

Metodologia de Avaliação dos Modelos e Base de Dados

A fim de avaliar o desempenho dos diferentes modelos propostos no capítulo anterior, este terceiro capítulo apresentará a metodologia de avaliação. Neste trabalho, a mesma metodologia de avaliação utilizada em Fleming, Kirby e Ostdiek (2001) é empregada. Resumidamente, supõe-se que um investidor representativo importe-se apenas com a média e a variância do retorno de seu portfólio, em contraposição com toda a distribuição de probabilidade dos retornos. Desta forma, o investidor formula previsões sobre o valor esperado e a matriz de covariância do retorno de seu portfólio com base em algum modelo e com essas informações, constrói a fronteira eficiente de investimentos a cada período. A partir da fronteira eficiente, o investidor por meio de uma estratégia de maximizar o retorno esperado dado um nível de risco ou minimizar o risco dado um retorno esperado, faz a escolha da carteira ótima. Posteriormente a escolha, utiliza-se uma função de utilidade quadrática para avaliar o desempenho de determinado modelo em comparação com outro.

O restante do capítulo detalha a metodologia de avaliação e descreve a base de dados utilizada.

3.1

Medida Estatística x Valor Econômico

Tradicionalmente, a avaliação de um modelo para a variância condicional é feita por alguma medida estatística comparando os valores previstos pelo modelo com o observado. Entre as medidas mais comuns, tem-se o erro quadrático médio ou o erro absoluto médio. Por este método, não há preocupação direta se um investidor faria melhor ou pior escolha de investimentos embora, claramente, a correta avaliação da volatilidade é fundamental para a decisão de investimento. O importante é minimizar uma medida estatística.

Cho, Edison e West (1993) sugerem uma forma alternativa de avaliação. Neste caso, um modelo de previsão da matriz de covariância é superior a outro se investimentos feitos baseados neste, resultam em uma utilidade maior para um

investidor hipotético. Sendo assim, os autores propõem um enfoque que privilegie justamente o fim na ótica de um investidor. Se um modelo é “melhor” que o outro, isso deverá implicar que o investidor terá melhores resultados ao escolher seu portfólio, de acordo com suas preferências.

Nota-se que a escolha de qual critério utilizar dependeria do objetivo final da pesquisa, de acordo com os autores. Se o objetivo for analisar a volatilidade para alguma aplicação em macroeconomia, por exemplo, o critério estatístico mostra-se mais recomendado. Se por outro lado, o objetivo final for à escolha de um portfólio, então o critério que utiliza a função de utilidade passa a ser mais natural.

3.2

Decisão do Investidor

A fim de medir a utilidade de um investidor ao empregar determinado modelo, primeiramente determina-se qual a estratégia que o investidor irá seguir para alocar seus recursos. Desta forma, supõe-se um investidor que leve em conta apenas os dois primeiros momentos para a escolha de seu portfólio. Supõe-se também que este investidor escolha todos os dias qual a composição de seu portfólio de acordo com a previsão que faz um dia a frente da média e da matriz de covariância. Assim, o investidor escolha de acordo com uma das seguintes estratégias sugeridas abaixo:

Estratégia I:

$$\underset{\mathbf{w}_t}{\text{Max}} \mathbf{w}'_t E_t(\mathbf{r}_{t+1})$$

$$\text{Sujeito a: } \mathbf{w}'_t E_t(\mathbf{H}_{t+1}) \mathbf{w}_t = v$$

$$w_t^1 + w_t^2 + \dots + w_t^n = 1$$

$$w_t^1, w_t^2, \dots, w_t^n \geq 0$$

Estratégia II:

$$\underset{w_t}{\text{Min}} \quad w_t' E_t(\mathbf{H}_{t+1}) w_t$$

$$\text{Sujeito a: } w_t' E_t(\mathbf{r}_{t+1}) = \mu$$

$$w_t^1 + w_t^2 + \dots + w_t^n = 1$$

$$w_t^1, w_t^2, \dots, w_t^n \geq 0$$

Sendo w_t o vetor $n \times 1$ dos pesos dos n diferentes ativos no portfólio, \mathbf{r}_t o vetor $n \times 1$ dos retornos, \mathbf{H}_t a matriz de covariância $n \times n$ dos retornos, μ e v escalares que representam respectivamente, o retorno e a variância almejados.

A estratégia I diz que o investidor maximiza o retorno esperado sujeito a três restrições. Um determinado nível de risco, uma combinação de pesos que seja igual a sua riqueza, ao qual é normalizada para um, e a obrigatoriedade dos pesos serem não negativos. A estratégia II, por sua vez, descreve um investidor que minimiza a volatilidade sujeito a um determinado valor esperado de suas aplicações, além de também ter que respeitar que a combinação dos pesos seja igual a um e os pesos sejam não negativos⁷.

Entre os n ativos, inclui-se um que garanta uma remuneração fixa. A necessidade da inclusão deste ativo é resultado de uma questão pragmática no cálculo dos pesos na composição do portfólio. A restrição encontrada na estratégia I, exigindo um determinado nível de risco, pode ser impossível de ser respeitada sem o auxílio de um ativo pré-fixado. Isso ocorre porque para a restrição ser respeitada, necessita-se de pelo menos uma combinação de ativos que garanta tal nível de risco, durante toda a amostra. Utilizando-se um ativo sem volatilidade e um nível de risco almejado v razoável, a restrição é facilmente respeitada. O ativo com remuneração constante utilizada neste trabalho tem taxa igual a 5% ao ano.

3.3

Cálculo do Valor Esperado e da Matriz de Covariância

⁷ O relaxamento da condição de não negatividade para os pesos do portfólio foi testada e não altera os resultados encontrados na dissertação

Um fato estilizado em finanças verificado em inúmeros trabalhos é que modelos para o primeiro momento não tem capacidade preditiva. Desta forma, o valor esperado do retorno empregado neste trabalho será simplesmente uma constante para todas as séries utilizadas, equivalente a média do retorno de toda a amostra.

O cálculo da matriz de covariância é realizado por meio de diferentes técnicas, sendo estas o cerne do trabalho. Para realizar a estimação dos modelos utilizou-se uma janela de 1.000 dias. Assim, para calcular a previsão da matriz de covariância um dia a frete, estima-se o modelo usando-se os 1.000 dias mais recentes e com o resultado da estimação, calcula-se a previsão⁸.

3.4

Mensuração do Valor Econômico

A fim de medir o valor econômico da matriz de covariância gerada pelos modelos DCCs, CCC e Média Móvel, compara-se o resultado da escolha dos portfólios pelas duas estratégias propostas com o resultado gerado pelo modelo RiskMetrics. O valor econômico de cada matriz de covariância leva em conta o *tradeoff* entre o retorno e a variância através de uma função de utilidade quadrática supondo novamente que o investidor só leve em conta esses dois momentos na sua função de utilidade.

A metodologia empregada foi proposta originalmente por Cho, Edison e West (1993) e generalizada por Fleming, Kirby e Ostdiek (2001). Seja W_t a riqueza do investidor. Sua função de utilidade é dada por:

$$U(W_{t+1}) = W_t R_{t+1} - \alpha \frac{(W_t R_{t+1})^2}{2} \quad (3.1)$$

onde, $R_{t+1} = \mathbf{w}'_t \mathbf{r}_{t+1}$

⁸ Outra possibilidade seria a partir de uma determinada data, usar toda a amostra anterior fazendo então com que a janela aumentasse. Esta possibilidade foi descartada devido ao aumento significativo do tempo necessário para estimar estes modelos.

Supondo αW_t constante em (3.1), isso é equivalente a manter o coeficiente de aversão relativa ao risco $\gamma_t = \frac{\alpha W_t}{(1 + \alpha W_t)}$ constante⁹. Com esta hipótese, podemos reescrever a função de utilidade da seguinte forma:

$$U(W_{t+1}) = W_t R_{t+1} - \frac{\gamma}{2(1+\gamma)} W_t (R_{t+1})^2 = W_t \left(R_{t+1} - \frac{\gamma}{2(1+\gamma)} (R_{t+1})^2 \right)$$

Assim, a utilidade do investidor durante todo o período é dada pela expressão:

$$UT = W_0 \left(\sum_{t=0}^{T-1} R_{t+1} - \frac{\gamma}{2(1+\gamma)} (R_{t+1})^2 \right)$$

Para calcular o valor econômico de um modelo com relação a outro basta obter o valor do coeficiente Δ da igualdade abaixo.

$$\sum_{t=0}^{T-1} (R_{t+1}^A - \Delta) - \frac{\gamma}{2(1+\gamma)} (R_{t+1}^B - \Delta)^2 = \sum_{t=0}^{T-1} R_{t+1}^A - \frac{\gamma}{2(1+\gamma)} (R_{t+1}^B)^2 \quad (3.2)$$

onde R_t^A e R_t^B são determinados por modelos distintos.

O coeficiente Δ possui uma interpretação imediata. Significa quanto o investidor estaria disposto a pagar para utilizar um modelo em detrimento a outro. Em outras palavras, caso um investidor tenha que escolher entre dois gestores que usem modelos diferentes, Δ seria o quanto um gestor poderia cobrar a mais (ou menos) como taxa de administração do que o outro. Assim Δ é uma medida de desempenho de determinado modelo baseado em um valor econômico.

⁹ Ao supor γ_t constante, pode-se interpretar a função utilidade proposta como uma aproximação da verdadeira função de utilidade do investidor contanto que como condição suficiente para tal, a função de utilidade verdadeira possua todas as derivadas nos pontos relevantes.

3.5

Dados

O trabalho utiliza duas bases distintas a fim de verificar a robustez dos resultados. Ambas as bases foram coletadas através do terminal Bloomberg. A primeira base de dados é composta pelos índices de ação HSI (Hong Kong), S&P 500 (EUA) e DAX (Alemanha) cotados em dólar (base-índices). O retorno diário é calculado de 24/5/1991 até 13/11/2006 totalizando 4.145 dias de negociação. Tomando os EUA como base, nos dias em que há negociação na bolsa americana e não há nas outras, cria-se artificialmente uma cotação através da simples interpolação das cotações anteriores e posteriores das bolsas. Em cerca de 3% dos dias úteis é necessário fazer tal interpolação.

A segunda base de dados constitui-se de 12 empresas com capital aberto na Bovespa (base-ações) entre os dias 19/1/1995 e 11/10/2006, totalizando 2.945 dias de negociação e que obedecem a três critérios. Primeiramente, as 12 empresas que têm maior participação percentual no índice Ibovespa entre setembro e dezembro de 2006. Segundo, que possuam liquidez relevante em todo o período da amostra. Terceiro, uma única ação por empresa. Desta forma as empresas (e as respectivas ações) escolhidas foram, em ordem por importância na composição do Ibovespa: Petrobrás (Petr4), Vale do Rio Doce (Vale5), Bradesco (Bbdc4), Usiminas (Usim5), Itaú (Itau4), Companhia Siderúrgica Nacional (CSNA3), Gerdau (GGBR4), Braskem (Brkm4), Cemig (Cmig4), Eletrobrás (Elet6), Itausa (Itsa4) e Banco do Brasil (Bbas3). O mesmo procedimento de interpolação usado na base-índices foi utilizado para observações faltosas. Na base-ações, a ausência numa observação decorre, sobretudo, da falta de liquidez nos primeiros anos da base de dados e na existência de situações onde a Bovespa decide suspender a negociação de uma determinada ação devido a algum fato relevante sobre a empresa. Em cerca de 1% dos dias úteis é necessário fazer alguma interpolação.

Abaixo, seguem as tabelas 1 e 2 com as principais estatísticas das bases de dados.

Tabela 1: Resumo Estatístico - Base-Índices

	S&P 500	DAX	HSI
Média*	9.54	9.30	6.37
Desvio Padrão*	15.92	22.96	24.62
Coefficiente de Assimetria	-0.01	-0.09	0.08
Curtose	6.79	6.38	13.88

Matriz de Correlação

	S&P 500	DAX	HSI
S&P 500	1.00	0.41	0.13
DAX	0.41	1.00	0.33
HSI	0.13	0.33	1.00

* Média e Desvio Padrão em pontos percentuais, anualizados

Tabela 2: Resumo Estatístico - Base-Ações

	PETR4	VALE5	BBDC4	USIM5	ITAU4	CSNA3	GGBR4	BRKM5	CMIG4	ELET6	ITSA4	BBAS3
Média*	40.02	37.24	33.36	51.58	34.94	48.59	54.21	32.02	20.30	7.25	40.15	34.60
Desvio Padrão*	44.24	43.42	42.18	51.41	40.33	46.58	47.30	45.70	51.13	57.21	40.57	48.29
Coefficiente de Assimetria	0.29	2.12	0.67	0.23	0.35	0.07	0.55	0.34	0.75	1.13	0.36	0.27
Curtose	9.63	35.70	14.68	5.36	5.91	6.30	7.17	6.33	12.11	13.91	8.32	5.37

Matriz de Correlação

	PETR4	VALE5	BBDC4	USIM5	ITAU4	CSNA3	GGBR4	BRKM5	CMIG4	ELET6	ITSA4	BBAS3
PETR4	1.00	0.51	0.54	0.49	0.50	0.41	0.38	0.37	0.59	0.62	0.48	0.37
VALE5	0.51	1.00	0.40	0.42	0.38	0.39	0.35	0.33	0.48	0.51	0.38	0.28
BBDC4	0.54	0.40	1.00	0.49	0.63	0.39	0.39	0.39	0.55	0.55	0.60	0.40
USIM5	0.49	0.42	0.49	1.00	0.46	0.50	0.45	0.42	0.50	0.52	0.46	0.38
ITAU4	0.50	0.38	0.63	0.46	1.00	0.36	0.40	0.34	0.51	0.50	0.60	0.39
CSNA3	0.41	0.39	0.39	0.50	0.36	1.00	0.38	0.35	0.42	0.44	0.37	0.33
GGBR4	0.38	0.35	0.39	0.45	0.40	0.38	1.00	0.31	0.41	0.42	0.37	0.32
BRKM5	0.37	0.33	0.39	0.42	0.34	0.35	0.31	1.00	0.39	0.43	0.36	0.35
CMIG4	0.59	0.48	0.55	0.50	0.51	0.42	0.41	0.39	1.00	0.69	0.51	0.41
ELET6	0.62	0.51	0.55	0.52	0.50	0.44	0.42	0.43	0.69	1.00	0.50	0.41
ITSA4	0.48	0.38	0.60	0.46	0.60	0.37	0.37	0.36	0.51	0.50	1.00	0.40
BBAS3	0.37	0.28	0.40	0.38	0.39	0.33	0.32	0.35	0.41	0.41	0.40	1.00

* Média e desvio padrão em pontos percentuais, anualizados