PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO

Elvidio Gavassoni Neto

Modelos Discretizados de Dimensão Reduzida para Análise Dinâmica Não-Linear de Vigas e Pórticos Planos.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521508/CA

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio.

Orientadores: Paulo Batista Gonçalves
Deane de Mesquita Roehl

Rio de Janeiro, Agosto de 2007

Pontifícia Universidade Católica
do Rio de Janeiro

Elvidio Gavassoni Neto

Modelos Discretizados de Dimensão Reduzida para Análise Dinâmica Não-Linear de Vigas e Pórticos Planos.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521508/CA

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Paulo Batista Gonçalves
Orientador
Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio

Deane de Mesquita Roehl
Orientadora
Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio

Ricardo Azoubel da Mota Silveira
UFOP

Raul Rosas e Silva
Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio

José Eugênio Leal
Coordenador(a) Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 02 de Agosto de 2007

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Elvidio Gavassoni Neto

Formou-se técnico em agrimensura pelo Centro Federal de Educação Tecnológica do Espírito Santo em 1996. Graduou-se pela Universidade Federal do Espírito Santo em 2005.

Ficha Catalográfica

Gavassoni Neto, Elvidio

Modelos discretizados de dimensão reduzida para análise dinâmica não-linear de vigas e pórticos planos / Elvidio Gavassoni Neto ; orientadores: Paulo Batista Gonçalves, Deane de Mesquita Roehl. – 2007.

136 f. : il. ; 30 cm

Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

Inclui bibliografia

CDD: 624

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521508/CA

Agradecimentos

Ao escrever estas que, apesar de aparecerem no início, são as últimas palavras que acrescento a este texto, povoa-me a mente uma diversidade de sentimentos quase que contraditórios. Entretanto, enquanto reflito, ao ler os belos versos de Elliot, a contradição desaparece e aquilo que parecia um paradoxo, na verdade se mostra algo completo, uma inusitada manifestação de um sentimento recorrente a todas as mudanças da vida, pois: “What we call the beginning is often the end \ And to make an end is to make a beginning. \ The end is where we start from” (Little Gidding, V). O verbo agradecer sempre vem acompanhado do verbo recordar. Sigo, portanto, nestes parágrafos, o conselho contido nos versos do Hino aos Bandeirantes – “Deixe atrás o presente: Olha o passado à frente!”.

Talvez por isso, a atenção excessiva ao relógio possa nos impedir de buscar uma bússola. Deste modo se aprofunda em significado a palavra orientador, pois foi justamente por duas boas bússolas que o relógio não inviabilizou a conclusão deste trabalho. Ao me referir aos meus orientadores faz-se necessário apontar que igualmente em importância eles permearam este tempo de dissertação.

À Professora Deane, pelo bom-humor e acessibilidade desde o período em que cursei os créditos. Por ser teimosa o suficiente para não desistir de me ensinar que há uma sutil, mas real, diferença entre teimosia e persistência. Pelo auxílio durante meu estágio de docência. Pela coragem de sempre que oportuno não ter se mantido eticamente muda, ensinando-me mais do que métodos numéricos para engenharia, mas confirmando-me a lição que a vida é mais que uma carreira e que certas coisas têm valor e não preço.

Ao Professor Paulo, por ser a pessoa de maior gentileza que já conheci. A gentileza do Paulo não é “linear-hierárquica”, mas generosamente constante. Pelo respeito e tranqüilidade. Pela boa-vontade e acessibilidade em me acudir em minhas dúvidas, sempre com um sorriso. Por ter me ensinado, além de suas palavras, que existem outras coisas que podem e devem ser reduzidas, além da

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521508/CA

dimensão dos problemas dinâmicos não-lineares, como o ego, a impaciência e a irritação.

Ao apoio financeiro da Capes e da PUC-Rio. Aos professores e funcionários da PUC-Rio e à Rita por sempre me socorrer. A meus professores, que honraram este título, e amigos da graduação cuja influência vai além da superfície do que sou, entre eles Kátia, Andréa e Juliane.

"A person is poor when he is friendless, but even poorer when he ceases being a friend." (M. J. Ashton). Àqueles que me fazem mais rico e comigo dividem o convívio da sala 607D+ ("favelinha highest level"). À Bê ("top gatas Ipatinga") pela implicância e disposição em ajudar e à Marianna pelo incentivo. À Elaine pelo companheirismo durante os créditos, desde a pilha de maçã verde até hoje. Ao meu amigo Eduardo Arreguy ("Petroboy"), pelo companheirismo em todo o caminho desde a graduação, embora estejamos agora trilhando caminhos diferentes o respeito continua e a admiração perdura.

Aprendi desde cedo que a amizade nasce da admiração, tenho sete grandes razões para reafirmar minha crença nesse princípio. Ainda mais porque o número sete é, desde a antiguidade, símbolo de completude e perfeição. Esses sete desmistificaram a afirmação de ser o mestrado uma caminhada de um só. Ao amigo Roberto ("Rouxinol") por sua calma, inteligência e caráter. Por conhecer a eloqüência do silêncio e a nobreza do ouvir. Ao amigo Bazan pelo seu entusiasmo que só não é maior que o número de consoantes do seu pré-nome. Ao amigo Slongo ("aristocracia pura"), por fazer das diferenças entre ele e seus amigos, um aprendizado e das semelhanças, laços consolidados; por ter a invulgar sabedoria de saber não somente aquilo que quer, mas também o que não quer. À pequena amiga Vivian, pela alegria de viver e contentamento em servir. À amiga Amanda, por sua bondade e doçura, por sua sinceridade e solicitude. À Jociléia pela sua pureza, pela sua prontidão no servir, e pela sua simplicidade, que de tão rara, é seu maior dom. À amiga Lorena pela sua naturalidade, generosidade e tremendo companheirismo.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521508/CA

"Our intellectual and active powers increase with our affections." (R.W.Emerson). Por isso agradeço ao Stanley, cujo nome é para mim a própria definição da palavra amizade. À Beta, pelo seu amor e por justificar o fato desta cidade ser chamada de maravilhosa. Ao meu irmão Rodolfo, cuja admiração incondicional é meu maior incentivo. Ao pai, pelo exemplo e por seu amor. Ao meu padrasto pela serenidade e paciência. À vó, pela sabedoria, e por ser a pessoa mais inteligente que conheço. Ao anjo que é a minha mãe, a quem devo tudo o que sou e o que quero ser! Ao Pai celestial, por ser autor e aperfeiçoador de todos estes, pois sem Ele nada do que foi feito se fez!

Voltando a Elliot: "Every phrase and every sentence is an end and a beginning" Até porque para agradecer não existem pontos finais, somente vírgulas,…

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521508/CA

Resumo

Gavassoni Neto, Elvidio; Gonçalves, Paulo Batista; Roehl, Deane de Mesquita. **Modelos Discretizados de Dimensão Reduzida para Análise Dinâmica Não-Linear de Vigas e Pórticos Planos.** Rio de Janeiro. 136p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Um dos resultados fundamentais na mecânica clássica é que, para sistemas lineares com *n* graus de liberdade, existem *n* modos de vibração ortogonais e que as freqüências naturais são independentes da amplitude de vibração. Além disso, qualquer movimento da estrutura pode ser obtido como uma combinação linear desses modos. No caso de sistemas não-lineares, isto não mais se verifica e a relação entre freqüência, amplitude e os modos de vibração precisa ser determinada. A obtenção dessas informações para estruturas se dá em geral pelo uso de programas de análise não-linear baseados em uma formulação em elementos finitos. Contudo, isto é um procedimento custoso computacionalmente. Uma abordagem mais viável é o uso de modelos discretos compatíveis de baixa dimensão, por meio dos quais as freqüências e os modos não-lineares são obtidos. Neste trabalho é proposto um procedimento para a derivação de modelos de redução de dimensão para vigas e pórticos planos esbeltos. As equações diferenciais de movimento são obtidas a partir da aplicação das técnicas variacionais a um funcional não-linear de energia. A obtenção do modelo se dá através do emprego dos métodos de Ritz ou Galerkin para a redução espacial e do balanço harmônico para redução no tempo. Os modos lineares são utilizados como uma primeira aproximação para os modos não-lineares. As relações freqüência-amplitude são satisfatoriamente obtidas para vibrações livre e forçada (não-amortecida e amortecida). Entretanto, essas curvas apresentam, em geral, no regime não-linear, pontos limites, sendo obtidas, portanto, com uso do método do controle de comprimento de arco. Uma correção para o modo-linear é obtida com uso dos métodos dos elementos finitos e da perturbação. Um estudo paramétrico e das condições de contorno é apresentado para vigas. O comportamento não-linear de pórticos em L é também analisado. Para esses pórticos é estudada a influência de cargas axiais e da geometria. Os resultados são comparados com soluções analíticas encontradas na literatura.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521508/CA

Palavras-chave

Vigas, pórticos planos, vibração não-linear, controle do comprimento de arco, modelo reduzido.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521508/CA

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521508/CA

Abstract

Gavassoni Neto, Elvidio; Gonçalves, Paulo Batista; Roehl, Deane de Mesquita. **Low-Dimensional Reduced Order Models for the Nonlinear Dynamic Analysis of Beams and Plane Frames.** Rio de Janeiro. 136p. MSc. Dissertation – Civil Engineering Department, Catholic University, PUC-Rio

One of the fundamental results in classical mechanics is that linear systems with *n* degrees of freedom have *n* orthogonal vibration modes and *n* natural frequencies which are independent of the vibration amplitude. Any motion of the system can be obtained as a linear combination of these modes. This does not hold for nonlinear systems in which case amplitude dependent vibrations modes and frequencies must be obtained. One way of obtaining these informations for arbitrary structures is to use a nonlinear finite element software. However, this is a cumbersome and time consuming procedure. A better approach is to derive a consistent low dimensional model from which the nonlinear frequencies and mode shapes can be derived. In this work a procedure for the derivation of low dimensional models for slender beams and portal frames is proposed. The differential equations of motion are derived from the application of variational techniques to a nonlinear energy functional. The linear vibration modes are used as a first approximation for the nonlinear modes. The Galerkin and Ritz methods are used in the model for the spatial reduction and the harmonic balance method for the reduction in time domain. This allows the analysis of the free and forced (damped or undamped) vibrations of the structure in non-linear regime. However nonlinear resonance curves usually presents limit points. To obtain these curves, a methodology for the solution of non-linear equations based on an arc-length procedure is derived. Based on the finite element methods and using the basic ideas of the perturbation theory, a correction for the nonlinear vibration modes is derived. The influence of boundary conditions, geometric, and force parameters on the beam response is analyzed. The behavior of L frames is studied. For this kind of frame, the influence of axial loading and geometric parameters on the response is studied. The results are compared with analytical solutions found in the literature.

Keywords

Beams, plane frames, nonlinear vibration, arc-length control, reduced model.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521508/CA

Sumário

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521508/CA

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521508/CA

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521508/CA

Lista de figuras

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521508/CA

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521508/CA

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521508/CA

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521508/CA

Lista de tabelas

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521508/CA

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521508/CA

Lista de Símbolos

a, Equação de restrição ;

A, Área da seção transversal;

c, Constante de amortecimento por unidade de comprimento;

c_{cr}, Constante de amortecimento crítico;

c_i, Constantes da solução da equação diferencial de movimento linear;

e, Espessura de perfis tubulares;

E, Módulo de elasticidade;

f^*, Vetor de forças generalizadas;

h, Altura da seção transversal;

I, Momento de inércia da seção transversal;

J, Funcional de energia;

k, Rigidez rotacional de uma mola;

k^*, Rigidez rotacional de uma mola na forma adimensional;

K, Matriz de rigidez elástica no método dos elementos finitos;

$\overline{K}$, Matriz de rigidez elástica nos métodos de Ritz e Galerkin;

Kg, Matriz de rigidez geométrica no método dos elementos finitos;

K_t, Equivalente à matriz de rigidez tangente;

L, Comprimento de um elemento estrutural;

l_e, Comprimento de um elemento finito

L_g, Lagrangeano;

M, Matriz de massa no método dos elementos finitos;

$\overline{M}$, Matriz de massa nos métodos de Ritz e Galerkin;

$N_i(x)$, Funções de forma;

$p_i(x)$, Polinômios utilizados para aproximação dos modos de vibração lineares e suas correções não-lineares;

P,. Carga estática de compressão;

P_{cr}, Carga crítica de uma coluna biapoiada;

P_L, Carga crítica de um pórtico em L;

$P(t)$, Carregamento dinâmico;

P^*, Razão entre EA e P_{cr};

$q(t)$, Parte da solução temporal do deslocamento;

$q_{t,}$ Derivada do vetor de equações não-lineares em relação ao parâmetro de nível de freqüência.

r, Raio de giração;

s, Coordenada ao longo do eixo deformado;

t, Variável para indicar o tempo;

T, Energia cinética;

$T_{i,j}$, Termos da equação diferencial de movimento para pórticos;

$T^*_{i,j}$, Termos da equação diferencial adimensional de movimento para pórticos;

u, Deslocamento axial;

u_i, Graus de liberdade no método dos elementos finitos;

u^*, Deslocamento axial adimensional;

U, Energia de deformação interna;

V, Potencial das cargas externas;

w, Deslocamento transversal;

w^*, Deslocamento transversal adimensional;

W, Trabalho realizado por forças conservativas;

$W_{nc,}$ Trabalho realizado por forças não conservativas;

x, Eixo axial do elemento estrutural;

x^*, Coordenada axial de um elemento diferencial após deformação;

X, Vetor de amplitudes dimensionais dos modos de vibração;

X_0, Amplitude da carga harmônica externa;

X_c, Amplitude da parte co-senoidal da carga harmônica externa;

X_s, Amplitude da parte senoidal da carga harmônica externa;

X^*, Amplitude adimensional dos modos de vibração;

X^*_0, Parâmetro adimensional de carregamento dinâmico;

z, Eixo transversal ao elemento estrutural;

z^*, Coordenada transversal do elemento diferencial após deformação;

α, Parâmetro adimensional de freqüência;

β, Parâmetro adimensional de amortecimento;

β_0, ângulo entre o eixo indeformado e deformado;

β_b, Rotação nodal da barra de pórtico horizontal;

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521508/CA

β_c,	Rotação nodal da barra de pórtico vertical;
χ,	Mudança de curvatura da linha neutra;
δ,	Variação durante um dado intervalo de tempo;
$\delta\lambda_f$,	Correção do incremento do parâmetro de nível de freqüência;
δX,	Correção do incremento de amplitude;
Δ,	Encurtamento de um elemento estrutural;
Δl,	Comprimento de arco.
$\Delta\lambda_f$,	Variação do parâmetro de nível de freqüência de arco.
ΔX	Variação da amplitude.
ε,	Deformação axial;
ϕ_f,	Ângulo de fase;
$\phi(x)$,	Função que representa a parte espacial do deslocamento transversal dimensional;
$\phi(\zeta)$,	Função que representa a parte espacial do deslocamento transversal adimensional;
η,	Parâmetro adimensional usado para indicar esbeltez do elemento;
κ,	Parâmetro adimensional dado pelo quadrado da razão entre L e $r\pi$;
λ,	Razão entre P e P_{cr};
λ_f,	Parâmetro de nível de freqüência;
Π,	Energia potencial total;
$\theta(x)$,	Função que representa a parte espacial do deslocamento axial dimensional;
ρ,	Massa específica;
τ,	Parâmetro adimensional da coordenada temporal;
ω,	Freqüência de oscilação do sistema;
ω_0,	Freqüência natural de oscilação do sistema;
Ω,	Freqüência natural de uma viga biapoiada;
Ω_0,	Freqüência natural de um pórtico em L quando $\lambda=0$;
ξ,	Fator de amortecimento;
ψ,	Parâmetro de escala;
Ψ,	Vetor de equações algébricas não-lineares;
ζ,	Parâmetro adimensional da coordenada axial.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521508/CA

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521508/CA

"...life is not lineal, but experiential, not chronological, but developmental. We live in deeds, not days; in service, not seasons."
(Elder N. A. Maxwell)