

7 Resultados

No caso dos servidores do município do Rio de Janeiro, objeto de estudo para as tábuas de sobrevivência de válidos e inválidos, constatou-se empiricamente que o volume de dados é satisfatório para segregar-se a mortalidade de válidos somente entre homens e mulheres, visto que ocorreram 3.066 mortes para o sexo feminino e 3.193 para o masculino. Portanto, na seção 7.2.1 foi aplicada diretamente a graduação, paramétrica e não-paramétrica, cuja teoria é abordada na seção 3.

Já para segregar-se a mortalidade também por grau de instrução (seção 7.2.2), situação na qual existiriam dados insuficientes para uma graduação precisa através dos métodos tradicionais, a teoria apresentada na seção 4 será usada, abordando-se a Teoria da Credibilidade Maior Exatidão.

Quanto à graduação das taxas de mortalidade de inválidos (seção 7.3) desejam-se construir tábuas seletas, a exemplo do estudo de Ribeiro (2006), pois segundo Benjamin e Pollard (1980) a mortalidade é maior logo após a transição para o estado de invalidez, decaindo com o passar do tempo. Isso significa que entre dois aposentados por invalidez com a mesma idade, aquele que recentemente se invalidou terá a taxa de mortalidade maior do que outro aposentado há mais tempo.

Os dados dos servidores aposentados por invalidez do INSS foram utilizados para a construção de tábua biométrica de sobrevivência de inválidos. O banco de dados apresenta grande exposição, visto que ocorreram 94.422 mortes para o sexo feminino e 227.822 para o masculino. Este fato possibilitou uma graduação que envolvesse a tábua seleta e a tábua final de sobrevivência de inválidos.

Já para a experiência dos servidores aposentados por invalidez da PCRJ houve problema de insuficiência no volume de dados. A solução adotada foi a utilização de graduação da tábua de sobrevivência de inválidos desconsiderando o fator de seletividade (duração do tempo de benefício).

7.1. Características das Populações

A partir do banco de dados podem-se extrair informações relevantes a fim de se caracterizar o perfil da população dos servidores do município do Rio de Janeiro. As vidas estudadas entre 01/04/2000 e 18/12/2006 possuíam ao final da observação a seguinte distribuição de quantidade por sexo, escolaridade e situação funcional, de acordo com a Tabela 2.

Tabela 2 - Distribuição da população por sexo, escolaridade e situação funcional

ESCOLARIDADE / SEXO	ATIVOS	APOSENTADOS	TOTAL
Nível Superior – sexo feminino	41.904	26.070	67.974
Nível Médio – sexo feminino	10.211	1.768	11.979
Nível Fundamental – sexo feminino	3.363	2.309	5.672
Nível Elementar – sexo feminino	9.082	6.836	15.918
Nível Superior – sexo masculino	10.523	3.537	14.060
Nível Médio – sexo masculino	4.030	3.337	7.367
Nível Fundamental – sexo masculino	2.481	1.414	3.895
Nível Elementar – sexo masculino	2.463	2.732	5.195
TOTAL	84.057	48.003	132.060

Depois de caracterizada a estrutura de população sob análise, são identificadas as transições de estado dos ativos válidos e inválidos aos eventos de morte e de entrada em invalidez. As informações de saídas são discriminadas na Tabela 3, onde se apura também a rotatividade (saída por desligamento) média no funcionalismo municipal de 1% ao ano, sendo 0,9% para as mulheres e 1,5% para os homens.

Tabela 3 – Número de observações para cada mudança de estado

CAUSA		FEMININO	MASCULINO	TOTAL
Falecimento	Válidos	3.192	3.066	6.258
	Inválidos	209	279	488
Invalidez	Acidente de Trabalho ou Doenças Graves	468	957	1.425
	Outros	372	953	1.325
Desligamento		1.965	3.815	5.780

Já quanto à população dos aposentados do INSS, foram extraídas as informações necessárias a partir das tabelas de exposição e número de óbitos da tese de Ribeiro (2006). O estudo do autor compreende o período temporal de 1999 a 2003 e uma exposição central de 3,0 e 4,6 milhões de vidas-anos para os sexos feminino e masculino respectivamente. Durante os anos analisados ocorreram 94.422 óbitos para o sexo feminino e 227.822 para o masculino.

7.2. Graduação de Tábua de Sobrevivência de Válidos

7.2.1. Segregada por Sexo

O objetivo é construir uma tábua biométrica de sobrevivência de válidos segregada somente por sexo, que serão denominadas SMRJ00/06-F e SMRJ00/06-M, representando os servidores do município do Rio de Janeiro para o sexo feminino e masculino, respectivamente. Nos casos em que as transições de estado $ATIVO \xrightarrow{1} INVÁLIDO \xrightarrow{2} MORTO$ ocorrem num intervalo de tempo inferior a um ano, o evento gerador óbito não foi considerado para a estimação das taxas brutas, sendo então considerado para a exposição e óbito de inválidos.

Constata-se pelas Figuras 6 e 7 que a exposição total das servidoras (sexo feminino) é 3,5 vezes a dos servidores (sexo masculino). Porém, a estrutura etária e o número de óbitos para os dois sexos praticamente se equivale, refletindo a existência de taxas de mortalidade mais altas para o sexo masculino, conforme fenômeno observado em quase todas as populações no mundo.

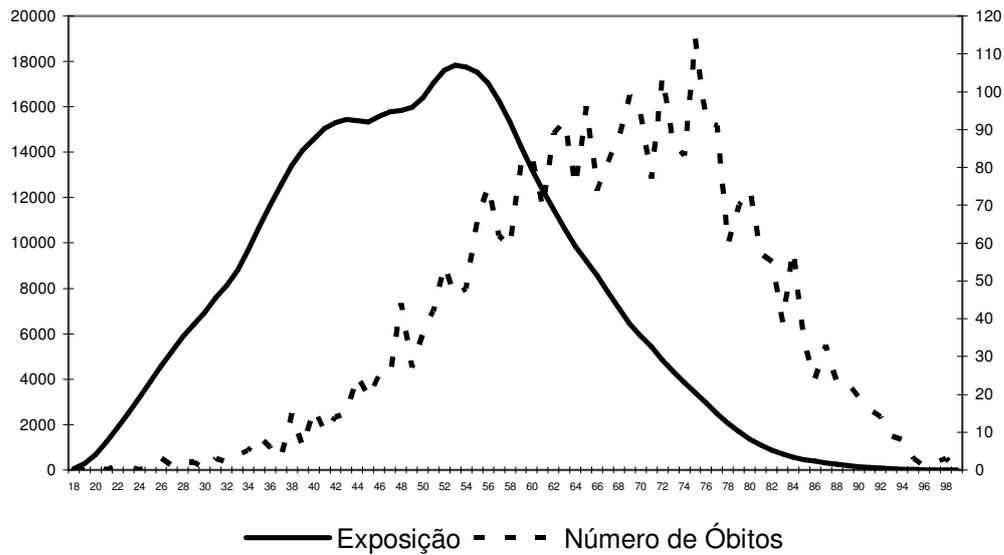


Figura 6 - Exposição central (vidas-dias) e número de óbitos para o sexo feminino

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0511134/CA

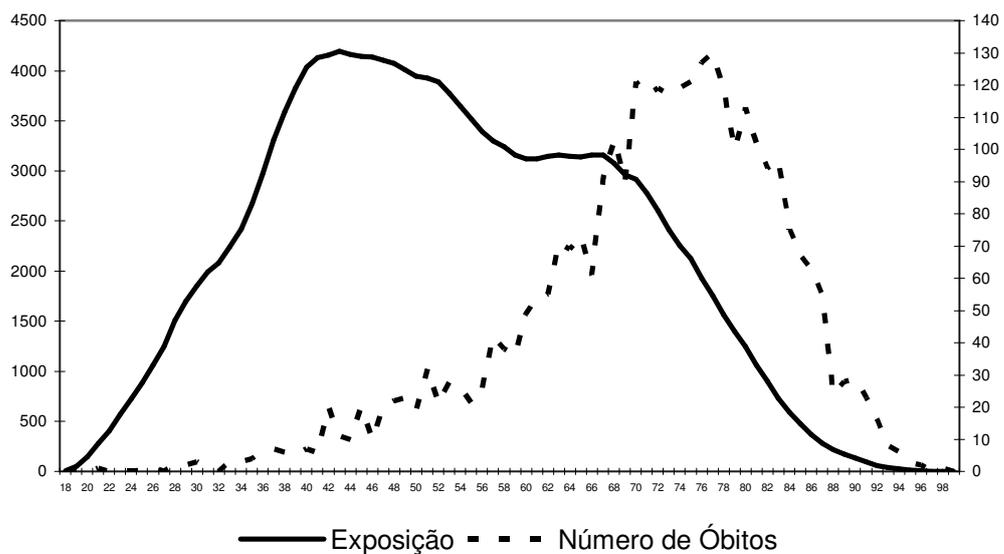


Figura 7 - Exposição central (vidas-dias) e número de óbitos para o sexo masculino

Pode-se observar pela Figura 8 que as taxas brutas, tanto para os homens quanto para as mulheres, confirmam o aumento da taxa de mortalidade entre os(as) jovens com idades no intervalo de 18 a 30 anos, devido a causas acidentais. Lemaire (2002) cita o fato de o homem estar mais exposto a mortes por causas acidentais como um dos fatores que levam à expectativa de vida superior das mulheres. Para o caso do município do Rio de Janeiro notou-se que os jovens de ambos os sexos sofrem influência de mortes acidentais.

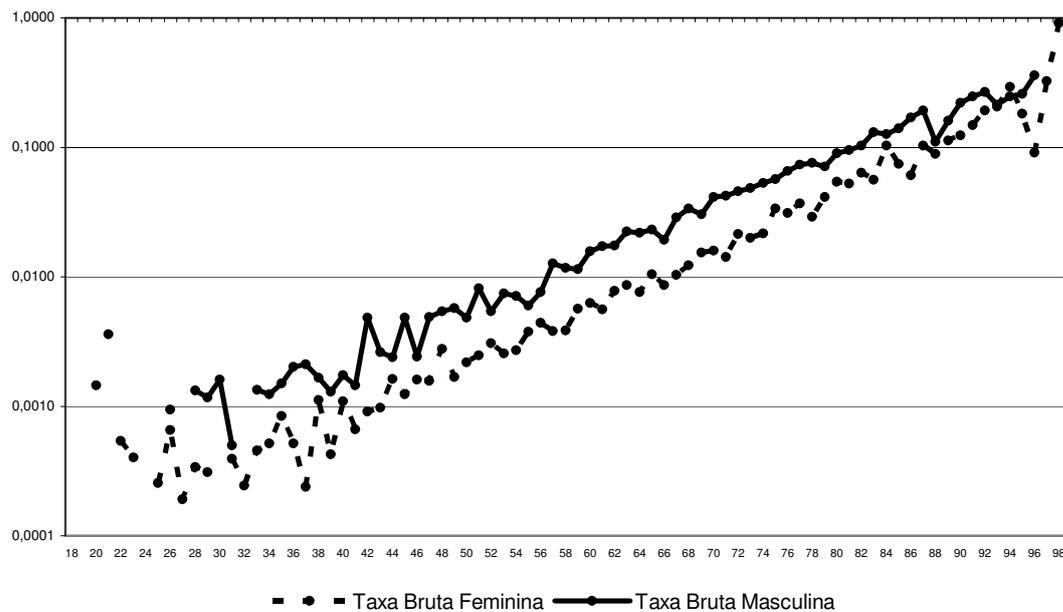


Figura 8 - Taxas brutas de mortalidade de válidos para homens e mulheres, em escala logarítmica

Como era de se esperar, a mortalidade masculina se situa em patamares superiores à feminina, com exceção para as idades avançadas, onde parece haver uma convergência entre as taxas de mortalidade.

Como existe uma quantidade suficiente de exposição para ambos os sexos, não é necessário incorporar outra experiência à experiência própria. Por este fato, utilizou-se a graduação tradicional, sem a necessidade de obter auxílio da Teoria da Credibilidade.

Para a definição do evento gerador (mortalidade de válidos) utilizou-se o modelo de Poisson por ser aquele que melhor se adapta ao conceito da mortalidade. Já quanto ao modelo de graduação, foram utilizados os modelos de Whittaker-Henderson (WH), Heligman-Pollard (HP) e Gompertz-Makeham (GM).

7.2.1.1. Whittaker-Henderson

Pela graduação não-paramétrica de Whittaker-Henderson do Tipo B foi possível captar o fenômeno do aumento da mortalidade entre os “jovens adultos” de 18 a 30 anos devido a causas acidentais mais frequentes, o que não ocorreu com o Tipo A, razão pela qual foi eleito o Tipo B.

Os coeficientes de ponderação relativos ao ajuste da graduação foram então definidos como $w_{x+t} = \frac{E_x}{q_{x+t}}(1 - \overset{\circ}{q}_{x+t})$, representando o Tipo B do modelo. Já

os pesos relativos à parcela de suavização K_{x+t} foram escolhidos como $200 \cdot w_{x+t}$ e $100 \cdot w_{x+t}$ para o sexo feminino e masculino respectivamente, utilizando diferenças de ordem dois das taxas brutas ($\Delta^2 \dot{q}_x = \dot{q}_x - 2\dot{q}_{x-1} + \dot{q}_{x-2}$).

Os valores de $K_{x+t} = f(w_{x+t})$ foram escolhidos de forma que fossem os menores a gerarem uma suavização satisfatória, revelando diferenças de ordem três ($\Delta^3 \dot{q}_x = \dot{q}_x - 3\dot{q}_{x-1} + 3\dot{q}_{x-2} - \dot{q}_{x-3}$) inferiores a um valor arbitrariamente definido como 0,0005 para o sexo feminino e 0,001 para o sexo masculino nas idades menores que 95 anos, conforme as Tabelas 5 e 6. A idade de 95 anos foi escolhida como teto pois a partir desta se usa uma metodologia diferenciada para a construção do fim da tábua, de acordo com a teoria da seção 2.3 e aplicação comentada a seguir.

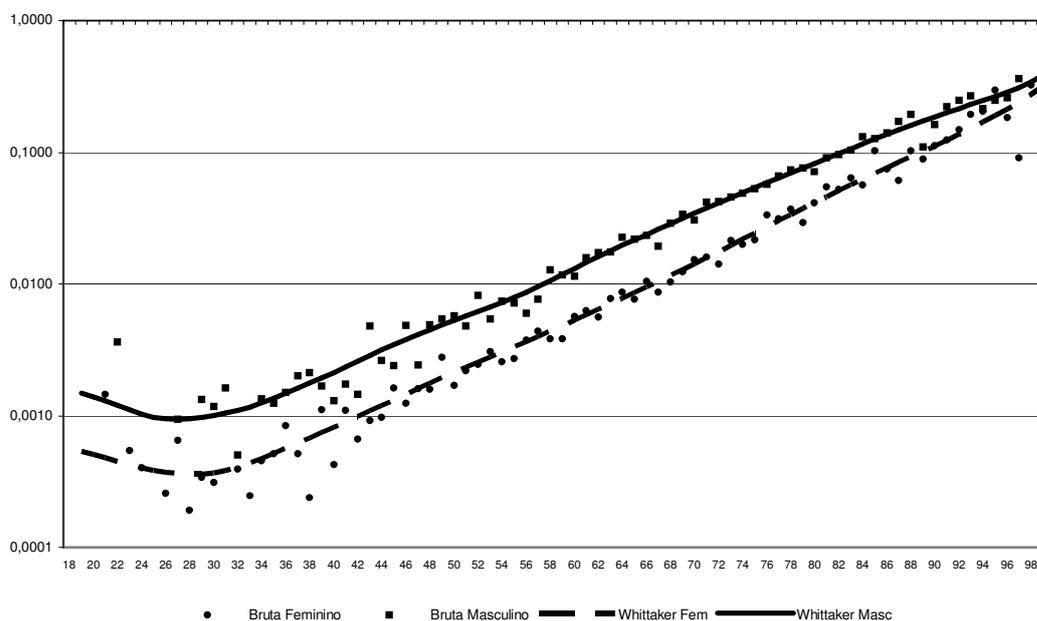


Figura 9 - Taxas brutas graduadas por Whittaker-Henderson para SMRJ00/06-F e SMRJ00/06-M, em escala logarítmica, até a idade 99

As últimas taxas brutas observadas foram aos 99 anos para ambos os sexos, coincidentemente. Optou-se pela metodologia *Blended* para a estimação

das taxas suavizadas superiores a este patamar, utilizando-se as taxas brutas desde a idade 95 e as estendendo por uma regressão exponencial até a idade 107 (feminino) e 108 (masculino), onde se atingiu $q_{\omega} = 1$, conforme pode ser visualizado na Figura 10. Conseqüentemente, essa metodologia presume um modelo Gompertz com informações de 95 a 99 anos ajustadas até as idades de 107 (feminino) e 108 (masculino). Para o sexo feminino o modelo possui $\beta_0 = -1,6858$ e $\beta_1 = 0,1326$. Já para o masculino, $\beta_0 = -1,3677$ e $\beta_1 = 0,1038$.

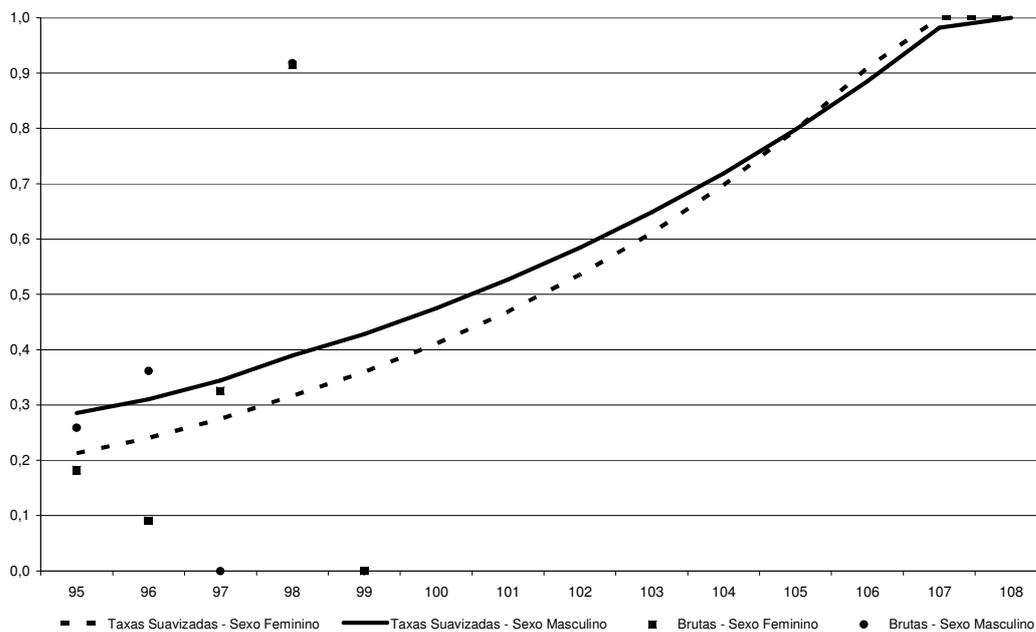


Figura 10 - Taxas brutas e suavizadas, em escala logarítmica, no final da tábua de acordo com o modelo Blended from 95

As taxas suavizadas e os respectivos limites do intervalo de confiança em 95% para todas as idades estão expostos no Apêndice I e ilustrados nas Figuras 11 (sexo feminino) e 12 (sexo masculino). As taxas possuem logicamente maior precisão nas idades intermediárias, onde há maior exposição. Existem inclusive algumas idades iniciais e finais para as quais não foram observados óbitos no período de observação do estudo.

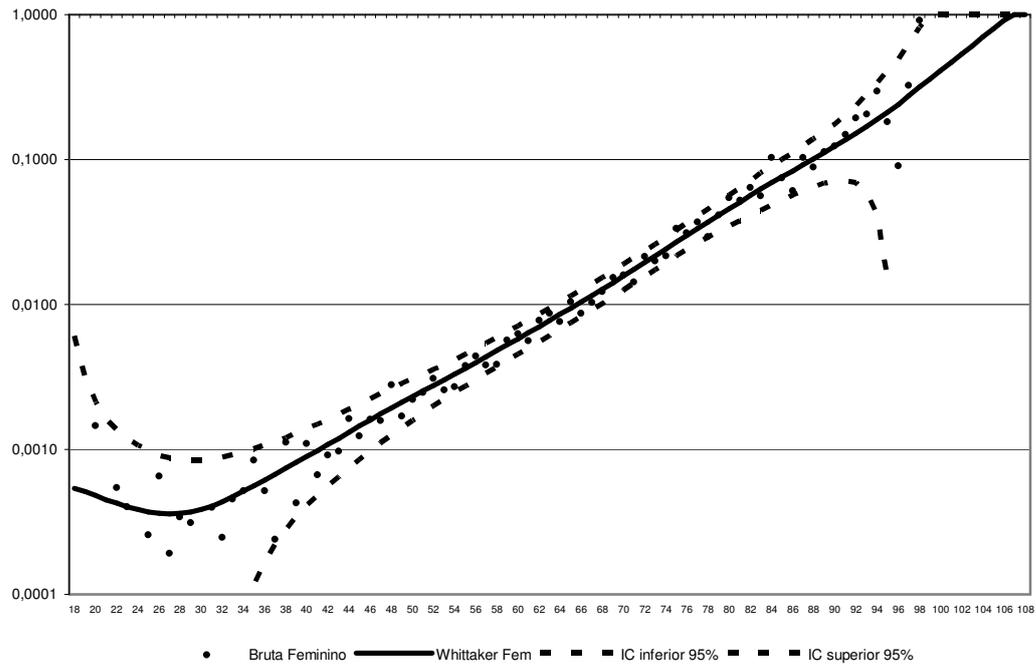


Figura 11 - Taxas brutas graduadas por Whittaker-Henderson para SMRJ00/06-F, em escala logarítmica, até a idade 107

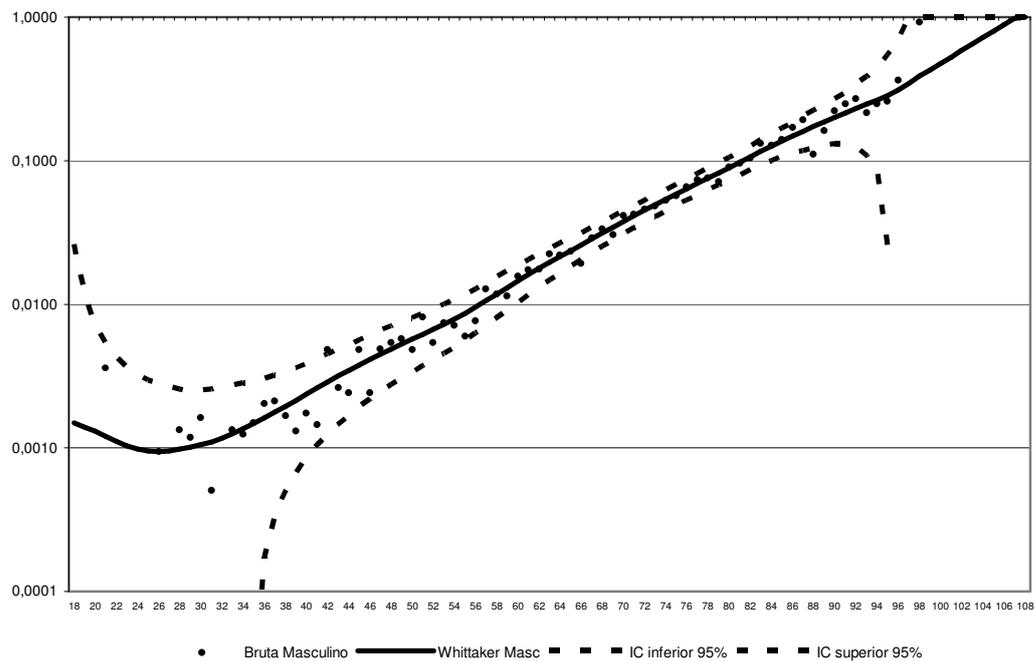


Figura 12 - Taxas brutas graduadas por Whittaker-Henderson para SMRJ00/06-M, em escala logarítmica, até a idade 108

A fim de se testar o ajuste da graduação aos dados brutos, conforme teoria abordada na seção 2.4, foram calculados e expostos na Tabela 4 os p-valores das

estatísticas: Normalidade de Jarque-Bera (1); Pearson (2); Desvios Acumulados para grupos de tamanho 5 (3); Sinais (4); Agrupamento dos Sinais (5); Rodada (6); e Correlação Serial de Ljung-Box (7).

Tabela 4 - P-valores dos testes estatísticos de qualidade de ajuste para o modelo WH

	Jarque-Bera (1)	Pearson (2)	Desvios Acumulados (3)	Sinais (4)	Agrupamento dos Sinais (5)	Rodada (6)	Ljung-Box (7)
Sexo Feminino	0,0649	1,0000	0,1238	0,5737	0,2083	0,2945	0,0000
Sexo Masculino	0,0000	1,0000	0,1799	0,9104	0,3662	0,3124	0,0000

Os resultados evidenciam que o ajuste da graduação foi satisfatório, apesar de o teste Ljung-Box indicar a presença de autocorrelação serial para ambos os sexos e o de Jarque-Bera indicar ausência de Normalidade somente para o sexo masculino devido ao excesso de curtose nos resíduos.

Com o objetivo de se ilustrar o efeito no ajuste da escolha do valor da parcela de suavização K_{x+t} , foi feita uma análise de sensibilidade cujos resultados estão expostos nas Tabelas 5 e 6 e ilustrados nas Figuras 13 e 14. O grau de ajuste foi mensurado pelo erro quadrático (quanto menor, melhor o ajuste) e o grau de suavização medido pela maior diferença de ordem 3 encontrada para idades menores que 95 anos (quanto menor, melhor a suavização).

Tabela 5 - Sensibilidade do ajuste e suavização em relação a K_{x+t} para o sexo feminino

SEXO FEMININO	$K_{x+t} = 20 \cdot w_{x+t}$	$K_{x+t} = \sqrt{10 \cdot 20^2} \cdot w_{x+t}$	$K_{x+t} = 200 \cdot w_{x+t}$	$K_{x+t} = \sqrt{10 \cdot 200^2} \cdot w_{x+t}$	$K_{x+t} = 2000 \cdot w_{x+t}$
Erro Quadrático	480.237.064	502.501.415	529.270.987	622.326.438	988.872.286
Maior Diferença de Ordem 3 (para $x < 95$)	0,001233	0,000605	0,000448	0,000239	0,000116

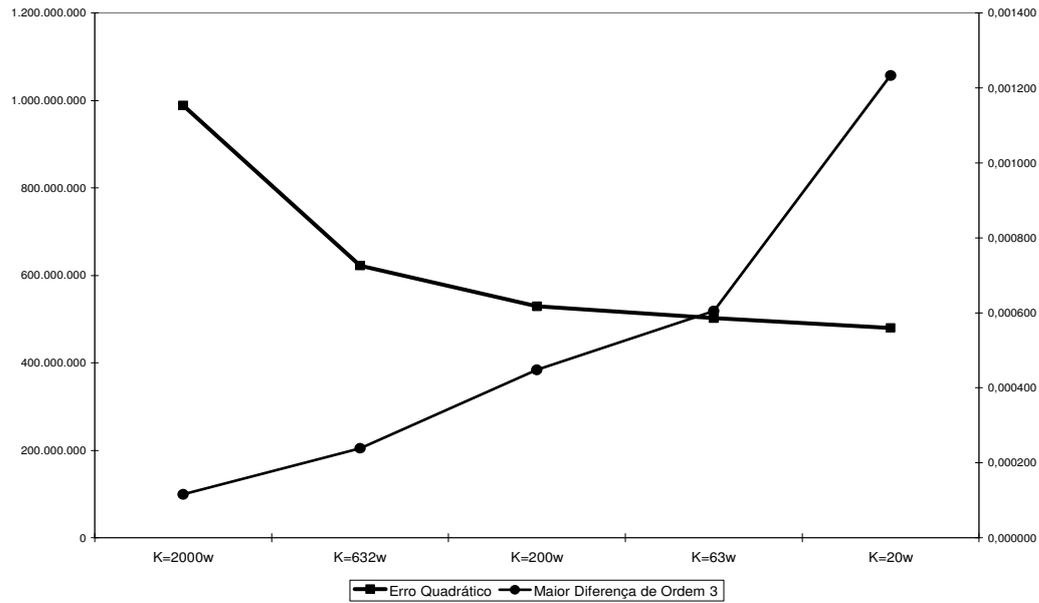


Figura 13 - Evolução do ajuste e suavização em relação a K_{x+t} para o sexo feminino

Tabela 6 - Sensibilidade do ajuste e suavização em relação a K_{x+t} para o sexo masculino

SEXO MASCULINO	$K_{x+t} = 10 \cdot w_{x+t}$	$K_{x+t} = \sqrt{10 \cdot 10^2} \cdot w_{x+t}$	$K_{x+t} = 100 \cdot w_{x+t}$	$K_{x+t} = \sqrt{10 \cdot 100^2} \cdot w_{x+t}$	$K_{x+t} = 1000 \cdot w_{x+t}$
Erro Quadrático	256.906.515	282.896.544	301.140.958	326.355.149	427.102.067
Maior Diferença de Ordem 3 (para x<95)	0,005733	0,002025	0,000755	0,000249	0,000072

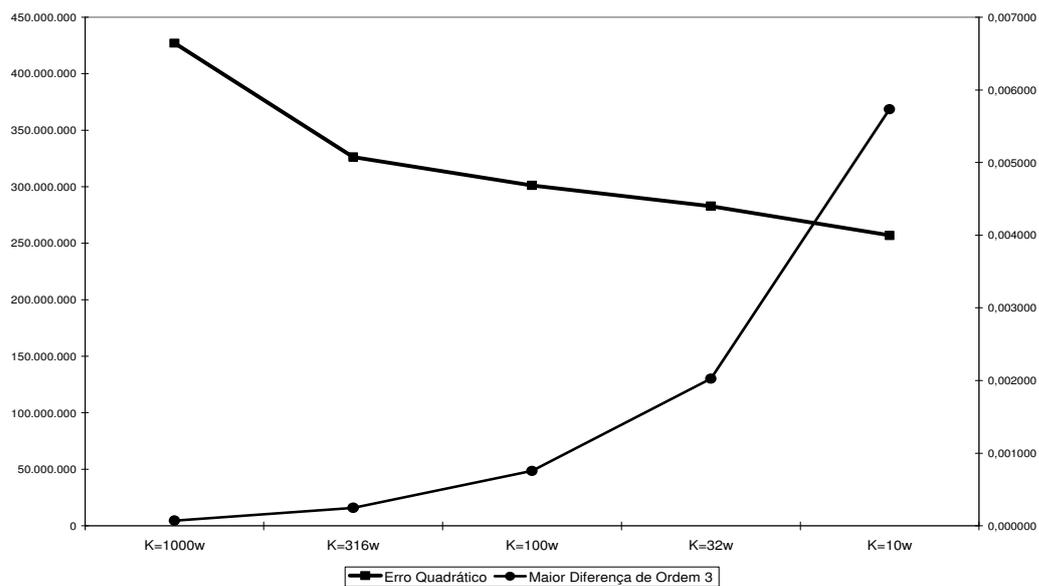


Figura 14 - Evolução do ajuste e suavização em relação a K_{x+t} para o sexo masculino

Como a graduação do fim da tábua será definida pela metodologia *Blended* descrita na seção 2.3, conclui-se que as idades inferiores devem ser investigadas, principalmente pelo fato de se desejar uma graduação que não seja excessivamente suavizada a ponto de não capturar o efeito do aumento da mortalidade para os jovens adultos.

Pela Figura 15, analisam-se as idades inferiores a 40 anos e constata-se que a utilização de uma graduação excessivamente suavizada, com por exemplo $K_{x+t} = 2000w_{x+t}$ (*FEM*) e $K_{x+t} = 1000w_{x+t}$ (*MASC*), não captura o aumento da mortalidade para os jovens adultos. Já uma graduação excessivamente ajustada, com por exemplo $K_{x+t} = 2w_{x+t}$ (*FEM*) e $K_{x+t} = 1w_{x+t}$ (*MASC*), gera uma função que não oferece a monotonicidade desejada, o que se reflete na presença de vários pontos de máximos e mínimos relativos.

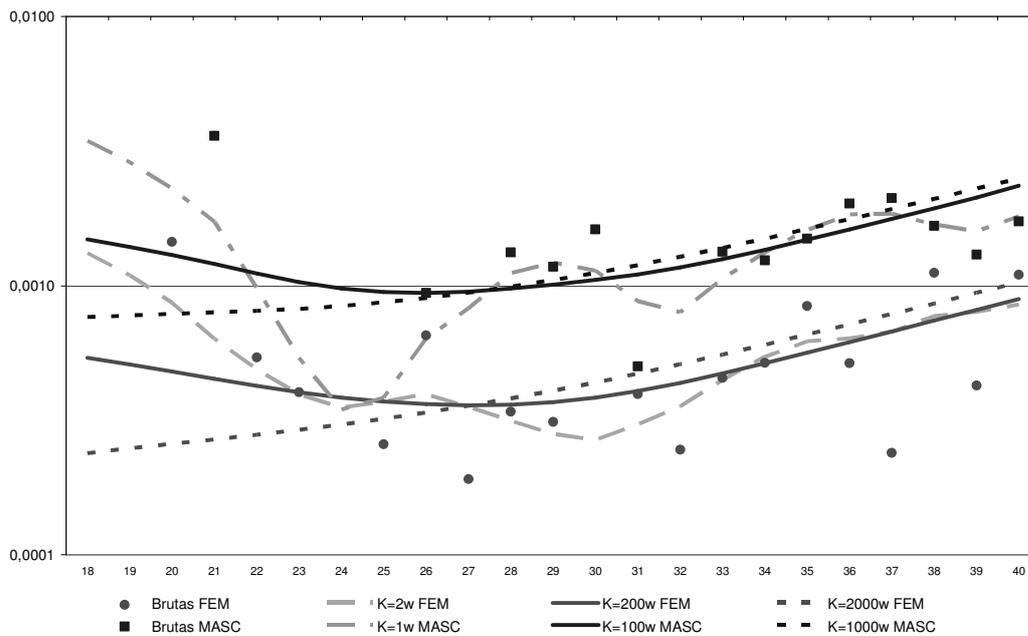


Figura 15 - Comparação da graduação eleita em relação a graduações utilizando valores de K_{x+t} excessivamente ajustados ou suavizados: taxas em escala logarítmica

7.2.1.2. Helligman-Pollard

Pela graduação paramétrica de Helligman-Pollard (HP), não foi possível captar o fenômeno do aumento da mortalidade entre os “jovens adultos” de 18 a 30 anos devido a causas acidentais mais frequentes.

O modelo Tipo 2 apresentou melhor ajuste que o Tipo 1 pelo erro quadrático para ambos os sexos, justificando a sua escolha. O erro para o sexo feminino foi de 531.208.060 versus 543.269.720. Já para o sexo masculino foi de 313.861.955 contra 314.742.823.

Como não há dados para a mortalidade infantil, a primeira parcela da função $A^{(x+B)^c}$ foi ignorada em ambos os sexos. Para o sexo feminino, o melhor ajuste ocorreu quando a segunda parcela $D \cdot \exp(-E \cdot (\log x - \log F)^2)$ não foi considerada, ou seja, para $D=0$. Já para o sexo masculino, esta parcela gerou melhora no ajuste e foi incluída no modelo. O comportamento da mortalidade por causas externas e por senescência pode ser visualizado na Figura 16

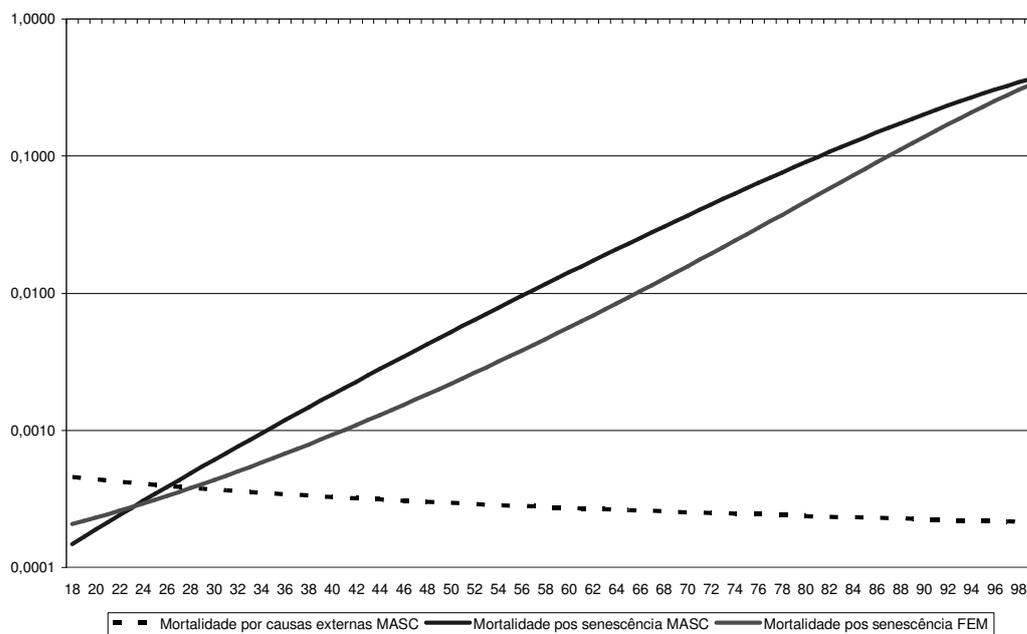


Figura 16 - Comparação entre as parcelas relativas à taxa de mortalidade para ambos os sexos: taxas em escala logarítmica

Assim, as funções foram ajustadas de modo que a soma dos erros quadráticos resultou em 513.208.060 para o sexo feminino e 313.861.955 para o sexo masculino. Assim, os modelos Heligman-Pollard ajustados tomaram a seguinte forma:

Sexo Feminino:

$$\mu_x = \frac{0,00010915 \cdot 1,00816336^{x^{1,51094974}}}{1 + 0,00010915 \cdot 1,00816336^{x^{1,51094974}}}$$

Sexo Masculino:

$$\mu_x = 0,00281246 \cdot \exp\left(-0,02287398 \cdot (\log x - \log 0,00245823)^2\right) + \frac{0,00000953 \cdot 1,29727435^{x^{0,81494630}}}{1 + 0,00000953 \cdot 1,29727435^{x^{0,81494630}}}$$

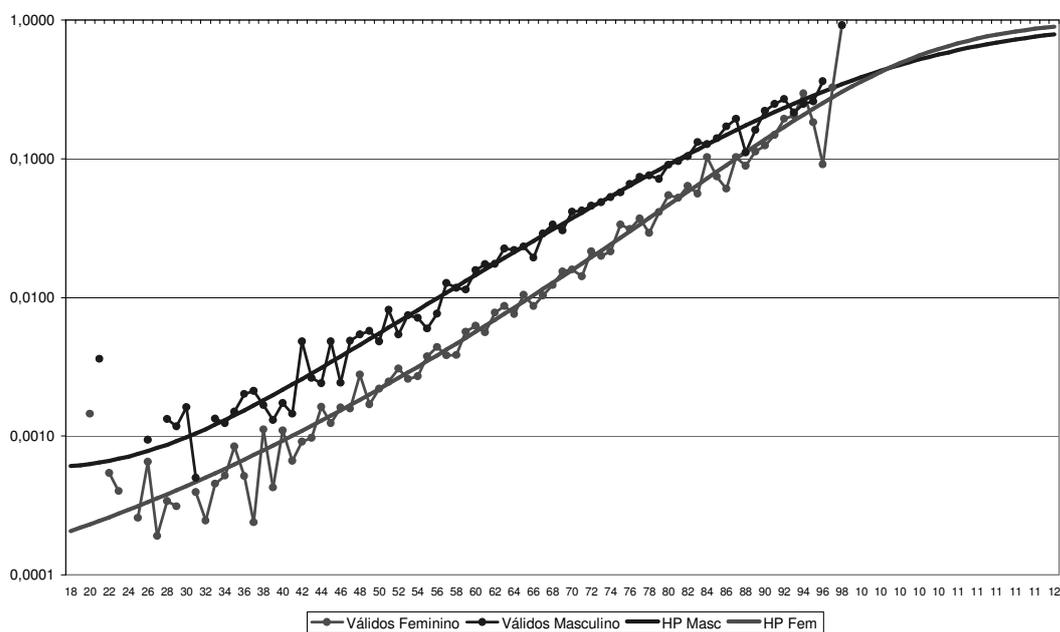


Figura 17 - Taxas brutas e graduadas por Heligman-Pollard para SMRJ00/06-F e SMRJ00/06-M, em escala logarítmica

As últimas taxas brutas observadas foram aos 99 anos para ambos os sexos, coincidentemente. Optou-se pela metodologia *Pattern* para a estimação das taxas suavizadas superiores a este patamar, utilizando-se a extensão do modelo Heligman-Pollard ajustado até a idade final $\omega = 120$.

As taxas suavizadas e os respectivos limites do intervalo de confiança em 95% para todas as idades estão expostos no Apêndice II. As taxas possuem logicamente maior precisão nas idades intermediárias, onde há maior exposição. Existem inclusive algumas idades iniciais e finais para as quais não foram observados óbitos no período de observação do estudo.

A fim de se testar o ajuste da graduação aos dados brutos, conforme teoria abordada na seção 2.4, foram calculados e expostos na Tabela 7 os p-valores das estatísticas: Normalidade de Jarque-Bera (1); Pearson (2); Desvios Acumulados para grupos de tamanho 5 (3); Sinais (4); Agrupamento dos Sinais (5); Rodada (6); e Correlação Serial de Ljung-Box (7).

Tabela 7 - P-valores dos testes estatísticos de qualidade de ajuste para o modelo HP

	Jarque-Bera (1)	Pearson (2)	Desvios Acumulados (3)	Sinais (4)	Agrupamento dos Sinais (5)	Rodada (6)	Ljung-Box (7)
Sexo Feminino	0,0875	1,0000	0,1048	0,4310	0,3481	0,2769	0,0000
Sexo Masculino	0,0000	1,0000	0,2313	0,7357	0,4568	0,4428	0,0000

Os resultados evidenciam que o ajuste da graduação foi satisfatório, apesar de o teste Ljung-Box indicar a presença de autocorrelação serial para ambos os sexos e o de Jarque-Bera indicar ausência de Normalidade somente para o sexo masculino devido ao excesso de curtose nos resíduos.

7.2.1.3. Gompertz-Makeham

Pela graduação paramétrica de Gompertz-Makeham, dependendo da ordem do modelo foi possível captar o fenômeno do aumento da mortalidade entre os “jovens adultos” de 18 a 30 anos devido a causas acidentais mais frequentes.

Foram testados os modelos de ordem (r,s) com r variando de 1 a 5 e s variando de 2 a 5. Valores de s iguais a 1 foram ignorados pois implicam um modelo independente de x na parte exponencial da função, o que gera sempre um ajuste inadequado para as taxas de mortalidade. Os coeficientes encontrados constam nas Tabelas 8 e 9 a seguir.

Tabela 8 - Coeficientes dos modelos GM ajustados para o sexo feminino

	α_0 $\times 10^2$	α_1 $\times 10^3$	α_2 $\times 10^4$	α_3 $\times 10^6$	α_4 $\times 10^8$	$\beta_0 \times$ 10^{-2}	$\beta_1 \times$ 10^{-1}	$\beta_2 \times$ 10	β_3 $\times 10^4$	β_4
GM(1,2)	0,0315	-	-	-	-	-0,1168	0,0107	-	-	-
GM(1,3)	-0,0017	-	-	-	-	-0,0992	0,0060	0,0031	-	-
GM(1,4)	-0,0418	-	-	-	-	-0,0693	-0,0054	0,0180	-0,0654	-
GM(1,5)	0,0263	-	-	-	-	-0,3090	0,1356	-0,2957	3,0397	-1,1464 $\times 10^{-6}$
GM(2,2)	-0,0874	0,0327	-	-	-	-0,1224	0,0114	-	-	-
GM(2,3)	-0,1263	0,0463	-	-	-	-0,1361	0,0147	-0,0020	-	-
GM(2,4)	-0,3122	0,0718	-	-	-	-0,0107	0,0357	0,0656	-0,3007	-
GM(2,5)	-0,5575	0,0971	-	-	-	-0,0647	0,0151	-0,0757	1,2681	-6,1530 $\times 10^{-7}$
GM(3,2)	-0,0447	0,0103	0,0030	-	-	-0,1235	0,0115	-	-	-
GM(3,3)	0,3862	-0,2419	0,0413	-	-	-0,2423	0,0392	-0,0163	-	-
GM(3,4)	0,2737	-0,1806	0,0318	-	-	-0,0472	-0,0315	0,0700	-0,3535	-
GM(3,5)	0,2736	-0,1806	0,0318	-	-	-0,0472	-0,0315	0,0700	-0,3532	-1,0000 $\times 10^{-10}$
GM(4,2)	1,0146	-0,8497	0,2335	-0,2238	-	-0,1014	0,0093	-	-	-
GM(4,3)	0,3509	0,3424	0,1098	0,1285	-	-0,3495	0,0636	-0,0304	-	-
GM(4,4)	-0,9874	0,8386	-0,2349	0,2309	-	-1,6842	0,5472	-0,6156	2,3607	-
GM(4,5)	-0,9874	0,8386	-0,2349	0,2309	-	-1,6842	0,5472	-0,6156	2,3608	6,7993 $\times 10^{-21}$
GM(5,2)	-3,9133	1,3887	1,3567	2,1497	-2,7343	-0,3873	0,0046	-	-	-
GM(5,3)	1,1808	-1,2244	0,4759	-0,8235	0,5696	-0,5230	0,1032	-0,0535	-	-
GM(5,4)	1,5442	-1,6185	0,6312	-1,0879	0,7340	-3,4717	1,1861	-1,3784	5,3947	-
GM(5,5)	1,5470	-1,6213	0,6322	-1,0895	0,7349	-3,4815	1,1897	-1,3826	5,4113	8,7189 $\times 10^{-21}$

Tabela 9 - Coeficientes dos modelos GM ajustados para o sexo masculino

	α_0 $\times 10$	α_1 $\times 10^2$	α_2 $\times 10^4$	α_3 $\times 10^6$	α_4 $\times 10^8$	$\beta_0 \times$ 10^{-2}	$\beta_1 \times$ 10^{-1}	$\beta_2 \times$ 10	β_3 $\times 10^4$	β_4
GM(1,2)	-0,0068	-	-	-	-	-0,0947	0,0088	-	-	-
GM(1,3)	0,0056	-	-	-	-	-0,1161	0,0143	-0,0036	-	-
GM(1,4)	0,0079	-	-	-	-	-0,1310	-0,0203	-0,0116	0,0356	-
GM(1,5)	0,0033	-	-	-	-	-0,0684	-0,0136	0,0583	-0,6048	2,1993 $\times 10^8$
GM(2,2)	0,0349	-0,0125	-	-	-	-0,0891	0,0082	-	-	-
GM(2,3)	0,0035	0,0006	-	-	-	-0,1175	0,0147	-0,0038	-	-
GM(2,4)	-0,0292	0,0123	-	-	-	-0,2383	0,0584	-0,0583	0,2290	-
GM(2,5)	-0,0525	0,0192	-	-	-	-0,7944	0,3528	-0,6415	5,3594	-1,6886 $\times 10^8$
GM(3,2)	-0,0794	0,0482	-0,1039	-	-	-0,0771	0,0070	-	-	-
GM(3,3)	-1,0585	0,1736	-0,3264	-	-	-0,0225	-0,0018	0,0038	-	-
GM(3,4)	-0,0082	-0,0002	0,0188	-	-	-0,2625	0,0672	-0,0685	0,2695	-
GM(3,5)	-0,0082	-0,0002	0,0188	-	-	-0,2625	0,0672	-0,0685	0,2695	-1,0043 $\times 10^{-21}$
GM(4,2)	-0,1148	0,0808	-0,1898	0,1040	-	-0,0829	0,0075	-	-	-
GM(4,3)	-1,5872	0,7561	-1,4389	0,0096	-	-0,0117	-0,0103	0,0105	-	-
GM(4,4)	0,8438	-1,4565	4,0592	-0,1283	-	-0,0383	0,0109	-0,0067	0,0197	-
GM(4,5)	0,8464	-1,4583	4,0666	-0,1282	-	-0,0383	0,0109	-0,0067	0,0194	9,9976 $\times 10^{-11}$
GM(5,2)	0,1827	-0,2210	0,9816	-1,8836	1,4018	-0,1667	0,0151	-	-	-
GM(5,3)	-1,9856	-0,8178	2,3899	-0,4017	2,5342	0,0124	-0,0034	0,0034	-	-
GM(5,4)	-2,2258	-0,7554	-8,8035	0,1640	-9,6243	-0,0166	0,0076	-0,0102	0,0548	-
GM(5,5)	-2,2258	-0,7554	-8,8035	0,1640	-9,6243	-0,0168	0,0078	-0,0104	0,0554	9,8168 $\times 10^{-11}$

A ordem do modelo foi escolhida pelas estatísticas das log-verossimilhanças $-2(L_{r+s} - L_{r+s+1})$ que possuem distribuição Qui-Quadrado com 1 grau de liberdade, conforme abordado na seção 2.2.1.1.

Seguindo este critério, foi eleito o melhor modelo $GM(r,s)$ em ajuste para a ordem $r + s$, medido pela verossimilhança, tal que na sua comparação ao melhor modelo de ordem $r + s + 1$ não se tenha percebido melhora significativa no ajuste, apurado pelo teste Qui-Quadrado a um grau de confiança de 99%.

Foram testados modelos de ordem $r + s = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ e 10 . Nas Tabelas 10 e 11 estão em destaque os melhores modelos para cada combinação de $r + s$, representada pelas setas diagonais.

Tabela 10 - Log-verossimilhanças dos modelos GM ajustados para o sexo feminino

r/s	2	3	4	5
1	1.187.188	1.167.721	1.162.371	1.136.649
2	1.158.548	1.156.943	1.138.616	1.134.233
3	1.158.293	1.135.097	1.133.996	1.133.995
4	1.146.767	1.132.127	1.131.460	1.131.460
5	1.141.434	1.128.893	1.127.119	1.127.119

Tabela 11 - Log-verossimilhanças dos modelos GM ajustados para o sexo masculino

r/s	2	3	4	5
1	1.231.697	1.188.054	1.187.372	1.185.670
2	1.197.233	1.188.022	1.181.190	1.177.723
3	1.184.584	1.183.793	1.177.602	1.177.484
4	1.184.353	1.177.261	1.175.366	1.175.361
5	1.178.066	1.176.661	1.174.729	1.174.713

Assim, segundo o teste estatístico de verossimilhança, para o sexo feminino o melhor modelo foi o de ordem (3,3) enquanto que para o sexo masculino o modelo de ordem (4,3), conforme as equações a seguir.

Sexo Feminino:

$$\mu_x = GM(3,3) = 3,8627 \cdot 10^{-3} - 2,4192 \cdot 10^{-4} x + 4,1371 \cdot 10^{-6} x^2 + \exp(2,4236 \cdot 10^{-1} + 3,9252 \cdot 10^{-1} x - 1,6370 \cdot 10^{-3} x^2)$$

Sexo Masculino:

$$\mu_x = GM(4,3) = -1,5872 \cdot 10^{-1} + 7,5610 \cdot 10^{-3} x + 4,0592 \cdot 10^{-4} x^2 - 1,4389 \cdot 10^{-4} x^3 + \exp(-1,1766 + 1,0338 \cdot 10^{-1} x + 1,0581 \cdot 10^{-3} x^2)$$

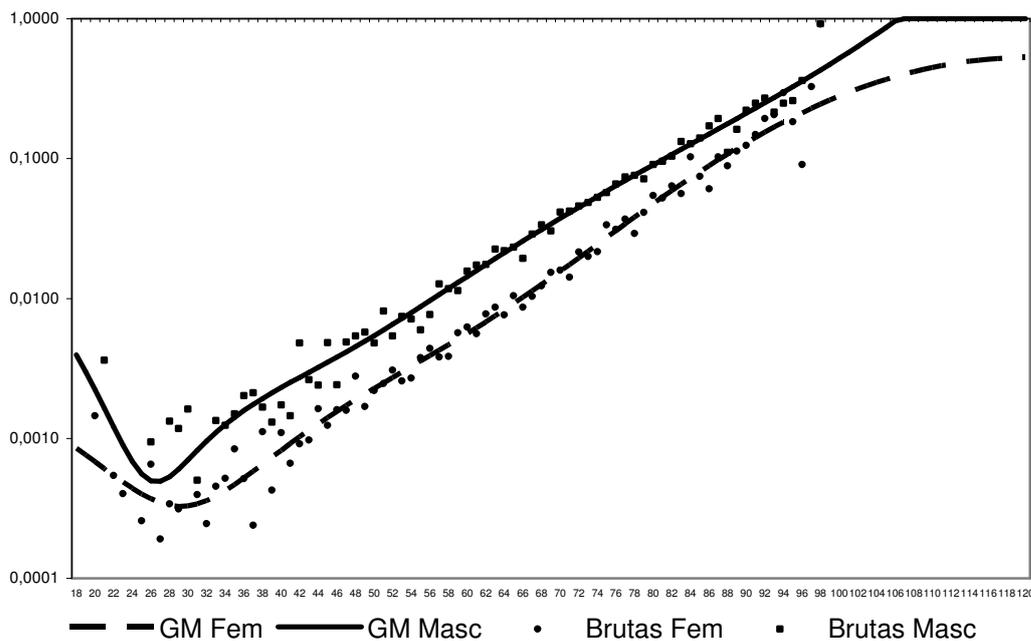


Figura 18 - Taxas brutas e graduadas por Gompertz-Makeham para SMRJ00/06-F e SMRJ00/06-M, em escala logarítmica

As últimas taxas brutas observadas foram aos 99 anos para ambos os sexos, coincidentemente. Optou-se pela metodologia *Pattern* para a estimação das taxas suavizadas superiores a este patamar, utilizando-se a extensão do modelo Gompertz-Makeham escolhido até a idade final $\omega = 120$.

As taxas suavizadas e os respectivos limites do intervalo de confiança em 95% para todas as idades estão expostos no Apêndice III. As taxas possuem logicamente maior precisão nas idades intermediárias, onde há maior exposição. Existem inclusive algumas idades iniciais e finais para as quais não foram observados óbitos no período de observação do estudo.

A fim de se testar o ajuste da graduação aos dados brutos, conforme teoria abordada na seção 2.4, foram calculados e expostos na Tabela 12 os p-valores das

estatísticas: Normalidade de Jarque-Bera (1); Pearson (2); Desvios Acumulados para grupos de tamanho 5 (3); Sinais (4); Agrupamento dos Sinais (5); Rodada (6); e Correlação Serial de Ljung-Box (7).

Tabela 12 - P-valores dos testes estatísticos de qualidade de ajuste para o modelo GM

	Jarque-Bera (1)	Pearson (2)	Desvios Acumulados (3)	Sinais (4)	Agrupamento dos Sinais (5)	Rodada (6)	Ljung-Box (7)
Sexo Feminino	0,1538	1,0000	0,3487	0,4310	0,0972	0,0129	0,0000
Sexo Masculino	0,0000	1,0000	0,5245	0,9104	0,3684	0,3124	0,0000

Os resultados evidenciam que o ajuste da graduação foi satisfatório, apesar de o teste Ljung-Box indicar a presença de autocorrelação serial para ambos os sexos e o de Jarque-Bera indicar ausência de Normalidade somente para o sexo masculino devido ao excesso de curtose nos resíduos.

7.2.1.4. Comparação entre Modelos

Os modelos de WH, HP e GM foram os eleitos para a graduação da tábua de sobrevivência de válidos. O ajuste foi mensurado pelo erro quadrático, a fim de haver uma medida comparativa entre os modelos. Os valores encontrados constam na Tabela 13.

Tabela 13 - Comparação entre os erros quadráticos dos modelos WH, HP e GM

Sexo / Modelo	Whittaker-Henderson	Heligman-Pollard	Gompertz-Makeham
Feminino	529.270.987	513.208.060	520.146.411
Masculino	301.140.958	313.861.955	310.795.063

Para o sexo feminino, o erro quadrático do modelo WH foi de 529.270.987, enquanto que para o HP foi de 513.208.060 e para o GM

520.146.411. Já para o sexo masculino os erros foram de 301.140.958, 313.861.955 e 310.795.063 respectivamente.

Porém, a comparação dos modelos paramétricos com o modelo WH não é equânime, uma vez que o fator de suavização do modelo não-paramétrico de WH é sempre escolhido subjetivamente.

O que se pode concluir é que entre os modelos paramétricos HP e GM, o modelo de Heligman-Pollard foi o que apresentou melhor ajuste para o sexo feminino, enquanto que o Gompertz-Makeham demonstrou melhor ajuste ao sexo masculino. Observou-se também que apenas o modelo de Gompertz-Makeham pôde capturar o fenômeno do aumento da mortalidade entre os jovens adultos, como observado na Figura 19

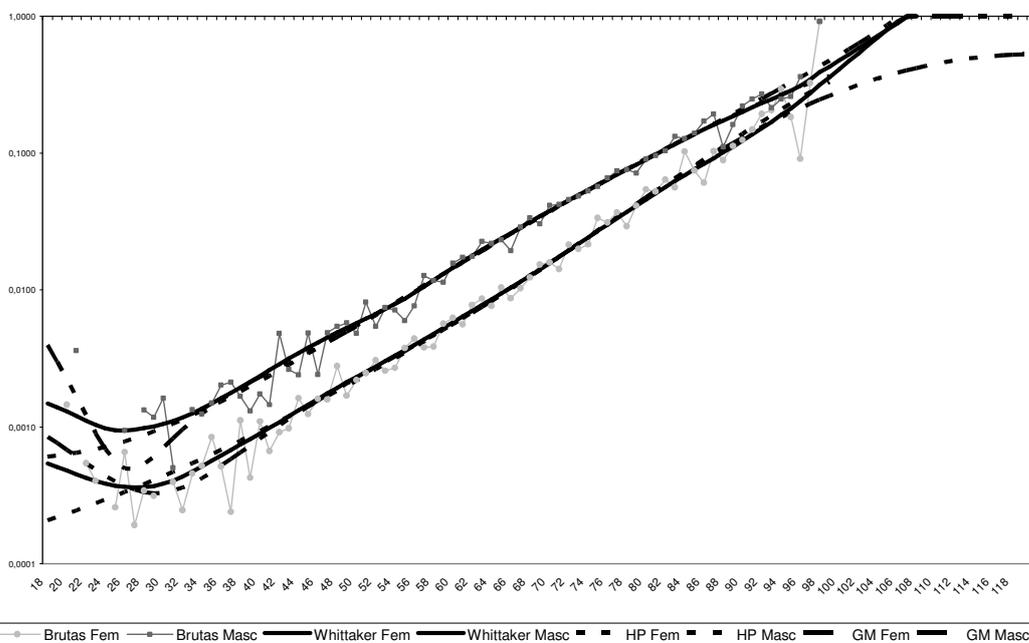


Figura 19 - Taxas brutas e graduadas por Whittaker-Henderson, Heligman-Pollard e Gompertz-Makeham para SMRJ00/06-F e SMRJ00/06-M, em escala logarítmica

Dentre os três modelos testados, foi eleito o modelo de Whittaker-Henderson como o que representa o melhor balanceamento entre suavização e ajuste. Aponta-se este como o modelo que melhor representa o comportamento atual da mortalidade dos servidores do município do Rio de Janeiro, refletindo bem a realidade inclusive para os extremos da tábua.

7.2.1.5. Comparação com Outras Tábuas

Ao se definir uma nova tábua ela também deve ser coerente diante daquelas já publicadas e utilizadas como referências pelo mercado e governo. As novas tábuas de referência deverão ser comparadas entre si e qualquer diferença significativa por idade deve ser explicada.

Ilustra-se nas Tabelas 14 e 15 a comparação da expectativa de vida de SMRJ00/06 (Whittaker-Henderson) com as tábuas AT-49, AT-83 e AT-2000 (balizadoras dos órgãos fiscalizadores brasileiros), União93/99 (servidores públicos civis da União), SUSEP98/00 (participantes de previdência privada aberta), IBGE2005 (população de todo país) e RP-2000 (experiência norte-americana de fundos de pensão).

Tabela 14 - Comparação entre expectativas de vida de válidos – sexo feminino

TÁBUA / IDADE	50 ANOS	55 ANOS	60 ANOS	65 ANOS	70 ANOS
SMRJ00/06-F	83,4	83,9	84,5	85,2	86,3
AT-49F	80,8	81,3	82,0	82,9	84,2
AT-83F	85,5	85,8	86,3	87,0	87,9
AT-2000F	85,7	86,1	86,5	87,2	88,0
União93/99F	83,7	84,3	85,1	86,1	87,3
SUSEP98/00F	85,1	85,5	86,0	86,8	87,9
IBGE2005F	75,4	76,1	76,9	77,9	78,9
RP-2000F	83,6	83,9	84,4	85,1	86,2

Tabela 15 - Comparação entre expectativas de vida de válidos – sexo masculino

TÁBUA / IDADE	50 ANOS	55 ANOS	60 ANOS	65 ANOS	70 ANOS
SMRJ00/06-M	76,3	77,1	78,2	79,6	81,5
AT-49M	76,2	77,2	78,5	80,0	81,9
AT-83M	81,1	81,8	82,6	83,6	85,0
AT-2000M	82,3	82,9	83,6	84,5	85,8
União93/99M	75,5	76,7	78,2	80,1	82,4
SUSEP98/00M	79,3	79,9	80,7	81,8	83,4
IBGE2005M	73,0	74,1	75,4	76,8	78,3
RP-2000M	80,8	81,2	81,7	82,6	83,9

As Figuras 20 e 21 servem de comparação para as taxas de mortalidade feminina e masculina para cada idade atingida.

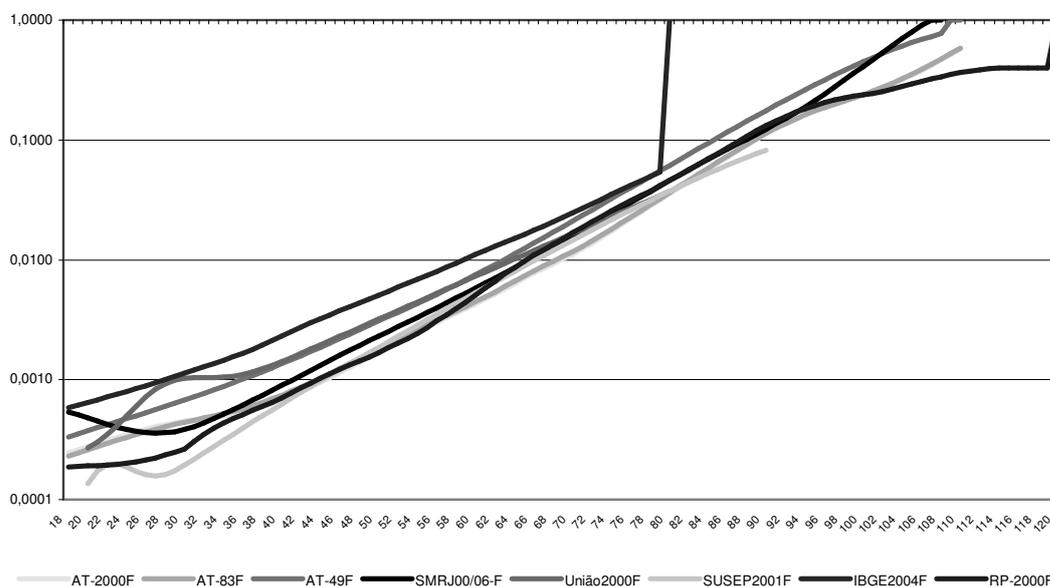


Figura 20 - Principais tábuas biométricas para o sexo feminino, em escala logarítmica

As taxas de mortalidade das servidoras do município do Rio de Janeiro encontram-se num patamar entre a AT-49F e a AT-83F para as idades intermediárias e avançadas. Já para as idades das jovens adultas a mortalidade é maior devido às mortes acidentais.

Comparando com as taxas das servidoras civis da União, as servidoras do município do Rio de Janeiro apresentam taxas de mortalidade menores até a idade de 72, onde a partir desta e até a idade 80 (fim da tábua da União) a situação se inverte.

As taxas da tábua da SUSEP representam as consumidoras de previdência privada aberta que são o grupo que possui maior renda e, portanto, maior expectativa de vida. Ao se comparar com as das servidoras do município do Rio de Janeiro é constatada a realidade já esperada, onde a mortalidade da participante de previdência privada aberta é menor que a na previdência pública.

Por sua vez, a tábua do IBGE reflete a média da população heterogênea brasileira, que deverá sempre revelar mortalidade maior que nos grandes centros urbanos, como no município do Rio de Janeiro.

Já quando se compara com a tábua RP-2000, que é a tábua atualmente mais utilizada nas avaliações atuariais elaboradas nos EUA, percebe-se que a mortalidade das servidoras municipais do Rio de Janeiro é superior apenas nas idades inferiores a 64 anos de idade, onde a partir de então se assemelha muito à americana, não diferindo por mais de 5% nas taxas anuais. A exceção ocorre para idades superiores a 95 anos devido ao fato de que naquele país foi utilizado o método *Lass-Than-One* enquanto que aqui, por prudência e escassez de dados, optou-se por utilizar o método *Blended from 95*.

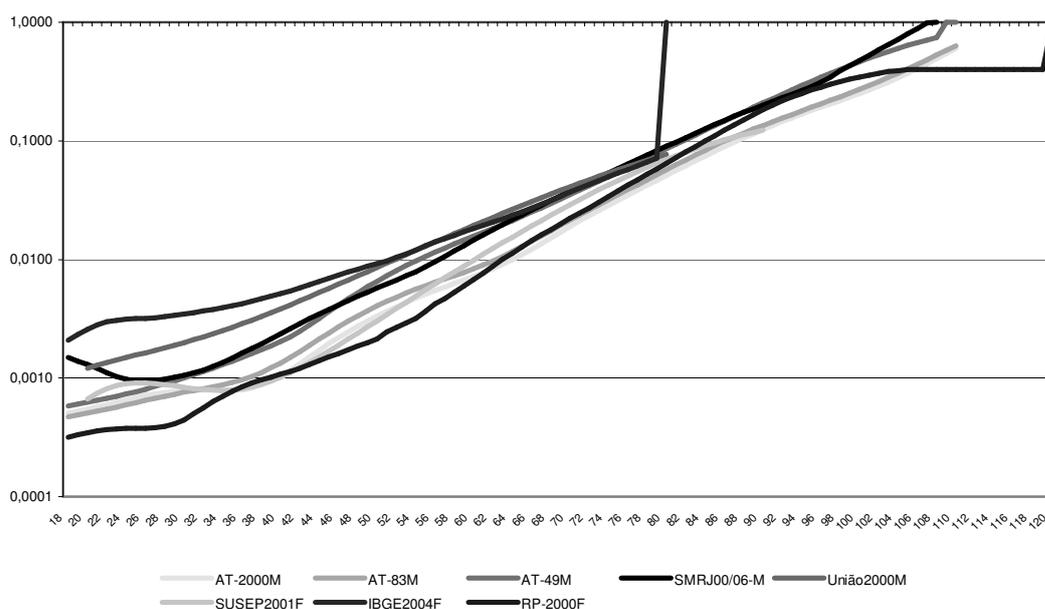


Figura 21 - Principais tábuas biométricas para o sexo masculino, em escala logarítmica

As taxas de mortalidade dos servidores públicos do município do Rio de Janeiro (sexo masculino) encontram-se num patamar muito semelhante à AT-49M, com exceção para as idades dos jovens adultos onde a mortalidade é maior devido às mortes acidentais.

Comparando com as taxas dos servidores civis da União, os servidores do município do Rio de Janeiro apresentam taxas de mortalidade menores até a idade de 73, onde a partir desta e até a idade 80 (fim da tábua da União) a situação se inverte.

As taxas da tábua SUSEP representam os consumidores de previdência privada aberta que são o grupo que possui maior renda e, portanto, maior expectativa de vida. Ao se comparar com as dos servidores do município do Rio de Janeiro é constatada a realidade já esperada, onde a mortalidade do participante de previdência privada aberta é menor que a na previdência pública.

Por sua vez, a tábua do IBGE reflete a média da população heterogênea brasileira. Comparando com as taxas da população brasileira como um todo, as dos servidores do município do Rio de Janeiro apresentam taxas de mortalidade menores até a idade de 67, onde a partir desta e até a idade 80 (fim da tábua do IBGE) a situação se inverte, refletindo um fenômeno que não era esperado.

Já quando se compara com a tábua RP-2000, que é a tábua mais utilizada nas avaliações atuariais elaboradas nos EUA, percebe-se que a realidade dos servidores municipais do Rio de Janeiro está muito aquém da americana, assim como a dos participantes brasileiros de previdência privada aberta.

7.2.2. Segregada por Sexo e Cargo

O objetivo é construir uma tábua biométrica de sobrevivência de válidos segregada por sexo e também por grau de escolaridade e determinados cargos. Pretendeu-se investigar as taxas segregadas em cinco grupos: níveis elementar e fundamental - antigo 1º grau (grupo I); nível médio - antigo 2º grau (grupo II); nível superior – professores (grupo III); nível superior – saúde: dentistas, enfermeiros, farmacêuticos, fisioterapeutas, fonoaudiólogos, médicos, nutricionistas e psicólogos (grupo IV); nível superior – demais profissionais (grupo V).

Quanto ao sexo feminino, o número de óbitos relativo aos cinco grupos foi respectivamente 1.181, 377, 1.158, 177 e 173. Já quanto ao sexo masculino, houve 972, 1.554, 210, 172 e 285 óbitos. As taxas brutas de mortalidade podem ser visualizadas através das Figuras 22 e 23 a seguir.

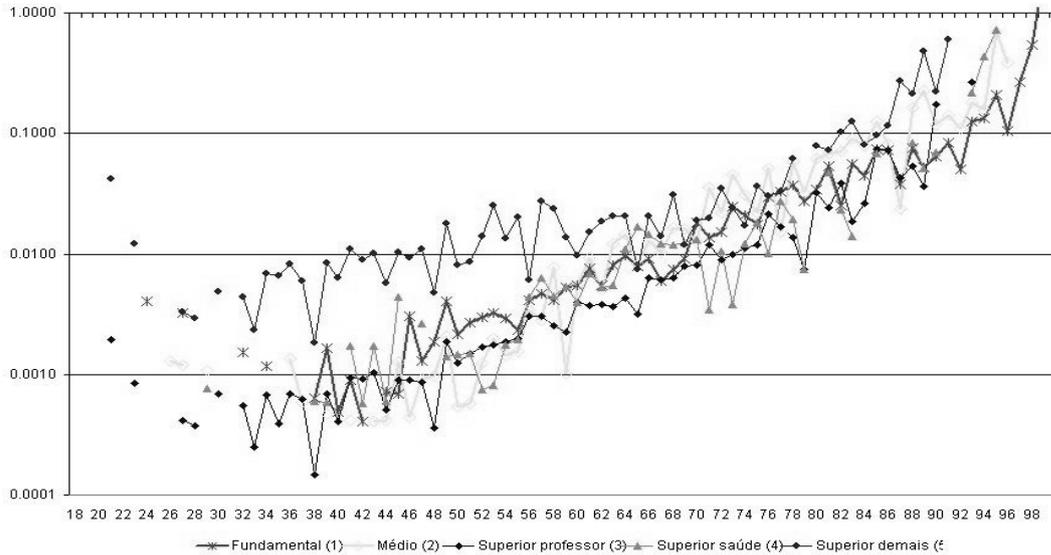


Figura 22 - Taxas brutas de mortalidade segregadas por cargo para o sexo feminino, em escala logarítmica

No sexo feminino nota-se, com exceção do grupo nível superior (demais), que não há como distinguir visualmente qual possui maior ou menor mortalidade devido ao fato de a exposição ser pequena, gerando taxas brutas com grande oscilação.

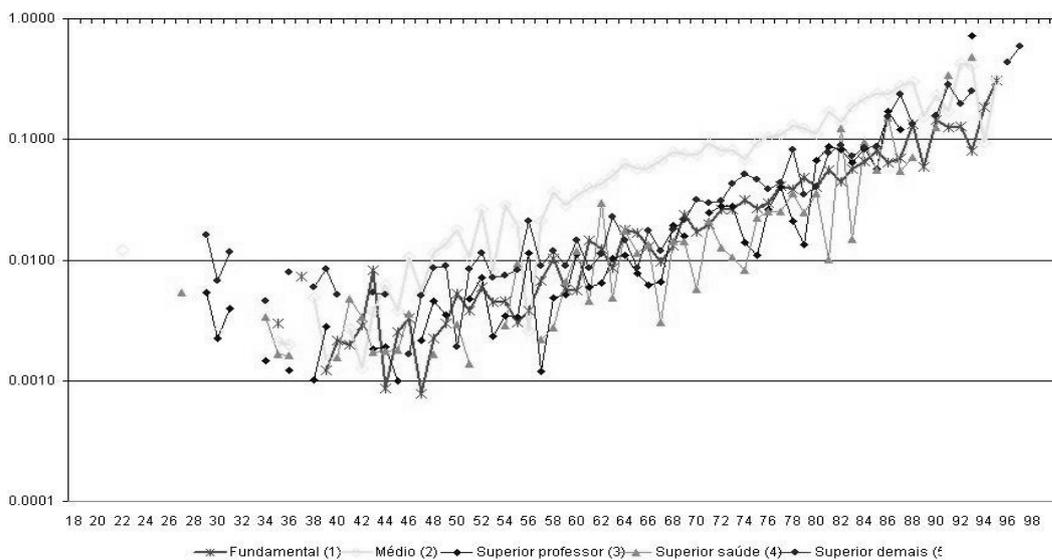


Figura 23 - Taxas brutas de mortalidade segregadas por cargo para o sexo masculino, em escala logarítmica

Já no sexo masculino nota-se, com exceção do grupo nível médio, que não há como distinguir visualmente qual possui maior ou menor mortalidade devido ao mesmo motivo.

Conseqüentemente, se fossem utilizadas quaisquer técnicas tradicionais de graduação abordadas na seção 2.2 obter-se-iam taxas suavizadas muito próximas umas das outras e que ao serem considerados os intervalos de confiança, não se poderia rejeitar a hipótese de que as mortalidades são diferentes para cada grupo de escolaridade.

Esses números de exposição e óbitos são pequenos e insuficientes para se obter credibilidade completa. Portanto, a solução é utilizar a Teoria da Credibilidade Maior Exatidão abordada na seção 4.

A variável S_{ij} representa o número de óbitos para o grupo i no ano j , sendo $i = 1, 2, 3, 4$ e 5 e $j = 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2005$ e 2006 .

Define-se também P_{ij} como o número esperado de óbitos (exposição vezes a taxa de mortalidade), de acordo com a expectativa das tábuas de referência feminina e masculina construídas na seção 7.2.1.1 e expostas no Apêndice I.

Espera-se que as taxas de mortalidade devam ser menores para os indivíduos com graus de instrução mais altos (Lemaire, 2002) e também que os profissionais da área de saúde também possuam expectativa de vida maiores pelo fato de serem usuários menos freqüentes de tabaco e de em tese cuidarem melhor de suas saúdes.

As Tabelas 16 e 17, ilustradas pelas Figuras 24 e 25, espelham para cada um dos cinco grupos o fator de credibilidade (1), a estimativa da mortalidade em relação às tábuas de referência SMRJ00/06-F e SMRJ00/06-M (2), o desvio-padrão da estimativa (3), o limite inferior do intervalo de confiança a 95% (4) e o limite superior do intervalo de confiança (5).

Tabela 16 - Resultados da Teoria da Credibilidade aplicados aos cinco grupos – sexo feminino

GRUPO i – SEXO FEMININO	Z_i (1)	$\tilde{\mu}_i$ (2)	$\sigma(\tilde{\mu}_i)$ (3)	$\tilde{\mu}_i^{95\%-}$ (4)	$\tilde{\mu}_i^{95\%+}$ (5)
I	92,2%	106,66%	5,12%	96,63%	116,70%
II	75,6%	124,55%	9,07%	106,78%	142,32%
III	94,6%	73,14%	4,28%	64,75%	81,52%
IV	68,8%	92,57%	10,27%	72,45%	112,69%
V	53,3%	136,09%	12,55%	111,50%	160,69%

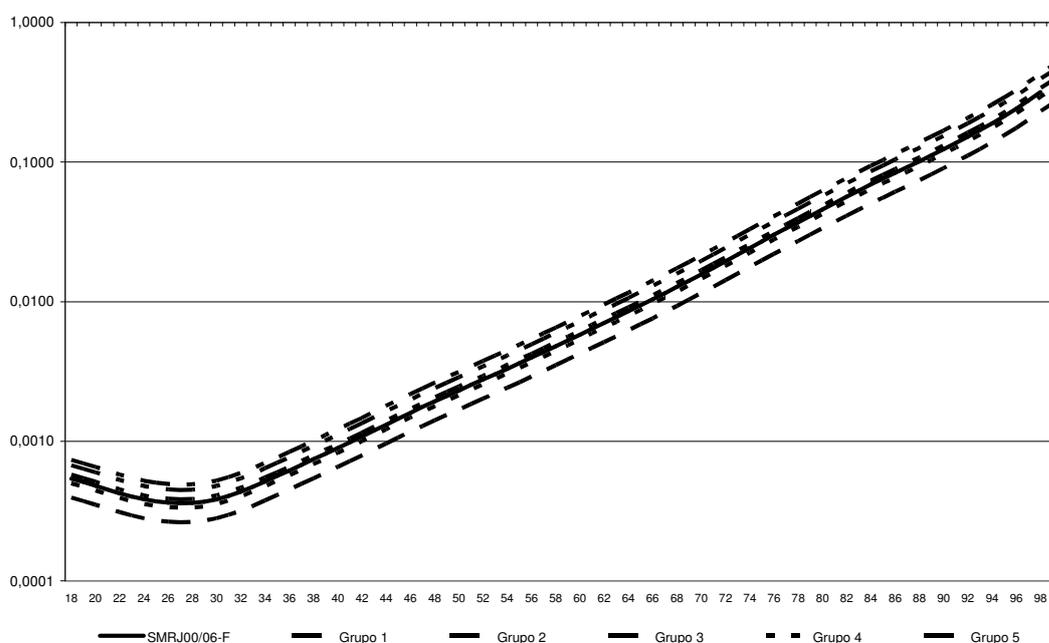


Figura 24 - Taxas graduadas, em escala logarítmica, de mortalidade segregadas por cargo – sexo feminino

Para o sexo feminino, constata-se pela Tabela 16 que o grupo V (nível superior – demais profissionais) é o que possui menor fator de credibilidade (53,3%) devido à pequena quantidade de óbitos observada, aliada à alta variância constatada ao longo dos anos. Com isso, a mortalidade estimada para o grupo é a combinação de 53,3% da experiência do grupo com 46,7% da experiência da tábua biométrica de referência. Conseqüentemente, pode-se estimar para o grupo

que os q_x correspondem ao da tábua de referência agravados em 36,09% ($\tilde{\mu}_v - 1$). Com o cálculo do intervalo de confiança, pode-se afirmar que este agravamento se situa entre 11,50% e 60,69% com 95% de confiança.

A Tabela 17 ilustrada pela Figura 25 mostra a situação obtida para o sexo masculino, onde inicialmente fora constatado visualmente pela Figura 23 que as taxas brutas relativas ao grupo II (nível médio) apresentavam valores superiores. De fato, este grupo apresenta $\tilde{\mu}_{II} = 240,82\%$, o que significa dizer que a mortalidade para estes equivale à mortalidade de referência agravada em 140,82%, cujo intervalo de confiança é de 118,50% a 163,15%.

Tabela 17 - Resultados da Teoria da Credibilidade aplicados aos cinco grupos – sexo masculino

GRUPO i – SEXO MASCULINO	Z_i (1)	$\tilde{\mu}_i$ (2)	$\sigma(\tilde{\mu}_i)$ (3)	$\tilde{\mu}_i^{95\%-}$ (4)	$\tilde{\mu}_i^{95\%+}$ (5)
I	98,9%	70,54%	7,77%	55,31%	85,77%
II	97,6%	240,82%	11,39%	218,50%	263,15%
III	95,7%	62,63%	15,31%	32,63%	92,63%
IV	95,2%	58,15%	16,17%	26,46%	89,85%
V	95,7%	82,02%	15,18%	52,26%	111,77%

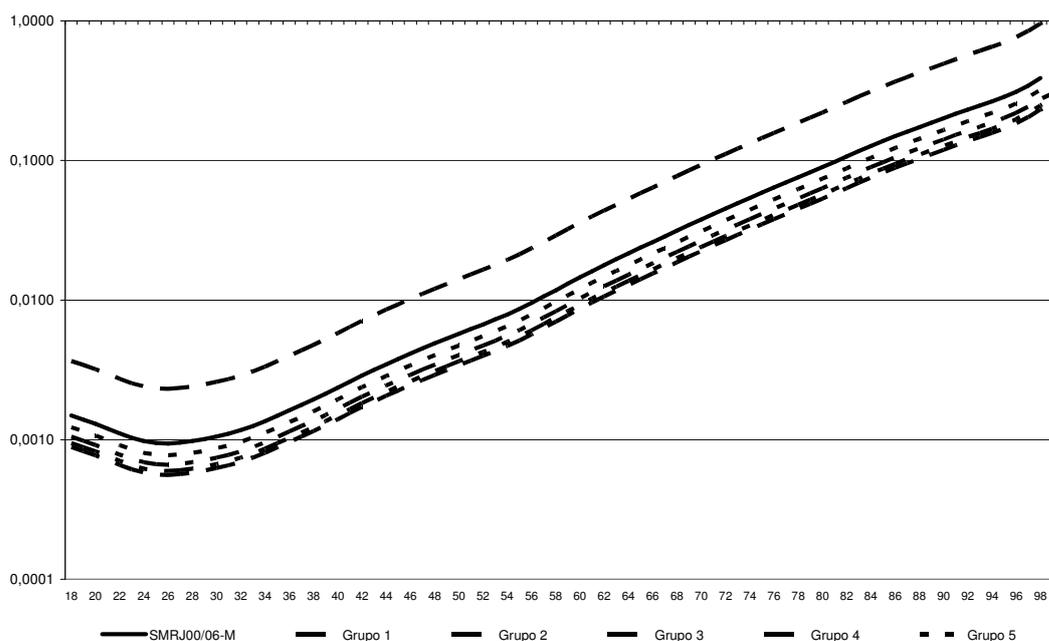


Figura 25 - Taxas graduadas, em escala logarítmica, de mortalidade segregadas por cargo – sexo masculino

Conclui-se que para o sexo feminino, a menor mortalidade corresponde às professoras e para o sexo masculino aos profissionais da área de saúde. Porém, diferentemente do esperado, os servidores de ambos os sexos detentores de cargos de nível médio apresentaram mortalidade superior aos de nível elementar e fundamental.

O fato ocorrido poderia ser explicado pelo fenômeno da causalidade indireta, pois outros fatores são influenciadores da mortalidade, como as particularidades da profissão (mais ou menos exposta a desgastes físicos e acidentes), a renda familiar, a região de domicílio, ou mesmo hábitos alimentares, prática de exercícios físicos e tabagismo. Na construção da tábua CSO-2001, por exemplo, o tabagismo demonstrou-se um fator de risco mais relevante do que até mesmo o sexo, para as idades avançadas.

7.3. Graduação de Tábua de Sobrevidência de Inválidos

Segundo Benjamin e Pollard (1980) a mortalidade é maior logo após a transição para o estado de invalidez, decaindo com o passar do tempo. Isso significa que dentre dois aposentados por invalidez com a mesma idade, aquele

que recentemente se invalidou terá a taxa de mortalidade maior do que outro aposentado há mais tempo.

Assim, Ribeiro (2006) construiu uma tábua seleta de sobrevivência de inválidos para os segurados aposentados por invalidez do Regime Geral de Previdência Social (INSS) utilizando a técnica de GLM.

Os dados se referem ao período de 1999 a 2002 e possuem aproximadamente 3 milhões de vidas-anos para exposição do sexo feminino e 4,6 milhões para o masculino, gerando 94.422 e 227.822 óbitos respectivamente.

O modelo utilizado foi um GLM com distribuição Poisson e função de ligação logarítmica. Para o sexo feminino, utilizou-se um polinômio de 3º grau para a idade alcançada pelo segurado, um polinômio de 3º grau para o logaritmo da duração do benefício e as interações entre eles. Já para o sexo masculino, um polinômio de 5º grau para a idade alcançada pelo segurado, um polinômio de 3º grau para o logaritmo da duração do benefício e as interações entre os termos de ordem menor ou igual a 4 do primeiro polinômio com os termos do segundo. O período de seletividade para o sexo feminino foi de até 25 anos e para o sexo masculino de até 20 anos.

Deseja-se neste estudo iniciar uma discussão sobre as diversas formas de se modelar a tábua seleta e a tábua final de sobrevivência de inválidos. Uma decisão a ser tomada é a definição do período a partir do qual não irá se considerar o efeito da seletividade, ou seja, o tempo mínimo de seletividade para a construção da tábua final. Outra decisão, não menos importante, é a própria forma de modelagem do GLM, decidindo-se pelas variáveis e graus a serem considerados.

7.3.1. Aposentados por Invalidez do INSS

As informações consideradas para a modelagem foram as exposições e óbitos ocorridos até a idade de 95 anos, pois após esta e até a idade de 99 observou-se uma redução brusca e injustificada nas taxas brutas de mortalidade para ambos os sexos.

Arbitrou-se o período temporal para delimitação da fronteira entre a tábua seleta e a tábua final como sendo de 5 anos. Portanto, para construção da tábua

final foram considerados os benefícios com duração igual ou superior a 5 anos. As exposições, número de óbitos e idades consideradas estão expostas nas Tabelas 18 e 19, onde k é o período de duração do benefício.

Tabela 18 - Características dos dados utilizados para as tábuas seletas e final – sexo feminino

	$0 \leq k < 1$	$1 \leq k < 2$	$2 \leq k < 3$	$3 \leq k < 4$	$4 \leq k < 5$	$k \geq 5$
Exposição	210.299	204.640	192.881	168.605	139.098	2.089.522
Óbitos	6.920	5.010	4.373	3.844	3.235	70.837
Idade Inicial	20	21	22	23	24	25
Idade Final	70	71	72	73	74	95

Tabela 19 - Características dos dados utilizados para as tábuas seletas e final – sexo masculino

	$0 \leq k < 1$	$1 \leq k < 2$	$2 \leq k < 3$	$3 \leq k < 4$	$4 \leq k < 5$	$k \geq 5$
Exposição	311.408	291.533	266.868	232.468	195.820	3.312.333
Óbitos	16.135	12.262	10.519	9.155	7.999	171.197
Idade Inicial	20	21	22	23	24	25
Idade Final	70	71	72	73	74	95

O modelo utilizado foi um GLM com distribuição Poisson e função de ligação logarítmica. Para a graduação da tábua final ($k \geq 5$) de sobrevivência de inválidos do INSS (IRGPS99/02) avaliou-se para ambos os sexos um modelo polinomial de até 4º grau para o fator idade alcançada – $[x]_k$.

Adicionalmente, investigou-se a inclusão do polinômio de grau r dos logaritmos das idades alcançadas até $r=4$, a fim de se estender a equivalência do GLM, partindo do modelo de Gompertz para um Gompertz-Makeham ($r+1, s+1$), incluindo assim a parcela polinomial fora da função exponencial.

O número de parâmetros do modelo foi escolhido pelo *Residual Deviance* que possui distribuição Qui-Quadrado com q graus de liberdade, conforme abordado na seção 2.2.1.3.

Seguindo este critério, foi eleito o melhor modelo GLM com p parâmetros, medido pelo *Residual Deviance*, tal que na sua comparação ao melhor modelo com $q = p+1$ parâmetros não se percebe melhora significativa no ajuste, apurado pelo teste Qui-Quadrado a um grau de confiança de 99%.

Foram testados modelos com $p = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ e 10 . Nas Tabelas 20 e 21 estão em destaque os melhores modelos para cada combinação de p , representada pelas setas diagonais. Os modelos que apresentaram coeficientes não-significantes pelo teste t foram descartados e estão com os valores do *Residual Deviance* riscados.

Tabela 20 - *Residual Deviance* dos modelos GLM para a tábua seleta dos segurados do INSS – sexo feminino

$r+1/s+1$	1	2	3	4
0	1.251,294	127,4016	109,8126	94,01178
1	226,6383	108,9191	108,9187	71,27644
2	115,0232	107,8071	81,70543	58,75563
3	104,4998	89,65754	58,61765	58,49577
4	94,01178	59,80526	58,43306	58,24297

Tabela 21 - *Residual Deviance* dos modelos GLM para a tábua seleta dos segurados do INSS – sexo masculino

$r+1/s+1$	1	2	3	4
0	716,9714	110,1689	92,75355	92,72025
1	168,9893	95,86334	91,25366	75,90036
2	104,6287	88,32173	80,38398	69,86220
3	86,09697	83,10705	71,05611	69,33655
4	84,24181	72,39228	69,68005	68,80207

Segundo o teste estatístico t a partir do *Residual Deviance*, para o sexo feminino o melhor modelo foi o de 3º grau para a variável idade e 3º grau para a variável log(idade). Porém neste modelo observa-se um aumento anormal da mortalidade graduada para as idades inferiores a 35 anos, gerando uma “barriga” na curva suavizada. Esse fenômeno também ocorreu na utilização do 1º grau para a variável idade e 4º grau para a variável log(idade), bem como na utilização do 3º grau para a variável idade e 1º grau para a variável log(idade). Sendo assim, o modelo que ofereceu um comportamento de acordo com o padrão esperado foi o de 3º grau para a variável idade, desconsiderando a variável log(idade).

Já para o sexo masculino, o melhor modelo foi o de 3º grau para a variável idade. Portanto, coincidentemente, também não foi considerada a variável log(idade) no modelo. Os resultados dos modelos ajustados para as tábuas finais constam nas Tabelas 22 e 23.

Tabela 22 - Resultados do GLM para a tábua final dos segurados do INSS – sexo feminino

Variável	Coefficiente	Desvio Padrão	Estatística t	p-valor
Intercepto	-3,5408575	0,01245630	-284,262404	0,000000%
Idade	7,9124007	0,15394581	51,397312	0,000000%
Idade²	2,2222985	0,11260187	19,735893	0,000000%
Idade³	0,3373191	0,08080339	4,174567	0,008805%

O modelo para o sexo feminino apresentou *Null Deviance* de 24.070,98 com 70 graus de liberdade e *Residual Deviance* de 109,8126 com 67 graus de liberdade.

Tabela 23 - Resultados do GLM para a tabua final dos segurados do INSS – sexo masculino

Variável	Coefficiente	Desvio Padrão	Estatística t	p-valor
Intercepto	-3,1844318	0,006837498	-465,730567	0,000000%
Idade	8,1914450	0,085117706	96,236674	0,000000%
Idade²	0,9219107	0,063161497	14,596087	0,000000%
Idade³	0,1988047	0,047766340	4,162025	0,009198%

O modelo para o sexo masculino apresentou *Null Deviance* de 55.783,34 com 70 graus de liberdade e *Residual Deviance* de 92,75555 com 67 graus de liberdade.

Após feita a graduação das tábuas finais feminina e masculina, partiu-se para a graduação das seletas. Como o período de seletividade escolhido foi de 5 anos, foram graduadas tábuas para valores de $k=1, 2, 3, 4$ e 5 .

Utilizou-se para ambos os sexos um polinômio de 3º grau para a idade do segurado no início do benefício (x), um polinômio de 1º grau para o logaritmo da duração do benefício e as interações entre eles. A aplicação do logaritmo natural na variável duração do benefício gerou um ajuste ligeiramente melhor para o modelo. Também, na modelagem do GLM foi utilizado $k=0,5, 1,5, 2,5, 3,5$ e $4,5$ por representarem a duração média do benefício, supondo distribuição das concessões como sendo uniforme ao longo do ano.

A inclusão da variável de 4º grau na idade ou 2º grau no logaritmo da duração do benefício não melhorou significativamente o ajuste a um nível de confiança de 95% segundo o teste Qui-Quadrado, tanto para o sexo feminino quanto para o masculino. Os resultados do ajuste do modelo constam nas Tabelas 24 e 25.

Tabela 24 - Resultados do GLM eleito para a tábua seleta dos segurados do INSS – sexo feminino

Variável	Coefficiente	Desvio Padrão	Estatística t	p-valor
Intercepto	-3,7971	0,013508	-281,0909855	0,000000%
Idade	2,39563	0,299037	8,0111412	0,000000%
Idade²	-0,13573	0,246591	-0,5504397	58,251528%
Idade³	-0,61794	0,186106	-3,3203899	0,103477%
Log (duração)	-3,52461	0,181457	-19,4238968	0,000000%
Idade x log (duração)	47,39844	4,049468	11,7048564	0,000000%
Idade² x log (duração)	9,260963	3,331177	2,780087	0,585279%
Idade³ x log (duração)	1,316902	2,684724	0,4905168	62,420371%

Para o modelo do sexo feminino, as variáveis $Idade^2$ e $Idade^3 \times \log(duração)$ apresentaram-se não significantes de acordo com o teste t, devido ao seu alto desvio padrão. O modelo apresentou *Null Deviance* de 1.423,72 com 254 graus de liberdade e *Residual Deviance* de 282,08 com 247 graus de liberdade.

Tabela 25 - Resultados do GLM eleito para a tábua seleta dos segurados do INSS – sexo masculino

Variável	Coefficiente	Desvio Padrão	Estatística t	p-valor
Intercepto	-3,36791	0,007907	-425,96043	0,000000%
Idade	6,856227	0,175598	39,045085	0,000000%
Idade²	-0,38434	0,144355	-2,662483	0,826699%
Idade³	-0,94239	0,119482	-7,88726	0,000000%
Log (duração)	-2,70661	0,108323	-24,986501	0,000000%
Idade x log (duração)	33,55981	2,387881	14,054223	0,000000%
Idade² x log (duração)	-7,13498	1,976153	-3,610538	0,036997%
Idade³ x log (duração)	6,461074	1,710629	3,777017	0,019893%

Para o modelo do sexo masculino, todas as variáveis apresentaram-se significantes de acordo com o teste t, a um nível de significância de 1%. O modelo apresentou *Null Deviance* de 6.293,90 com 254 graus de liberdade e *Residual Deviance* de 324,67 com 247 graus de liberdade.

Por fim, é ilustrada nas Figuras 26 e 27 a graduação das tábuas seletas e finais da mortalidade de inválidos dos segurados do INSS para o sexo feminino e masculino, respectivamente.

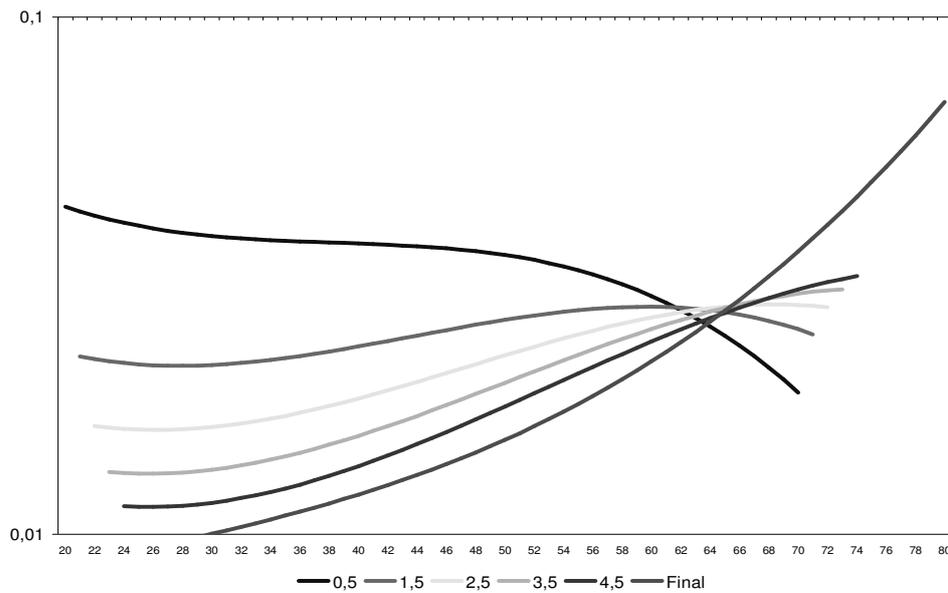


Figura 26 - Taxas suavizadas, em escala logarítmica, de mortalidade seleta e final de inválidos dos segurados do INSS para o sexo feminino

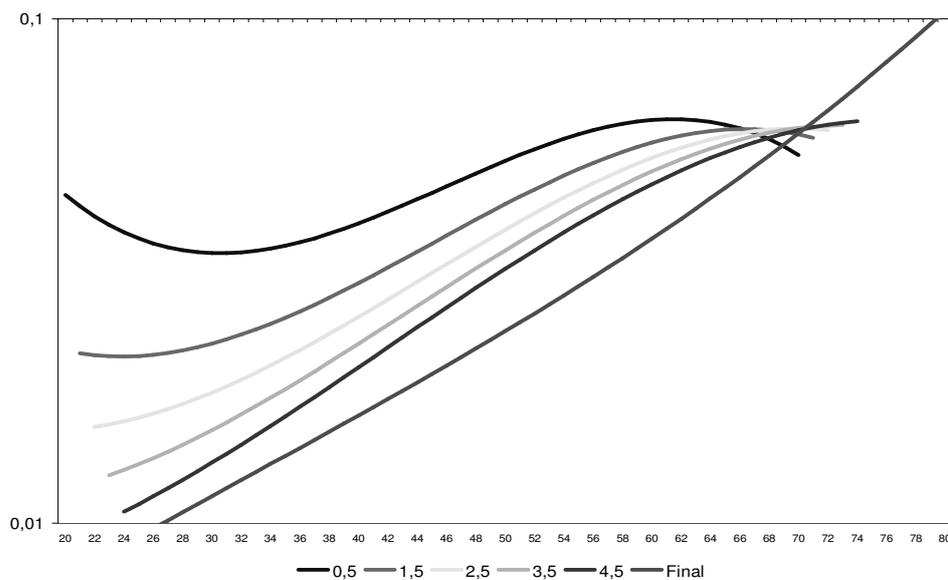


Figura 27 - Taxas suavizadas, em escala logarítmica, de mortalidade seleta e final de inválidos dos segurados do INSS para o sexo masculino

Nota-se que para a graduação em ambos os sexos ocorreu um fenômeno fora do esperado, refletindo fielmente o ocorrido em linhas gerais para as taxas brutas. Nas idades acima de 60 anos para o sexo feminino e acima de 65 anos para o sexo masculino ocorreu que $q_{[x+1]+k-1} < q_{[x]+k}$, $k = 1, 2, 3, 4, 5$. Segundo Ribeiro (2006), a entrada em aposentadoria programada, que não por invalidez, gera um

efeito de seletividade ao contrário do esperado. De fato, no banco de dados não consta a exposição daqueles em gozo de aposentadoria programada, mas que vieram a se invalidar após a entrada em benefício, pois não há um recadastramento que capte a informação do estado de saúde dos aposentados.

A solução adotada por este estudo para a construção de uma tábua seleta de sobrevivência de inválidos que seja condizente com a teoria esperada foi forçar as inequações $q_{[x+5]+k-5} \geq q_{[x+4]+k-4} \geq q_{[x+3]+k-3} \geq q_{[x+2]+k-2} \geq q_{[x+1]+k-1} \geq q_{x+k}$, usando:

$$q_{[x+5]+k-5} = \text{máximo}(q_{[x+5]+k-5}; q_{[x-4]+k+4}; q_{[x-3]+k+3}; q_{[x-2]+k+2}; q_{[x-1]+k+1}; q_{x+k})$$

$$q_{[x+4]+k-4} = \text{máximo}(q_{[x+4]+k-4}; q_{[x-3]+k+3}; q_{[x-2]+k+2}; q_{[x-1]+k+1}; q_{x+k})$$

$$q_{[x+3]+k-3} = \text{máximo}(q_{[x+3]+k-3}; q_{[x-2]+k+2}; q_{[x-1]+k+1}; q_{x+k})$$

$$q_{[x+2]+k-2} = \text{máximo}(q_{[x+2]+k-2}; q_{[x-1]+k+1}; q_{x+k})$$

$$q_{[x+1]+k-1} = \text{máximo}(q_{[x-1]+k+1}; q_{x+k})$$

Assim, as taxas de mortalidade seletas convergirão para as taxas de mortalidade finais, conforme a teoria esperada. O resultado da graduação, já incorporada a utilização dessa correção, consta no Apêndice V e é ilustrado nas Figuras 28 e 29.

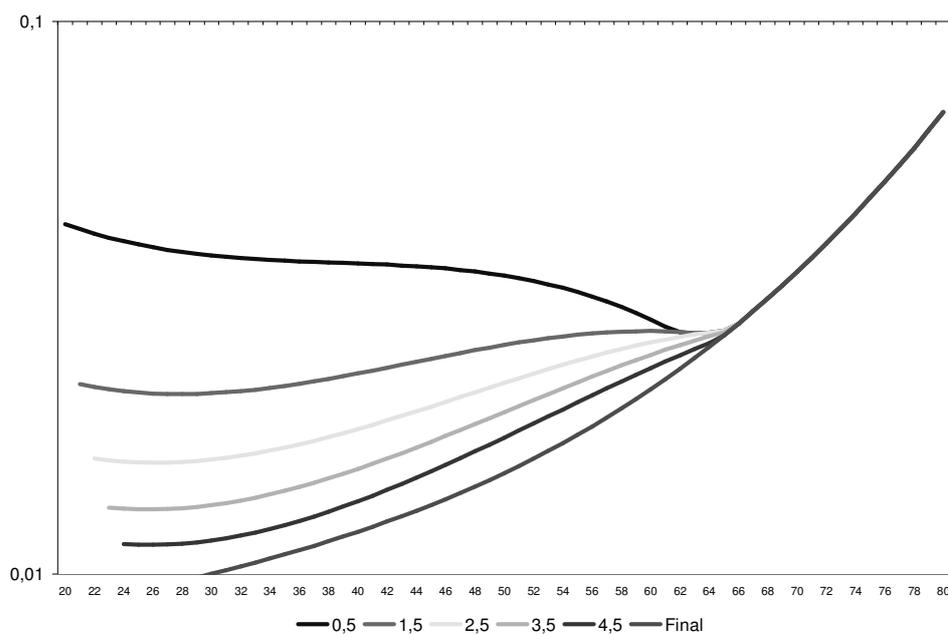


Figura 28 – Taxas suavizadas e corrigidas, em escala logarítmica, de mortalidade seleta e final de inválidos dos segurados do INSS para o sexo feminino

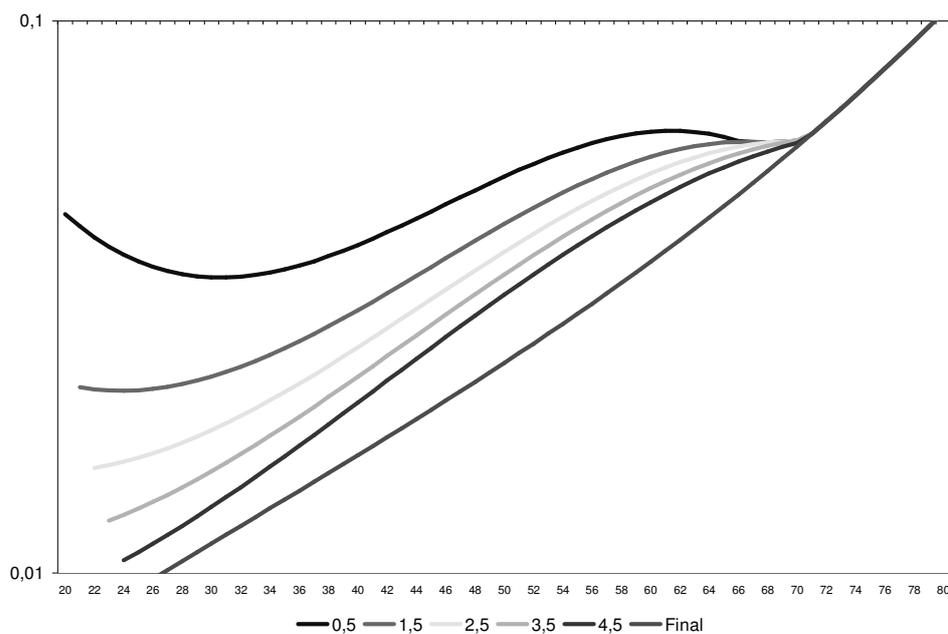


Figura 29 – Taxas suavizadas e corrigidas, em escala logarítmica, de mortalidade seleta e final de inválidos dos segurados do INSS para o sexo masculino

7.3.2. Aposentados por Invalidez da PCRJ

A seletividade só é possível de ser aferida nos casos em que há um grande volume de dados, pois na prática se está construindo uma tábua para cada ano de duração de benefício. Pelo comportamento não-homogêneo observado no número de óbitos por idade através das Figuras 30 e 31, verificou-se empiricamente que para os servidores do município do Rio de Janeiro não há um volume suficiente de dados. Optou-se então por não incluir no modelo o efeito da seletividade e graduar a tábua de sobrevivência de inválidos dos servidores do município do Rio de Janeiro (ISMRJ00/06) por um modelo GLM polinomial cujo único fator é a idade, desconsiderando assim a duração do benefício (seletividade).

Constata-se pelas Figuras 30 e 31 que a exposição das servidoras do município do Rio de Janeiro (sexo feminino) é de somente 8.425 vidas-anos e a dos servidores (sexo masculino) 3.526 vidas-anos. O número de óbitos, também pequeno, é de 279 e 209 respectivamente.

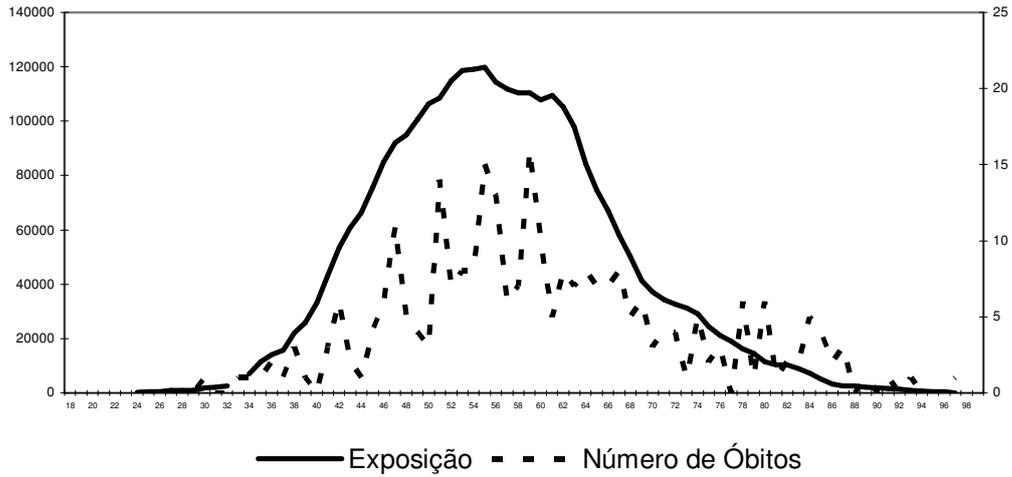


Figura 30 - Exposição em vidas-dias e número de óbitos para o sexo feminino

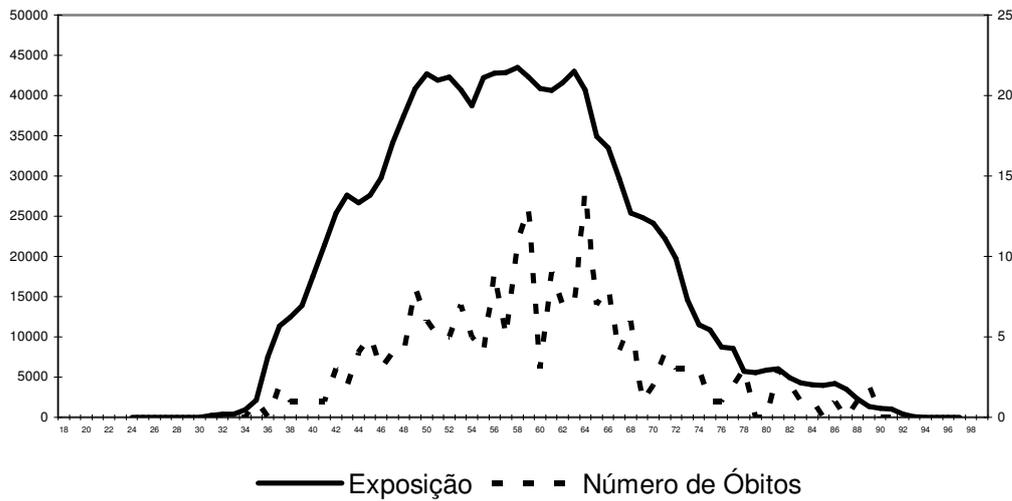


Figura 31 - Exposição em vidas-dias e número de óbitos para o sexo masculino

Através da Figura 32 pode-se constatar para os jovens adultos que o efeito da seletividade atinge principalmente esse segmento, gerando como reflexo um aumento da mortalidade para os mesmos.

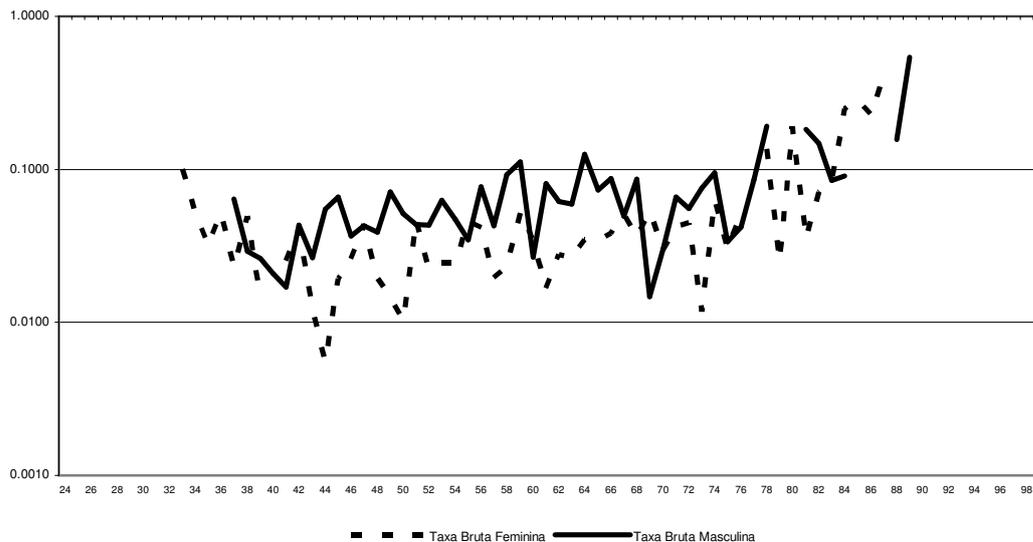


Figura 32 - Taxas brutas de mortalidade de inválidos para sexo masculino e feminino, em escala logarítmica

Como era de se esperar, a mortalidade masculina se situa em patamares superiores à feminina, com exceção para as idades extremas, superiores, onde nada se pode concluir devido à ausência de dados.

Para o sexo feminino, as variáveis idade de graus 1 e 2 mostraram-se significantes e foram utilizadas no modelo. Já para o sexo masculino, apenas a variável de grau 1 foi utilizada, seguindo-se o mesmo critério.

As taxas graduadas possuem logicamente maior precisão nas idades intermediárias, onde há maior exposição. Existem algumas idades iniciais e finais para as quais não foram observados óbitos no período de observação do estudo.

As últimas taxas brutas observadas foram aos 97 e 89 anos para o sexo feminino e masculino, respectivamente. Para a construção do fim da tábua utilizou-se o *Pattern Method*, onde simplesmente utilizou-se da previsão do modelo GLM para as idades até 99 anos. As taxas suavizadas e os respectivos limites do intervalo de confiança em 95% estão expostos no Apêndice VI.

Tabela 26 - Resultados do GLM para a tábua dos servidores do município do Rio de Janeiro – sexo feminino

Variável	Coefficiente	Desvio Padrão	Estatística t	p-valor
Intercepto	-2,981236	0,1050524	-28,378569	0,000000%
Idade	5,341967	0,8948574	5,969629	0,000008%
Idade²	3,933633	1,0275815	3,828049	0,027046%

O modelo para o sexo feminino apresentou *Null Deviance* de 135,5241 com 73 graus de liberdade e *Residual Deviance* de 87,19829 com 71 graus de liberdade.

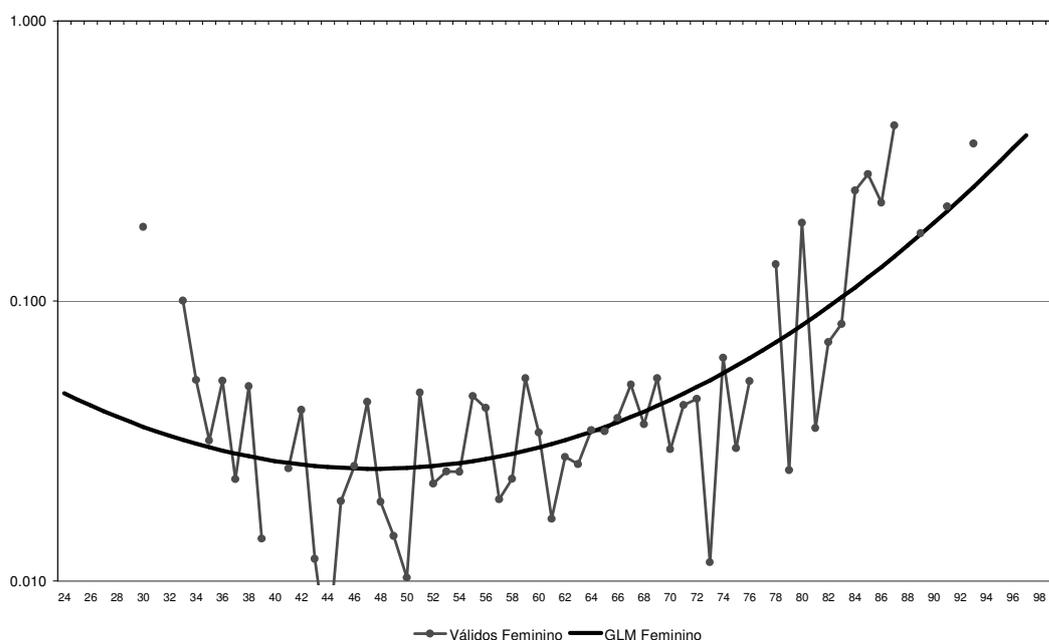


Figura 33 - Taxas, em escala logarítmica, brutas e suavizadas de mortalidade de inválidos dos servidores do município do Rio de Janeiro para o sexo feminino

Tabela 27 - Resultados do GLM para a tábua dos servidores do município do Rio de Janeiro – sexo masculino

Variável	Coefficiente	Desvio Padrão	Estatística t	p-valor
Intercepto	-2,760604	0,07085051	-38,963789	0,000000%
Idade	2,580112	0,88338345	2,920715	0,486477%

O modelo para o sexo masculino apresentou *Null Deviance* de 62,31176 com 62 graus de liberdade e *Residual Deviance* de 53,93608 com 61 graus de liberdade.

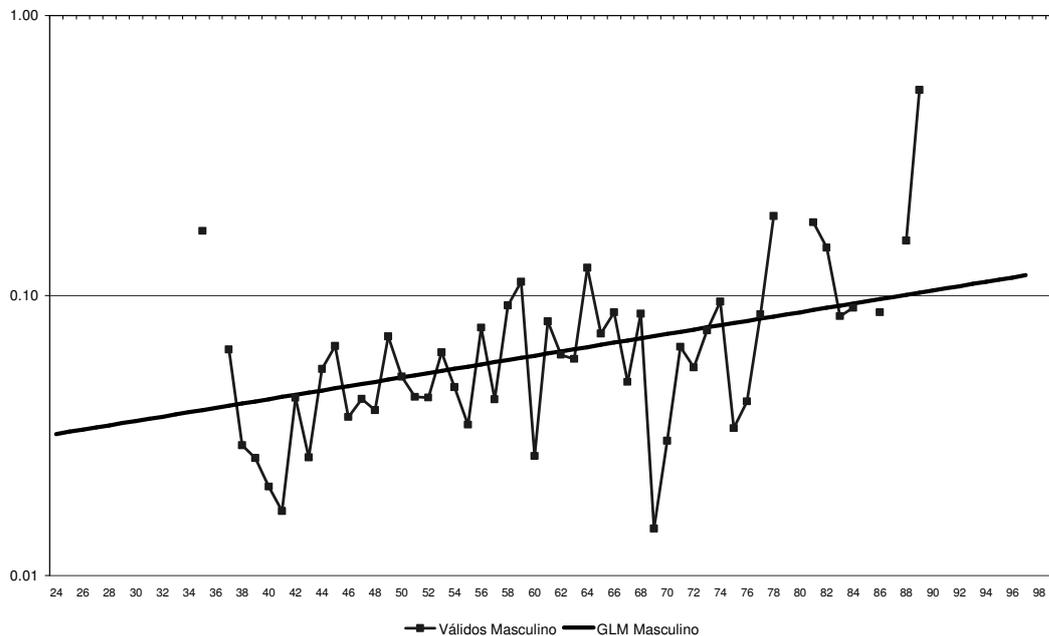


Figura 34 - Taxas, em escala logarítmica, brutas e suavizadas de mortalidade de inválidos dos servidores do município do Rio de Janeiro para o sexo masculino

Nota-se que a graduação, principalmente para o sexo masculino, apresentou resultados não satisfatórios devido à não homogeneidade das taxas brutas de mortalidade, conseqüência direta da reduzida exposição da população sob estudo. Tamanha é essa insuficiência que a graduação gera resultados altamente imprecisos, confirmando que para uma modelagem tradicional deve-se dispor de mais dados a fim de se construir uma tábua biométrica confiável.

7.3.3. Comparação com outras Tábuas

Ao se definir uma nova tábua ela deve ser coerente diante daquelas já publicadas e utilizadas como referências pelo mercado e governo. As novas tábuas de referência deverão ser comparadas entre si e qualquer diferença significativa por idade deve ser explicada.

Foi exposta na Tabela 28 a comparação da expectativa de vida da tábua de sobrevivência de inválidos dos aposentados por invalidez do município do Rio de

Janeiro (ISMRJ00/06) com as tábuas finais dos aposentados por invalidez do INSS (IRGPS99/02), a IAPB-57, IAPC, Winklevoss e a tábua Zimmerman.

Tabela 28 - Comparação entre expectativas de vida de inválidos

TÁBUA / IDADE	25 ANOS	35 ANOS	45 ANOS	55 ANOS	65 ANOS
IRGPS99/02-F	65.5	69.3	73.0	76.7	80.7
IRGPS99/02-M	59.7	63.2	67.2	71.9	77.1
ISMRJ00/06-F	51.5	61.5	68.6	74.1	79.1
ISMRJ00/06-M	46.4	53.6	61.0	68.7	76.6
IAPB-57	42.0	52.1	60.8	68.5	75.4
IAPC	37.5	48.9	59.0	67.6	74.8
Winklevoss	60.9	64.3	68.1	72.4	77.6
Zimmerman	39.4	50.4	60.1	67.3	72.7

A Figura 35 serve de comparação ilustrativa para as taxas de mortalidade feminina e masculina, em escala logarítmica, para cada idade atingida, segundo as tábuas mencionadas anteriormente.

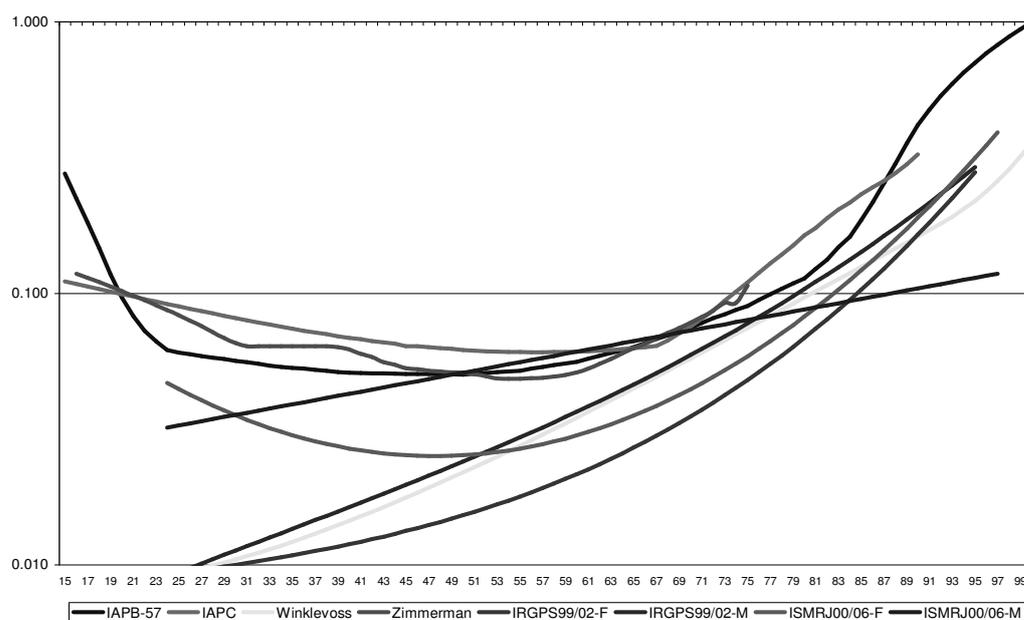


Figura 35 - Comparação entre as principais tábuas biométricas finais de sobrevivência de inválidos

Nota-se em linhas gerais que a mortalidade de inválidos dos aposentados do município do Rio de Janeiro é maior que a dos aposentados do INSS, tanto para o sexo feminino quanto para o masculino. Os conceitos de invalidez para os dois sistemas previdenciários são semelhantes, por pertencerem ao setor público.

Mas essa comparação não é equânime, uma vez que se deve ainda observar que a tábua da população de segurados do INSS é uma tábua final, para benefícios com duração superior a cinco anos, enquanto que para a tábua da PCRJ não foi feita uma distinção entre a tábua seleta e a tábua final pelo motivo de insuficiência de dados. Este fato justificaria a maior taxa de mortalidade por parte dos servidores municipais.

As tábuas IAPC, Zimmerman e IAPB-57 encontram-se num patamar mais elevado de mortalidade, à semelhança das ISMRJ00/06. Já a Winklevoss se situa num patamar inferior, juntamente com a IRGPS99/02. Porém, essa comparação direta não deve ser utilizada para se tirar conclusões, pois os conceitos de invalidez, além dos de seletividade, não são todos iguais.