

### 3 Controle de Estabilidade

Missões em terrenos irregulares exigem dos robôs mecanismos de controle que garantam sucesso e segurança nas operações, pois em muitas das vezes os locais explorados não permitem resgate. Esses mecanismos servem tanto para robôs tripulados como para autônomos. Para tal, vêm se desenvolvendo algoritmos de controle que possam auxiliar os robôs nas tomadas de decisão, sempre que este se deparar com obstáculos que o coloquem em situação de risco.

O controle proposto busca sempre manter o sistema em uma situação estável, sendo que o veículo é considerado estável quando as forças normais são positivas. No entanto, a condição onde apenas uma normal é positiva não implica necessariamente em um sistema instável. Apesar disso, normais positivas serão consideradas desejáveis em todas as rodas.

As seções a seguir apresentam o algoritmo proposto nesta dissertação, detalhando o controle que garante a estabilidade do veículo estudado.

As técnicas para garantia de estabilidade são análogas à atuação do Controle de Torque Computado (Fig. 11), que processa a saída  $\mathbf{u}$  de uma lei de controle qualquer de modo a eliminar efeitos gravitacionais e dinâmicos.

Na técnica proposta, a saída  $\mu_d$  de uma lei de controle qualquer é processada para garantir não-descolamento, não-deslizamento e evitar saturação.

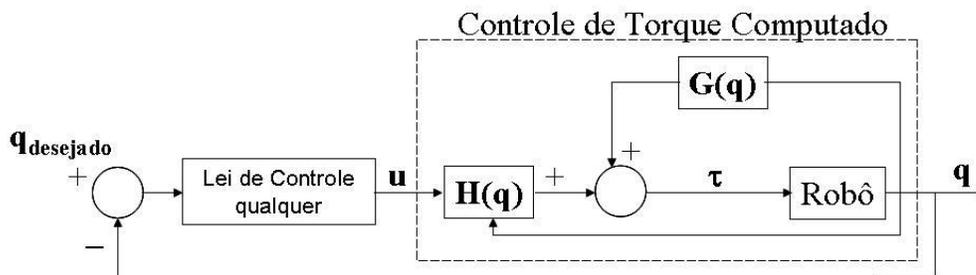


Figura 11 – Controle de Torque Computado.

### 3.1. Problemas de Instabilidade

Para evitar a perda de estabilidade do robô nas regiões que apresentam aclives e declives com inclinações consideráveis, faz-se necessário primeiro avaliar as equações que regem este movimento, para então saber como influenciar neste processo, evitando o risco do robô capotar.

Uma forma de avaliar o risco de capotar é através do cálculo do centro de massa dinâmico. Este é o ponto onde o momento de todas as forças (inclusive inerciais) atuando no sistema seria nulo, resultando assim na possibilidade de o veículo girar livremente em torno deste ponto [7].

Quando a projeção deste ponto no eixo horizontal estiver fora da região (sombra) entre os pontos de contato das rodas com o solo, o robô irá capotar [1]. A Fig. 12 mostra esta projeção em duas configurações, para uma condição estática.

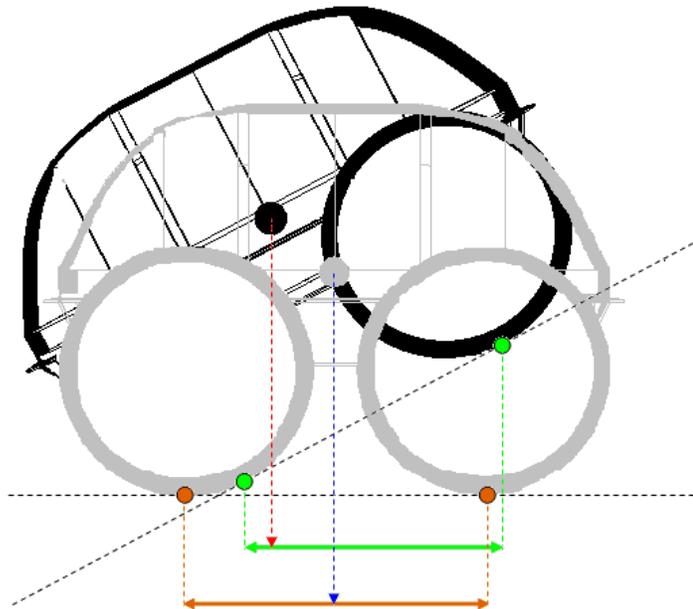


Figura 12 – Projeções dos centros de massa na horizontal.

(A configuração inclinada se aproxima da instabilidade, pois a projeção se aproxima do ponto de contato da roda esquerda com o solo).

No entanto, garantindo que as forças normais sempre sejam positivas, garante-se a estabilidade do sistema, ou seja, o veículo jamais capotará, pois a projeção do centro de gravidade dinâmico estará dentro da região da sombra projetada do veículo.

O controle busca as forças de atrito que atuando no sistema resultam em forças normais maiores que zero ( $N_1 > 0$  e  $N_2 > 0$ ).

Assim sendo, é necessário buscar equações que relacionam, de maneira explícita, os valores das forças normais ( $N_1$  e  $N_2$ ) com as forças de atrito.

Tomando novamente as equações que regem o movimento do veículo, dadas por (15), (16) e (17), tem-se que:

$$m \cdot \ddot{x}_c = Fat_1 \cdot \cos \gamma_1 + Fat_2 \cdot \cos \gamma_2 - N_1 \cdot \text{sen} \gamma_1 - N_2 \cdot \text{sen} \gamma_2$$

$$m \cdot \ddot{y}_c = Fat_1 \cdot \text{sen} \gamma_1 + Fat_2 \cdot \text{sen} \gamma_2 + N_1 \cdot \cos \gamma_1 + N_2 \cdot \cos \gamma_2 - P$$

$$I \cdot \ddot{\alpha} = [(y_c - y_1) \cdot \cos \gamma_1 - (x_c - x_1) \cdot \text{sen} \gamma_1] \cdot Fat_1 + [(y_c - y_2) \cdot \cos \gamma_2 - (x_c - x_2) \cdot \text{sen} \gamma_2] \cdot Fat_2 - [(y_c - y_1) \cdot \text{sen} \gamma_1 - (x_c - x_1) \cdot \cos \gamma_1] \cdot N_1 + [(y_c - y_2) \cdot \text{sen} \gamma_2 - (x_c - x_2) \cdot \cos \gamma_2] \cdot N_2$$

Para compactar a notação considera-se:

$$I \cdot \ddot{\alpha} = a_1 \cdot Fat_1 + a_2 \cdot Fat_2 - b_1 \cdot N_1 + b_2 \cdot N_2$$

onde definem-se

$$a_1 \equiv (y_c - y_1) \cdot \cos \gamma_1 - (x_c - x_1) \cdot \text{sen} \gamma_1$$

$$a_2 \equiv (y_c - y_2) \cdot \cos \gamma_2 - (x_c - x_2) \cdot \text{sen} \gamma_2$$

$$b_1 \equiv (y_c - y_1) \cdot \text{sen} \gamma_1 - (x_c - x_1) \cdot \cos \gamma_1$$

$$b_2 \equiv (y_c - y_2) \cdot \text{sen} \gamma_2 - (x_c - x_2) \cdot \cos \gamma_2$$

E as restrições (32), (33) e (34) podem ser escritas de uma forma geral como segue:

$$g'_1 \cdot \ddot{x}_c - \ddot{y}_c + R_1 \cdot \ddot{\alpha} = S_1 \quad (37)$$

$$A \cdot \ddot{x}_c - B \cdot \ddot{y}_c + C \cdot \ddot{\alpha} = D \quad (38)$$

$$\ddot{\alpha} = \frac{d\dot{\alpha}}{dt} = 0$$

onde:

$$R_1 \equiv (\cos \alpha + g'_1 \cdot \text{sen} \alpha) \cdot L_1 - (\text{sen} \alpha - g'_1 \cdot \cos \alpha) \cdot h_1$$

$$S_1 \equiv [(\cos \alpha + g'_1 \cdot \text{sen} \alpha) \cdot h_1 + (\text{sen} \alpha - g'_1 \cdot \cos \alpha) \cdot L_1] \cdot \dot{\alpha}^2 - g''_1 \cdot \dot{x}_{c_1}^2$$

$$A \equiv \begin{cases} g'_2, & \text{se } \alpha \neq \gamma_1 \text{ ou } \alpha \neq \gamma_2 \\ 0, & \text{se } \alpha = \gamma_1 = \gamma_2 \end{cases}$$

$$B \equiv \begin{cases} 1, & \text{se } \alpha \neq \gamma_1 \text{ ou } \alpha \neq \gamma_2 \\ 0, & \text{se } \alpha = \gamma_1 = \gamma_2 \end{cases}$$

$$C \equiv \begin{cases} R_2, & \text{se } \alpha \neq \gamma_1 \text{ ou } \alpha \neq \gamma_2 \\ 1, & \text{se } \alpha = \gamma_1 = \gamma_2 \end{cases}$$

$$D \equiv \begin{cases} S_2, & \text{se } \alpha \neq \gamma_1 \text{ ou } \alpha \neq \gamma_2 \\ 0, & \text{se } \alpha = \gamma_1 = \gamma_2 \end{cases}$$

$$R_2 \equiv (\cos \alpha + g'_2 \cdot \text{sen} \alpha) \cdot L_2 + (\text{sen} \alpha - g'_2 \cdot \cos \alpha) \cdot h_2$$

$$S_2 \equiv -[(\text{sen} \alpha - g'_2 \cdot \cos \alpha) \cdot L_2 - (\cos \alpha + g'_2 \cdot \text{sen} \alpha) \cdot h_2] \cdot \dot{\alpha}^2 - g''_2 \cdot \dot{x}_{c_2}^2$$

Multiplicando as equações (37) e (38) pela massa (m), tem-se:

$$g'_1 \cdot m \cdot \ddot{x}_c - m \cdot \ddot{y}_c + R_1 \cdot m \cdot \ddot{\alpha} = m \cdot S_1$$

$$A \cdot m \cdot \ddot{x}_c - B \cdot m \cdot \ddot{y}_c + C \cdot m \cdot \ddot{\alpha} = m \cdot D$$

$$g'_1 \cdot (Fat_1 \cdot \cos \gamma_1 + Fat_2 \cdot \cos \gamma_2 - N_1 \cdot \text{sen} \gamma_1 - N_2 \cdot \text{sen} \gamma_2) - (Fat_1 \cdot \text{sen} \gamma_1 + Fat_2 \cdot \text{sen} \gamma_2 + N_1 \cdot \cos \gamma_1 + N_2 \cdot \cos \gamma_2 - P) +$$

$$\frac{R_1 \cdot m}{I} \cdot (a_1 \cdot Fat_1 + a_2 \cdot Fat_2 - b_1 \cdot N_1 + b_2 \cdot N_2) = m \cdot S_1$$

$$A \cdot (Fat_1 \cdot \cos \gamma_1 + Fat_2 \cdot \cos \gamma_2 - N_1 \cdot \text{sen} \gamma_1 - N_2 \cdot \text{sen} \gamma_2) -$$

$$B \cdot (Fat_1 \cdot \text{sen} \gamma_1 + Fat_2 \cdot \text{sen} \gamma_2 + N_1 \cdot \cos \gamma_1 + N_2 \cdot \cos \gamma_2 - P) +$$

$$\frac{C \cdot m}{I} \cdot (a_1 \cdot Fat_1 + a_2 \cdot Fat_2 - b_1 \cdot N_1 + b_2 \cdot N_2) = m \cdot D$$

$$Fat_1 \cdot \left( g'_1 \cdot \cos \gamma_1 - \text{sen} \gamma_1 + \frac{a_1 \cdot R_1 \cdot m}{I} \right) + Fat_2 \cdot \left( g'_1 \cdot \cos \gamma_2 - \text{sen} \gamma_2 + \frac{a_2 R_1 \cdot m}{I} \right) -$$

$$N_1 \cdot \left( g'_1 \cdot \text{sen} \gamma_1 + \cos \gamma_1 + \frac{b_1 \cdot R_1 \cdot m}{I} \right) - N_2 \cdot \left( g'_1 \cdot \text{sen} \gamma_2 + \cos \gamma_2 - \frac{b_2 \cdot R_1 \cdot m}{I} \right) =$$

$$m \cdot S_1 - P$$

Analogamente tem-se que:

$$Fat_1 \cdot \left( A \cdot \cos \gamma_1 - B \cdot \text{sen} \gamma_1 + \frac{a_1 \cdot C \cdot m}{I} \right) + Fat_2 \cdot \left( A \cdot \cos \gamma_2 - B \cdot \text{sen} \gamma_2 + \frac{a_2 C \cdot m}{I} \right) -$$

$$N_1 \cdot \left( A \cdot \text{sen} \gamma_1 + B \cdot \cos \gamma_1 + \frac{b_1 \cdot C \cdot m}{I} \right) - N_2 \cdot \left( A \cdot \text{sen} \gamma_2 + B \cdot \cos \gamma_2 - \frac{b_2 \cdot C \cdot m}{I} \right) =$$

$$m \cdot D - P$$

Definindo-se:

$$\delta_1 \equiv g'_1 \cdot \cos \gamma_1 - \text{sen} \gamma_1 + \frac{a_1 \cdot R_1 \cdot m}{I}$$

$$\delta_2 \equiv g'_1 \cdot \cos \gamma_2 - \text{sen} \gamma_2 + \frac{a_2 \cdot R_1 \cdot m}{I}$$

$$\lambda_1 \equiv g'_1 \cdot \text{sen} \gamma_1 + \cos \gamma_1 + \frac{b_1 \cdot R_1 \cdot m}{I}$$

$$\lambda_2 \equiv g'_1 \cdot \text{sen} \gamma_2 + \cos \gamma_2 - \frac{b_2 \cdot R_1 \cdot m}{I}$$

$$\beta_1 \equiv A \cdot \cos \gamma_1 - B \cdot \text{sen} \gamma_1 + \frac{a_1 \cdot C \cdot m}{I}$$

$$\beta_2 \equiv A \cdot \cos \gamma_2 - B \cdot \text{sen} \gamma_2 + \frac{a_2 \cdot C \cdot m}{I}$$

$$\varphi_1 \equiv A \cdot \text{sen} \gamma_1 + B \cdot \cos \gamma_1 + \frac{b_1 \cdot C \cdot m}{I}$$

$$\varphi_2 \equiv A \cdot \text{sen} \gamma_2 + B \cdot \cos \gamma_2 - \frac{b_2 \cdot C \cdot m}{I}$$

O sistema agora fica:

$$Fat_1 \cdot \delta_1 + Fat_2 \cdot \delta_2 - N_1 \cdot \lambda_1 - N_2 \cdot \lambda_2 = m \cdot S_1 - P \quad (39)$$

$$Fat_1 \cdot \beta_1 + Fat_2 \cdot \beta_2 - N_1 \cdot \varphi_1 - N_2 \cdot \varphi_2 = m \cdot D - P \quad (40)$$

$$N_1 = \frac{Fat_1 \cdot \delta_1 + Fat_2 \cdot \delta_2 - N_2 \cdot \lambda_2 - m \cdot S_1 + P}{\lambda_1} \quad (41)$$

$$N_2 = \frac{Fat_1 \cdot \delta_1 + Fat_2 \cdot \delta_2 - N_1 \cdot \lambda_2 - m \cdot S_1 + P}{\lambda_2} \quad (42)$$

Substituindo a equação (41) na equação (42), tem-se:

$$N_2 = \frac{Fat_1 \cdot (\lambda_1 \cdot \beta_1 - \delta_1 \cdot \varphi_1) + Fat_2 \cdot (\lambda_1 \cdot \beta_2 - \delta_2 \cdot \varphi_1) - m \cdot (D \cdot \lambda_1 + S_1 \cdot \varphi_1) + P \cdot (\lambda_1 - \varphi_1)}{\lambda_1 \cdot \varphi_2 - \lambda_2 \cdot \varphi_1} \quad (43)$$

Substituindo a equação (42) na equação (40), tem-se:

$$N_1 = \frac{Fat_1 \cdot (\lambda_1 \cdot \beta_1 - \delta_1 \cdot \varphi_2) + Fat_2 \cdot (\lambda_2 \cdot \beta_2 - \delta_2 \cdot \varphi_2) - m \cdot (D \cdot \lambda_2 - \varphi_2 \cdot S_1) + P \cdot (\lambda_2 - \varphi_2)}{\lambda_2 \cdot \varphi_1 - \lambda_1 \cdot \varphi_2} \quad (44)$$

Defindo-se:

$$d_1 \equiv \frac{\lambda_1 \cdot \beta_1 - \delta_1 \cdot \varphi_2}{\lambda_2 \cdot \varphi_1 - \lambda_1 \cdot \varphi_2}$$

$$e_1 \equiv \frac{\lambda_2 \cdot \beta_2 - \delta_2 \cdot \varphi_2}{\lambda_2 \cdot \varphi_1 - \lambda_1 \cdot \varphi_2}$$

$$u_1 \equiv \frac{m \cdot (D \cdot \lambda_2 - \varphi_2 \cdot S_1) + P \cdot (\lambda_2 - \varphi_2)}{\lambda_2 \cdot \varphi_1 - \lambda_1 \cdot \varphi_2}$$

$$d_2 \equiv \frac{\lambda_1 \cdot \beta_1 - \delta_1 \cdot \varphi_1}{\lambda_1 \cdot \varphi_2 - \lambda_2 \cdot \varphi_1}$$

$$e_2 \equiv \frac{\lambda_1 \cdot \beta_2 - \delta_2 \cdot \varphi_1}{\lambda_1 \cdot \varphi_2 - \lambda_2 \cdot \varphi_1}$$

$$u_2 \equiv \frac{m \cdot (D \cdot \lambda_1 + S_1 \cdot \varphi_1) + P \cdot (\lambda_1 - \varphi_1)}{\lambda_1 \cdot \varphi_2 - \lambda_2 \cdot \varphi_1}$$

Temos finalmente que

$$N_1 = Fat_1 \cdot d_1 + Fat_2 \cdot e_1 - u_1 \quad (45)$$

$$N_2 = Fat_1 \cdot d_2 + Fat_2 \cdot e_2 - u_2 \quad (46)$$

Os coeficientes  $(d_1, d_2, e_1, e_2, u_1, u_2)$  das equações (45) e (46) dependem apenas de características físicas, geométricas e do estado atual do veículo  $(x_c, y_c, \alpha, \dot{x}_c, \dot{y}_c, \dot{\alpha})$ . Portanto, para garantir  $(N_1 > 0$  e  $N_2 > 0)$  devem-se considerar as inequações a seguir:

$$Fat_1 \cdot d_1 + Fat_2 \cdot e_1 - u_1 > 0$$

$$Fat_1 \cdot d_2 + Fat_2 \cdot e_2 - u_2 > 0$$

$$Fat_1 \cdot d_1 + Fat_2 \cdot e_1 > u_1$$

$$Fat_1 \cdot d_2 + Fat_2 \cdot e_2 > u_2$$

No entanto, como o controle visa também evitar o deslizamento, as forças de atrito ( $Fat_1$  e  $Fat_2$ ) são limitadas pelo coeficiente de atrito estático entre a roda e o terreno ( $\mu$ ), da seguinte forma:

$$\frac{|Fat_i|}{N_i} \leq \mu \quad , i=1,2$$

$$-\mu \cdot N_i \leq Fat_i \leq \mu \cdot N_i \quad , i=1,2$$

Além disto, outro fator que limita as forças de atrito é a saturação do motor. Esta força de saturação  $F_{SAT}$  é a máxima força que os motores do robô conseguem fornecer ao sistema através de seus torques.

Logo:

$$-F_{SAT} \leq Fat_i \leq F_{SAT} \quad , i=1,2$$

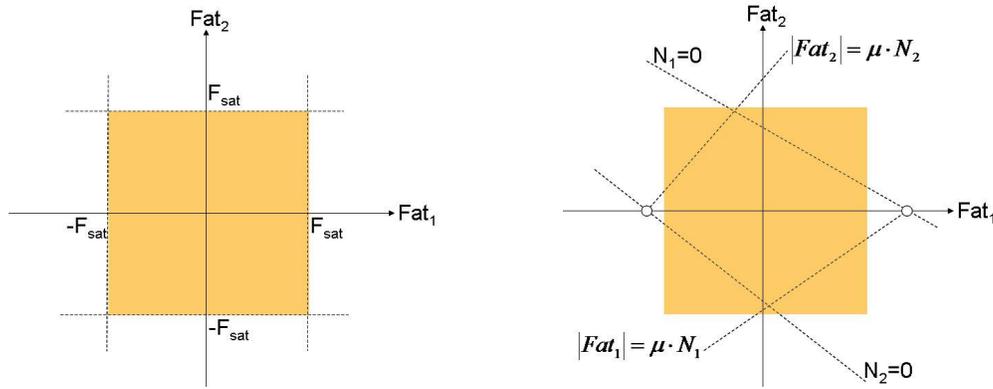


Figura 13 – Domínio das forças de atrito limitadas pela força de saturação dos motores e as forças normais.

Os valores das forças de atrito que satisfazem todas as condições acima, irão gerar uma região  $D = \{(Fat_1, Fat_2)\}$  tipicamente com o aspecto da Fig. 14.

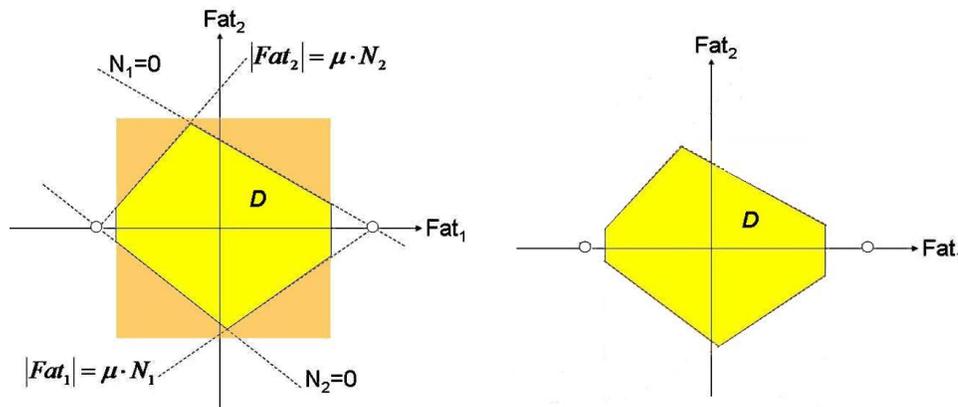


Figura 14 – Região  $D = \{(Fat_1, Fat_2)\}$  que pertence ao conjunto solução do problema de estabilidade.

Assim, existe mais de uma solução  $(Fat_1$  e  $Fat_2)$  que pertence ao conjunto solução do problema de estabilidade. Desta forma, é utilizado um critério de otimização para a escolha dos valores de  $(Fat_1$  e  $Fat_2)$  a serem aplicados no sistema.

O critério de otimização utilizado para o controle de estabilidade busca escolher ( $Fat_1$  e  $Fat_2$ ), pertencente a D, de modo a minimizar a função  $O(Fat_1, Fat_2)$  definida a seguir:

$$O \equiv \left| \frac{Fat_1}{N_1} - \mu_d \right| + \left| \frac{Fat_2}{N_2} - \mu_d \right| \quad (47)$$

onde  $\mu_d$  é o valor desejado para que a razão  $\frac{Fat_i}{N_i}$ , especificado pelo usuário.

Esse valor desejado ( $\mu_d$ ) é limitado fisicamente pelo coeficiente de atrito ( $|\mu_d| \leq \mu$ ). Note que o sinal de  $\mu_d$ , controla o sentido do movimento do veículo.

Para a escolha de  $\mu_d$  é necessário considerar alguns fatores importantes:

1. Se  $\mu_d$  for escolhido próximo ao coeficiente de atrito ( $\mu$ ), podem-se obter maiores acelerações e também fazer com que o robô vença situação de aclive e declive mais acentuado. No entanto, o sistema se encontra mais próximo de uma situação de derrapagem, podendo evoluir para uma situação de instabilidade.
2. Se  $\mu_d$  tiver um valor muito pequeno, o robô encontrará dificuldades em superar situações de aclives e declives e terá menores valores de aceleração possíveis devido às forças de atrito aplicado serem menores.

### 3.2.

#### Descrição do Algoritmo de Controle de Estabilidade

O algoritmo de controle de estabilidade é descrito da forma a seguir:

- (1) Entrada dos parâmetros físicos ( $m, \mu, F_{SAT}, I$ ), geométricos ( $r, L, h$ ) e das variáveis de estado ( $x_c, y_c, \alpha, \dot{x}_c, \dot{y}_c, \dot{\alpha}$ ) atual e também de  $\mu_d$ .

(2) Obtenção da região  $D$ , através do cálculo das forças de atrito ( $Fat_1$  e  $Fat_2$ ) que satisfazem as restrições abaixo:

- $-F_{SAT} \leq Fat_1 \leq F_{SAT}$  e  $-F_{SAT} \leq Fat_2 \leq F_{SAT}$  - saturação do motor.
- $N_1 > 0$  e  $N_2 > 0$  - condição de estabilidade (não descolamento das rodas).
- $\frac{|Fat_1|}{N_1} \leq \mu$  e  $\frac{|Fat_2|}{N_2} \leq \mu$  - condição de não deslizamento.

(3) Verifica-se se  $D \neq \emptyset$ .

Em caso afirmativo: busca solução que minimize a função  $O(Fat_1, Fat_2)$ .

$$O = \left| \frac{Fat_1}{N_1} - \mu_d \right| + \left| \frac{Fat_2}{N_2} - \mu_d \right|$$

Em caso negativo: não há nenhuma ação que possa ser efetivada pelo controle para manter a estabilidade do sistema.

(4) Após a obtenção de  $Fat_1$  e  $Fat_2$ , estes valores são repassados aos atuadores do sistema de locomoção do robô. O torque a ser aplicado em cada roda será, portanto, igual à  $Fat$  desejada multiplicada pelo raio da roda.

A Fig. 15 mostra o fluxograma do controle de estabilidade proposto. O próximo capítulo descreve as simulações do sistema.

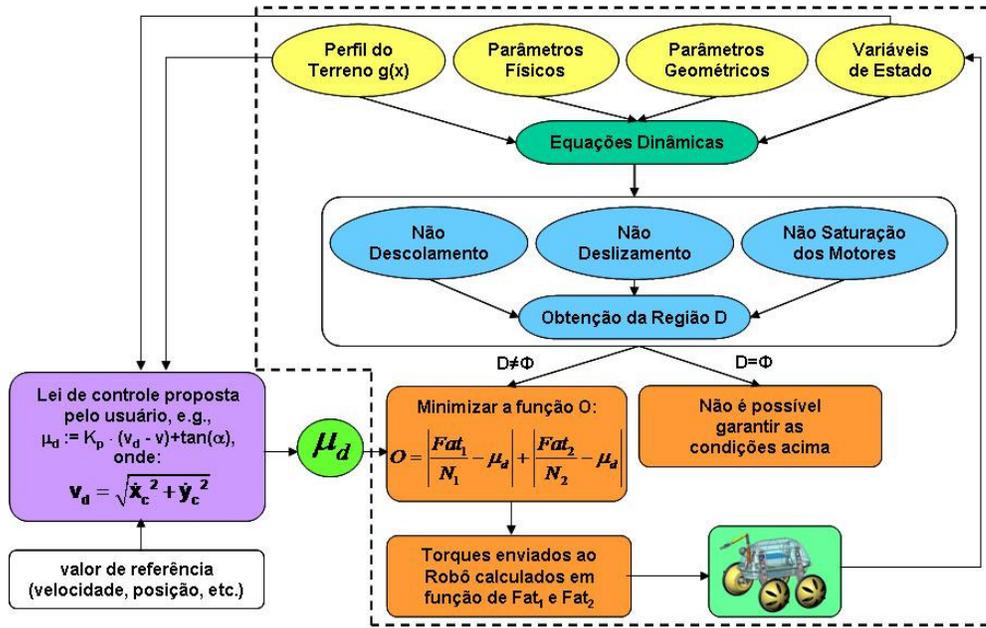


Figura 15 – Fluxograma do Controle