

## 2 O Modelo

Este é um modelo de gerações sobrepostas, onde cada agente vive por dois períodos, e os principais eventos acontecem no fim de cada período. O tempo é discreto, vai de  $t$  a  $\infty$ , e cada período representa uma geração. Os agentes são idênticos *ex-ante* exceto pelo capital humano de seus pais, e diferirão somente no que diz respeito ao capital humano acumulado.

No primeiro momento, o agente nasce, começa a estudar, e durante o primeiro período aloca seu tempo inteiramente estudando, em uma de duas tecnologias da educação mutuamente exclusivas: em uma escola pública ou em uma escola privada. Isto é, assumo que não há trabalho infantil. A escolha de um ou outro tipo de educação depende dos pais. Estas tecnologias têm preços e níveis de produtividade diferentes, mas ambas produzem capital humano, que por definição é incorporado e, conseqüentemente, não transferível e excludente. Todos os estudantes em um determinado regime recebem a mesma quantidade e qualidade de educação.

Um agente que estuda em uma escola pública no período  $t + i$  adquire em  $t + i + 1$  um capital humano de  $h_{t+i+1}^{pub}$ , que obedece a uma função de acumulação de capital humano dada por

$$h_{t+i+1}^{pub} = \mu(\widehat{q}_{t+i}), \quad (1.1)$$

e um que estuda em uma escola privada no período  $t + i$  adquire em  $t + i + 1$  um capital humano de  $h_{t+i+1}^{priv}$ , que obedece a uma função de acumulação de capital humano dada por

$$h_{t+i+1}^{priv} = \mu(\widetilde{q}_{t+i}) \quad (1.2)$$

onde  $\widehat{q}$  e  $\widetilde{q}$  são a qualidade de escolas públicas e privadas <sup>1</sup>, respectivamente, e

<sup>1</sup>Investimentos em capital humano podem tomar diversas outras formas na literatura, sendo a mais comum anos completo de estudo, como em Azariadis e Drazen (1990), entre muitos outros, mas podemos também ter outras formas, como através de *learning by doing*, como em Stockey (1991). Aqui se dão através de qualidade da educação. Entretanto, poderia também ser interpretado como quantidade de educação.

$\mu$  é uma constante que explicita a hipótese de que o capital humano das crianças é uma função crescente e linear da qualidade da escola, e satisfaz  $\mu > 0$ <sup>2</sup>.

A qualidade das escolas, por sua vez, é dada por<sup>3</sup>

$$\hat{q}_{t+i} = \tau_{t+i}$$

onde  $\tau$  corresponde à despesa pública com educação por estudante, e

$$\tilde{q}_{t+i} = m$$

onde  $m$  é a mensalidade escolar paga pelos pais por criança, que é exógena devido à suposição que o mercado de escolas privadas opera em um regime de competição perfeita, e é constante uma vez que supõe-se que não há inflação. O preço da educação privada é a mensalidade escolar  $m$ , enquanto o preço do ensino público é nulo. Presumo que o preço e a qualidade do sistema escolar privado são constantes por estar interessado principalmente no preço e na qualidade relativos das escolas, e introduzir uma dimensão endogeneizando o mercado das escolas privadas só complicaria demasiadamente o modelo sem um ganho claro. Uma vez que assumo que não há mercado de crédito<sup>4</sup>, somente poderão estudar em uma escola privada as crianças cujos pais tiverem recursos suficientes para pagar a mensalidade escolar.

No final da juventude, o primeiro período, o agente termina a escola, entra no mercado de trabalho, vota no montante a ser alocado para a educação pública, observa o resultado da eleição e imediatamente depois escolhe simultaneamente o número de filhos que vai ter e se vai matriculá-los em uma escola pública ou privada. Assim, o agente realiza a decisão conjunta de fecundidade e educação das crianças conhecendo o resultado da eleição e conseqüentemente a qualidade relativa de cada tipo de escola. Considero que os pais tratam os filhos simetricamente e os matriculam conseqüentemente no mesmo tipo de escola. Neste momento seus filhos começam a estudar.

No que concerne a decisões da fecundidade<sup>5</sup>, cada agente escolhe no

<sup>2</sup>O uso de uma função de acumulação de capital humano apresentando retornos constantes de escala é comum na literatura, como em de la Croix e Doepke (2002).

<sup>3</sup>Neste ponto estamos fazendo a hipótese de que gastos em educação estão sendo realizados de uma maneira eficiente, aumentando proporcionalmente a qualidade das escolas. Um extensão interessante do modelo seria relaxar essa hipótese, uma vez que em muitos países em desenvolvimento a questão envolvendo como os recursos estão sendo gastos é tão importante quanto a do volume de recursos destinados para despesas sociais em si.

<sup>4</sup>Não modelo aqui os microfundamentos particulares relacionados às imperfeições no mercado de crédito, o que só complicaria o modelo.

<sup>5</sup>Se considerarmos que recém-nascidos, antes de morrerem, não geram custos para seus pais, podemos interpretar fecundidade neste modelo como fecundidade líquida de mortalidade

período  $t + i$  o número  $n_{t+i}$  de crianças e deve gastar uma fração  $\phi$  de seu tempo na criação de cada criança <sup>6</sup>.

A dinâmica do crescimento populacional é dada por

$$P_{t+i+1}^{total} = P_{t+i}^{total} n_{t+i},$$

onde  $P^{total}$  é o total da população adulta.

Mas, uma vez que o que realmente importa é a dinâmica dos dois diferentes grupos populacionais, temos

$$P_{t+i+1}^j = P_{t+i}^{fil\ j} n_{t+i}^j, \quad (2)$$

onde  $j \in \{priv, pub\}$  e  $P_{t+i}^{fil\ j}$  é o total da população de todos os adultos que decidiram matricular as crianças no sistema escolar  $j$ .

No que diz respeito ao procedimento eleitoral, o agente vota em um imposto *lump-sum* que será coletado de cada adulto a fim de financiar o ensino público. O modelo político é baseado na teoria do eleitor mediano, onde a taxa de imposto único  $t^*$  é escolhida por um eleitor crítico <sup>7</sup>. Modelarei dois sistemas políticos diferentes, uma democracia majoritária, onde todos têm igual poder de voto, e um regime plutocrático, onde somente os ricos detêm o poder político<sup>8</sup>.

Finalmente, após haver trabalhado durante o segundo período, o agente recebe um salário, que depende do retorno do mercado de trabalho a cada tipo de educação, paga o imposto, paga a mensalidade escolar, caso as crianças tenham estudado em uma escola privada, consome, e morre.

O mercado de trabalho retornará ao agente no período  $t + i + 1$  um salário de  $\pi h_{t+i}^j$ , que depende do tipo da educação  $j$  que o agente obteve no período  $t + i - 1$  onde  $\pi$  é um coeficiente que explicita a hipótese que a produtividade do agente é uma função crescente e linear de seu nível de capital humano e, conseqüentemente, satisfaz  $\pi > 0$  <sup>9</sup>. Todos ofertam um número fixo de horas de trabalho e não há desemprego. A noção de renda é uma noção de renda permanente, e corresponde à riqueza também.

infantil.

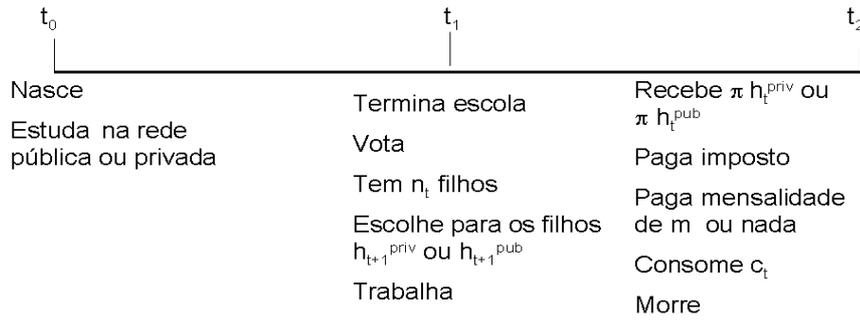
<sup>6</sup>Podemos também interpretar  $\phi$  como a soma de todos os custos fixos, exceto os relacionados à educação envolvidos na criação de um filho, como em Lagerlöf (2006).

<sup>7</sup>O regime político é exógeno, o que é endógeno é como o poder político é distribuído entre os diferentes grupos na sociedade.

<sup>8</sup>Modelo dois casos polares para fazer um argumento, em vez de modelar o poder de voto como uma função da renda ou do capital humano, o que complicaria a resolução sem um claro benefício.

<sup>9</sup> $\pi$  não é o retorno à educação convencional, que se refere ao prêmio dado a um ano adicional de estudo, mas o retorno a um incremento na qualidade de educação recebida.

**Ciclo de vida do modelo**



O agente paga, então, um imposto *lump-sum*  $\tau_t$ , definido pelo processo eleitoral no segundo momento. Toda a soma dos impostos coletados será alocada pelo governo para o financiamento do ensino público<sup>10</sup>. Assim, embora todos os indivíduos sejam taxados, nem todos recebem uma educação do Estado<sup>11</sup>. Implicitamente assumo que o regime de educação público é nacional.

Assim, a vida de um agente segue a seqüência linear abaixo: Como o governo deve ter o orçamento equilibrado<sup>12</sup>, tem-se

$$P_{t+i}^{total} \tau_{t+i} = N_{t+i}^{pub} \tau_{t+i}, \tag{3}$$

onde  $N_{t+i}^{pub}$  é o número total de crianças matriculadas em escolas públicas no período  $t + i$ . Como podemos ver, temos à esquerda a receita do governo e à direita sua despesa.

Os agentes maximizam uma função de utilidade que depende do consumo  $c_{t+i}$ , do número de filhos  $n_{t+i}$  e de seu capital humano  $h_{t+i+1}^i$ , e é dada por

$$U(c_{t+i}, n_{t+i}, h_{t+i+1}^i) = \ln c_{t+i} + \gamma \ln(n_{t+i} h_{t+i+1}^i), \tag{4}$$

onde  $\gamma$  mede quanto o agente se importa com filhos vis-à-vis com si próprio, e satisfaz  $\gamma > 0$ .

<sup>10</sup>Essa especificação implica que o único imposto que os indivíduos pagam é o que vai financiar a educação. Isso poderia também ser generalizado para incluir também impostos para financiar outras despesas governamentais, contanto que a renda dos indivíduos permaneça sendo uma restrição ativa no pagamento do imposto educacional.

<sup>11</sup>Assim como em Fernandez e Rogerson.

<sup>12</sup>Aqui, por sua vez, estou implicitamente supondo que a recita governamental é integralmente alocada em finalidades públicas, sem apropriação indevida. Um interessante extensão seria relaxar essa hipótese, uma vez que em inúmeros países em desenvolvimento a corrupção é um sério obstáculo a melhorias sociais e ao desenvolvimento em geral.

A despesa total com consumo está dada por

$$c_{t+i} = \pi h_{t+i}^i (1 - n_{t+i} \phi) - (n_{t+i} m) - t_{t+i}, \quad (5.1)$$

se a educação das crianças for privada e por

$$c_{t+i} = \pi h_{t+i}^i (1 - n_{t+i} \phi) - t_{t+i}, \quad (5.2)$$

se a educação das crianças for pública.

Isto é, o agente consome <sup>13</sup> o que resta de seu salário depois de pagar o preço da educação dos filhos e o imposto *lump-sum* <sup>14</sup>, onde seu salário depende do tempo livre da obrigação de criar e cuidar dos filhos.

<sup>13</sup>Por simplicidade, suponho que os agentes consomem somente no segundo período da vida.

<sup>14</sup>De fato, para o modelo ser consistente, temos que supor que tanto o governo quanto o sistema privado fornecem educação mas recebem o pagamento por isso apenas no final, uma vez que os pais matriculam os filhos na escola no começo do segundo período da vida e pagam os impostos e as mensalidades no final deste período, quando os filhos saem da escola.