

Referências Bibliográficas

- [1] BACKX, F. D.; VINHOZA, T. ; SAMPAIO-NETO, R.. **Power techniques for blind channel estimation in zero-padded ofdm systems**. 18o Annual IEEE Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications PIMRC07, 1(1), Setembro 2007. 1.1, 6.1, 6.2, 6.2
- [2] BACKX, F. D.; VINHOZA, T. ; SAMPAIO-NETO, R.. **Blind channel estimation for zero-padded ofdm systems based on correlation matching**. IEEE Vehicular Transactions on Communications - VTC07, 2007. 1.1, 7.1, 7.1
- [3] BEEK, J. J. V.; EDFORS, O.; SANDELL, M.; WILSON, S. K. ; BÖRJES-SON, P. O.. **On channel estimation for ofdm systems**. Proc. IEEE - VTC, 1(1):815–819, Julho 1995. 1.2, 3.2
- [4] BINGHAM, J. A. C.. **Multicarrier modulation for data transmission: An idea whose time has come**. IEEE Communications Magazine, p. 5–14, Janeiro 1990. 2.2, 2.4.1
- [5] BURY, A.. **Efficient multi-carrier spread spectrum transmissions**. Düsseldorf VDI-Verlag - series 10, (685):918–926, Junho 2001. 2.4
- [6] CARDOSO, D. F.; VINHOZA, T.. **Estratégias de detecção multiusuário para minimizar a interferência em sistemas de comunicação sem fio ds-cdma**. VIII Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha - SPOLM 2005, 1(1), Agosto 2005. 9
- [7] CARDOSO, D. F.; VINHOZA, T.. **Redes neurais recorrentes aplicadas na detecção multiusuário em sistemas de comunicação sem fio ds-cdma**. IX Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha - SPOLM 2006, 1(1):Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Agosto 2006. 7
- [8] CARDOSO, D. F.; MEDINA, C. A.. **O uso da simulação para avaliar o desempenho de sistemas de comunicação sem fio**. IX Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha - SPOLM 2006, 1(1), Agosto 2006. 8

- [9] CARDOSO, D. F.; VINHOZA, T. ; SAMPAIO-NETO, R.. **Análise de estimadores de canal assistidos para sistemas cdma com múltiplas portadoras.** XXV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBT 2007, 1(1), Setembro 2007. 4
- [10] CARDOSO, D. F.; VINHOZA, T. ; SAMPAIO-NETO, R.. **Modelagem matemática aplicada ao desempenho de sistemas de transmissão digital.** X Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha - SPOLM 2007, 1(1), Novembro 2007. 5
- [11] CARDOSO, D. F.; T.VINHOZA ; NETO, R. S.. **A simulação como ferramenta de auxílio na avaliação de um sistema de comunicação cdma com múltiplas portadoras.** X Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha - SPOLM 2007, 1(1), Novembro 2007. 6
- [12] CARDOSO, D. F.; VINHOZA, T.. **Estratégias de detecção multiusuário para minimizar a interferência em sistemas de comunicação ds-cdma.** Revista Pesquisa Naval - ISSN 1414-8595, 1(19):117–122, Dezembro 2007. 10
- [13] CARDOSO, D. F.; VINHOZA, T.. **Redes neurais recorrentes aplicadas na detecção multiusuário em sistemas de comunicação sem fio ds-cdma.** Revista Pesquisa Naval - ISSN 1414-8595, 1(19):170–177, Dezembro 2007. 11
- [14] CARDOSO, D. F.; BACKX, F. D. ; SAMPAIO-NETO, R.. **Alternative subspace method for improved blind channel estimation in uplink zero padded mc-ds/cdma systems.** Australasian Telecommunication Networks and Applications Conference - ATNAC 2008, 1(1), Dezembro 2008. 1, 17
- [15] CARDOSO, D. F.; BACKX, F. D. ; SAMPAIO-NETO, R.. **Estimação cega de canal para sistemas mc ds cdma zp baseada nos métodos das potências e de subespaço.** XXVI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBT 2008, 1(1), Setembro 2008. 1
- [16] CARDOSO, D. F.; BACKX, F. D. ; SAMPAIO-NETO, R.. **A simulação monte carlo na avaliação do desempenho de sistemas de transmissão ofdm com estimativas de canal baseadas em correlation matching.** XI Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha - SPOLM 2008, 1(1), Agosto 2008. 2

- [17] CARDOSO, D. F.; BACKX, F. D. ; SAMPAIO-NETO, R.. **Análise estatística baseada no método de subespaço e na técnica de potência aplicada em redes de comunicações móveis.** XI Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha - SPOLM 2008, 1(1), Agosto 2008. 3
- [18] CARDOSO, D. F.; VINHOZA, T. ; SAMPAIO-NETO, R.. **A simulação como ferramenta de auxílio na avaliação de um sistema de comunicação cdma com múltiplas portadoras.** Revista Pesquisa Naval - ISSN 1414-8595, 1(20):90–99, Junho 2008. 12
- [19] CARDOSO, D. F.; BACKX, F. D. ; SAMPAIO-NETO, R.. **Modelagem matemática aplicada na comparação de desempenho dos sistemas mc cdma e mc ds cdma empregados em redes de telecomunicações sem fio.** Revista Pesquisa Naval - ISSN 1414-8595, 1(21), Dezembro 2008. 13
- [20] CARDOSO, D. F.; BACKX, F. D. ; SAMPAIO-NETO, R.. **On correlation matching approaches to multipath parameter estimation in mc ds cdma zp systems.** Radio and Wireless Symposium - RAWCON 2009, 1(1), Janeiro 2009. 2, 16
- [21] CARDOSO, D. F.; BACKX, F. D. ; SAMPAIO-NETO, R.. **Performance of multicarrier cdma systems with improved pilot-aided channel estimation.** WONS - 2009, 1(1), Fevereiro 2009. 3, 18
- [22] CARDOSO, D. F.; BACKX, F. D. ; SAMPAIO-NETO, R.. **Improved pilot-aided channel estimation in zero padded mc-cdma systems.** ISWPC - 2009, 1(1), Fevereiro 2009. 4, 19
- [23] CARDOSO, D. F.; BACKX, F. D. ; SAMPAIO-NETO, R.. **Sistemas de telecomunicações mc ds cdma com estimação cega de canal baseada no método de subespaço e na técnica de potência.** Aceito - Revista Pesquisa Naval - ISSN 1414-8595, 1(1), 2009. 14
- [24] CARDOSO, D. F.; BACKX, F. D. ; SAMPAIO-NETO, R.. **Desempenho de um sistema de telecomunicações ofdm com estimativas de segunda ordem baseadas em casamento de correlação de dados.** Aceito - Revista Pesquisa Naval - ISSN 1414-8595, 1(1), 2009. 15
- [25] CHEN, Y.; SOUSA, E.. **A unified perspective of different multicarrier cdma schemes.** IEEE Nineth International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications, p. 84–88, 2006. 2.4
- [26] CHOULY, A.; BRAJAL, A. ; JOURDAN, S.. **Orthogonal multicarrier techniques applied to direct sequence spread spectrum CDMA systems.**

- Proc. IEEE Global Telecommunications Conference, GLOBECOM, p. 1723–1728, Novembro 1993. 2.4
- [27] DA-SILVA, V.; SOUSA, E. S.. **Performance of orthogonal cdma codes for quasi-synchronous communication systems**. Proc. IEEE International Conference on Universal Personal Communications, ICUPC 93, p. 995–999, Outubro 1993. 1, 2.4, 2.4.2
- [28] DAVID, R. P.. **Técnicas de estimação de canal utilizando símbolos piloto em sistemas ofdm**. Dissertação de Mestrado, Engenharia Elétrica - PUC-rio. Orientador: Prof. Raimundo Sampaio Neto, 2007. 1.2, 3.2.1
- [29] DOUKOPOULOS, X. G.; MOUSTAKIDES, G. V.. **Blind channel estimation for downlink cdma systems**. IEEE Conference on Communications, 4:2416–2420, Maio 2003. 1.1, 6.1, 6.2, 6.3
- [30] DOUKOPOULOS, X. G.; MOUSTAKIDES, G. V.. **Power techniques for blind adaptive channel estimation in cdma systems**. IEEE Globecom, 4:2330–2334, Dezembro 2003. 1.1, 6.2
- [31] DOUKOPOULOS, X. G.; MOUSTAKIDES, G. V.. **Blind channel estimation for ds-cdma**. INRIA - Relatório de Pesquisa no.4781, 1(1):1–20, Março 2003. 1.1, 6.2, 6.3
- [32] DOUKOPOULOS, X. G.; MOUSTAKIDES, G. V.. **Blind channel estimation in ofdm systems**. IEEE Transactions Wireless Communication, 7(5):1716–1725, Julho 2006. 6.2
- [33] EDFORS, O.; SANDELL, M.; DE BEEK, J. J. V.; WILSON, S. K. ; BORJESSON, P. O.. **Ofdm channel estimation by singular value decomposition**. IEEE Transactions on Communication, 46:931–939, Julho 1998. 1.1
- [34] FANTACCI, R.; MARABISSI, D.; MICHELINI, M. ; BERGAMINI, G.. **Low-complexity pilot-aided data detection in mc-cdma systems**. Proceedings IEEE Global Telecommunications Conference, 1:277–281, Dezembro 2003. 1, 1.1
- [35] FAZEL, K.. **Performance of cdma/ofdm for mobile communication systems**. Proceedings 20. IEEE Conference Universal Personal Communication (ICUPC), p. 975–979, 1993. 1, 2.4
- [36] FAZEL, K.; KAISER, S. ; SCHNELL, M.. **A flexible and high performance cellular mobile communications system based on orthogonal multicarrier ssma**. Wireless Personal Communications, 2:121–144, 1995. 2.4

- [37] FAZEL, K.; KAISER, S.. **Multi carrier and Spread Spectrum Systems**. John Wiley and Sons,Ltd, 2003. 2.4
- [38] FRIEDLANDER, B.; PORAT, B.. **Asymptotically optimal estimation of ma and arma parameters of non-gaussian processes from higher-order moments**. IEEE Transactions Automat. Contr., 35:27–35, Janeiro 1990. 7.1
- [39] GIANNAKIS, G. B.; HALFORD, S. D.. **Asymptotically optimal blind fractionally spaced channel estimation and performance analysis**. IEEE Transactions Signal Processing, (45):1815–1830, Julho 1996. 7.1
- [40] GIANNAKIS, G. B.; ANGHEL, P. A. ; WANG, Z.. **Generalized multi-carrier cdma: Unification and linear equalization**. EURASIP Journal on Applied Signal Processing, (5):743–756, 2005. 1
- [41] GOLUB, G. H.; LOAN, C. F. V.. **Matrix Computation**. 2a edição - John Hopkins University Press, 1990. 6.2
- [42] GOODMAN, D. J.. **Wireless personal communications systems**. Addison-Wesley wireless communications series, 1997. 2.1
- [43] GUILHOUSEN, K. S.; JACOBS, I. M.; PADOVANI, R.; VITERBI, A. J.; WEAVER, A. ; WHEATLEY, C. E.. **On the capacity of a celular cdma system**. IEEE Transactions Vehicular Technology, 40:303–311, Maio 1991. 1, 2.1
- [44] HARA, S.; PRASAD, R.. **Overview of multicarrier cdma**. IEEE Communication Magazine, 35(12):126–133, Dezembro 1997. 1, 2.4
- [45] HARA, S.; PRASARD, R.. **Multicarrier techniques for 4G Mobile Communications**. Artech House, 2003. 1, 2.3, 2.4
- [46] HARA, Y.; TAIRA, A. ; SEKIGUCHI, T.. **Performance of channel estimation techniques for mc cdma systems**. Proc. IEEE Vehicular Technology Conference VTC-Fall, 3:2115–2119, Abril 2003. 3.1
- [47] KAY, S. M.. **Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory**. Englewood Cliffs, NJ, 1993. 3
- [48] KONDO, S.; MILSTEIN, L. B.. **On the use of multicarrier direct sequence spread spectrum systems**. IEEE - MILCOM, 18:52–56, Outubro 1993. 1, 2.4

- [49] LANCASTER, P.; TISMENETSKY, M.. **The Theory of Matrices**. 2a. edição - San Diego, CA - Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1985. 7.1, 7.1
- [50] LIU, H.. **Signal Processing Applications in CDMA**. Artech House, 2000. 2.1
- [51] LUPAS, R.; VERDU, S.. **Linear multiuser detectors for synchronous code-division multiple access systems**. IEEE Transactions on Information Theory, 35:123–136, Janeiro 1986. 3.11
- [52] MADHOW, U.; HONIG, M.. **Mmse interference suppression for direct-sequence spread-spectrum cdma**. IEEE Transactions on Communication, 1(42):3178–3188, Dezembro 1994. 2.1
- [53] MARQUES, P.; GAMEIRO, A.; NEDA, N. ; ZHANG, Y.. **Robust channel estimation for beyond 3g wireless communication sustems**. IEEE Signal Processing, 2003. 1.1
- [54] MARQUES, P.; GAMEIRO, A.; NEDA, N. ; ZHANG, Y.. **Robust channel estimation for beyond 3g wireless communication systems**. IEEE, 2004. 1.1
- [55] MARQUES, P.; PEREIRA, A. ; GAMEIRO, A.. **Pilot and data aided channel estimation for uplink mc-cdma mobile systems**. IEEE Signal Processing, p. 601–604, Maio 2005. 1.1
- [56] MCCORMICK, A. C.; GRANT, P. M. ; THOMPSON, J. S.. **A comparison of multi-user detectors for uplink multi-carrier cdma**. COST 262 Workshop Schloss Reisenburg, 2001. 3.1
- [57] MILSTEIN, L. B.. **Wideband code division multiple access**. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 18:1344–1354, Agosto 2000. 2.1
- [58] MORELLI, M.; MENGALI, U.. **A comparison of pilot-aided channel estimation methods for ofdm systems**. IEEE Transactions Signal Processing, 49:3065–3073, Janeiro 2001. 3
- [59] MUQUET, B.; WANG, Z.; GIANNAKIS, G. B.; COURVILLE, M. ; DUHAMEL, P.. **Cyclic prefixing or zero padding for wireless multicarrier transmissions?** IEEE Transactions Communications, 50(12):2136–2148, 2002. 1, 1.1, 2.2, 2.4.1, 2.4.1, 2.4.1, 6.5, 7.1, 7.2, 7.3

- [60] NAGATE, A.; MASUI, H. ; FUJII, T.. **A study on channel estimation methods for mc cdma systems.** Proceedings of IEEE Transactions Vehicular Technology - VTC, 3(45):2101–2105, Abril 2003. 2.4
- [61] PETRE, F.; LEUS, G.; MOONEN, M. ; MAN, H. D.. **Multicarrier block-spread cdma for broadband cellular downlink.** EURASIP Journal on Applied Signal Processing, (10):1568–1584, 2004. 2.4
- [62] PI, Z.; MITRA, U.. **On blind timing acquisition and channel estimation for wideband multiuser ds cdma systems.** Special issue on multiuser detection - Journal of VLSI Signal Processing, 30:127–142, 2002. 1.1, 6.1
- [63] POOR, H. V.; VERDÚ, S.. **Probability of error in mmse multiuser detection.** IEEE. Trans. on Inform. Theory, 43:858–871, Maio 1997. 3.4
- [64] POPOVIC, B. M.. **Spreading sequences for multicarrier cdma systems.** IEEE Transactions on Communication, 1(47):918–926, Junho 1999. 2.4
- [65] PORAT, B.. **Digital Processing of Random Signals: Theory and Methods.** Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1994. 7.1
- [66] PROAKIS, J. G.. **Digital Communications.** 3a. edição - New York:McGraw-Hill, 1995. 2.3, 2.3
- [67] RAPPAPORT, T. S.. **Wireless Communications: Principles and Practice.** Prentice-Hall - PTR, 1996. 2.1
- [68] ROHLING, H.; MAY, T.; BRÜNINGHAUS, K. ; GRÜNHEID, R.. **Broad-band ofdm radio transmission for multimedia applications.** Proceedings IEEE, 87(10):1778–1789, Outubro 1999. 1, 2.2
- [69] SARI, H.; KARAM, G. ; JEANCLAUDE, I.. **Transmission techniques for digital terrestrial tv broadcasting.** IEEE Communications Magazine, 33(2):100–109, Fevereiro 1995. 2.3, 3.5, 6.5, 7.3
- [70] SCHERB, A.; KUEHN, V. ; KAMMEYER, K. D.. **Pilot aided channel estimation for short code ds-cdma.** Proc. IEEE Int. Sym on SS Tech. and Appl., ISSSTA, 1(1):39–43, Setembro 2002. 1.2, 3.1, 3.7, 4.1, 4.8
- [71] TURELI, U.; KIVANC, D. ; LIU, H.. **Channel estimation for multicarrier cdma system.** International Conference on Accoustics, Speech and Signal Processing - ICASSP, 5:2909–2912, Abril 2000. 2.4

- [72] TONG, L.; SADLER, B. M. ; DONG, M.. **Pilot-assisted wireless transmissions: General model, design criteria and signal processing.** IEEE Signal Processing Magazine, 21(6):12–25, Novembro 2004. 1.1
- [73] TRIVEDI, A.; GUPTA, R.. **Performance of pilot symbol assisted channel estimation techniques for uplink mc-cdma systems using mmse receiver.** PACRIM 2007, p. 601–604, Maio 2007. 1.1
- [74] TSATSANIS, M. K.; GIANNAKIS, G.. **Equalization of rapidly fading channels: self-recovering methods.** IEEE Transactions Communication, 44:619–630, Maio 1996. 7.1
- [75] TSATSANIS, M. K.; XU, Z.. **Performance analysis of minimum variance cdma receivers.** IEEE Transactions Vehicular on Signal Processing, 46:3014–3022, Novembro 1998. 1.1, 6.2
- [76] TUGNAIT, J. K.. **Identification of linear stochastic systems via second order and fourth-order cumulant matching.** IEEE Transactions Information Theory, 1(33):393–407, Maio 1987. 7.1
- [77] TURELI, U.; KIVANC, D. ; LIU, H.. **Channel estimation for multicarrier cdma system.** International Conference on Accoustics, Speech and Signal Processing - ICASSP, 5:2909–2912, Abril 2000. 1.1
- [78] VERDU, S.. **Multiuser Detection.** Cambridge University Pressl - New York, 1998. 3.4
- [79] WANG, X.; POOR, H. V.. **Blind equalization and multiuser detection in dispersive cdma channels.** IEEE Transactions on Communication, 49:91–103, 1998. 1.1, 6.1
- [80] WANG, Z.; GIANNAKIS, G. B.. **Wireless multicarrier communication: Where fourier meets shannon.** IEEE Signal Processing Magazine, Maio 2000. 1, 2.2
- [81] WANG, Z.; GIANNAKIS, G. B.. **Wireless multicarrier communications.** IEEE Signal Processing Magazine, 17(3):29–48, 2000. 1
- [82] WANG, H.; LI, T.. **Joint channel estimation and signal detection for uplink mc-cdma systems over time-varying multipath channels.** IEEE, p. 928–932, 2004. 1.1

- [83] WEINSTEIN, S. B.; EBERT, P. M.. **Data transmission by frequency-division multiplexing using the discrete fourier transform.** IEEE Transactions on Communications Tech., COM-19(5):628–634, Outubro 1971. 1, 2.2
- [84] XIE, R. T. S. Z.; RUSHFORTH, C. K.. **A family of suboptimum detectors for coherent multiuser communications.** IEEE. J. Select. Areas Commun., 8:683–690, Maio 1990. 3.4
- [85] XU, Z.; TSATSANIS, M. K.. **Blind adaptive algorithms for minimum variance cdma receivers.** IEEE Transactions Vehicular on Communications, 49(1):180–194, Janeiro 2001. 1.1, 6.2
- [86] YANG, L.; HANZO, L.. **Multicarrier ds-cdma: A multiple access scheme for ubiquitous broadband wireless communication.** IEEE Communication Magazine, 41(10):116–124, outubro 2003. 1.1
- [87] YEE, N.; LINNARTZ, J. P. ; FETTWES, G.. **Multicarrier cdma in indoor wireless radio networks.** Proceedings IEEE PIMRC, p. 109–113, 1993. 1, 2.4, 2.4.1
- [88] ZENG, H.; TONG, L.. **Blind channel estimation using the second-order statistics algorithms.** IEEE Transactions Signal Processing, 8(45):1919–1930, Agosto 1997. 7
- [89] ZENG, M.; ANNAMALAI, A. ; BHARGAVA, V.. **Recent advances in cellular wireless communication.** IEEE Communications Magazine, 37:128–138, Setembro 1999. 1, 2.1
- [90] ZHOU, S.; GIANNAKIS, G. ; SWAMI, A.. **Digital multi-carrier spread spectrum versus direct sequence spread spectrum for resistance to jamming and multipath.** IEEE Transactions on Communications, 50(4):643–655, Abril 2002. 2.2, 2.4.1
- [91] ZU, X.; TSATSANIS, M. K.. **On correlation matching approaches to multipath parameter estimation in multiuser cdma systems.** SPAWC, (38-41), 1999. 1.1, 7.1
- [92] ZU, X.; TSATSANIS, M. K.. **Blind channel estimation for long codes multiuser cdma systems.** IEEE - Transactions Signal Processing, 48:988–1001, 2000. 1.1, 7.1

A Apêndice

Neste apêndice é apresentada a explicação matemática da redução do erro da estimativa obtida com a utilização da matriz de projeção $\mathbf{W}_o$.

Seja $\hat{\mathbf{q}}$ a estimativa de um vetor $\mathbf{q}$ de dimensão $M \times 1$:

$$\hat{\mathbf{q}} = \mathbf{q} + (\hat{\mathbf{q}} - \mathbf{q}) = \mathbf{q} + \varepsilon_p \quad (\text{A-1})$$

Suponha que o vetor $\mathbf{q}$ é da forma $\mathbf{q} = \mathbf{F}_{M,L} \mathbf{a}$, i.e, $\mathbf{q}$ está contido no subespaço gerado pelas L colunas da matriz $\mathbf{F}_{M,L}$ (com dimensão $L \leq M$). Seja $\mathbf{W}_o$ a matriz que projeta um vetor $\hat{\mathbf{a}} \in \mathbb{C}^M$ nesse subespaço:

$$\mathbf{W}_o = \mathbf{F}_{M,L} (\mathbf{F}_{M,L}^H \mathbf{F}_{M,L})^{-1} \mathbf{F}_{M,L}^H \quad (\text{A-2})$$

Então:

$$\hat{\mathbf{q}}_p = \mathbf{W}_o \hat{\mathbf{q}} = \mathbf{W}_o \mathbf{q} + \mathbf{W}_o \varepsilon = \mathbf{q} + \varepsilon_p \quad (\text{A-3})$$

onde ε_p é a projeção do vetor erro da estimativa ε no subespaço gerado pela matriz $\mathbf{F}_{M,L}$. Seja agora ε em $\mathbb{C}^M$, esse vetor ε pode ser escrito em termos do seu complemento ortogonal, como:

$$\varepsilon = \mathbf{W}_o^\perp \varepsilon + \mathbf{W}_o \varepsilon = \mathbf{W}_o^\perp \varepsilon + \varepsilon_p \quad (\text{A-4})$$

onde $\mathbf{W}_o^\perp = (\mathbf{I} - \mathbf{W}_o)$.

Portanto, tem-se:

$$\|\varepsilon\|^2 = \|\mathbf{W}_o^\perp \varepsilon\|^2 + \|\varepsilon_p\|^2 + 2\text{Re}[\varepsilon^H \mathbf{W}_o^H \mathbf{W}_o^\perp \varepsilon] \quad (\text{A-5})$$

Desde que $\mathbf{W}_o$ é uma matriz de projeção são válidas as propriedades $\mathbf{W}_o^H = \mathbf{W}_o$ e $\mathbf{W}_o^2 = \mathbf{W}_o$. Portanto, $\mathbf{W}_o^H \mathbf{W}_o^\perp = 0$.

Dessa forma, a partir de (A-5) resulta que:

$$\|\varepsilon_p\|^2 \leq \|\varepsilon\|^2 \quad (\text{A-6})$$