

3 Modelagem Matemática

A Fig. 3.1 ilustra uma situação típica de produção e transporte de óleo e gás em ambiente marítimo, a qual possui uma seção de duto que tem como objetivo transportar o fluido produzido da cabeça do poço à plataforma. O presente trabalho consiste na análise do resfriamento do fluido após a parada do escoamento na linha.

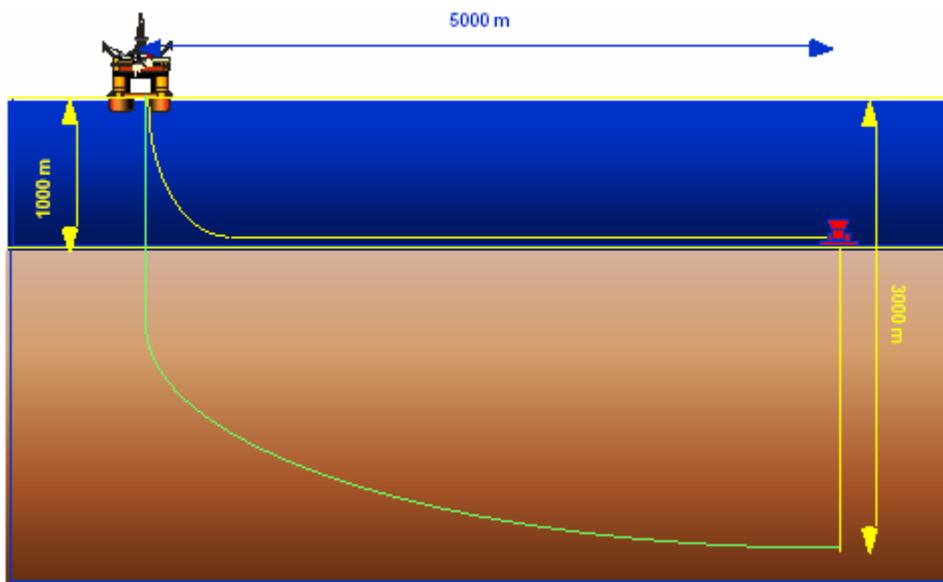


Figura 3.1 – Esquema típico de produção

Para analisar o resfriamento correspondente a uma situação como ilustrada na Fig. 3.1, considerou-se um duto horizontal sendo alimentado por um tanque, com uma válvula na entrada, descarregando para um ambiente com pressão conhecida, como ilustrado na Fig. 3.2.

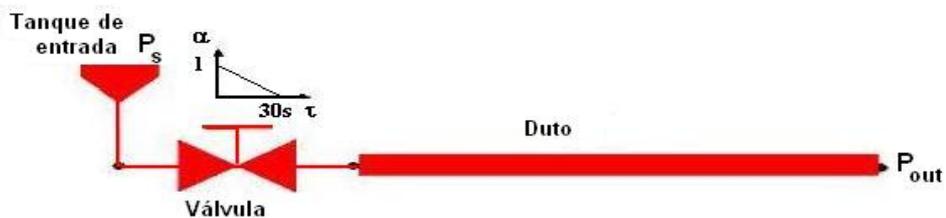


Figura 3.2 – Esquema utilizado na modelagem

O problema de interesse se inicia, quando a válvula é fechada levando o escoamento que se encontrava escoando em regime permanente ao repouso. De um modo geral, as tubulações são muito longas e modelagens unidimensionais são utilizadas, considerando as propriedades uniformes nas seções transversais. Nestes casos, correlações para os coeficientes de transferência de calor entre o fluido e a parede da tubulação devem ser fornecidas. Uma vez que o escoamento axial é levado ao repouso, o processo de convecção natural começa a dominar, com um movimento do fluido na seção transversal. O presente trabalho consiste na análise deste escoamento, visando fornecer subsídios para as formulações unidimensionais.

Inicialmente, considerou-se que ao fechar a válvula, o escoamento axial rapidamente é levado ao repouso, permitindo desprezar o escoamento axial, e avaliar a convecção natural utilizando uma modelagem bi-dimensional. Com o objetivo de avaliar a influência das variações na direção axial, esta simplificação é eliminada, com a investigação de uma situação tri-dimensional. Considerou-se então a convecção mista no interior do duto, ou seja, a convecção forçada também foi levada em consideração e analisada.

Considerou-se uma tubulação típica com uma camada de aço para dar estrutura, a qual possui raio interno R_{in} e espessura e_{aco} . A tubulação é revestida com uma camada de isolante, a qual possui espessura e_{iso} . A tubulação encontra-se no fundo do mar, trocando calor com o ambiente marinho, que se encontra a T_{∞} , com coeficiente de transferência de calor externo h_{∞} . A camada de isolante é usualmente projetada para atender as condições de escoamento em regime permanente, mantendo o fluido acima de alguma temperatura crítica. A seção transversal do duto encontra-se ilustrada na Fig. 3.3. Devido à simetria em relação ao eixo vertical, somente metade do duto é considerado.

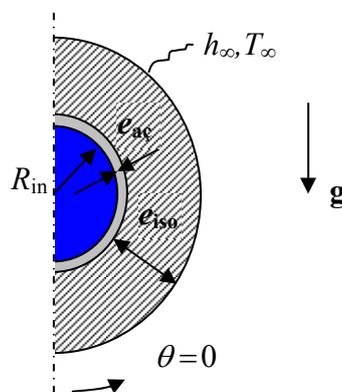


Figura 3.3 – Seção transversal da tubulação.

Para determinar o campo de velocidade, pressão e temperatura do fluido é necessário resolver as equações de conservação de massa, quantidade de movimento linear e energia. A determinação destas variáveis depende do campo de temperatura nas camadas de sólido, as quais são obtidas pela solução da equação da energia, que se reduz para a equação de condução de calor. Para resolver estas equações as seguintes hipóteses foram consideradas:

- Fluido Newtoniano
- Dependência da massa específica do fluido ρ com a temperatura T
- Propriedades constantes para o fluido com exceção de ρ : viscosidade absoluta μ , condutividade térmica k , calor específico à pressão constante cp e coeficiente de expansão térmica β
- Propriedades constantes para cada camada de sólido: condutividade térmica k_i , massa específica ρ_i , e calor específico à pressão constante cp_i
- Gravidade na direção vertical, $\mathbf{g} = -g \mathbf{j}$
- Geração de calor nula
- Dissipação viscosa desprezível
- Simetria em relação ao eixo vertical
- Radiação desprezada pois as temperaturas não são elevadas
- Coeficiente externo de transferência de calor uniforme, h_∞

Para avaliar a dependência da massa específica com a temperatura utilizaram-se dois modelos. Para os casos bidimensionais utilizou-se a aproximação de Boussinesq (Kays e Crawford, 1980), a qual é uma aproximação conveniente para analisar a convecção natural. Neste caso a densidade do fluido é função da temperatura, porém sua variação só é relevante no termo de empuxo. O modelo consiste em tratar a densidade como um valor constante em todos os termos e em todas as equações utilizadas para resolver o problema, exceto para o termo de força de corpo (empuxo) na equação de conservação de quantidade de movimento linear, onde a densidade varia linearmente com a temperatura,

$$\rho \stackrel{p}{g} \approx \rho_{ref} [1 - \beta (T - T_{ref})] \stackrel{p}{g} \quad (3.1)$$

onde ρ_{ref} é a densidade de referência, T_{ref} é a temperatura de referência, e β é o coeficiente de expansão térmica. A Eq. (3.1) é obtida a partir da definição do

coeficiente de expansão térmica

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \approx -\frac{1}{\rho_{ref}} \frac{\rho - \rho_{ref}}{T - T_{ref}} \quad (3.2)$$

A aproximação só é válida quando as variações de densidade são pequenas, especificamente, a aproximação de Boussinesq é válida quando $\beta(T - T_{ref}) \ll 1$.

O modelo tri-dimensional somente foi analisado para o caso do gás. Neste caso, a massa específica foi determinada pela equação de gás ideal

$$\rho = \frac{p}{R T} \quad ; \quad R = \frac{\mathfrak{R}}{W} \quad (3.3)$$

onde R é a constante do gás, $\mathfrak{R} = 8314,47 \text{ J/(kmol K)}$ a constante universal de gases, W o peso molecular do gás, p é a pressão e T é a temperatura.

No caso bi-dimensional, considerou-se o escoamento como laminar, porém, para o caso tridimensional, devido às altas velocidades do escoamento inicial, antes do fechamento da válvula, foi necessário considerar escoamento turbulento. Neste caso, consideraram-se as equações de conservação de acordo com a média de Reynolds, sendo todas as variáveis consideradas como médias temporais.

A seguir as equações são apresentadas em detalhes para os casos bi-dimensional e tri-dimensional.

3.1 Modelo Bi-dimensional

Neste caso, considerou-se que assim que a válvula foi fechada, rapidamente a velocidade axial foi à zero. Adicionalmente, desprezaram-se o fluxo difusivos axiais de todas as grandezas em todas as equações, i.e., $\partial^2/\partial z^2 \ll \partial^2/\partial r^2$ pois $L \gg D$.

Como mencionado para o caso bi-dimensional, além das hipóteses listadas, considerou-se ainda regime laminar e dependência linear da massa específica com a temperatura somente no termo de empuxo, de acordo com a hipótese de Boussinesq.

A equação de conservação de massa bi-dimensional, incompressível, em coordenadas cilíndricas é

$$\frac{\partial r u_r}{r \partial r} + \frac{\partial u_\theta}{r \partial \theta} = 0 \quad (3.4)$$

onde u_r e u_θ são os componentes da velocidade nas direções r e θ , respectivamente.

Já os componentes da equação de quantidade de movimento linear nas direções radial e angular tomam a seguinte forma:

direção r :

$$\begin{aligned} \rho_{ref} \left[\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_\theta \frac{\partial u_r}{r \partial \theta} - \frac{u_\theta^2}{r} \right] &= - \frac{\partial p}{\partial r} - \\ &- \rho_{ref} [1 - \beta(T - T_{ref})] g \sin \theta + \\ &+ \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) - \frac{u_r}{r^2} + \frac{\partial^2 u_r}{r^2 \partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right] \end{aligned} \quad (3.5)$$

direção θ :

$$\begin{aligned} \rho_{ref} \left[\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + u_\theta \frac{\partial u_\theta}{r \partial \theta} + \frac{u_r u_\theta}{r} \right] &= \\ &= - \rho_{ref} [(1 - \beta(T - T_{ref}))] g \cos \theta - \frac{\partial p}{r \partial \theta} + \\ &+ \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \right) - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{\partial^2 u_\theta}{r^2 \partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right] \end{aligned} \quad (3.6)$$

Finalmente a equação da energia para a região do fluido pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \rho_{ref} c_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + u_r \frac{\partial T}{\partial r} + u_\theta \frac{\partial T}{r \partial \theta} \right] &= \\ &= k \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{r^2 \partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \end{aligned} \quad (3.7)$$

Nas regiões do aço e do isolante, como não existe escoamento, a velocidade é nula. A equação de energia fica da seguinte forma:

$$\rho_i c p_i \frac{\partial T}{\partial t} = k_i \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{r^2 \partial \theta^2} \right] \quad (3.8)$$

onde os índices i referem-se às regiões do isolante e do aço, respectivamente.

3.2

Modelo Tri-dimensional

Para o modelo tridimensional, o fluido de trabalho foi um gás considerado como seguindo a lei dos gases ideais. Adicionalmente considerou-se o regime de escoamento como turbulento.

Os escoamentos turbulentos são caracterizados por campos de velocidade flutuantes, i.e., a velocidade pode ser decomposta em uma velocidade média no tempo \bar{u} e numa flutuação u' , de acordo com.

$$u = \bar{u} + u' \quad (3.9)$$

Estas flutuações misturam quantidades transportadas tais como a quantidade de movimento e energia, e fazem com que as quantidades transportadas também fltuem. Pelo fato dessas flutuações serem de escala pequena e alta frequência, é muito caro computacionalmente simulá-las diretamente em cálculos práticos de engenharia. De um modo geral, as velocidades médias no tempo são suficientes para analisar o escoamento. Dessa forma as equações governantes precisam ser manipuladas, através de médias temporais para remover as escalas pequenas resultando em um conjunto de equações modificadas que requer menos esforço computacional para ser resolvido. Entretanto, as equações modificadas contêm variáveis desconhecidas adicionais, e nos modelos de turbulencia é necessário determinar estas variáveis em termos das quantidades conhecidas.

O modelo de turbulência selecionado foi o modelo κ - ε (Launder e Spalding, 1974). Este é um modelo semi-empírico baseado nas equações de transporte para a energia cinética turbulenta κ e na taxa de dissipação ε , as quais são obtidas a partir de manipulações nas equações de conservação de quantidade de movimento linear.

A equação de conservação de massa ou equação de continuidade para fluidos compressíveis pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \underline{u}) = 0 \tag{3.10}$$

onde \underline{u} é o vetor velocidade média no tempo, $\bar{\rho}$ é a massa específica média e foi considerado independência entre as flutuações da massa específica e velocidade.

A equação de conservação de quantidade de movimento linear é

$$\bar{\rho} \frac{D \underline{u}}{D t} = \bar{\rho} \underline{g} - \nabla \bar{P} + \nabla \cdot \left[(\mu + \mu_t) \left[\nabla \underline{u} + (\nabla \underline{u})^T \right] \right] \tag{3.11}$$

onde $\bar{\rho} \underline{g}$ é a força de gravitacional, \bar{P} é a pressão modificada, de acordo com

$$\bar{P} = \bar{p} + \frac{1}{3} (\mu + \mu_t) \nabla \cdot \underline{u} - \frac{2}{3} \bar{\rho} \kappa \tag{3.12}$$

sendo μ a viscosidade absoluta do fluido, μ_t é a viscosidade turbulenta e κ a energia cinética turbulenta. De acordo com o modelo de turbulência κ - ε , a viscosidade turbulenta é definida como

$$\mu_t = \frac{c_\mu \bar{\rho} \kappa^2}{\varepsilon} \tag{3.13}$$

onde ε é a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta e $c_\mu = 0,09$ é uma constante empírica ((Launder e Spalding, 1974).

O termo D/Dt é a derivada material definida como

$$\frac{D}{D t} = \frac{\partial}{\partial t} + \underline{u} \cdot \nabla \tag{3.14}$$

A equação de conservação de energia pode ser escrita como

$$\bar{\rho} \frac{D \bar{T}}{D t} = \nabla \cdot \left[\left(\frac{k}{c_p} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \nabla \bar{T} \right] + \frac{D \bar{P}}{D t} \tag{3.15}$$

onde c_p é o calor específico à pressão constante, \bar{T} a temperatura, k é a condutividade térmica, Pr_t o número de Prandtl turbulento, o qual é empírico. Neste caso, considerou-se que como o fluido é um gás ideal, o coeficiente de

expansão térmica β é igual a $1/T$.

As equações de conservação do modelo de turbulência para κ e ε são

$$\bar{\rho} \frac{D \kappa}{D t} = \frac{\rho}{\nabla} \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\rho}{\nabla} \kappa \right] + P_\kappa - \bar{\rho} \varepsilon + G_b \quad (3.16)$$

$$\bar{\rho} \frac{D \varepsilon}{D t} = \frac{\rho}{\nabla} \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\rho}{\nabla} \varepsilon \right] + \frac{\varepsilon}{\kappa} (c_1 P_\kappa - c_2 \bar{\rho} \varepsilon + c_3 G_b) \quad (3.17)$$

onde σ_κ e σ_ε são os números de Prandtl de energia cinética turbulenta e taxa de dissipação, P_κ é a produção da energia cinética turbulenta e G_b é o termo associado ao empuxo

$$P_\kappa = (\mu + \mu_t) \left[\frac{\rho \rho}{\nabla u} + \left(\frac{\rho \rho}{\nabla u} \right)^T \right] \otimes \frac{\rho \rho}{\nabla u} \quad (3.18)$$

$$G_b = \frac{\mu_t g}{Pr_t} \nabla \bar{\rho} \quad (3.19)$$

As constantes empíricas do modelo são apresentadas a seguir.

$Pr_t = 0,9$; $\sigma_\kappa = 1,0$; $\sigma_\varepsilon = 1,3$; $c_\mu = 0,09$; $c_1 = c_3 = 1,44$; $c_2 = 1,92$.

Na região dos sólidos, a velocidade é nula, logo é suficiente resolver somente a equação da energia, sendo que neste caso a derivada material se reduz a $D/Dt = \partial/\partial t$ e a equação da energia se reduz a

$$\rho_i c_{p_i} \frac{\partial T}{\partial t} = k_i \nabla^2 T \quad (3.20)$$

3.3

Condições de Contorno

Para resolver as equações apresentadas, considera-se a condição de não deslizamento nas paredes. No caso tri-dimensional turbulento, utilizou-se a lei da parede padrão (Patankar e Spalding, 1974) nas regiões das paredes.

No eixo de simetria, tem-se:

$$u_\theta = 0 \quad ; \quad \partial/\partial\theta = 0 \quad \theta = (0, \pi) \quad (3.21)$$

Com relação à temperatura, tem-se que a tubulação perde calor para o ambiente externo marinho, que se encontra a $T_\infty = 5 \text{ }^\circ\text{C}$, com coeficiente de transferência de calor externo h_∞ . Adicionalmente, supondo continuidade dos fluxos entre cada material, tem-se

$$\bullet \quad r = R_{iso} \quad \text{para} \quad \forall \theta \quad \Rightarrow \quad -k_{iso} \frac{\partial T}{\partial r} = h_\infty (T - T_\infty) \quad (3.22)$$

$$\bullet \quad r = R_{aco} \quad \text{para} \quad \forall \theta \quad \Rightarrow \quad -k_{aco} \frac{\partial T}{\partial r} = -k_{iso} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (3.23)$$

$$\bullet \quad r = R_{in} \quad \text{para} \quad \forall \theta \quad \Rightarrow \quad -k \frac{\partial T}{\partial r} = -k_{aco} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (3.24)$$

onde os subscritos *iso* e *aco*, indicam isolante e aço. h_∞ foi calculado a partir da correlação específica para um duto deitado em um leito submarino (Knudsen and Kates, 1958):

$$\mathbf{Nu}_\infty = \frac{h_\infty D_e}{k_\infty} \quad ; \quad \mathbf{Nu}_\infty = 0,0266 \mathbf{Pr}_\infty^{1/3} \mathbf{Re}_\infty^{0,805} \quad (3.25)$$

onde o número de Reynolds e Prandtl do ambiente externo são:

$$\mathbf{Re}_\infty = \frac{\rho_\infty V_\infty D_e}{\mu_\infty} \quad (3.26)$$

$$\mathbf{Pr}_\infty = \frac{\mu_\infty c_{p,\infty}}{k_\infty} \quad (3.27)$$

sendo ρ_∞ , μ_∞ e k_∞ , a massa específica, a viscosidade absoluta e a condutividade térmica do meio externo, respectivamente. V_∞ é a velocidade da corrente externa e $D_e = 2 (R_{in} + e_{aco} + e_{iso})$ é o diâmetro externo da tubulação.

Para o caso 3D é necessário considerar as condições de contorno na direção axial. Na entrada, em $z=0$, considerou-se que a válvula foi fechada, logo a vazão é nula, resultando em velocidade nula. Na saída, $z=L$, sendo L o comprimento do duto prescreveu-se uma pressão constante p_{out} como condição de contorno.

$$\bullet \quad z = 0 \quad \Rightarrow \quad u_{in} = 0 \quad (3.28)$$

$$\bullet \quad z = L \quad \Rightarrow \quad p = p_{out} \quad (3.29)$$

Em ambas as extremidades desprezou-se a variação axial da temperatura.

3.4

Condições Iniciais

O problema de interesse se inicia considerando que o fluido escoar em regime permanente na direção axial, sem nenhum movimento na seção transversal. A inicialização do problema foi especificada de forma um pouco diferente para cada caso.

3.4.1

Caso 3D

Para inicializar o problema tri-dimensional, determinou-se numericamente o campo de velocidade, pressão e temperatura para o escoamento em regime permanente do fluido perdendo calor para o ambiente externo com temperatura T_{∞} e coeficiente de transferência de calor h_{∞} , considerando-se na entrada da tubulação uma vazão constante e igual a \dot{m}_{in} com temperatura T_{in} . O resultado dessa simulação numérica gerou o perfil de inicialização para simulação Tridimensional transiente.

3.4.2

Caso 2D

O problema de interesse se inicia considerando que o fluido escoar em regime permanente na direção axial, sem nenhum movimento na seção transversal. Logo, como condição inicial considerou-se os componentes de velocidade na direção radial e angular como nulos. Como a velocidade axial não é resolvida, para a região do fluido especificou-se uma temperatura inicial T_{in} aproximada, uniforme, igual à temperatura de mistura $T_{in} = T_m = 60^{\circ}\text{C}$. Já para as camadas da parede, especificou-se o perfil de temperatura correspondente ao

regime permanente.

A solução da equação de condução de calor, assumindo simetria angular, no regime permanente é

$$T_{aco} = C_1 \ln(r) + C_2 \quad (3.30)$$

$$T_{iso} = C_3 \ln(r) + C_4 \quad (3.31)$$

As constantes C_1 a C_4 podem ser obtidas, considerando-se continuidade da temperatura na interface aço-isolante, $T_{iso} = T_{aco}$ e aplicando-se as condições de contorno (3.22) e (3.23), juntamente com a seguinte equação para a interface entre o fluido e o aço

$$r = R_{in} \quad \Rightarrow \quad h_{in} (T_m - T_s) = -k_{aco} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (3.32)$$

onde h_{in} é o coeficiente de transferência de calor interno correspondente a situação de escoamento em regime permanente, hidrodinamicamente e termicamente desenvolvido e T_s a temperatura da parede do duto. As constantes resultantes são

$$C_1 = \frac{T_\infty - T_{in}}{\frac{k_{aco}}{k_{iso}} \left(\frac{1}{Bi_{out}} + \ln \frac{R_{iso}}{R_{in}} \right) + \frac{1}{Bi_{in}} + \ln \frac{R_{aco}}{R_{in}} \left(1 - \frac{k_{aco}}{k_{iso}} \right)} \quad (3.33)$$

$$C_2 = T_{in} - C_1 \left[\ln(R_{in}) - \frac{1}{Bi_{in}} \right] ; \quad C_3 = \frac{k_{aco}}{k_{iso}} C_1 \quad (3.34)$$

$$C_4 = C_1 \left(1 - \frac{k_{aco}}{k_{iso}} \right) \ln(R_{aco}) + C_2 \quad (3.35)$$

sendo que os números de Biot interno e externo são iguais a :

$$Bi_{in} = \frac{h_{in} R_{in}}{k_{aco}} ; \quad Bi_{out} = \frac{h_\infty R_{iso}}{k_{iso}} \quad (3.36)$$

O coeficiente de transferência de calor interno h_{in} para a situação inicial é calculado a partir do número de Nusselt Nu

$$\mathbf{Nu}_{\text{inicial}} = \frac{h_{in} D}{k} \quad (3.37)$$

onde $D = 2 R_{in}$ é o diâmetro interno da tubulação de aço. O número de Nusselt depende das condições do escoamento, isto é, do número de Reynolds $\mathbf{Re}_{\text{inicial}}$ e do número de Prandtl \mathbf{Pr} ,

$$\mathbf{Re}_{\text{inicial}} = 4 \dot{m} / (\pi D \mu) \quad (3.38)$$

$$\mathbf{Pr} = \mu c_p / k \quad (3.39)$$

onde \dot{m} é a vazão em massa do escoamento inicial em regime permanente.

Para regime laminar ($\mathbf{Re}_{\text{inicial}} < 2300$), o número de Nusselt foi especificado correspondente à condição de contorno de temperatura constante na parede (Incropera e DeWitt, 1998), como:

$$\mathbf{Nu}_{\text{inicial}} = 3,66 \quad (3.40)$$

Para casos de regime turbulento, a seguinte correlação de Sieder e Tate (Incropera e DeWitt, 1998), foi empregada:

$$\mathbf{Nu}_{\text{inicial}} = 0,027 \mathbf{Re}_{\text{inicial}}^{4/5} \mathbf{Pr}^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0,14} \quad (3.41)$$

válida para $0,7 \leq \mathbf{Pr} \leq 16.700$, $\mathbf{Re}_{\text{inicial}} \geq 10.000$ e $\frac{L}{D} \geq 10$.

3.5

Parâmetros Adimensionais

Adimensionalizando as equações de conservação com

$$U = \frac{\rho_{ref} u_{\theta} D}{\mu} ; \quad V = \frac{\rho_{ref} u_r D}{\mu} ; \quad W = \frac{\rho_{ref} u_z D}{\mu} \quad (3.42)$$

$$P = \frac{p^*}{\rho_{ref} [\mu / (\rho_{ref} D)]^2} ; \quad (3.43)$$

$$\Phi = \frac{T - T_{\infty}}{T_{in} - T_{\infty}} \quad (3.44)$$

$$\eta = \frac{r}{D} \quad ; \quad Z = \frac{z}{L} \quad (3.45)$$

$$Fo = \frac{\alpha t}{D^2} \quad (3.46)$$

onde

$$p^* = p - \rho_{ref} g r \sin \theta \quad e \quad D = 2 R_{in} \quad (3.47)$$

observa-se que o problema é governado pelo número de Grashof **Gr** e pelo número de Reynolds inicial:

$$\mathbf{Gr} = \frac{\beta g (T_{in} - T_{\infty}) D^3}{(\mu / \rho_{ref})^2} \quad (3.48)$$

$$\mathbf{Re}_{inicial} = \frac{4 \dot{m}}{\pi D \mu} \quad (3.49)$$

pelas propriedades termofísicas:

$$\mathbf{Pr} = \frac{\mu cp}{k} \quad (3.50)$$

$$\frac{k_{iso}}{k} \quad ; \quad \frac{k_{aco}}{k} \quad ; \quad \frac{\alpha_{iso}}{\alpha} \quad ; \quad \frac{\alpha_{aco}}{\alpha} \quad (3.51)$$

pelas propriedades geométricas:

$$\frac{e_{iso}}{D} \quad ; \quad \frac{e_{aco}}{D} \quad ; \quad \frac{L}{D} \quad (3.52)$$

pelo número de Nusselt externo:

$$\mathbf{Nu}_{\infty} = \frac{h_{\infty} D_e}{k_{\infty}} \quad (3.53)$$

3.6

Coeficientes Convectivos de Transferência de Calor

O número de Nusselt interno na seção transversal foi determinado, durante o transiente, sendo definido de acordo com,

$$\mathbf{Nu} = \frac{h_{in} D}{k}, \tag{3.54}$$

onde h_{in} é o coeficiente convectivo de troca de calor interno

$$h_{in} = \frac{\bar{q}''}{(T_m - T_s)} \tag{3.55}$$

obtido a partir do fluxo de calor médio \bar{q}''

$$\bar{q}'' = \frac{1}{A_s} \int_{A_s} q'' dA_s \tag{3.56}$$

que por sua vez, depende de A_s que é a área interna de troca de calor da parede do duto e do fluxo de calor local na parede do aço q'' , o qual é determinado a partir do gradiente radial de temperatura do fluido na parede interna do duto.

$$q'' = -k \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{in} \tag{3.57}$$

Na Eq. (3.55), T_s é a temperatura da parede interna do aço e T_m é a temperatura de mistura do fluido.

No caso 3D, a temperatura de mistura é calculada de acordo com

$$T_m = \frac{\int T u_z dA}{u_m A_T} \tag{3.58}$$

onde A_T é a área transversal, u_z é o componente axial da velocidade e u_m é a velocidade média do escoamento,

$$u_m = \frac{1}{A_T} \int u_z dA \tag{3.59}$$

Já para o caso 2D, como a velocidade axial é nula, a temperatura de mistura é calculada como a temperatura média na seção transversal.

$$T_m = \frac{\int T \, dA}{A_T} \quad (3.60)$$

3.7

Método Numérico

Para solução das equações de conservação apresentadas é necessário a utilização de um método numérico devido as não linearidades e acoplamento entre essas equações. Selecionou-se o software comercial FLUENT (Fluent, 2006), o qual é baseado no método de volumes finitos (Patankar, 1980).

Para avaliar os fluxos convectivos e difusivos nas faces dos volumes de controle, selecionou-se o esquema *Power-law*, com integração temporal totalmente implícita. O acoplamento velocidade pressão foi resolvido de forma segregada com o algoritmo SIMPLE, e o sistema algébrico foi resolvido com a técnica de *Multigrid* (van Doormal e Raithby, 1984).