

1

Introdução

Uma curva legendreana numa variedade diferencial de dimensão 3, M^3 , é uma aplicação suave da circunferência S^1 em M^3 que é tangente em cada ponto à estrutura de contato. Se tal aplicação é um mergulho é um nó legendreano. Os nós legendreanos além de possuírem invariantes dos nós topológicos ainda admitem os invariantes “clássicos” que são os números de Thurston-Bennequin e Maslov.

Por estrutura de contato ξ em M^3 entendemos um campo de planos completamente não integrável dado localmente pelo núcleo de uma 1-forma α em M^3 . Dizer que ξ é completamente não integrável significa dizer que não existe nenhuma superfície S pequena em M^3 tal que $TS = \xi|_S$, onde TS é o campo de planos tangentes a S . O teorema de Frobenius traduz essa condição em $\alpha \wedge d\alpha \neq 0$ em todos os pontos de M^3 . Essa última condição é o que chamamos de condição de contato.

Com o passar dos anos o estudo dos nós legendreanos tem demonstrado ser um importante objeto para novas descobertas na geometria de contato, principalmente no que diz respeito a classificação delas em estruturas de contato tensas e super torcidas, em inglês *tight* e *overtwisted*. Em 1997 Yutaka Kanda publicou um artigo na revista Communication in Analysis Geometry, (Kan), onde classificou as estruturas de contato no toro tridimensional T^3 . Nesse artigo Kanda provou que duas estruturas de contato dadas por uma 1-forma do tipo $\alpha_n = \cos(2\pi n z)dx + \sin(2\pi n z)dy$, com $n \neq m$ não são contatomorfos. Além disso, nesse mesmo artigo demonstrou que uma estrutura tensa em T^3 é contatomorfa a estrutura de contato dada pela 1-forma $\alpha_n = \cos(2\pi n z)dx + \sin(2\pi n z)dy$ para algum inteiro positivo n . Esses resultados apresentados por Kanda foram obtidos com o uso do número de Thurston-Bennequin adaptado para os nós legendreanos em T^3 . Sete anos depois Ghiggini publicou o artigo “Linear Legendrian curves in T^3 ”, (Gh), fortemente influenciado pelo trabalho de Kanda citado. Nesse artigo Ghiggini dá uma classificação das curvas legendreanas lineares por isotopia legendreana em todas as estruturas de contato tensas em T^3 .

Organizamos o texto da seguinte maneira: no início do capítulo 2 damos

a definição de conceitos básicos da teoria dos nós e enlaces topológicos. Em seguida definimos o diagrama de um nó e provamos que para todo nó existe um nó equivalente que tem um diagrama. Apresentamos também os movimentos de Reidemeister num diagrama de nó e provamos no caso de nós poligonais que dois nós poligonais são equivalentes se, e só se, seus diagramas podem ser obtidos um do outro por uma sequência finita de movimentos de Reidemeister e isotopias planares. Observamos ainda a independência desses movimentos. Tratamos também de alguns invariantes numéricos de nós topológicos, a existência de uma superfície de Seifert de um nó e no final do capítulo apresentamos alguns polinômios de nós. No capítulo 3 damos uma breve revisão do conceito de formas diferenciais com algumas de suas propriedades, em seguida definimos o que é uma estrutura de contato e apresentamos alguns resultados da teoria que nos serão úteis para desenrolar a teoria de nós legendreanos. Dentre esses resultados destacamos o teorema de Darboux o qual não iremos demonstrar, e o teorema de Gray. No capítulo 4 trataremos dos nós legendreanos em M^3 dando destaque aos nós em $\mathbb{R}^3$ e seus invariantes “clássicos”. Provaremos que todo nó numa variedade de contato de dimensão 3 é C^0 -próximo à um nó legendreano por uma isotopia pequena. Serão dadas fórmulas para calcularmos os invariantes “clássicos” de nós legendreanos em $(\mathbb{R}^3, \xi_{can})$. Dividimos o capítulo 5 em duas seções; a primeira iniciamos definindo elemento de contato o que nos dá uma motivação natural para escolhermos as estruturas ξ_n dadas por $\alpha_n = \cos(2\pi n z)dx + \sin(2\pi n z)dy$. Na segunda seção tratamos os números de Thurston-Bennequin (segundo a definição de Kanda) e o número de Maslov.