

Referências bibliográficas

- [1] MUQUET, B.; WANG, Z.; GIANNAKIS, G. B.; DE COURVILLE, M; DUHAMEL, P. **Cyclic Prefix or Zero Padding for Wireless Multicarrier Communications?** IEEE Transactions on Communications, p.2136–2148, December 2002.
- [2] COLERI, S.; ERGEN, M.; PURI, A.; BAHAI, A. **Channel Estimation Techniques Based on Pilot Arrangement in OFDM Systems.** IEEE Transactions on Broadcasting, p. 223–229, September 2002.
- [3] HAYKIN, S. **Adaptive Filter Theory.** Prentice-Hall, 2002.
- [4] Zou, W.Y., Wu, Y. **COFDM: an overview**, vol. 41. IEEE Transactions on Communications, pp. 1-8, Março, 1995.
- [5] CHANG, R. W.; GIBBY, R. A. **A Theoretical Study of Performance of an Orthogonal Multiplexing Data Transmission Scheme.** IEEE Transactions on Communication Technology, p.529–540, August 1968.
- [6] NETO, A. S. M.; **Equalização e Estimação de Canal em Sistemas de Transmissão OFDM**, Setembro 1995. Dissertação de Mestrado - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
- [7] WEINSTEIN, S.B., EBERT, P.M. **Data transmission by frequency division multiplexing using the discrete Fourier transform**, vol. COM-19. IEEE Transactions on Communication Technology, p.628-634, Outubro, 1971.
- [8] BENEDETTO, S.; BIGLIERI, E.; CASTELLANI, V. **Digital Transmission Theory**, New Jersey, Prentice Hall, 1987
- [9] PRASAD, R.; VAN NEE, R. **OFDM for Wireless Multimedia Communications.** Artech House, 2000.
- [10] HARADA, H.; PRASAD, R. **Simulation and Software Radio for Mobile Communications.** Artech House, 2002.
- [11] SKLAR, B. **Rayleigh Fading Channels in Mobile Digital Communications Systems - Part I: Characterization.** IEEE Communications Magazine, p.90–100, July 1997.
- [12] SKLAR, B. **Rayleigh Fading Channels in Mobile Digital Communications Systems - Part II: Mitigation.** IEEE Communications Magazine, p.102–109, July 1997.

- [13] RAPPAPORT, T. S. **Wireless Communications: Principles and Practice**. Prentice-Hall, 1999.
- [14] J. D. Parsons, **The Mobile Radio Propagation Channel**, Wiley, 1992;
- [15] POLLET, T.; VAN BLADEL, M.; MOENECLAËY, M. **BER Sensitivity of OFDM Systems to Carrier Frequency Offset and Wiener Phase Noise**. IEEE Transactions on Communications, p.191–193, April 1995.
- [16] WICKER, S. B. **Error Control Systems for Digital Communications and Storage**. Prentice-Hall, 1995.
- [17] OCHIAI, H.; IMAI, H. **On the Distribution of the Peak-to-Average Power Ratio in OFDM Signals**. IEEE Transactions on Communications, p.282–289, February 2001.
- [18] WANG, Z.; GIANNAKIS, G. B. **Wireless Multicarrier Communications: Where Fourier Meets Shannon**. IEEE Signal Processing Magazine, p.29–47, May 2000.
- [19] MUQUET, B. **Novel Receiver and Decoding Schemes for Wireless OFDM Systems with Cyclic Prefix or Zero Padding**. PhD thesis, 'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, June 2001.
- [20] OPPENHEIM, A. V.; SCHAFER, R. W. **Discrete-Time Signal Processing**. Prentice-Hall, 1989.
- [21] S. HAYKIN, **Communication Systems- 3/e**, Wiley, 1994.
- [22] VAN DE BEEK, J.-J.; EDWARDS, O.; SANDELL, M.; WILSON, S.K.; BORJESSON, P.O. **On channel estimation in OFDM systems**. IEEE 45th Vehicular Technology Conference. Volume 2, p.815-816, July 1995.

8

Apêndice

Temos que $\hat{\mathbf{q}}_{zf}$ é uma estimativa da resposta de frequência do canal de propagação $\mathbf{q}$ de dimensão N :

$$\hat{\mathbf{q}}_{zf} = \mathbf{q} + (\hat{\mathbf{q}}_{zf} - \mathbf{q}) = \mathbf{q} + \mathbf{n}_{zf} \quad (\text{A-1})$$

onde $\mathbf{n}_{zf}$ é o ruído da estimativa dado em (4-2), cujo valor médio quadrático é dado por:

$$\sigma_{zf}^2 = E[||\mathbf{n}_{zf}||^2] = E[\mathbf{n}_{zf}^H \mathbf{n}_{zf}] = \text{tr}(E[\mathbf{n}_{zf} \mathbf{n}_{zf}^H]) \quad (\text{A-2})$$

onde a função $\text{tr}[\mathbf{z}]$ retorna o traço da matriz $\mathbf{z}$.

Como a resposta de frequência do canal é $\mathbf{q} = \sqrt{N} \mathbf{W}_o \mathbf{h}_L$, então $\mathbf{q}$ pertence ao subespaço gerado por $\mathbf{W}_o$ ($G(\mathbf{W}_o)$) se $\mathbf{B}$ é a matriz que projeta um qualquer vetor $\mathbf{v} \in \mathbb{C}^N$, no subespaço $G(\mathbf{W}_o)$ então $\mathbf{B}$ tem a forma $\mathbf{B} = \mathbf{W}_o (\mathbf{W}_o^H \mathbf{W}_o)^{-1} \mathbf{W}_o^H$ e a projeção de $\hat{\mathbf{q}}_{zf}$ em $G(\mathbf{W}_o)$ é :

$$\hat{\mathbf{q}}_{zf}^P = \mathbf{B} \hat{\mathbf{q}}_{zf} = \mathbf{B} \mathbf{q} + \mathbf{B} \mathbf{n}_{zf} = \mathbf{q} + \mathbf{n}_{zf}^P \quad (\text{A-3})$$

onde $\mathbf{n}_{zf}^P = \mathbf{B} \mathbf{n}_{zf}$ é a projeção do vetor erro no subespaço $G(\mathbf{W}_o)$ de dimensão $L \leq N$, cujo valor médio quadrático é menor que o valor médio quadrático de $\mathbf{n}_{zf}$ dado em (A-2), ou seja:

$$E[||\mathbf{n}_{zf}^P||^2] \leq E[||\mathbf{n}_{zf}||^2]. \quad (\text{A-4})$$

Isto pode ser verificado a partir da identidade:

$$\mathbf{n}_{zf} = (\mathbf{I} - \mathbf{B}) \mathbf{n}_{zf} + \mathbf{B} \mathbf{n}_{zf}, \quad (\text{A-5})$$

resultando que

$$||\mathbf{n}_{zf}||^2 = ||\mathbf{B} \mathbf{n}_{zf}||^2 + ||(\mathbf{I} - \mathbf{B}) \mathbf{n}_{zf}||^2 - 2\text{Re}[(\mathbf{I} - \mathbf{B}) \mathbf{n}_{zf}]^H \mathbf{B} \mathbf{n}_{zf} \quad (\text{A-6})$$

Mas,

$$2\text{Re}[(\mathbf{I} - \mathbf{B}) \mathbf{n}_{zf}]^H \mathbf{B} \mathbf{n}_{zf}] = 2\text{Re}[\mathbf{n}_{zf}^H (\mathbf{I} - \mathbf{B}^H) \mathbf{B} \mathbf{n}_{zf}] = 2\text{Re}[\mathbf{n}_{zf}^H (\mathbf{B} - \mathbf{B}^H \mathbf{B}) \mathbf{n}_{zf}] = 2\text{Re}[\mathbf{n}_{zf}^H (\mathbf{B} - \mathbf{B}) \mathbf{n}_{zf}] = 0 \quad (\text{A-7})$$

onde utilizou-se o fato de que $\mathbf{B}$ é uma matriz de projeção, $\mathbf{B}^H = \mathbf{B}$ e $\mathbf{B}^2 = \mathbf{B}$.

Substituindo (A-7) em (A-6) e levando em conta que o termo $\|(\mathbf{I} - \mathbf{B})\mathbf{n}_{zf}\|^2 \geq 0$ tem-se que:

$$\|\mathbf{B}\mathbf{n}_{zf}\|^2 = \|\mathbf{n}_{zf}\|^2 - \|(\mathbf{I} - \mathbf{B})\mathbf{n}_{zf}\|^2 \therefore \|\mathbf{B}\mathbf{n}_{zf}\|^2 \leq \|\mathbf{n}_{zf}\|^2 \quad (\text{A-8})$$

Comprovando assim a afirmativa dada em (A-4) demonstrando que a projeção da estimativa $\hat{\mathbf{q}}_{zf}$ em $\mathbf{G}(\mathbf{W}_o)$, obtida através da multiplicação da matriz $\mathbf{B}$ reduz o erro médio quadrático da estimativa. A seguir será calculado o valor dessa redução no caso em que o erro da estimativa é branco.

Tem-se que o valor médio quadrático de $\hat{\mathbf{q}}_{zf}^P$ é dado por:

$$E[\|\mathbf{n}_{zf}^P\|^2] = E[\mathbf{n}_{zf}^H \mathbf{B}^H \mathbf{B} \mathbf{n}_{zf}] = \text{tr}(E[\mathbf{B}^H \mathbf{n}_{zf} \mathbf{n}_{zf}^H \mathbf{B}]) = \text{tr}(\mathbf{B}^H \mathbf{R}_{zf} \mathbf{B}) \quad (\text{A-9})$$

onde $\mathbf{R}_{zf}$ é a matriz autocorrelação de $\mathbf{n}_{zf}$.

Para o caso em que $\mathbf{n}_{zf}$, de N componentes, é um vetor de ruído gaussiano branco temos que a matriz correlação $\mathbf{R}_{zf}$ é igual a matriz covariância $\mathbf{K}_{zf} = \sigma^2 \mathbf{I}$ assim o valor médio quadrático de $\mathbf{n}_{zf}$ é:

$$E[\|\mathbf{n}_{zf}\|^2] = N\sigma^2 \quad (\text{A-10})$$

Conseqüentemente a variância de $\mathbf{n}_{zf}^P$ é dada por:

$$E[\|\mathbf{n}_{zf}^P\|^2] = \text{tr}(\mathbf{B}^H \mathbf{R}_{zf} \mathbf{B}) = \sigma^2 \text{tr}(\mathbf{B}^H \mathbf{B}) = \sigma^2 \text{tr}(\mathbf{B}) \quad (\text{A-11})$$

Caso se tenha o conhecimento prévio do comprimento do canal, $\mathbf{W}_o$ possui L colunas $\mathbf{v}_i$ ortogonais, cada uma possuindo norma unitária tem-se que a matriz $\mathbf{B}$ pode ser expressa como:

$$\mathbf{B} = \mathbf{W}_o (\mathbf{W}_o^H \mathbf{W}_o)^{-1} \mathbf{W}_o^H = \mathbf{W}_o \mathbf{W}_o^H = \sum_i^L \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \quad (\text{A-12})$$

Substituindo (A-12) em (A-11) obtem-se:

$$E[\|\mathbf{n}_{zf}^p\|^2] = \sigma^2 \text{tr}(\mathbf{B}) = \sigma^2 \sum_i^L \text{tr}[\mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H] = \sigma^2 \sum_i^L \|\mathbf{v}_i\|^2 = \sigma^2 L \quad (\text{A-13})$$

Finalmente tem-se:

$$E[\|\mathbf{n}_{zf}^p\|^2] = \sigma^2 N \left(\frac{L}{N} \right) \quad (\text{A-14})$$

Comprovando assim que a matriz $\mathbf{B}$ reduz a variância do ruído da estimativa de canal $\hat{\mathbf{q}}_{zf}$, dado por (A-10), por um fator $\frac{L}{N}$.