) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \quad (2-4)$$

O termo $\mathbf{H}(i-1)\bar{\mathbf{s}}(i-1)$ em (2-2) representa a interferência no i -ésimo bloco devida ao $(i-1)$ -ésimo bloco, o que é chamado de interferência interbloco (IBI).

Para eliminar esta interferência interbloco, um intervalo de guarda antes da transmissão é inserido por meio da matriz \mathbf{T} . As duas técnicas mais comuns na literatura são: prefixo cíclico (CP) e preenchimento de zeros (ZP) [5].

Prefixo Cíclico

Neste método reproduz-se no início de cada bloco, as últimas L_g amostras do mesmo bloco para formar um vetor de tamanho $M = N + L_g$. No receptor, se retirarmos as L_g primeiras amostras, teremos um vetor observação de tamanho N da seguinte forma:

$$\mathbf{r}(i) = \mathbf{R}_{cp} \mathbf{H}(i) \mathbf{T}_{cp} \mathbf{G} \sum_{k=1}^K \rho_k \mathbf{c}_k s_k(i) + \mathbf{R}_{cp} \mathbf{n}_0(i) \quad (2-5)$$

onde \mathbf{T}_{cp} é a matriz que insere o intervalo de guarda e \mathbf{R}_{cp} é a matriz que remove o intervalo de guarda e têm a seguinte forma

$$\mathbf{T}_{cp} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{L_g \times N - L_g} & \mathbf{I}_{L_g} \\ & \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \quad \mathbf{R}_{cp} = [\mathbf{0}_{N \times L_g} \mid \mathbf{I}_N] \quad (2-6)$$

onde \mathbf{I}_N é a matriz identidade de tamanho N e $\mathbf{0}_{L_g \times N}$ é a matriz de zeros de tamanho $L_g \times N$.

Preenchimento de Zeros

Neste método preenche-se com L_g zeros o final de cada bloco a ser transmitido formando um bloco de tamanho M . No processamento inicial do receptor, o intervalo de guarda não é removido, assim teremos um vetor observação de tamanho M da seguinte forma:

$$\mathbf{r}(i) = \mathbf{R}_{zp} \mathbf{H}(i) \mathbf{T}_{zp} \mathbf{G} \sum_{k=1}^K \rho_k \mathbf{c}_k s_k(i) + \mathbf{R}_{zp} \mathbf{n}_0(i) \quad (2-7)$$

onde \mathbf{T}_{zp} é a matriz que insere o intervalo de guarda de zeros e \mathbf{R}_{zp} é a matriz identidade, colocada apenas para generalizar o modelo. \mathbf{T}_{zp} tem a seguinte forma:

$$\mathbf{T}_{zp} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N \\ \mathbf{0}_{L_g \times N} \end{bmatrix}$$

Observe que, em ambos os casos, CP e ZP, para evitar a IBI o tamanho do intervalo de guarda deve ser ao menos a ordem do canal, isto é, se $L_g \geq L - 1$, a interferência interbloco é eliminada.

Definindo $Q = M$ no caso ZP e $Q = N$ no caso CP, o vetor Q dimensional observado no receptor no instante de tempo i para um canal variante no tempo é dado por:

$$\mathbf{r}(i) = \mathbf{R} \mathbf{H}(i) \mathbf{T} \mathbf{G} \sum_{k=1}^K \rho_k \mathbf{c}_k s_k(i) + \mathbf{n}(i) \quad (2-8)$$

onde $\mathbf{n}(i) = \mathbf{R} \mathbf{n}_0(i)$ é um vetor aleatório complexo gaussiano de média zero e matriz de covariância $\mathbf{K}_n = \mathbb{E} [\mathbf{n}(i) \mathbf{n}^H(i)] = N_0 \mathbf{I}_Q$, e as outras matrizes envolvidas dependem do sistema escolhido, como especificado na Tab. 2.1,

onde SC indica portadora única e MC multiportadora. Observe-se que a transformada discreta de Fourier, normalmente presente na recepção não é incluída no modelo.

Tabela 2.1: Escolha de matrizes para os diferentes sistemas CDMA de transmissão por blocos.

Sistema de transmissão	\mathbf{R}	\mathbf{T}	\mathbf{G}
SC CDMA CP	\mathbf{R}_{cp}	\mathbf{T}_{cp}	\mathbf{I}_N
SC CDMA ZP	\mathbf{I}_M	\mathbf{T}_{zp}	\mathbf{I}_N
MC CDMA CP	\mathbf{R}_{cp}	\mathbf{T}_{cp}	\mathbf{F}_N^H
MC CDMA ZP	\mathbf{I}_M	\mathbf{T}_{zp}	\mathbf{F}_N^H

2.2

Propriedades e Modelo Unificado

p1) Nos sistemas CP, $\mathbb{H}(i) = \mathbf{R}_{cp}\mathbf{H}(i)\mathbf{T}_{cp}$ é uma matriz Toeplitz circulante de dimensão $N \times N$, da forma:

$$\mathbb{H}(i) = \begin{pmatrix} h_0(i) & 0 & \dots & 0 & h_L(i) & h_{L-1}(i) & \dots & h_1(i) \\ h_1(i) & h_0(i) & 0 & \ddots & 0 & h_L(i) & \dots & h_2(i) \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ h_{L-1}(i) & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & h_L(i) \\ h_L(i) & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & h_L(i) & \dots & \dots & \dots & h_0(i) \end{pmatrix} \quad (2-9)$$

p2) Nos sistemas ZP, $\mathbf{R}_{zp}\mathbf{H}(i)\mathbf{T}_{zp} = \mathbb{H}(i)\mathbf{T}_{zp}$ onde $\mathbb{H}(i)$ é uma matriz Toeplitz circulante de dimensão $M \times M$, similar a (2-9). Esta igualdade decorre de fato de $\mathbf{R}_{zp} = \mathbf{I}_M$ e pela estrutura de \mathbf{T}_{zp} .

p3) Seja uma matriz Toeplitz simétrica, $\mathbb{H}(i)$, de tamanho $Q \times Q$ como em p1) e p2), $\mathbb{H}(i)$ pode ser diagonalizada como:

$$\mathbb{H}(i) = \mathbf{F}_Q^H \mathbf{\Lambda}(i) \mathbf{F}_Q \quad (2-10)$$

onde $\mathbf{\Lambda}(i)$ é uma matriz diagonal construída com a transformada discreta de Fourier de Q pontos da resposta impulsional do canal, $\mathbf{h}(i) = [h_0(i) \dots h_L(i)]^T$, isto é, $\mathbf{\Lambda}(i) = \text{diag}(\tilde{\mathbf{F}}_{Q \times L} \mathbf{h}(i))$, onde $\tilde{\mathbf{F}}_{Q \times L}$ é matriz formada pelas L primeiras colunas da matriz que implementa a transformada discreta de Fourier de Q pontos, não normalizada e $\text{diag}(\mathbf{x})$ representa uma matriz diagonal cujos elementos não nulos são iguais aos elementos de \mathbf{x} .

Utilizando p1) e p2), (2-8) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(i) &= \mathbb{H}(i)\mathbf{V} \sum_{k=1}^K \rho_k \mathbf{c}_k s_k(i) + \mathbf{n}(i) \\ &= \mathbb{H}(i)\mathbf{V}\mathbf{C}\boldsymbol{\rho}\mathbf{s}(i) + \mathbf{n}(i) \end{aligned} \quad (2-11)$$

onde $\mathbf{C} = [\mathbf{c}_1 \ \mathbf{c}_2 \ \cdots \ \mathbf{c}_K]$, $\boldsymbol{\rho} = \text{diag}(\rho_1, \rho_2, \cdots, \rho_K)$, $\mathbf{s}(i) = [s_1(i) \ s_2(i) \ \cdots \ s_K(i)]^T$, e \mathbf{V} é uma matriz que depende do sistema utilizado, como indicado na Tab. 2.2.

Tabela 2.2: Escolha de matrizes para os diferentes sistemas CDMA de transmissão por blocos no modelo simplificado.

Sistema de transmissão	\mathbf{V}
SC CDMA CP	\mathbf{I}_N
SC CDMA ZP	\mathbf{T}_{zp}
MC CDMA CP	\mathbf{F}_N^H
MC CDMA ZP	$\mathbf{T}_{zp}\mathbf{F}_N^H$

Se utilizarmos a propriedade p3) podemos reescrever (2-11) como:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(i) &= \mathbf{F}_Q^H \Lambda(i) \mathbf{F}_Q \mathbf{V} \sum_{k=1}^K \rho_k \mathbf{c}_k s_k(i) + \mathbf{n}(i) \\ &= \sum_{k=1}^K \rho_k \mathbf{F}_Q^H \text{diag}(\tilde{\mathbf{F}}_{Q \times L} \mathbf{h}(i)) \mathbf{F}_Q \mathbf{V} \mathbf{c}_k s_k(i) + \mathbf{n}(i) \\ &= \sum_{k=1}^K \rho_k \mathbf{F}_Q^H \text{diag}(\mathbf{F}_Q \mathbf{V} \mathbf{c}_k) \tilde{\mathbf{F}}_{Q \times L} \mathbf{h}(i) s_k(i) + \mathbf{n}(i) \\ &= \sum_{k=1}^K \rho_k \mathbf{C}_k \mathbf{h}(i) s_k(i) + \mathbf{n}(i) \end{aligned} \quad (2-12)$$

onde $\mathbf{C}_k = \mathbf{F}_Q^H \text{diag}(\mathbf{F}_Q \mathbf{V} \mathbf{c}_k) \tilde{\mathbf{F}}_{Q \times L}$ é uma matriz de tamanho $Q \times L$ e cuja forma depende do sistema a ser empregado. Nas subseções seguintes indica-se como é construída a matriz \mathbf{C}_k para o caso de portadora única e multiportadora com prefixo cíclico e preenchimento de zeros.

2.2.1 SC CDMA ZP

Neste caso, \mathbf{C}_k em (2-12) é uma matriz de convolução Toeplitz de dimensão $M \times L$ que contém versões deslocadas do código do usuário k completado com L_g zeros.

2.2.2 SC CDMA CP

Neste caso, \mathbf{C}_k em (2-12) é uma matriz circulante de dimensão $N \times L$ que contém versões do código do usuário k , deslocadas circularmente.

2.2.3 MC CDMA ZP

Neste caso, \mathbf{C}_k é uma matriz de Toeplitz de dimensão $M \times L$ que contém as versões deslocadas da transformada do código do usuário k pela matriz $\mathbf{G} = \mathbf{F}_N^H$, completada com L_g zeros.

2.2.4 MC CDMA CP

Neste caso, \mathbf{C}_k é uma matriz circulante de dimensão $N \times L$ que contém as versões circularmente deslocadas da transformada do código do usuário k pela matriz $\mathbf{G} = \mathbf{F}_N^H$.

2.3 Conclusões

Neste capítulo foi apresentado o modelo do sinal que será utilizado neste trabalho, para o caso de sistemas de transmissão CDMA por blocos em canais SISO seletivos em frequência. Foram contemplados quatro diferentes sistemas para o enlace direto e foi derivado um modelo generalizado para estes sistemas.

Observe-se que este modelo é muito similar ao modelo do sinal utilizado nos sistemas de transmissão DS-CDMA [51] e OFDM [52, 53]. É de se esperar, portanto, que os algoritmos propostos neste trabalho sejam facilmente estendidos nesses casos.