5
Resolução Angular

Uma das mais importantes questões no estudo dos raios cósmicos é de onde eles vêem? Quais são as suas fontes de origem? Para responder a essas questõs, é de grande importância determinar as direções em que eles chegam. Para determinar a direção de chegada dos raios cósmicos com precisão otimizada, devemos identificar as incertezas de nossas medidas. A precisão com a qual é possível reconstruir as direções de chegada do raio cósmico é a Resolução Angular (AR). O principal objetivo do presente trabalho é estimar a resolução angular do detector de superfície do Observatório Pierre Auger evento a evento. Conhecendo-se as incertezas para medidas individuais é possível pesar suas contribuições para a determinação da direção de chegada do raio cósmico. Na seção seguinte forneceremos uma descrição da metodologia seguida para determinar a resolução angular para um arranjo do detector de superfície, os testes feitos para verificar os resultados e finalmente uma comparação entre os valores obtidos de AR evento a evento com aqueles os obtidos pela medida direta usando-se o espaçamento angular entre duas reconstruções diferentes do mesmo chuveiro, provenientes do mesmo sub-conjunto de dados.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521256/CA

5.1
Evento a Evento

A direção de chegada dos raios cósmicos é dada pelos cossenos diretores, que são obtidos pelo ajuste do tempo de chegada das partículas no solo.

A análise consiste na reconstrução geométrica da frente do chuveiro. Utiliza-se a informação do tempo de chegada da primeira partícula que atinge o tanque, para cada detector que participa do evento e aplicamos um ajuste sobre a frente do chuveiro. Ajusta-se o parâmetro de posição (x_i, y_i) e o tempo de chegada t_i para cada detector, se fixa a posição do nucleo do chuveiro e desta forma são estimados os ângulos zenital e azimutal.

Uma vez tendo a descrição geométrica da frente do chuveiro, a precisão das medidas sobre os tempos de chegada em cada tanque irá determinar a precisão absoluta com a qual é possível reconstruir a direção de chegada do

raio cósmico primário.

A AR evento a evento é estimada por meio das incertezas nos ângulos zenital (θ) e azimutal (ϕ) obtidas a partir da reconstrução da frente do chuveiro, usando a relação (49):

$$F(\eta) = 1/2\ (V[\theta] + \sin^2(\theta)V[\phi]) \tag{5-1}$$

onde $F(\eta)$ representa a distribuição da variância do ângulo espacial η, e $V[\theta]$ e $V[\phi]$ são as variâncias de θ e ϕ, respectivamente.

Para os casos onde θ e $\phi\sin(\theta)$ têm uma distribuição gaussiana com variância σ^2, temos que $F(\eta) = \sigma^2$ e η possui então distribuição proporcional a $e^{-\eta^2/2\sigma^2} sin(\eta)$.

Logo, se definirmos a AR como o raio angular contendo 68% do chuveiro originado de uma fonte pontual (49), então:

$$AR = 1.5\sqrt{F(\eta)} = 1.5\sigma \tag{5-2}$$

Seguindo essa linha de raciocínio, surgiu a necessidade de se desenvolver um modelo capaz de estimar as incertezas no tempo de chegada das partículas nos tanques. Um bom modelo de tais incertezas, permite-nos reconstruir de maneira optimizada a frente do chuveiro e, por conseguinte, as direções de chegada dos raios cósmicos.

5.1.1 Modelo de Variância Temporal

O Modelo de Variância Temporal (50) foi desenvolvido para reproduzir as incertezas dos tempos de chegada das partículas nos tanques. A resolução angular dos eventos SD é determinada pela precisão com a qual pode-se medir o tempo de chegada das frentes dos chuveiros (T_s) em cada estação.

Um chuveiro atmosférico enquanto atravessa a atmosfera encontra-se em contínuo desenvolvimento, antes de alcançar seu máximo. O desenvolvimento do chuveiro parece como uma panqueca. **A frente do chuveiro assemelha-se a uma panqueca com uma certa curvatura**. O modelo para a frente do chuveiro utilizado, seja ele esférico, cilíndrico ou planar, influi na determinação das incertezas das direções de chegada, mas não tanto quanto a precisão de tempo (relógio). Por esta razão, usamos o modelo parabólico (sendo o mais fácil) para descrever os dados.

Em (50) assume-se que a distribuição das partículas na frente do chuveiro pode ser descrita como um processo de Poisson al longo de um intervalo de tempo τ. De fato, para chuveiros reais, o processo não é totalmente uniforme, pois no início da frente, a frequência de chegada das partículas é maior do que

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521256/CA

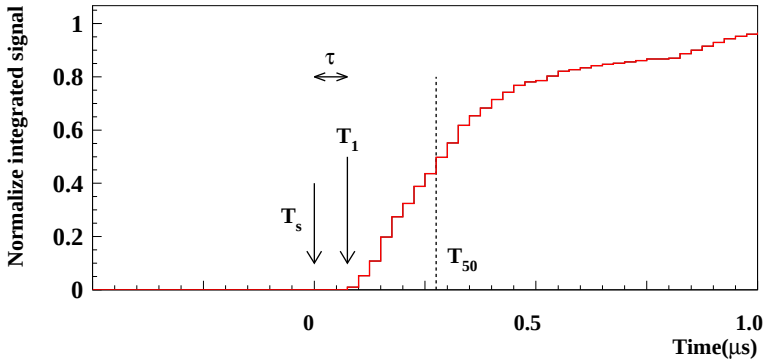

Figura 5.1: Exemplo de um traço FADC integrado para um detector a 700 metros da posição do eixo do chuveiro. T_s é o tempo de chegada da frente do chuveiro, T_1 é o tempo de chegada da primeira partícula, e T_{50} é o tempo necessário para alcançar 50% do sinal total integrado no traço (50).

em sua parte final. Entretanto, é suficiente assumir que a frequência é constante sobre algum intervalo de tempo, grande o suficiente para conter uma boa fração do número total de partículas que atingem o solo, mas menor que a espessura total da frente do chuveiro neste mesmo lugar.

O tempo de chegada da primera partícula (T_1) é usado como um estimador para a chegada da frente do chuveiro. T_1 tem uma função de distribuição dada por [1]:

$$f(T_1) = \frac{1}{\tau} \; e^{\frac{-T_1}{\tau}} \tag{5-3}$$

onde τ é o tempo de decaimento característico. Entretanto, as incertezas nos tempos será dada pela variância de τ como $V[T_1] \approx \tau^2$. Estimamos τ como a razão entre o tempo de chegada da n-ésima partícula (T_n) e n: $\tau = T_n/n$.

A variância de T_s é dada pela soma da precisão temporal do detector (b^2) e da variância de T_1. Logo, a variância de T_s, torna-se:

$$V[T_s] = \left(\frac{T_n}{n}\right)^2 \; \frac{n-1}{n+1} + b^2, \tag{5-4}$$

onde b^2 representa a incerteza combinada do GPS e da resolução dos FADCs (Fast Analog to Digital Convertor).

Para se obter T_n, usamos os FADCs que gravam o sinal do chuveiro nos tanques. Os FADCs contêm o sinal como função do tempo, o que permite construir os parâmetros temporais. No nosso caso, foi usado T_{50}, que representa o intervalo de tempo que contém 50% do sinal total medido pelos traços de FADC (ver figura 5.1). **Foi usado T_{50} ao invés de T_{100}, para diminuir o efeito de não uniformidade do processo de Poisson ao longo de toda**

[1] De fato, uma estimativa correta deveria ser $T_1 - E[t_1]$, onde $E[t_1]$ é o valor esperado

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521256/CA

a frente do chuveiro. Para calcular n, considera-se que os múons são as partículas que mais contribuem para o sinal no registrado nos FADCs, de forma que:

$$n = \frac{S_{VEM}}{\frac{TL(\theta)}{h}} \tag{5-5}$$

onde S_{VEM} (capítulo 4) é o sinal total integrado nos traços de FADC em unidades VEM e $TL(\theta)$ é o comprimento da trajetória do chuveiro e obtido por meio da razão entre o volume do detector e a área subentendida pelas partículas que chegam com ângulo zenital θ:

$$TL(\theta) = \frac{V}{A} = \frac{\pi r h}{\pi r \cos\theta + 2h \sin\theta} \tag{5-6}$$

com $r = 1,8$ m sendo o raio do tanque e $h = 1,2$ m sendo a altura do detector.

Portanto, podemos escrever a equação 5-4, como:

$$V[T_s] = a^2 \left(\frac{2T_{50}}{n}\right)^2 \frac{n-1}{n+1} + b^2 \tag{5-7}$$

onde a e b são parâmetros a serem ajustados. O parâmetro a é um fator de escala, contendo todas as considerações feitas para a definição da variância (espera-se um fator de ordem 1). O parâmetro b é dado pela resolução do sistema GPS ($\simeq$10 ns) (51) e a resolução dos traços de FADC $(25/\sqrt{12}ns)^2$.[2]

5.1.2 Seleção de Dados

Para estimar os parâmetros a e b, um conjunto especial de tanques é usado, os tanques "gêmeos" (seção **??**). Somente eventos que tenham disparado ao menos um par foram usados na análise.

Definimos a diferença de tempos para esses pares como:

$$\Delta T = dT_1 - dT_2 \tag{5-8}$$

onde dT_i é a diferença de tempo do i-ésimo tanque à frente do chuveiro estimada por evento e é calculado usando-se a informação do ajuste, obtido com todos os tanques participantes do evento. Na figura 5.2 mostramos um esquema da diferença de tempo dT_i para tanques gêmeos.

Utilizando-se a diferença de tempo dT_i, garante-se que o modelo da frente do chuveiro não afeta nossa estimativa, porque quando determinamos a variância de ; $DeltaT$ para ambos os tanques, eliminamos os termos correspondentes às incertezas no ajuste, devido a frente do chuveiro.

[2] A variância da uma variável da função f(x) sobre um intervalo (25ns) é dada por V[x]= $\frac{(25)^2}{12}$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521256/CA

Figura 5.2: Esquema de um arranjo de tanques gêmeos mostrando a diferença de tempo entre o tanque e a frente do chuveiro (para cada tanque).

Também aplicamos alguns critérios de seleção sobre esses dados para garantir a qualidade dos eventos. Os cortes usados foram:

1. Todos os eventos devem ser T4 (seção 4.2.4).
2. $|\Delta T| < 200$ ns para evitar caudas na distribuição e possibilitar uma boa reconstrução global (ver figura 5.3).

Após aplicar todos os cortes para os dados coletados desde 2004 até abril de 2007, temos aproximadamente 17000 eventos.

5.1.3 Ajuste

Dada uma amostra $x_1, ..., x_n$ de uma variável aleatória $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ com uma distribuição normal, a função de verossimilhança de $\theta = (\mu, \sigma^2)$ é:

$$L(\theta, x) = \prod f(\theta, x_i) = \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{\frac{1}{2}} \exp^{\frac{-\sum(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \tag{5-9}$$

sendo σ^2 a variância e μ a média.

Na figura 5.3 mostramos a distribuição de X, onde

$$X = \sum_i \Delta T_i - \Delta\overline{T} / \sqrt{\sum_i V[\Delta T_i]} \tag{5-10}$$

e onde $V[\Delta T] = V[T1] + V[T2]$. Espera-se que X tenha uma distribuição gaussiana normalizada, caso o modelo represente corretamente as incertezas. Na figura 5.4 mostramos a distribuição de X ajustada com uma gaussiana. Conforme pode ser visto, a distribuição é bastante próxima a uma gaussiana. A diferença que aparece (o pico) deve-se ao fato de que a distribuição de chegada das partículas ao tanque não é completamente uniforme, como foi

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521256/CA

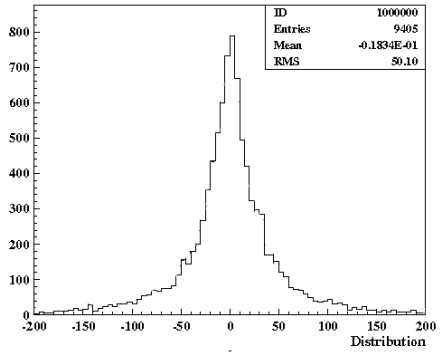

Figura 5.3: Distribuição de ΔT para dados do dubleto. Na figura podemos ver que o corte aplicado de $|\Delta T < 200$ m irá somente eliminar os eventos de ruído.

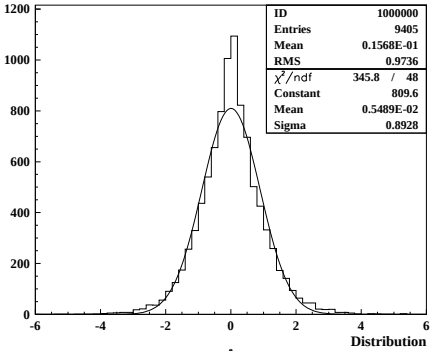

Figura 5.4: Distribuição de $\Delta T/\sqrt{V[\Delta T]}$, onde $V[\Delta T] = V[T1] + V[T2]$ com T1 (T2) calculados usando a equação 5-7 para o primeiro (segundo) tanque gêmeo, com $a = 1$ e $b = 12$ ns.

considerado. Mas a distribuição e o próxima o suficiente de uma gaussiana, consequentemente os parâmetros podem ser ajustados pela maximização de uma função de verossimilhança. Reescrevendo a equação 5-9 para a variância temporal, temos:

$$L = \prod_{k=1}^{N} \frac{1}{\sqrt{2\pi V[\Delta T_k]}} \; e^{-\frac{\Delta T_k^2}{2\,V[\Delta T_k]}} \tag{5-11}$$

onde N é o número total de eventos e $V[\Delta T_k] = V[T_{1,k}] + V[T_{2,k}]$, a soma da variância de T_s para cada membro do dubleto, calculado para cada evento k, usando-se a equação 5-7. É normalmente mais fácil trabalhar com o logaritmo de L. Maximizar a verossimilhança equivale a minizar $F = -2ln(L)$. Para desenvolver a minimização foi usado um pacote chamado Minuit (biblioteca de softwares CERN):

$$\Im = \sum \ln\left(2\pi V[\Delta T_k]\right) + \frac{\Delta T^2}{V[\Delta T_k]} \tag{5-12}$$

Após feita a minimização, obtivemos os valores a e b. Na tabela 5.1, mostramos os valores de a e b com um conjunto de dados de dubletos (ou seja, MR, DN e o arranjo superhexagonal), comparados aos valores esperados.

Podemos notar algumas diferenças, principalmente nos resultados obtidos para o parâmetro a. Esta diferença aparece porque o parâmetro depende do tratamento dado ao tempo de início (T_{50}). Para o caso de b, a concordância é boa, pois como já mencionado, b representa simplesmente a precisão combinada do GPS e dos FADCs. Apesar da diferença em a, mostrar-se-á na seção seguinte

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521256/CA

Trabalho atual	**Esperado**
$a = 0.6 \pm 0.1$	$a = 1.0$
$b = (13 \pm 4)$ ns	$b = 12$ ns

Tabela 5.1: Comparação dos parâmetros ajustados a e b, entre os resultados obtidos no presente trabalho e os valores esperados. .

que o modelo é robusto e reproduz bem as incertezas do tempo.

5.1.4 Validação do Modelo

No intuito de se validar o modelo, muitos testes foram realizados. Primeiro, verificamos sua robustez, ou seja, que esse não depende de variáveis como ângulo zenital, sinal e distância ao eixo do chuveiro. Para isso, estudamos a distribuição RMS de X, definida na seção 5.1.2, observando seu comportamento sobre diferentes parâmetros. Espera-se que se o modelo de variância temporal reproduz as incertezas corretamente, iremos obter uma valor constante de X para qualquer valor dos parâmetros relacionados.

Na figura 5.5, mostramos o RMS da distribuição de X como função do ângulo zenital, sinal e distância ao eixo do chuveiro. A distribuição é razoavelmente constante para todos os casos e próxima de 1, embora observe-se uma pequena tendência sistemática de aumento da variaância em função distância, que ainda precisa ser estudada. Mas em geral, o modelo não tem uma dependência importante com esses parâmetros.

Estudamos também a distribuição de probabilidade de χ^2 de eventos T5 (seção 4.2.4) para 4 ou mais estações. Na figura 5.6, mostramos a distribuição para todos os eventos, eventos com ângulo zenital maior que 55 graus e menor que 55 graus. Os cortes no ângulo foram feitos de modo a mostrar que o modelo funciona bem para todos os ângulos, sem que haja uma compensação entre diferentes intervalos angulares. Vemos que para todos os casos, obtivemos uma distribuição plana, tal como esperado. Isto significa que o modelo de variância reproduz corretamente as incertezas dos tempos de chegada das partículas no tanque.

O pico no início da distribuição pode ser explicado como proveniente de tanques com sinal baixo, portanto a variância é subestimada, ocasionando um grande χ^2. Mas, como é visto na figura 5.7, o pico diminui à medida que se aumenta a multiplicidade. Para um número de estações maior do que 4, o pico desaparece.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521256/CA

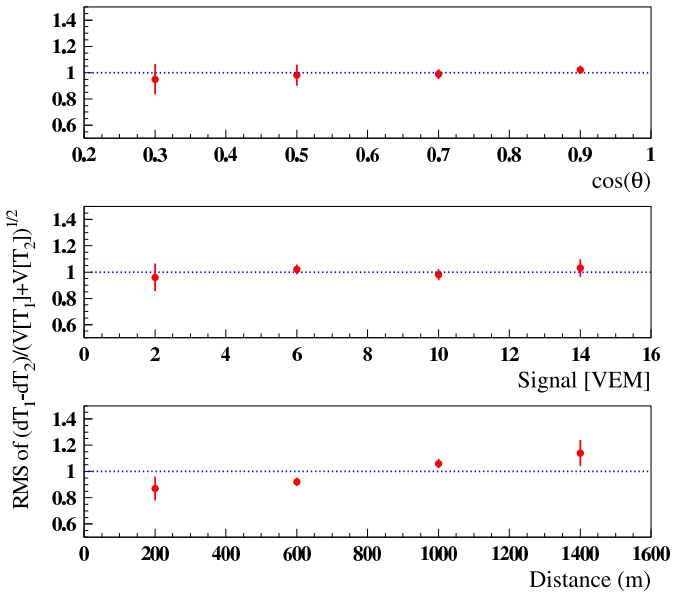

Figura 5.5: A distribuição RMS de $(dT_1 - dT_2)/\sqrt{V[T_1] + V[T_2]}$ como função do ângulo zenital (topo), sinal (meio) e distância ao eixo do chuveiro (abaixo). Ver texto para detalhes.

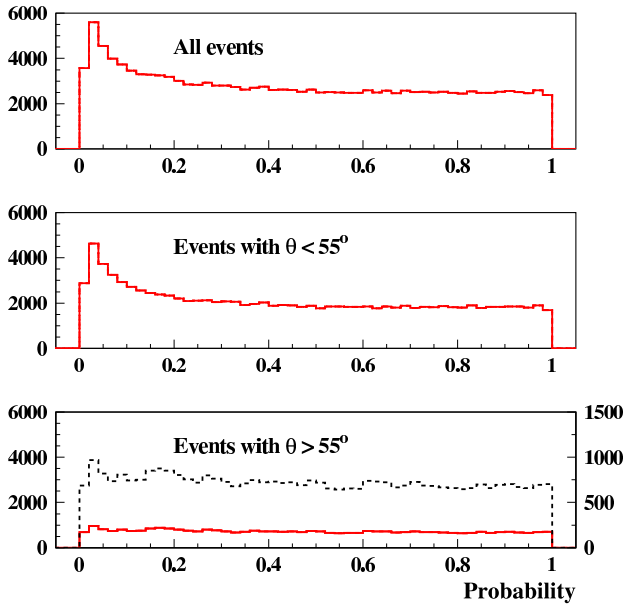

Figura 5.6: Probabilidade de χ^2 para todos os eventos T5 (topo), eventos T5 com ângulos zenitais maiores que 55 graus (meio) e eventos T5 com ângulos zenitais menores que 55 graus (abaixo). Na ultima figura, a distribuição é plotada com 2 escalas diferentes, a mesma que as outras (linha vermelha) e uma ampliada (linha tracejada) para ver os detalhes. .

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521256/CA

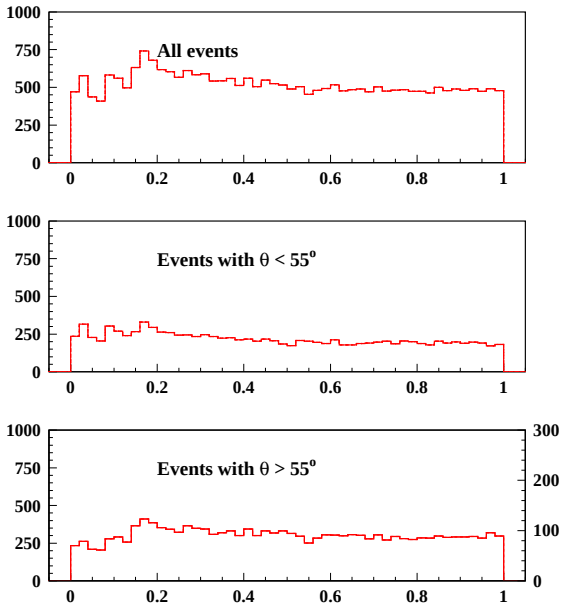

Figura 5.7: Mesma figura que a 5.6, mas para estações com multiplicidade maior que 4.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521256/CA

5.2 Resultados

Nesta seção iremos apresentar os resultados obtidos para a AR evento a evento e aqueles obtidos como resultado de uma medida direta e finalmente uma análise e comparação entre esses resultados.

5.2.1 evento a evento

Uma vez verificado o modelo, podemos estimar a resolução angular para todos os eventos T5 (ver seção 4.2.4) coletados de janeiro de 2004 a abril de 2007, usando a equação 5-2.

Na figura 5.8, apresentamos a resolução angular como função do ângulo zenital (obtido somente a partir da reconstrução geométrica, usando uma frente de chuveiro parabólica.), para diferentes multiplicidades. Como podemos ver, o valor da resolução angular é aproximadamente 1,6° no caso pior, para 3 estações e chuveiros verticais, porém melhorando consideravelmente para altas multiplicidades, sendo melhor que 1° para o caso de 6 ou mais estações, correspondendo a eventos com energias acima de 10^{19}eV. Os valores da AR para o caso de 4 ou 5 estações são bastante similares, uma vez que tais eventos possuem o mesmo número de graus de liberdade (1), sendo o raio de curvatura fixado durante a reconstrução com 4 estações e ajustado para o caso de 5 estações.

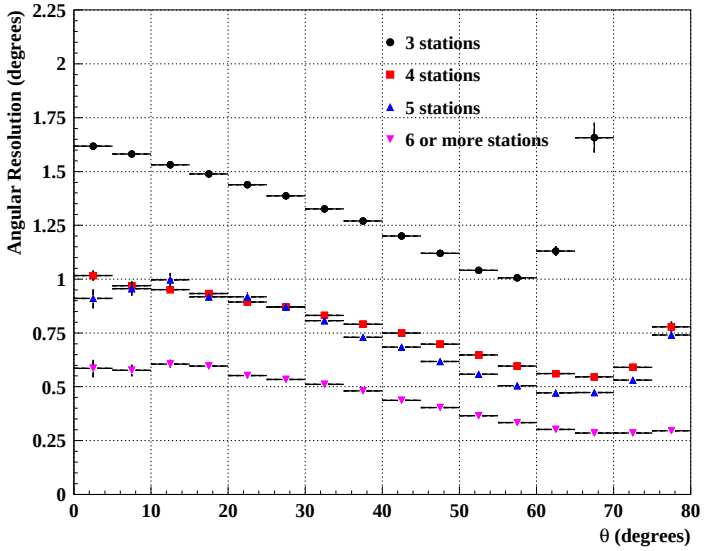

Figura 5.8: Resolução angular para um detector de superfície como função do ângulo zenital θ (somente reconstrução geométrica), para diferentes multiplicidades: 3 estações (círculos), 4 estações (quadrados), 5 estações (triângulos voltados para cima), e 6 ou mais estações (triângulos voltados para baixo).

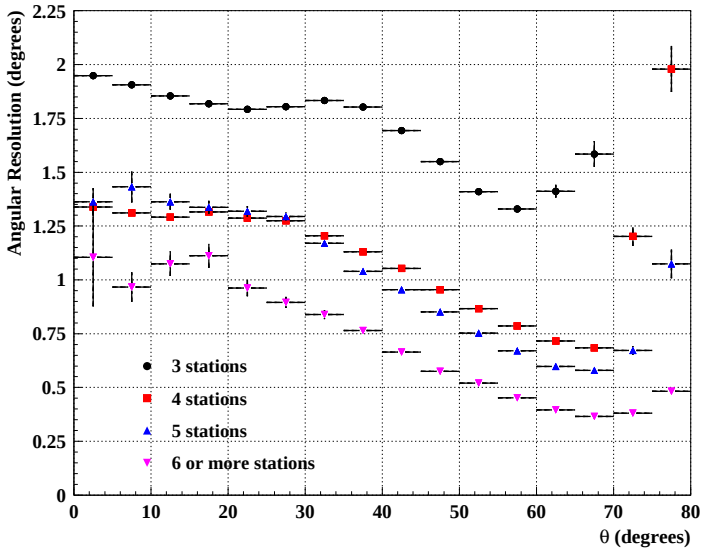

Figura 5.9: Resolução angular para detector de superfície como função de um ângulo zenital θ (reconstrução completa).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521256/CA

Para ângulos zenitais maiores que 60°, temos uma estatística pobre para eventos com 3 estações somente. Isto causan um decréscimo na precisão e aparece um pico no perfil. Para chuveiros horizontais (chuveiros com ângulos maiores que 60°) a reconstrução é feita para eventos com ao menos 4 estações funcionando. Conseqüentemente, para este caso a análise não foi realizada.

Na figura 5.9 mostramos o caso da resolução angular para uma reconstrução completa, a qual ajusta a posição do nucleo do chuveiro e a energia juntamente com os parâmetros da reconstrução geométrica. Como pode ser visto, em todos os casos, o valor da resolução angular aumenta cerca de 20% em relação aos valores mostrados para a reconstrução geométrica. Isto se deve ao fato que em uma reconstrução completa existem mais parâmetros a serem ajustados do que na reconstrução geométrica, tal como a posição do núcleo do chuveiro. Isto afetará a incerteza na direção de chegada das partículas, pois uma correlação aparece entre as incertezas do ângulo zenital e azimutal e as coordenadas da posição do núcleo do chuveiro, causando uma elevação no gráfico em torno dos 40°, especialmente para um caso de 3 estações.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521256/CA

5.3 Medida Direta

A resolução angular é determinada diretamente a partir dos dados, pela estimativa da diferença do espaçamento angular (η), entre duas reconstruções independentes de um mesmo evento. Isto é feito por dois sub-conjuntos de dados, um formado pelos dados coletados pelo arranjo de dubletos (superhexágono) e o outro pelos eventos híbridos.

5.3.1 Dubletos

O sub-arranjo de dubletos, superhexágono (ver seção **??**) conforme é mostrado na figura 4.4, é usado para determinar a resolução angular a partir da medida direta.

Na análise, selecionamos os eventos onde ao menos 3 pares foram disparados[3] e para os quais o eixo do chuveiro encontra-se numa região definida por estas estações disparadas, a fim de garantir uma boa reconstrução. Duas reconstruções foram realizadas: a primeira para um conjunto de estações (em cores verdes na figura 5.10), a segunda para as respectivas estações emparelhadas (em cores amarelas na figura 5.10). Isto nos fornecerá duas estimativas independentes de θ e ϕ, uma para cada reconstrução. É preciso lembrar que

[3]Isto é para garantir que os eventos formados por dubletos foram corretamente reconstruídos

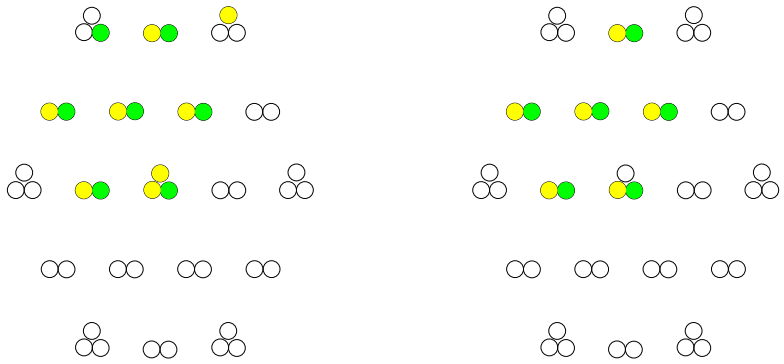

Figura 5.10: Seleção de eventos. Na esquerda, o evento original e na direita após a seleção dos pares. Esta é a representação de um evento real ♯200627901937

somente as estações agrupadas em pares são usadas na reconstrução, onde um par significa que ambos os tanques gêmeos foram disparados no instante do evento, conforme é visto na figura 5.10). As estações em verde correspondem aos tanques originalmente instalados no arranjo e são responsáveis pelo envio do sinal de disparo do evento.

Nas figuras 5.11 e 5.12 apresentamos a distribuição de Y.

$$Y = \frac{y_1 - y_2}{\sqrt{dy_1^2 + dy_2^2}} \tag{5-13}$$

onde y_i representa os ângulos zenitais e azimutais, $i = 1, 2$ (o número de estações do par) e dy_i é a incerteza correspondente.

Em ambos os casos obtivemos uma distribuição Gaussiana, centrada em zero e com variância próxima de 1, significando que a função densidade de probabilidade é normal, portanto, as incertezas estão bem representadas.

Na figura 5.13, mostramos a diferença de espaçamento angular (η) entre as reconstruções, para diferentes multiplicidades. Ajustando os histogramas com a função;

$$f(\eta) = \exp^{\frac{-\eta^2}{2\sigma^2}} \sin(\eta) \tag{5-14}$$

encontramos os valores de σ_{fit} para cada caso. Então a resolução angular é dada por:

$$AR = 1,5\sigma_{SD} \tag{5-15}$$

onde $\sigma_{SD} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sigma_{fit}$.

Na tabela 5.2 resume-se os valores obtidos de AR usando os dois métodos. Como pode ser visto, estes valores confirmam aqueles obtidos pelo método evento a evento. Até o presente momento, a estatística ainda é baixa, mas esperamos aumentá-la. Entretanto, podemos afirmar que as incertezas nos tempos de chegada das partículas são reproduzidos corretamente. Podemos

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521256/CA

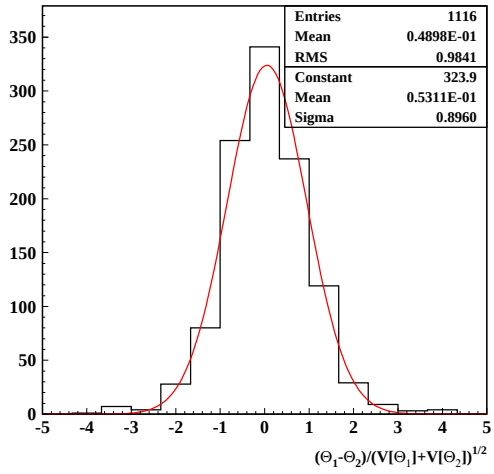

Figura 5.11: Distribuição de resíduos entre os valores de duas reconstruções diferentes do ângulo θ. Veja detalhes no texto.

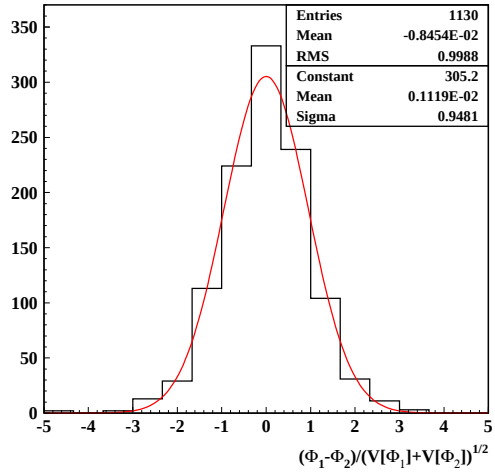

Figura 5.12: Distribuição de resíduos entre os valores de duas reconstruções diferentes do ângulo ϕ. Veja detalhes no texto.

afirmar também que possuímos um conhecimento bastante razoável acerca do detector. A resolução angular no pior cenário (3 estações) é 1,7° e para altas energias (acima de 10^{19}eV) é melhor que 1°, o que prova que temos uma boa resolução.

#	σ	AR $1.5\ \sigma$	AR event by event[4]
$= 3$	1.05 ± 0.03	1.58 ± 0.05	1.70 ± 0.01
$= 4$	0.81 ± 0.06	1.22 ± 0.09	1.00 ± 0.01
≥ 5	0.61 ± 0.05	0.92 ± 0.08	0.69 ± 0.01

Tabela 5.2: Comparação entre os valores obtidos para a resolução angular, usando o método evento a evento e a medida direta com dubletos.

5.3.2 Híbridos

Estimamos a AR usando eventos híbridos, que são eventos que podem ser reconstruídos tanto pelo FD quanto pelo SD. Determinamos as diferenças de espaçamento angular entre a reconstrução híbrida (53) e a reconstrução no SD. Usamos os dados coletados desde janeiro de 2004 até abril de 2007.

Na figura 5.14 mostramos as diferenças de espaçamento angular para diferentes multiplicidades e diferentes cortes no angulo zenital. Ajustando-se a distribuição de espaçamento angular com a equação 5-14, obtivemos o valor de σ_{fit} para diferentes multiplicidades.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521256/CA

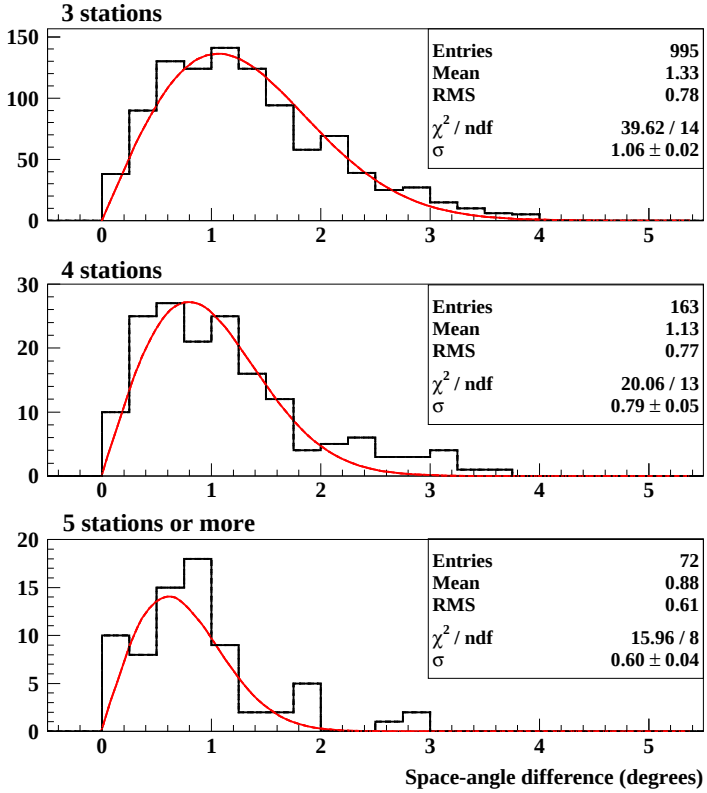

Figura 5.13: Espaçamento angular entre as duas reconstruções do conjunto de doubletos para diferentes multiplicidades: 3 estações (topo), 4 estações (medio) e 5 estações ou mais (abaixo).

#	θ	$\mathbf{AR}_{SD-Hyb}$ 1.5 σ	$\mathbf{AR}_{SD-only}$ event by event
$= 3$	$0° - 30°$	1.76 ± 0.04	1.81 ± 0.01
$= 3$	$30° - 50°$	1.52 ± 0.02	1.69 ± 0.01
$= 4$	$30° - 50°$	1.26 ± 0.04	1.05 ± 0.01
$= 5$	$30° - 50°$	1.07 ± 0.07	0.94 ± 0.01
≥ 6	$30° - 50°$	0.62 ± 0.07	0.66 ± 0.01
≥ 6	$50° - 70°$	0.52 ± 0.08	0.43 ± 0.01

Tabela 5.3: Comparação entre os valores obtidos para a resolução angular, usando a reconstrução híbrida e a reconstrução do SD somente

Para fazer as comparações corretamente entre os valores da resolução angular obtidos nas seções anteriores, precisamos considerar a precisão da recosntrução híbrida (σ_{hyb}). Para isto, determinamos a AR_{SD} por meio de $AR_{SD} = 1,5\sqrt{\sigma^2_{fit} - \sigma^2_{Hyb}}$. Consideramos que σ_{fit} se origina da diferença de espaçamento angular extraída do gráfico e $\sigma_{Hyb} = 0,6°$ é o resultado somente da reconstrução híbrida (52). Na tabela 5.3 mostramos os resultados obtidos

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521256/CA

para diferentes cortes no ângulo e nas multiplicidades, comparados com os resultados obtidos evento a evento. Mais uma vez, usamos o mesmo conjunto de eventos para ambas as reconstruções, logo a estatística não impõe um problema na comparação. Conforme pode ser visto, os resultados apresentam uma concordância bastante razoável, o que mais uma vez corrobora com o fato de que as incertezas são devidamente estimadas. Há diferença que aparece entre os resultados e que aumenta com multiplicidade, o que indica o domínio de incertezas sistemáticas sobre as de natureza estatísticas. Para a discrepância, podemos calcular os erros sistemáticos mediante a aplicação de um ajuste linear entre os erros de ambas as reconstruções e encontrar o valor da constante do ajuste , que é da ordem de 0,42°.

Nenhuma comparação é feita entre as duas técnicas de medidas diretas, ja que não se tem estatística suficiente para tal análise.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521256/CA

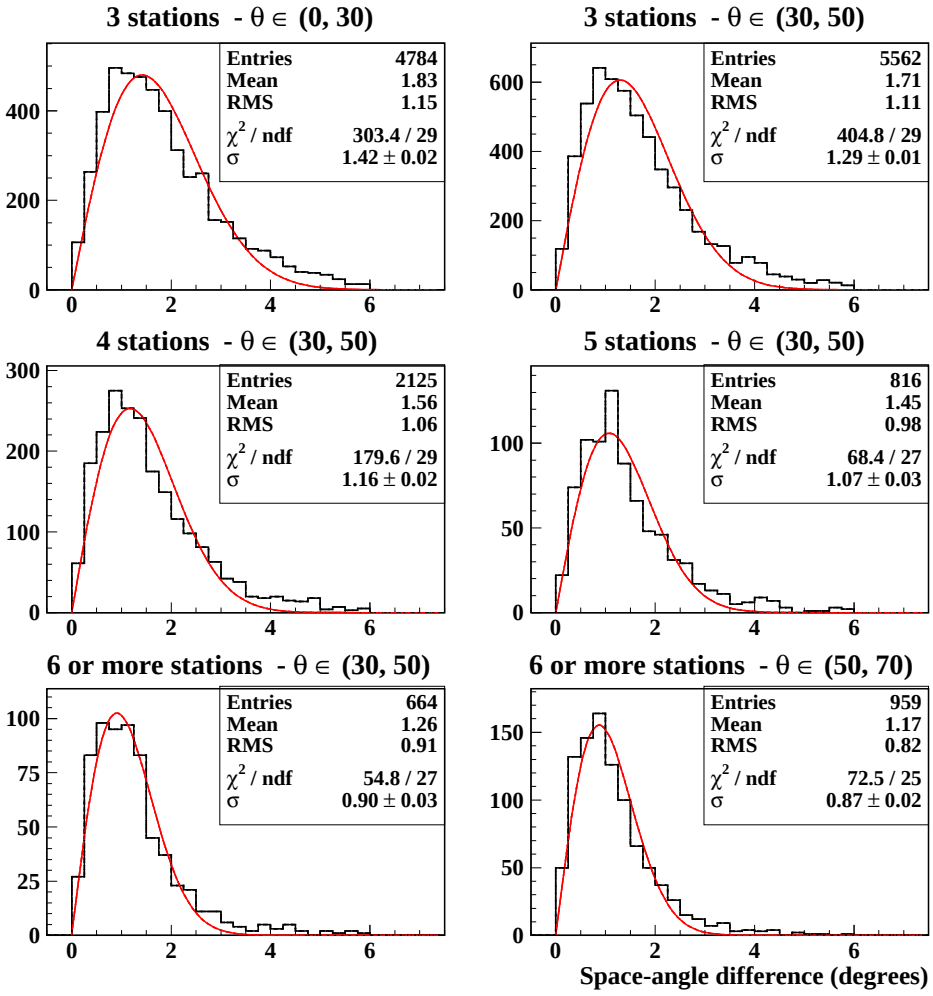

Figura 5.14: Espaçamento angular entre reconstrução híbrida e reconstrução de SD para diferentes multiplicidades: 3 estações (topo), 4 estações e 5 estações (meio), 6 estações ou mais (abaixo).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521256/CA