



Carmen Julia Ayquipa Huaman

**Simulação 3D pelo Método dos Elementos Discretos de
Refluxo de Material de Sustentação
de Fraturas em Poços de Petróleo**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Área
de concentração: Geotecnia

Orientador: Celso Romanel

Co-orientadora: Deane Mesquita Roehl

Rio de Janeiro
Outubro de 2008



Carmen Julia Ayquipa Huamán

**Simulação 3D pelo Método dos Elementos Discretos de
Refluxo de Material de Sustentação
de Fraturas em Poços de Petróleo**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Celso Romanel
Orientador, PUC-Rio

Prof^a Deane Mesquita Roehl
Co-orientadora, PUC-Rio

Prof. Paulo Dore Fernandes
CENPES - PETROBRAS

Prof^a Christianne de Lyra Nogueira
Universidade Federal de Ouro Preto

Prof. José Eugenio Leal
Coordenador Setorial do Centro
Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 06 de outubro de 2008

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Carmen Julia Ayquipa Huamán

Graduou-se em Engenharia Civil pela Universidad Nacional de Ingenieria (UNI) de Lima, Peru, em 1990. Ingressou em 2006 no curso de Mestrado em Engenharia Civil da Pontifícia Universidade Católica de Rio de Janeiro, na área de Geotecnia, onde desenvolveu dissertação de mestrado na linha de pesquisa geomecânica computacional.

Ficha Catalográfica

Ayquipa Huaman, Carmen Julia

Simulação 3D pelo Método dos Elementos Discretos de Refluxo de Material de Sustentação de Fraturas em Poços de Petróleo / Carmen Julia Ayquipa Huaman; orientador: Celso Romanel; co-orientadora: Deane Mesquita Roehl – Rio de Janeiro: PUC, Departamento de Engenharia Civil, 2008.

v., 1 131f.: il. ; 29.7 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia Civil – Teses. 2. Método dos elementos discretos. 3. Poços de petróleo. 4. Refluxo de propante 5. Fraturamento hidráulico. 6. Mecânica da partícula I. Romanel, Celso. II. Mesquita Roehl, Deane. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. IV. Título. Civil. III. Título.

CDD: 624

A meu amado esposo e filhos
Aos meus queridos pais e irmãos

Agradecimentos

A Deus de quem sou e a quem sirvo. Ele nos trouxe, nos sustentou e nos levará com bem.

Ao professor Celso Romanel pela oportunidade em desenvolver a presente pesquisa, pela orientação, amizade e apoio incondicional.

À Deane Mesquita Roehl pelo apoio.

A meu esposo David por todo o seu amor e apoio. A meus filhos Cinthia, Israel e Esteban, por terem me sustentado em oração, dia após dia, e pela alegria de viver.

À *Itasca Consulting Group* por terem me livremente proporcionado o software PFC3D que permitiu a elaboração desta dissertação. Obrigado a Loren Lorig, Peter Cundall, David Potyondy e Jason Furtney.

Aos pastores Luis Roberto Oliveira da Silva e Wilson Franklim e a toda a Igreja Batista de Vila Jaguaribe, pelo suporte moral, espiritual e material. Para nós, anjos de Deus.

À Jackeline, Kátia, Gladys, Grisel e Fanny pela amizade, e por terem me apoiado com a hospedagem e convivência durante as noites em que fiquei na Gávea. Ao Fabricio e Carlitos, amigos e companheiros da sala 608, bem como a todos os colegas da turma 2006.

À Luciana, Mariana, Paola e Wagner pelo auxílio na revisão deste trabalho.

À Rita e à Fátima pela grande ajuda e exemplos de eficiência no trabalho.

Ao CNPq e Capes pelo apoio financeiro durante o curso de pós-graduação.

Aos professores Celso Romanel e Deane Mesquita Roehl pelo auxílio financeiro que permitiu minha dedicação integral no desenvolvimento desta dissertação.

Resumo

Huamán, Carmen Julia Ayquipa; Romanel, Celso (Orientador); Roehl, Deane Mesquita (Co-orientadora), **Simulação 3D pelo Método dos Elementos Discretos de Refluxo de Material de Sustentação de Fraturas em Poços de Petróleo. Rio de Janeiro, 2008, 131p**, Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A técnica para estimulação de um campo de petróleo através de fraturamento hidráulico inclui a injeção, com o fluido de fraturamento, de um material para sustentação da abertura da fratura, denominado propante. Uma das dificuldades deste processo é o refluxo do material de sustentação para o interior do poço durante a fase de produção de óleo, ocasionando diversos problemas que podem chegar, em situações extremas, à interrupção definitiva da produção. O controle do fluxo de propante representa, portanto, um grande desafio para a indústria do petróleo. Alguns modelos empíricos - correlação Stimlab, modelo de cunha livre, modelo da velocidade mínima de fluidificação, modelo semi-mecânico - foram desenvolvidos para a previsão desse fenômeno, mas não contemplam todas as variáveis que influenciam no refluxo do material de sustentação da fratura. Uma alternativa aos modelos empíricos é utilizar o método dos elementos discretos para simular computacionalmente a instabilidade do pacote granular. Nesta dissertação busca-se modelar o comportamento do refluxo do propante utilizando uma modelagem 3D da fratura, partículas e fluxo de óleo com auxílio do programa computacional PFC3D baseado no método dos elementos discretos. Os dados das análises (tipos de propante, temperatura, características do fluido e do propante, etc) se referem a 4 cenários principais considerando fraturas sob diversos níveis de tensão e forças de arraste. Foram feitas discussões considerando os resultados numéricos obtidos por análises computacionais bi e tridimensionais, bem como comparações com modelos empíricos de previsão do refluxo do material de sustentação.

Palavras - chave

Método dos elementos discretos, poço de petróleo, refluxo de propante, fraturamento hidráulico, mecânica da partícula.

Abstract

Huamán, Carmen Julia Ayquipa; Romanel, Celso (Advisor); Roehl, Deane Mesquita (Co-Advisor), **3D Simulation by the Discrete Element Method of Proppant Flowback along Fractures in Oil Wells**, Rio de Janeiro, 2008. 131 p. MSc. Dissertation – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The technique for stimulating an oil field through hydraulic fracturing consists of pumping into the oil bore the fracturing fluid mixed with a material to hold the fracture open, called proppant. One of the difficulties in this process is the occurrence of proppant flowback into the well bore during oil production, causing several problems that can result, in critical situations, in a definitive interruption of the oil production. Control of proppant flowback represents a great challenge for the petroleum industry. Some empirical models – Stimlab correlation, propped-free wedge model, minimum fluidization velocity, semi-mechanistic model – were developed for prediction of proppant flowback, yet they do not encompass all variable that play a role in this complex phenomenon. An alternative is to employ the discrete element method in order to computationally simulate the instability of the granular package. The main goal of this thesis is to investigate the proppant flowback phenomenon, through a 3D model of the fracture, particles and flow conditions using the computational program PFC3D, a code based on the discrete element method. The input data (type of proppant, temperature, characteristics of the fluid and proppant, etc.) relate to 4 main scenarios that consider fractures under several levels of stress closure and drag forces. The numerical results computed from 2D and 3D analyses were discussed, as well as comparisons were done with the predictions obtained with empirical methods.

Keywords

Discrete element method, oil bore, proppant flowback, hydraulic fracturing, particle mechanics.

Sumário

1.0. INTRODUÇÃO	23
2.0. REFLUXO DO MATERIAL DE SUSTENTAÇÃO: FATORES DETERMINANTES E MODELOS DE PREVISÃO	26
2.1. PRINCIPAIS FATORES QUE INFLUENCIAM NO REFLUXO	26
2.1.1. Largura da Fratura	26
2.1.2. Tensão de Fechamento	28
2.1.3. Forças de Arraste	35
2.2. MODELOS EMPÍRICOS PARA PREVISÃO DO REFLUXO	38
2.2.1. Correlação do Consórcio Stimlab	38
2.2.2. Modelo da Cunha Livre	39
2.2.3. Modelo da Velocidade Mínima de Fluidificação	42
2.2.4. Modelo Semi-mecânico	43
2.2.5. Comparações entre os Modelos Empíricos	47
3.0 MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS E O PROGRAMA PFC	51
3.1. INTRODUÇÃO	51
3.2. MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS	57
3.2.1. Equação do Movimento	58
3.2.2. Forças de Contato	59
3.2.3. Amortecimento Global	62
3.2.4. Integração Numérica	63
3.2.5. Algoritmo de busca por contatos	64
3.2.6. Relações Força-Deslocamento	66
3.2.6.1. Modelo de Hooke	67
3.2.6.2. Modelo Simplificado de Hertz - Mindlin	67

3.2.6.3. Modelo de Hooke - Coulomb	69
3.2.6.4. Modelo Frágil	70
3.2.6.5. Modelo Não Linear - Elástico	70
3.2.7. Acoplamento sólido - fluido	71
3.2.7.1 Abordagem em macro-escala	72
3.2.7.2. Abordagem em meso-escala	72
3.2.7.3. Abordagem em micro-escala	73
3.3. PROGRAMA PFC	73
3.3.1. Introdução	73
3.3.2. PFC2D e PFC3D	75
3.3.3. Características principais do PFC3D	76
3.3.4. Modelagem do fluido	80
3.3.4.1. Equação de interação fluido partícula	81
4.0. APLICAÇÃO DO PFC PARA ESTUDO DO FENÔMENO DO REFLUXO DO PROPANTE	87
4.1. INTRODUÇÃO	87
4.2. CENÁRIO 1	88
4.2.1. Características	88
4.2.2. Modelagem utilizando os programas PFC2D e PFC3D	90
4.2.2.1. Geração de partículas	90
4.2.2.2. Condições de contorno	92
4.2.2.3. Tensão de Fechamento	93
4.2.2.4. Aplicação do Fluido	94
4.2.3. Comentário sobre a definição do modelo 3D	94
4.2.4. Comparações entre as modelagens 2D e 3D	96
4.2.5. Resultados	98
4.3. CENÁRIO 2	101
4.3.1. Características	101
4.3.2. Resultados	102
4.4. CENÁRIO 3	105
4.4.1. Características	105
4.4.2. Resultados	107
4.5. CENÁRIO 4	110

4.5.1. Características	110
4.5.2. Resultados	110
4.6. ANÁLISE DOS RESULTADOS DE ESTABILIDADE DE TODOS OS CENÁRIOS	112
4.6.1. Forças de contato máximas	112
4.6.2. Gradientes de pressão máximos	114
4.6.3. Comparação com resultados da literatura	117
5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES	119
5.1. CONCLUSÕES	119
5.2. SUGESTÕES	123
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	124

Lista de Figuras

- Figura 1.1 - Esquema da técnica de fraturamento hidráulico 24
(EPA, 2004).
- Figura 2.1 – Efeitos da tensão de fechamento na estabilidade 30
da fratura hidráulica (Canon, 2003).
- Figura 2.1a – Condição 3ª da figura 2.1 mostrando a ação de 30
forças mecânicas na direção do poço, originada por elevada
tensão de fechamento, podem contribuir para o refluxo do
material de sustentação da fratura.
- Figura 2.2 – Ilustração da penetração do propante na rocha da 31
fomação (Barree et al., 2003).
- Figura 2.3 - Comparação do embutimento do propantes 31
Interprop Plus 20/40, Jordan 20/40, e AcFrac CR 20/40 dentro
do arenito Ohio, após 100 h usando o fluido de 2% de KCl,
para as tensões de fechamento e temperaturas indicadas
(Penny, 1987).
- Figura 2.4 – Esmagamento e penetração do propante na rocha 32
da formação (apud Legarth et al., 2003)
- Figura 2.5 – Condutividade da fratura a longo prazo em função 33
da concentração de propante (apud
WWW.carboceramics.com).
- Figura 2.6 – Determinação experimental de valores de 33
concentração para assegurar estabilidade do pacote granular,
considerando tensão de fechamento da fratura no intervalo
2000 – 4500 psi (13,67 MPa – 30,75 MPa) na temperatura 120
°C (Haidar, 2003).
- Figura 2.7 – Representação esquemática de *pinch-out* (34
Andrews e Hjørholt, 1998).
- Figura 2.8 – Configuração do pacote granular após 120 36
minutos de fluxo (vazão de 0.5 gpm) em fratura de 0.16
polegadas de largura, sob tensão de fechamento de 500 psi
(Goel et al., 1999).

- Figura 2.9 – Célula de condutividade com retentor 37
transparente e ½ polegada de perfuração utilizada para
ensaios experimentais de fluxo de propante sob variações da
tensão de fechamento, (Jim et al., 1999).
- Figura 2.10 – Modelo de célula de condutividade 37
(transparente) com uma largura simulada de fratura de 3/8"
(Batenburg et al., 1999).
- Figura 2.11 – Modelo de célula de condutividade dividida em 2 37
seções verticais (Batenburg et al., 1999).
- Figura 2.12 – Representação gráfica do modelo Stimlab 39
delimitando regiões de estabilidade para diferentes números
de camadas de grãos de propante no interior da fratura
(Stimlab, 1996-2002).
- Figura 2.13- Representação gráfica do modelo da cunha livre 41
(Andrews e Kjørholt,1998).
- Figura 2.14 – Resultados experimentais de ensaios de 45
laboratório (Canon, 2003).
- Figura 2.15 - Envoltórias para areia na malha 20/40, de acordo 48
ao modelo semi-mecânico, Canon (2003).
- Figura 2.16 - Envoltórias para propante cerâmico de alta 48
resistência na malha 20/40, de acordo ao modelo Semi-
mecânico, Canon (2003).
- Figura 2.17 – Curvas do Modelo da Cunha Livre (apud Canon, 49
2003).
- Figura 2.18 – Curvas do Modelo Semi-Mecânico (apud Canon, 49
2003).
- Figura 3.1 – Resultados gráficos de simulação do DEM para 53
três larguras de fratura (Canon, 2003).
- Figura 3.2 – Variação da força de contato normalizada média 54
com a largura normalizada da fratura.
- Figura 3.3 – Variação da força de contato normalizada máxima 54
com a largura normalizada da fratura.
- Figura 3.4 – Comportamento de material de sustentação para 56

o caso 3c. A esquerda velocidades dos grãos; à direita, forças compressivas de contato, com a tonalidade clara representando grãos sem carregamento, (Asgian et al.,1995).	
Figura 3.5 – Etapas Básicas de ciclo de cálculo do Método dos Elementos Discretos.	57
Figura 3.6 – Representação do sistema de coordenadas global e local.	58
Figura 3.7 – Variáveis que definem um contato.	60
Figura 3.8 – Deformação de dois grãos em contato de acordo com a teoria clássica de Hertz-Mindlin, (Shweiger, 2006).	68
Figura 3.9 – Rigidez normal K_n vs força normal f_n no contato entre grãos de areia média, (Shweiger, 2006).	69
Figura 3.10 – Modelo de Hooke – Coulomb para as direções normal e tangencial.	70
Figura 3.11 – Modelos de rigidez e de deslizamento no contato (manual de PFC3D).	79
Figura 3.12 – Modelos de Ligação (manual de PFC3D).	80
Figura 3.13 – Fluxo através do pacote de partículas (manual PFC3D).	81
Figura 3.14 – Força de arraste em função do diâmetro do grão e gradiente de pressão. (peneiras n. 16 =0,047 in., n. 20 = 0,033 in. e n. 40 = 0,016 in) - Asgian et al (1995).	83
Figura 3.15 – Fluxograma do processo de cálculo no programa PFC3D com o esquema de fluido (manual do PFC3D).	85
Figura 3.16 – Fluxograma do esquema de fluido (manual do PFC3D).	86
Figura 4.1 – Granulometria adotada para os cenários 1,2 e 4.	91
Figura 4.2 – Geração de partículas (discos) pelo programa PFC2D.	91
Figura 4.3 – Geração de partículas (esferas) pelo programa PFC3D.	92
Figura 4.4 – Condições de contorno no problema bidimensional.	92

Figura 4.5 – Condições de contorno no problema tridimensional.	93
Figura 4.6 – Fluxo de partículas pela aplicação da tensão de fechamento (caso 2D).	93
Figura 4.7 – Fluxo de partículas pela aplicação da tensão de fechamento (caso 3D).	94
Figura 4.8 – Vetores de velocidade do fluido na simulação 2D.	94
Figura 4.9 – Vetores de velocidade do fluido na simulação 3D.	94
Figura 4.10 – Resultados em $t=2$ s para o modelo com $h/d_p = 5$	95
Figura 4.11 – Resultados em $t=2$ s para o modelo com $h/d_p = 10$	95
Figura 4.12 – Resultados em $t=2$ s para o modelo com $h/d_p = 20$ (vista lateral na figura superior e vista de topo na figura inferior).	95
Figura 4.13 – Velocidades do fluido ao longo do eixo da fratura em três pontos do pacote granular, determinados com os programas PFC2D e PFC3D.	96
Figura 4.14 – Forças de arraste aplicadas nas partículas em função do gradiente de pressão ao longo do eixo da fratura, nas regiões posterior, central e próxima ao poço, nas variações do cenário 1.	100
Figura 4.15 – Forças de arraste aplicadas nas partículas em função do gradiente de pressão ao longo do eixo da fratura, nas regiões posterior, central e próxima ao poço, nas variações do cenário 2.	104
Figura 4.16 – Granulometria do material de sustentação no cenário 3.	106
Figura 4.17 – Forças de arraste aplicadas nas partículas em função do gradiente de pressão ao longo do eixo da fratura, nas regiões posterior, central e próxima ao poço, nas variações do cenário 3.	109
Figura 4.18 – Forças de arraste aplicadas nas partículas em função do gradiente de pressão ao longo do eixo da fratura,	112

nas regiões posterior, central e próxima ao poço, nas variações do cenário 4.

Figura 4.19 – Máximas forças de contato para todas as análises dos cenários 1, 2, 3 e 4. 113

Figura 4.20 – Variações das larguras normalizadas de instabilidade com tensão de fechamento (sem fluxo). 113

Figura 4.21 – Curvas de instabilidade do pacote granular, em função dos gradientes de pressão, tensão de fechamento e largura normalizada da fratura. Os símbolos vazados indicam ocorrência de instabilidade. 115

Figura 4.22 – Comparação da forças de arraste na região posterior do modelo da fratura. 116

Figura 4.23 – Granulometrias usadas na presente dissertação (cenários 1,2,3 e 4) e no trabalho de Asgjan et al (1995). 118

Lista de tabelas

Tabela 2.1 – Equivalência entre a largura normalizada da fratura e a concentração do propante por área tratada da fratura (Milton-Tayler <i>et al.</i> , 1992).	27
Tabela 2.2 – Valores típicos de resistencia nominal do propante Smax (Canon, 2003).	46
Tabela 2.3 – Estimativas de erro entre o modelo semimecânico e a correlação Stimlab (Canon, 2003).	50
Tabela 3.1 – Características das simulações numéricas de Asgian et al (1995)	57
Tabela 3.2 – Propriedades geotécnicas de uma areia média.	69
Tabela 3.3 – Número máximo de partículas no PFC3D em função da memoria RAM disponível.	75
Tabela 4.1 – Características do Material de Sustentação dos Cenários 1, 2 e 4.	88
Tabela 4.2 – Características do Material de Sustentação do Cenários 3.	88
Tabela 4.3 – Características da Formação do cenário 1	89
Tabela 4.4 - Características do Poço Vertical do cenário 1	89
Tabela 4.5 – Características do Fluido do cenário 1	89
Tabela 4.6 – Características da Fratura do cenário 1	90
Tabela 4.7 – Granulometria utilizada nos cenários 1,2 e 4	91
Tabela 4.8 – Comparação entre os modelos 2D e 3D para o cenário 1.	97
Tabela 4.9 – Resultados da análise de estabilidade por modelos empíricos para o cenário 1, Velozo (2006).	98
Tabela 4.10 – Análises de estabilidade do pacote granular com variações do cenário 1	99

Tabela 4.11 – Características da Formação do cenário 2	101
Tabela 4.12 – Características do Poço Vertical do cenário 2	101
Tabela 4.13 – Características do Fluido do cenário 2	102
Tabela 4.14 – Características da Fratura do cenário 2	102
Tabela 4.15 – Resultados da análise de estabilidade por modelos empíricos para o cenário 2, Velozo (2006).	103
Tabela 4.16 – Análises de estabilidade do pacote granular com variações do cenário 2	104
Tabela 4.17 – Granulometria do material de sustentação no cenário 3	105
Tabela 4.18 – Características da Formação do cenário 3	106
Tabela 4.19 – Características do Poço Vertical do cenário 3	106
Tabela 4.20 – Características do Fluido do cenário 3	106
Tabela 4.21 – Características da Fratura do cenário 3	107
Tabela 4.22 – Resultados da análise de estabilidade por modelos empíricos para o cenário 3, Cachay (2005).	107
Tabela 4.23 – Análises de estabilidade do pacote granular com variações do cenário 3	109
Tabela 4.24 – Características da Formação do cenário 4	110
Tabela 4.25 – Características do Poço Vertical do cenário 4	110
Tabela 4.26 – Características do Fluido do cenário 4	110
Tabela 4.27 – Análises realizados no Cenário 4	111
Tabela 4.28 – Comparação entre modelos para previsão do refluxo de material de sustentação	116

LISTA DE SÍMBOLOS

Alfabeto Latino

- a^o : Raio de superfície de contato circular plana;
- a' : Constante para o modelo Semi-Mecânico = 7,7172;
- A_f : Termo para o cálculo da velocidade mínima do fluidização;
- B_f : Termo para o cálculo da velocidade mínima do fluidização;
- C : Termo do fechamento no modelo de PFW, psia^{-1} ;
- C^i : Centro da partícula i;
- C^j : Centro da partícula j;
- C_f : Termo para o cálculo da velocidade mínima do fluidização;
- C_D : Coeficiente de arraste para partículas esféricas;
- c : Coesão;
- C_d : Condutividade;
- C_o : Fator de coesão, usado pelo consorcio Stimlab;
- C_p : Concentração real do propante, lb/ft^2 ;
- $D_{C^i C^j}$: Distância entre centros de dos círculos i e j;
- d : Diâmetro da partícula;
- d_o : Distancia correspondente ao ponto no qual 50% da força máxima (P_o) é atingida
- d_{pi} : Diâmetro das n_p partículas no interior do volume ΔV ;
- \bar{d}_p : Diâmetro médio das partículas;
- D'_p : Diâmetro da partícula em micrones, μ
- D : Diâmetro esférico, modelo de Cunha livre;
- d_p : Diâmetro médio do grão de propante, in;
- dP/dx : Gradiente de pressão, psi/ft ;
- d_t : Distância entre dos partículas
- d_{ref} : Diâmetro da referência, 0,0284 in;
- E : Módulo de Young
- E_p : Módulo de Young de partículas esféricas;
- F : Termo de araste, psi/ft ;
- f^i : Vetor força, representa as forças (F_x, F_y, F_z) e momentos (M_x, M_y, M_z)
- f_n : Força normal no contato;

f_{ext}	: Forças e momentos devido a cargas externas;
f_{int}	: Forças e momentos resultantes das interações com outras partículas ou obstáculos;
f_{dam}	: Parcela originária das forças de amortecimento do sistema ou amortecimento global;
F_{dsum}	: Soma das forças de arraste;
F_{dij}	: Força de arraste aplicada à partícula i, na direção j;
F_{dix}	: Força de arraste aplicada à partícula i;
f_{intx}	: Força de interação por unidade de volume entre as partículas e o fluido na direção x;
f_{intj}	: Força de interação por unidade de volume na direção j;
F_{ex}	: Gradiente de pressão na qual ocorre o movimento dos grãos em laboratório;
F_{MAX}	: O máximo gradiente estável de pressão para desestabilizar grãos de propante fluxos, psi/ft;
F_m	: Gradiente de pressão crítico previsto por um modelo;
F_t	: Força tangencial;
F_{FV}	: Mínimo gradiente de pressão suficiente para desestabilizar os grãos de propante (psi/ft);
F_{sta}	: Gradiente da pressão estável máximo no modelo Semi-Mecânico, psi/ft;
G	: Módulo de cisalhamento;
h_f	: Altura da fratura, ft;
IP	: Índice de produtividade;
K	: Permeabilidade da formação;
k_f	: Permeabilidade do pacote granular;
k_n	: Rigidez de contato na direção perpendicular à superfície;
k^{rot}	: Rigidez rotacional;
k_s	: Rigidez de contato na direção tangencial de contato;
k_{tran}	: Rigidez translacional;
L	: Comprimento da fratura;
L/d_p	: Comprimento de largura normalizado;
m	: Massa do grão;
m^i	: massa da partícula i;
n	: Porosidade;
n_p	: Número de partículas no interior do volume;
\bar{n}	: Vetor normal;
P_e	: Pressão do reservatório (pressão estática);

- $P_{c,net}$: Tensão de fechamento efetiva;
 P_o : Valor máximo de dt ;
 ΔV : Volume de controle fixo;
 ∇P : Gradiente de pressão ;
 ∇P_j : Gradiente de pressão na direção j ;
 p_p : Poro pressão;
 P_{wf} : Pressão do fluido no fundo do poço;
 Q_p : Vazão de produção;
 rc^i : Vetor que une o centro da partícula C^i ao ponto de contato C ;
 rc^j : Vetor que une o centro da partícula C^j ao ponto de contato C ;
 r : Raio da partícula;
 r_e : Raio do reservatório;
 Re : Número de Reynolds;
 R^i : Raio da partícula i ;
 R^j : Raio da partícula j ;
 SG_p : Densidade do grão;
 S_{MAX} : Resistência nominal do propante em psia;
 S_t : Termo da resistência, modelo Semi-mecânico;
 T : Temperatura;
 Δt : Passo de tempo;
 t : tempo t qualquer;
 t_{crit} : tempo crítico;
 u_j : Velocidade do fluido na direção j
 \ddot{u}_i : Aceleração da partícula i ;
 u_{rn} : Deslocamento relativo normal;
 $u_{m\theta}$: Parcela normal de deslocamento;
 u_{rt} : Deslocamento relativo tangencial;
 u_{θ}^i : Deslocamento traslacional;
 u_{θ}^i : Parcela de deslocamento tangencial devida à rotação θ^i da partícula i ;
 V_c : Velocidade crítica do consorcio Stimlab, ft/s;
 $V_{c,s}$: Velocidade crítica normalizada da companhia Stimlab, ft/s;

- v : Velocidade aparente do fluido;
 v_f : Velocidade mínima de fluidificação, ft/s;
 v_{rn} : Velocidade relativa normal;
 v^i : Velocidade translacional da partícula i;
 v^j : Velocidade translacional da partícula j;
 v_r : Velocidade relativa;
 v_θ^i : Velocidade translacional da partícula i;
 $v_{m\theta}$: Parcela normal de velocidade;
 v_α^i : Parcela de velocidade tangencial devida à velocidade rotacional ω^i da partícula i;
 v_{rt} : Velocidade relativa tangencial;
 \bar{v}_j : Velocidade média das partículas na direção j;
 W : Largura da fratura;
 W_r : Largura normalizada;
 W_T : Termo da largura no modelo Semi-Mecânico, in;
 w^o : Deformação do grão;

Alfabeto grego

- $\beta_{int j}$: Coeficiente de atrito fluido partícula;
 ϵ_{mf} : Densidade média de vácuos da fase de fluidização mínimo;
 μ_f : Viscosidade dinâmica do fluido, cp;
 ρ_f : Massa específica do fluido;
 ρ_p : Massa específica aparente;
 ϕ_s : Fator de forma para partículas na Equação de Ergun; (1.0 = perfeita esfericidade)
 ϕ : Ângulo de atrito;
 D'_p : Diâmetro da partícula em micrones, μ
 σ_{ext} : Tensão tectônica;
 σ_{min} : Tensão horizontal mínima (in-situ);
 ν : Coeficiente de Poisson;
 σ_v : Tensão de vertical;

α : Constante de Biot.