# Referências Bibliográficas

- [1] E. Biglieri, "Coding and Modulation for a Horrible Channel," IEEE Communication Magazine, vol.41, no. 4, May 2003, pp. 92-98.
- [2] F. J. Cañete, J. A. Cortés, L. Díes and J. T. Entrambasaguas, "Modeling and Evaluation of the Indoor Power Line Transmission Medium," IEEE Communication Magazine, vol.41, no. 4, April 2003, pp. 41-47.
- [3] C. Konate, M. Machmoum and J. F. Diouris, "Multipath Model for Power Line Communication Channel in the Frequency Range of 1MHZ 30MHz", EUROCOM 2007, September.
- [4] H. Meng, S. Chen, "Modeling of the Transfer Characteristics for the Broadband Power Line Communication Channel," IEEE Transactions on power delivery, vol. 19, N 3, pp. 529-551, July 2004.
- [5] M. Zimmermann, K. Dostert, "A Multi-Path Model for the Power Line Channel," IEEE Transactions on communications, Vol.50, No.4, pp 553 559, April 2002.
- [6] C. Ioannis Papaleonidopoulos, G. Constantinos Karagiannopoulos, J. Nickolas Theodorou, "Statistical Analysis and Simulation of Indoor Single-phase Low Voltage Power-Line Communication Channels on the basis of Multipath Propagation," IEEE Transactions on power delivery, Vol. 49, No. 1, pp 89 99, February 2003.
- [7] A. D. Oliveira and H. F. Silva, "Powerline Communication Using Orthogonal Frequency Division Multiplexing with a Gray Code Variation", Electronic Systems Lab (LabSel) Engineering College Federal University of Juiz de Fora (UFJF), 2003.
- [8] F. Tlili, F. Rouissi and A. Ghazel, "Precoded OFDM for Powerline Broadband Communication", Ecole Suptieure des Communications de Tunis (SUPCOM), Cité Technologique des Communications, 2003 Ariana- Tunisia.
- [9] E. Tooraj, R. Frank Kschischang and P. Glenn Gulak, "In-building power lines as high-speed communication channels: channel characterization and a test channel ensemble," International Journal of Communication Systems 2003, pp 381 400, May 2003.
- [10] Prassad, R., Van Nee R., OFDM for wireless multimedia communication, Artech House, 2000.
- [11] M. Zimmermann and K. Dostert, "An Analysis of the Broadband Noise Scenario in Power Line Networks," Proc. 4th. Int'l. Symp. Power Line Commun. and Its apps., Limerick, Ireland, pp. 131-138.
- [12] Y. Zhang, C. Shijie, J. Nguimbis and L. Xiong, "Analysis and Simulation of Low-voltage Powerline Channel using Orthogonal Frequency Division Multiplexing", Journal of Electrical & Eletronics Engineering, vol.3, no.1, 2003, pp. 827-833, Istanbul University.
- [13] ETSI, Radio Broadcasting Systems: Digital Audio Broadcasting to mobile, portable and Fixed Receivers, ETS, 300-401, February, 1995.
- [14] ETSI, Digital Video Broadcasting Framing Structure, Channel Coding and Modulation for Digital Terrestrial Televisions, EN 300-744, August, 1997.
- [15] Takanashi., H., Van Nee R., Merged Physical Layer Specification for the 5 GHz Band, technical Report, IEEE, 1998.

- [16] M. K. Ozdemir and H. Arslan, "Channel Estimation for Wireless OFDM Systems", IEEE Communication Survey, Vol. 9, No. 2, 2<sup>ND</sup> Quarter 2007
- [17] D. Schafhuber, G. Matz, and F. Hlawatsch, "Adaptive Wiener Filters for Time-Varying Channel Estimation in Wireless OFDM Systems," Proc. IEEE Int'l. Conf. Acoust., Speech, and Signal Processing, vol. 4, Hong Kong, China, Apr. 2003, pp. 688–91.
- [18] Rodrigo Pereira David, Técnica de Estimação de Canal utilizando Símbolos Pilotos em Sistemas OFDM, Dissertação de Mestrado, PUC-Rio, Abril de 2007.
- [19] Haykin, S. Adaptive Filter Theory, 2ed. Englewood Cliffs, Nj, USA, Prentice Hall, 1991.
- [20] Diniz, P. S. R. Adaptive Filtering: Algorithms and Pratical Implementation, Norwell, MA, USA, Kluwer Academic Press, 1997.
- [21] Roy, S., Shink J. J., "Analysis of the Data-reusing LMS Algorithm", In: Proceedings of the 32 Midwest Symposium on Circuits and Systems, pp. 1127-1130, Urbana- Champaign, IL, USA, 1989.
- [22] Slock, D. T., "On the Convergence Behavior of the LMS and the normalized LMS Algorithm", IEEE Transaction on Signal Processing, v. 41, pp. 2811-2825, September 1993.
- [23] Jenkins W. K., Hull, A. W., Strait, J. C. et al., Advance Concepts in Adaptive Signal Processing, Norwell, MA, USA, Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [24] Aureo Serrano, Equalização e Estimação de Canal em Sistema de Transmissão OFDM, dissertação de Mestrado, PUC-Rio, Julho de 2005.
- [25] HRASNICA, Halid; HAIDINE, Abdelfatteh; LEHNERT Ralf. Broadband Powerline Communications: Network Design. Dresden University of Technology, Germany. Wiley, 2004.
- [26] APTEL Associação de empresas proprietárias de infra-estrutura e sistemas privados de telecomunicações. <a href="http://www.aptel.com.br">http://www.aptel.com.br</a>.
- [27] www.teleco.com.br.
- [28] J. G. Proakis, Digital Communications, McGraw-Hill, 1995.
- [29] S. Verdú, Multiuser Detection, Cambridge, Univ. Press, 1998.
- [30] Rodrigo Silva Mello, Modelagem do Canal PLC, Dissertação de Mestrado, PUC-Rio, Março de 2005.
- [31] D. Anastasiadou and T. Antonakopoulos, "Multipath Characterization of Indoor Power-Line Networks," IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 20, No. 1, Jan. 2005.
- [32] Vasegui, S. V., Advanced Signal Processing and Digital Noise Reduction, Wiley-Teubner, 1996.
- [33] P. Stoica and Y. Selém, "Model Order Selection", IEEE Signal Processing Magazine, Julho de 2004.
- [34] Mauricio Sol de Castro, Soluções adaptativas para equalização autodidata multicanal, Dissertação de Mestrado, Unicamp, Agosto de 2002.
- [35] Wicker, S., B., Error Control Systems for Digital Communication and Storage, Prentice Hall, 1995.
- [36] iai, H., Imai, H., On the Distribution of the Peak to average Power Ratio of the OFDM signals. IEEE Trans. Commun., february 2001, pp. 282-289.
- [37] Vijaya Chandran Ramasami, Orthogonal Frequency Division Multiplexing.

[38] Pollet, T.; Van Baldel, M.; Moneclaey, M, "BER Sensitivity of OFDM Systems to Carrier Frequency Offset and Wiener Phase Noise, IEEE Transactions on Communications, p.191-193, April 1995.

[39] ITU. DTTB Handbook: Digital Terrestrial Television Broadcasting in the VHF/UHF Bands, Technical Reposts, Radiocommunication Bureau, 2002.

[40] EEE. Supplement to Standard for telecommunication and Information Exchange between Systems – LAN/MAC Specific Requirements – Part 11: Wireless MAC and PHY Specification: High Speed Physical Layer in the 5 GHz Band technical Report, IEEE, 1999.

# **Apêndices**

### **APÊNDICE 1**

# Algoritmo EM

O algoritmo EM (*expectation maximization*) é um método iterativo de maximização da função de verossimilhança. O EM é utilizado para resolver problemas onde há a dificuldade de se obter diretamente a estimativa ML (*Maximum-likelihood*) devido ao fato dos dados serem incompletos ou devido à própria dificuldade de se obter a estimativa ML.

O algoritmo EM consiste de dois passos principais: um passo chamado de expectativa (*expectation*), seguido do passo da maximização (*maximization*). A expectativa diz respeito às variáveis desconhecidas, usando a estimação dos parâmetros condicionada pela observação. O passo da maximização obtém a nova estimação dos parâmetros.

Y denota o espaço de amostras da observação e  $y \in \Re^m$  denota uma observação de Y. X denota o espaço subjacente e  $x \in \Re^n$  denota uma saída de X, com m < n. O dado x é chamado de dado completo. O dado completo x não é observado diretamente, mas somente pela observação de y. Uma observação y determina um subconjunto de X, o qual é denotado como X(y). A figura 7.1 ilustra esse mapeamento.

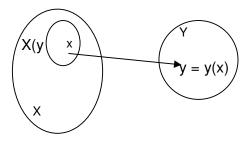


Figura 7.1: Ilustração do mapeamento de muitos para um de X para Y.

O ponto y é a imagem de x e o conjunto X(y) é o mapa inverso de y.

Considerando um vetor aleatório  $\underline{x}$  que assume valores no  $R^n$  que depende de um parâmetro  $\theta \in \Theta \subseteq R^q$  cujo valor deseja-se estimar. Entretanto como foi dito acima  $\underline{x}$  não é observável. Tem-se acesso apenas a um vetor aleatório  $\underline{y} = H(x)$  que assume valores no  $R^m$ . Por consegüência H é não inversível.

Deseja-se determinar o estimador ML de  $\theta$  a partir do conhecimento de  $\underline{y}$  (denominado de *dado incompleto*), porém levando-se em conta a sua dependência com  $\underline{x}$  (denominado de *dado completo*).

O estimador ML de  $\theta$  a partir do conhecimento de  $\underline{y}$  é dado por:

$$\underline{\hat{\theta}}_{ML} = \arg\max_{\theta} \, p_{\underline{y}} \left( \underline{Y}; \underline{\theta} \right) \tag{7.1}$$

Por conveniência podemos maximizar de forma alternativa o logaritmo desta distribuição uma vez que esta função é monotônica crescente. Usando das relações que envolvem as densidades condicionais temos:

$$\log p_{y}(\underline{Y};\underline{\theta}) = \log p_{\underline{x},y}(\underline{X},\underline{Y};\underline{\theta}) - \log p_{\underline{x}|y}(\underline{X}|\underline{Y};\underline{\theta})$$
(7.2)

Multiplicando ambos os membros da equação (7.2) por  $p_{\underline{x}}(\underline{X};\underline{\theta}')$  e integrando em  $\underline{X}$  ao longo de todo  $R^n$  temos:

$$\log p_{\underline{y}}(\underline{Y};\underline{\theta}) = \int_{\mathbb{R}^{n}} \log p_{\underline{x},\underline{y}}(\underline{X},\underline{Y};\underline{\theta}).p_{\underline{x}}(\underline{X};\underline{\theta}').d\underline{X} - \int_{\mathbb{R}^{n}} \log p_{\underline{x}\underline{y}}(\underline{X}|\underline{Y};\underline{\theta}).p_{\underline{x}}(\underline{X};\underline{\theta}').d\underline{X}$$
(7.3)

O primeiro termo é facilmente identificável com:

$$U(\underline{\theta},\underline{\theta}') = \int_{p^{\alpha}} \log p_{\underline{x},\underline{y}}(\underline{X},\underline{Y};\underline{\theta}).p_{\underline{x}}(\underline{X};\underline{\theta}').d\underline{X} = E_{\underline{x}} \left\{ \log p_{\underline{x},\underline{y}}(\underline{X},\underline{Y};\underline{\theta}) \mid \underline{y} = \underline{Y},\underline{\theta}' \right\}$$
(7. 4)

E o segundo termo pode ser visto como:

$$V(\underline{\theta}, \underline{\theta}') = \int_{\Sigma_{\alpha}} \log p_{\underline{x}|\underline{y}}(\underline{X} | \underline{Y}; \underline{\theta}).p_{\underline{x}}(\underline{X}; \underline{\theta}').d\underline{X} = E_{\underline{x}} \left\{ \log p_{\underline{x}|\underline{y}}(\underline{X} | \underline{Y}; \underline{\theta}) | \underline{y} = \underline{Y}, \underline{\theta}' \right\}$$
(7.5)

Pode ser mostrado [32] que a função V satisfaz a seguinte desigualdade:

$$V(\theta, \theta') \le V(\theta', \theta')$$
 para  $\forall \theta, \theta' \in \Theta$  (7.6)

Assim tem-se:

$$L(\underline{\theta}) = U(\underline{\theta}, \underline{\theta}') - V(\underline{\theta}, \underline{\theta}')$$

$$L(\underline{\theta}') = U(\underline{\theta}', \underline{\theta}') - V(\underline{\theta}', \underline{\theta}')$$

$$\downarrow \qquad \qquad \downarrow$$

$$L(\underline{\theta}) - L(\underline{\theta}') = \left[U(\underline{\theta}, \underline{\theta}') - U(\underline{\theta}', \underline{\theta}')\right] + \left[V(\underline{\theta}', \underline{\theta}') - V(\underline{\theta}, \underline{\theta}')\right]$$

$$\downarrow \downarrow$$

$$L(\underline{\theta}) - L(\underline{\theta}') \ge U(\underline{\theta}, \underline{\theta}') - U(\underline{\theta}', \underline{\theta}')$$

$$(7.7)$$

Conseqüentemente se  $\underline{\theta}$  for escolhido de modo que  $U(\underline{\theta},\underline{\theta}') \geq U(\underline{\theta}',\underline{\theta}')$  então  $L(\underline{\theta}) \geq L(\underline{\theta}')$ .

Este resultado permite a construção de um método iterativo para determinação do estimador ML que requer exclusivamente o conhecimento da função  $U\left(\underline{\theta},\underline{\theta}'\right)$ 

- 1. Seja  $\underline{\theta}_0$  um valor arbitrário para  $\underline{\theta}$
- 2. Seja  $\underline{\theta}_1 = \arg\max_{\underline{\theta}} U\left(\underline{\theta}, \underline{\theta}_0\right)$
- 3. Faça  $\underline{\theta}_0 = \underline{\theta}_1$  e volte para 2.

## **APÊNDICE 2**

#### Resultado

Seja  $\underline{x}$  um vetor gaussiano complexo de média  $\underline{m}$  e matriz covariância  $\Lambda$ . Queremos determinar  $E\left\{\underline{x}^{\dagger}.A.\underline{x}\right\}$ .

$$E\left\{\underline{x}^{\dagger}.A.\underline{x}\right\} = E\left\{\left[\underline{x} - \underline{m} + \underline{m}\right]^{\dagger}.A.\left[\underline{x} - \underline{m} + \underline{m}\right]\right\} =$$

$$= E\left\{\left[\underline{x} - \underline{m}\right]^{\dagger}.A.\left[\underline{x} - \underline{m}\right]\right\} + E\left\{\underline{m}^{\dagger}.A.\underline{m}\right\} - E\left\{\underline{m}^{\dagger}.A.\left[\underline{x} - \underline{m}\right]\right\} - E\left\{\left[\underline{x} - \underline{m}\right]^{\dagger}.A.\underline{m}\right\} =$$

$$= E\left\{\left[\underline{x} - \underline{m}\right]^{\dagger}.A.\left[\underline{x} - \underline{m}\right]\right\} + E\left\{\underline{m}^{\dagger}.A.\underline{m}\right\} - \underline{m}^{\dagger}.A.E\left\{\left[\underline{x} - \underline{m}\right]\right\} - E\left\{\left[\underline{x} - \underline{m}\right]^{\dagger}\right\}.A.\underline{m} =$$

$$= E\left\{\left[\underline{x} - \underline{m}\right]^{\dagger}.A.\left[\underline{x} - \underline{m}\right]\right\} + E\left\{\underline{m}^{\dagger}.A.\underline{m}\right\}$$

$$(7.8)$$

Observe que o primeiro termo se desenvolve da forma:

$$E\left\{\left[\underline{x}-\underline{m}\right]^{\dagger}.A.\left[\underline{x}-\underline{m}\right]\right\} = E\left\{\sum_{i}\sum_{j}A_{ij}.(x_{i}-m_{i}).(x_{j}-m_{j})^{*}\right\} =$$

$$=\sum_{i}\sum_{j}A_{ij}.\Lambda_{ij} = \sum_{i}\sum_{j}A_{ij}.\left[\Lambda^{T}\right]_{ji} = \sum_{i}\left[A.\Lambda^{T}\right]_{ii} = tr\left[A.\Lambda^{T}\right]$$
(7.9)

### **APÊNDICE 3**

#### Resultado (Ljung 87)

Se  $\underline{x}$  e  $\underline{y}$  são vetores conjuntamente gaussianos complexos de médias  $\underline{m}_x$  e  $\underline{m}_y$  e de matrizes de covariâncias dadas por  $\Lambda_x$  e  $\Lambda_y$  com covariância cruzada dada por  $\Lambda_{xy}$  então  $\underline{x}/\underline{y}$  é um vetor gaussiano complexo de média  $\underline{m}_x + \Lambda_{\underline{x},\underline{y}}.\Lambda_{\underline{y}}^{-1}.\left(\underline{Y} - \underline{m}_y\right)$  e matriz covariância expressa por  $\Lambda_{\underline{x}} - \Lambda_{\underline{x},\underline{y}}.\Lambda_{\underline{y}}^{-1}.\Lambda_{\underline{x},\underline{y}}^{\dagger}$ .

## **APÊNDICE 4**

#### Sistema OFDM

Considere N fontes discretas emitindo símbolos de um mesmo alfabeto a uma taxa de símbolos 1/T. Os símbolos de cada fonte modulam um filtro próprio, caracterizado por uma função específica de suporte não superior a T. Os sinais produzidos pelas fontes são então somados e transmitidos por um canal. A figura 7.2 ilustra este processo de transmissão.

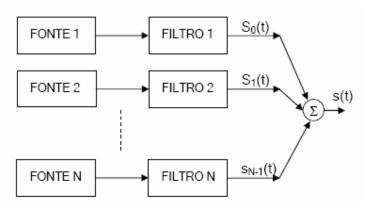


Figura 7.2: Processo de transmissão OFDM

 $x_{i,m} = \text{símbolo emitido pela fonte i+1 no intervalo [m.T,(m+1).T]}$ 

$$s_{i}(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x_{i,m} . \phi_{i}(t - mT) = \sum_{i=0}^{N-1} s_{i}(t)$$
 (7.10)

Na recepção, s(t) passa por um banco de N filtros casados aos sinais  $\{\phi_i(.)\}$ , como está indicado na figura 7.3.

Figura 7.3: Processo de recepção OFDM

$$r_{k}(t) = s(t) * \psi_{k}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t - \lambda) \psi_{k}(\lambda) . d\lambda = \sum_{k=0}^{N-1} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t - \lambda) \phi_{k}^{*}(T - \lambda) . d\lambda = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x_{i,m} . \int_{0}^{T} \phi_{i}(t - \lambda - mT) \phi_{k}^{*}(T - \lambda) . d\lambda$$

$$r_{k}((I + 1).T) = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x_{i,m} . \int_{0}^{T} \phi_{i}((I + 1 - m).T - \lambda) \phi_{k}^{*}(T - \lambda) . d\lambda$$
(7.11)

Por questões de suporte das funções  $\{\phi_i(.)\}$ , a integral acima só é não nula quando I=m e assim:

$$\mathbf{r}_{k}((I+1).T) = \sum_{i=0}^{N-1} x_{i,i} \cdot \int_{0}^{T} \phi_{i}(\lambda) \phi_{k}^{*}(\lambda).d\lambda$$
 (7.12)

A única forma de recuperar o símbolo adequado consiste em exigir que os sinais  $\{\phi_i(.)\}$  sejam ortogonais no intervalo [0,T]. Por comodidade, exigiremos que este sinais sejam ortonormais em [0,T] ou seja:

$$\int_{0}^{T} \phi_{i}(\lambda) \phi_{k}^{*}(\lambda) . d\lambda = \delta[i-k]$$
(7.13)

Um conjunto de funções que satisfazem esta propriedade é apresentado abaixo e que denominaremos de "proposta OFDM":

$$\phi_i(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \cdot \exp\left[j.2\pi \cdot \frac{i}{T} \cdot (t - t_0)\right] \qquad t \in [0, T], i \in \{0, 1, ..., N - 1\}$$
(7.14)

Estas funções possuem uma propriedade que será muito útil adiante que é:

$$(a,b) \in (o,T] \Rightarrow \phi_i(a+b) = \exp\left(j.2\pi \cdot \frac{i}{T} \cdot b\right) \phi_i(a)$$
 (7.15)

## O PROBLEMA DO INTERVALO DE GUARDA

No desenvolvimento acima foi assumido que o canal é ideal, isto é, sem ruído e sem distorção.

Vamos admitir agora que o canal pode ser modelado por um sistema linear invariante no tempo (pelo menos durante o período T) cuja resposta impulsional h(t) possui suporte  $T_g$  inferior a T.

Se nada for feito na transmissão, ocorrerá ISI (*Inter symbol Interference* – interferência intersimbólica). Para combatê-la, cria-se um intervalo de guarda a montante do intervalo T. Assim o sinal transmitido no restante deste intervalo ao chegar à recepção, terá seu término antes no início do sinal do período seguinte. Como está indicado na figura 7.4.



Figura 7.4: Intervalo de guarda

Agora não se poderá usar na recepção o sinal recebido durante este intervalo. sinal transmitido s(t) sinal recebido r(t) = s(t) \*h(t)

Seja,

$$\hat{r}(t) = \begin{cases} r(t) & t \in (mT, (m+1)T] \ \forall m \\ 0 & caso \ contrario \end{cases}$$
 (7.16)

Este sinal recebido passa pelo mesmo banco de filtros anteriormente discutido.

$$r_{k,i} = \hat{r}(t) * \psi_k(t) \Big|_{t=(I+1),T} = \int_{IT+T_g}^{(I+1),T} r(u) \cdot * \psi_k((I+1),T-u) \cdot du$$

$$= \int_{T_g}^{T} r(\lambda + I,T) \cdot \psi_k(T-\lambda) \cdot d\lambda =$$

$$= \int_{T_g}^{T} [h(u) \cdot s(\lambda + I,T-u) \cdot du] \psi_k(T-\lambda) \cdot d\lambda =$$

$$= \int_{T_g}^{T} \int_{T_g}^{T} h(u) \cdot \left[ \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x_{i,I} \cdot \phi_i(\lambda - u + (I-m),T) \right] du \cdot \psi_k(T-\lambda) \cdot d\lambda$$

$$= \psi_k(T-\lambda) \cdot d\lambda$$
(7.17)

Novamente devido aos suportes das funções envolvidas acima, só não são nulos os termos em que m=l e assim:

$$r_{k,I} = \sum_{i=0}^{N-1} x_{i,I} \int_{T_g}^{T} \int_{T_g}^{T} h(u) . \phi_i(\lambda - u) . du \bigg] . \psi_k(T - \lambda) . d\lambda$$
 (7.18)

Se assumirmos a "proposta OFDM" então, usando a propriedade mencionada destas funções tem-se que:

$$r_{k,I} = \sum_{i=0}^{N-1} x_{i,I} \cdot \int_{0}^{T_g} h(u) \cdot \exp\left(-j2\pi \cdot \frac{i}{T}u\right) \cdot du \int_{T_g}^{T} \phi_i(\lambda) \cdot \psi_k(T - \lambda) \cdot d\lambda$$
(7.19)

Pode-se facilmente perceber que a primeira integral é a transformada de Fourier da resposta impulsional do canal na freqüência i/T e que por simplicidade denotaremos por h<sub>i</sub>. Assim:

$$r_{k,I} = \sum_{i=0}^{N-1} x_{i,I} \cdot \int_{0}^{T_g} h_i \cdot \int_{T_g}^{T} \phi_i(\lambda) \cdot \psi_k(T - \lambda) \cdot d\lambda$$
 (7.20)

Desnecessário dizer que continuamos querendo que a integral acima seja nula para i≠k, mas também queremos manter o fato de que a recepção continua sendo feita por filtros casados, o que implica em:

$$\int_{T_g}^{T} \phi_i(\lambda).\phi_k^*(\lambda).d\lambda = \delta[i-k]$$
(7.21)

Isto pode ser facilmente obtido fazer uma leve alteração nas funções  $\{\phi_i(.)\}$  sugeridas. Considere agora as funções:

$$\phi_i(t) = \frac{1}{\sqrt{T - T_g}} \cdot \exp\left[j2\pi \cdot \frac{i}{T - T_g} \cdot (t - t_0)\right] \quad t \in [T_g, T], i \in \{0, 1, ..., N\}$$
 (7.22)

Convém salientar que a propriedade mencionada agora passa a ser:

$$(a+b) \in (T_g, T] \Rightarrow \phi_i(a+b) = \exp\left(j.2\pi \cdot \frac{i}{T}b\right) \cdot \phi_i(a)$$
 (7.23)

Observe que os espectros de amplitude destes sinais são da forma:

$$\left|\Im\left[\phi_{i}(t)\right] = KSinc\left[\left(T - T_{g}\right) \cdot \left(f - \frac{i}{T - T_{g}}\right)\right]$$
(7.24)

e assim temos funções Sinc de largura de faixa de nulo de  $\frac{1}{T-T_g}$  e centradas em freqüências múltiplas de  $\frac{1}{T-T_g}$ , indo de 0 a  $\frac{N-1}{T-T_g}$ .

Consequentemente a largura da faixa de nulo do sinal s(t) vale:

$$W = \frac{N}{T - T_g} \Rightarrow T = T_g + \frac{N}{W} \tag{7.25}$$

Frequentemente escolhe-se Tg de modo a ser múltiplo de  $\frac{1}{W}$ , digamos  $T_{\rm g} = \frac{L}{W} \,. \; {\rm Ent} \tilde{\rm ao} :$ 

$$T = T_s + \frac{N}{W} = \frac{L}{W} + \frac{N}{W} = \frac{M}{W} = M.T_s \text{ onde } T_s = \frac{1}{W}$$
 (7.26)

### O PROBLEMA DO MULTIPERCURSO

No caso de multipercursos, sinais distintos chegam ao receptor com atrasos distintos devido a diferente faixa de freqüência que ocupam. Neste caso a ortogonalidade é perdida dando origem ao que é chamado de ICI (*Inter carrier Interference* – interferência entre portadoras). Como indicado na figura 7.5.

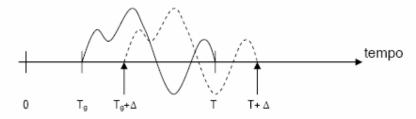


Figura 7.5: Multipercurso

Note que agora a integral de ortogonalidade se escreve da forma:

$$\int_{T_g + \Delta}^{T} \phi_i(t).\phi_j^*(\lambda - \Delta).d\lambda = \exp\left(j2\pi.\frac{\Delta}{T - T_g}\right).\int_{T_g + \Delta}^{T} \phi_i(t).\phi_j^*(\lambda - \Delta).d\lambda$$
(7.27)

onde a integral final não é necessariamente nula.

Na tentativa de resolver este problema, vamos "estender" o suporte das funções  $\{\phi_i(.)\}$  de [Tg,T] para [0,T], consequentemente, tem-se:

$$\int_{T_g}^{T} \phi_i(t).\phi_j^*(\lambda - \Delta).d\lambda = \int_{T_g}^{T_g + \Delta} \phi_i(t).\phi_j^*(\lambda - \Delta).d\lambda + \int_{T_g + \Delta}^{T} \phi_i(t).\phi_j^*(\lambda - \Delta).d\lambda$$
 (7.28)

Observe que a propriedade básica pode ser aplicada na  $2^a$  integral, mas em princípio não pode ser aplicada na  $1^a$  integral, a não ser que no processo de extensão das funções  $\{\phi_i(.)\}$  esta propriedade seja também imposta, o que será aqui feito. Para o caso das funções sugeridas, isto é automaticamente satisfeito desde que  $\Delta \leq Tg$ . Assim tem-se que:

$$\phi_i(t) = \frac{1}{\sqrt{T - T_g}} \cdot \exp\left[j.2\pi \cdot \frac{i}{T - T_g} \cdot (t - t_0)\right] t \in [0, T], i \in \{0, 1, ..., N - 1\}$$
 (7.29)

e para i ≠ j tem-se que:

$$\int_{T_g}^{T} \phi_i(\lambda).\phi_j^*(\lambda - \Delta).d\lambda = \exp\left(j2\pi.\frac{\Delta}{T - T_g}\right).\int_{T_g}^{T} \phi_i(\lambda).\phi_j^*(\lambda)d\lambda = 0$$
(7.30)

Convém notar que a continuação indicada das funções  $\{\phi_i(.)\}$  faz com que estas apresentem a seguinte propriedade:

$$\phi_i(t) = \phi_i(t + T - t_g) \quad para \ t \in (0, T_g]$$
 (7.31)

O que faz com que esta extensão seja denominada de prefixo cíclico.

Em resumo: o sinal OFDM é da forma:

$$s(t) = \sum_{i=0}^{N-1} s_i(t) = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x_{i,m}.\phi_i(t - mT)$$

$$\phi_i(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T - T_g}}.\exp\left[j2\pi.\frac{W}{N}i.(t - t_o)\right]para \ t \in (A, T] \\ 0 \ para \ t \in (0, A] \end{cases}$$
(7.31)

Se A=0, temos o chamado sinal OFDM de prefixo cíclico (CP)

Se A=Tg, temos o chamado sinal OFDM de prefixo nulo (NP)