

2. Referencial Teórico

2.1. Revisão de Literatura

2.1.1. Opções Reais e Teoria de Jogos

Uma pesquisa da Bain & Co (2001), a respeito da utilização de 25 ferramentas distintas no processo estratégico de empresas, mostrou que a prática de opções reais não é muito comum no cenário internacional, uma vez que na amostra estudada somente 6,5 % das empresas utilizam a análise de opções reais.

Por outro lado, Graham & Harvey (2001) chegaram à conclusão de que 26,59 % das empresas utilizam opções reais para avaliar o valor de projetos. Essa pesquisa sobre as práticas das empresas americanas, no que tange ao custo de capital, avaliação de projetos e estrutura de capital, foi realizada com 392 CFO (*Chief Financial Officer* – Executivo de Finanças) de corporações de diferentes tamanhos. Foi constatado que as empresas de grande porte, em sua maioria, utilizam as técnicas de VPL e CAPM, enquanto as empresas pequenas são menos sofisticadas para avaliar investimento de risco, preferindo utilizar técnicas de Payback. Esse estudo fornece evidências de que há espaço para melhorar as técnicas de avaliação de projetos utilizadas, levando em consideração as incertezas dos mesmos.

A avaliação de projetos, na maioria das empresas, ainda é feita utilizando métodos como o valor presente líquido (VPL), taxa interna de retorno (TIR) e valor econômico adicionado (EVA). O mais comum ainda é o VPL. Com a rapidez de mudanças introduzidas pela nova economia, esse método se mostra menos eficaz e, sendo estático, avalia projetos com base nas informações disponíveis no momento. Pela análise de opções reais, a avaliação de projetos leva em conta hipóteses de forma, prazo e data de início de investimento, considerando adicionalmente as probabilidades envolvidas em cada cenário da economia. Na

decisão estratégica, se um projeto tem um VPL menor que outro pela avaliação corrente utilizando o método de VPL, o menor VPL é descartado. Porém, acontecem mudanças que criam oportunidades, fazendo o VPL do projeto analisado aumentar de forma a transformar esse projeto descartável em um projeto rentável. A avaliação por análise de opções reais aborda essa volatilidade dos negócios estudando os investimentos a serem feitos em projetos de uma forma mais ampla, considera ainda os acontecimentos que possam vir a fazer com que tais projetos sejam alavancados ou se tornem um fracasso. O valor do projeto não está somente no seu retorno, mas também na flexibilidade que ele proporciona ao executivo.

Na avaliação de projetos por opções reais, pode ser citado o estudo desenvolvido por McDonald (1998), que busca avaliar a efetividade de critérios a princípio arbitrários, como 20% de taxa média de atratividade e 1,5 índice de lucratividade (payback). O autor sugere o uso dos dois critérios combinados e chegou à conclusão de que, apesar da arbitrariedade, os critérios geraram decisões de investimento quase ótimas, capturando 50% do valor da opção de adiamento, chegando, às vezes, a até 90%. Esse resultado não tem como objetivo incentivar o uso dos métodos arbitrários, mas sim explicar o motivo pelo qual esses métodos têm algum sucesso e são copiados pelas empresas. O autor sugere ainda que o método que deveria ser utilizado é o de opções reais.

Mauboussin (1999) indica o uso de opções reais para avaliação de empresas da nova economia. As antigas técnicas de avaliação como VPL e Payback eram suficientes para a avaliação de empresas tradicionais. No entanto, com a rapidez das mudanças da nova economia estas práticas se tornaram pouco eficientes. Os mercados novos e sem regulamentação contribuíram para o aumento da incerteza, e para captar a flexibilidade gerencial e a intuição estratégica com rigor analítico, pode-se utilizar a avaliação por opções reais. Muitos dos negócios tradicionais podem ser avaliados por fluxo de caixa descontado, já que o foco é a otimização dos recursos. Os negócios emergentes são mais bem avaliados por opções reais, já que neste caso o foco é “ser a próxima grande descoberta”. Como o cenário estratégico evolui, as ferramentas para avaliação também devem evoluir e, no estudo, são exemplificadas aplicações de opções reais em casos reais para algumas empresas. Para o autor, o método das opções reais se tornará bastante importante na avaliação do valor de empresas, sendo os impulsionadores para isso

a aceleração das mudanças, especialmente em relação à evolução tecnológica e ao aumento das incertezas.

Copeland e Keenan (1998a) também avaliam o valor da flexibilidade gerencial e demonstram que em ambiente de incerteza os métodos antigos, como fluxo de caixa descontado ou VPL, não conseguem captar o valor da flexibilidade. Segundo esses autores o método de opção real é útil em situação de grande incerteza e, nesse caso, os gerentes necessitam de flexibilidade para responder a essa ameaça. Se a decisão enfrentada estiver em ambiente de pouca incerteza ou não houver mudança a fazer quando obtiver novas informações, o método de VPL funciona bem. Em opções reais o direito de comprar algum bem no futuro é adquirido por um valor hoje e, no futuro, o bem pode ou não ser de fato comprado dependendo dos acontecimentos. Essa opção será mais valiosa quanto maior for a incerteza futura e, em casos de pouca ou nenhuma incerteza, a opção perde seu valor. São apresentados casos simples de aplicação de opções reais, dentre eles o uso deste método para auxiliar uma empresa a avaliar a decisão de adquirir uma mina de carvão. Usando o valor do carvão hoje e projetando para o futuro, a mina tem um VPL positivo, mas baixo. No entanto, a empresa sabe que o preço do carvão pode ter uma grande flutuação. Como o valor do projeto hoje é próximo ao valor limite para investimento, a flutuação da projeção de vendas será sensível às futuras mudanças de preço. A aquisição do *leasing* da mina dará uma opção de adiar a abertura da mesma até o preço do carvão suba a um patamar que faça o projeto ser economicamente viável. Nesse caso, a flexibilidade quase que dobra o valor da avaliação do projeto original, portanto captando o valor da flexibilidade nesse caso. Isso indica que a empresa deve investir na aquisição do *leasing*.

Copeland e Keenan (1998a) afirmam também que a avaliação por opções reais auxilia na decisão de investimentos em pesquisa e desenvolvimento na indústria farmacêutica, em montagem de microcomputadores e em outros casos que forem passíveis de grande incerteza e flexibilidade gerencial. O estudo conclui que tomar decisão irreversível de investimento em ambiente de incerteza é arriscado, e ser capaz de alterar a decisão assim que novas informações estiverem disponíveis ajuda a diminuir o risco. Os métodos tradicionais não captam o valor da flexibilidade. Opções reais, por outro lado, fornecem uma base teórica para avaliar o escopo estratégico gerencial. Com o avanço nos estudos dessa

ferramenta, houve um aumento no número de situações reais em que é possível aplicá-la.

Em outro trabalho, Copeland e Keenan (1998b) analisam como tornar as opções reais, de fato, reais. Foi constatado que apesar de a avaliação pelo método de opções reais ser de fato eficiente, os executivos continuam utilizando os métodos antigos, e um dos motivos é a complexidade dos exemplos existentes de aplicação de opções reais. Aplicações simplificadas de opções reais são apresentadas de forma a melhorar na prática o entendimento e aumentar a sua utilização. As dificuldades de aplicação são apresentadas de forma a auxiliar os executivos. São exemplificados casos, em diferentes setores da indústria, do uso da opção composta (o exercício de uma opção leva à outra opção), da opção de aprendizado (estudo sobre a incerteza de quantidade ou tecnologia em vez de tentar estimá-la) e da opção arco-íris (*“rainbow options”*, opção com diferentes fontes de incerteza). O objetivo desses exemplos é estimular a prática da avaliação de projetos por opções reais. Muitas tentativas de uso de opções reais na formulação de estratégias corporativas foram infelizes e não refletiam a realidade, fazendo com que poucos gerentes utilizassem essa metodologia. Opção real ajuda nas decisões com incerteza de mercado e tecnologia. Conseqüentemente, caso seja ignorado esse tipo de avaliação, muitas empresas subvalorizarão verdadeiras oportunidades de investimento.

Segundo Copeland (1998b), as opções reais podem ser classificadas em três grupos: opções de crescimento (aumento de escala de produção, mudança de tecnologia, mudança de escopo); opções de adiamento/aprendizado; opção de abandono (diminuição de escala, mudança para uma tecnologia mais barata, limitar o escopo)). Esses sete tipos básicos de opções reais podem acontecer combinadas, ou seja, opção composta. Exemplo disso é o investimento em pesquisa e desenvolvimento (P&D), que pode tanto resultar na opção de comercialização de um produto quanto gerar a opção de investimento em um projeto de P&D futuro. Opções reais podem ter mais de uma fonte de incerteza que, nesse caso, é chamada de opção arco-íris (*“rainbow options”*). O valor da opção de comercializar um projeto de pesquisa e desenvolvimento depende da incerteza tecnológica (os cientistas serão bem sucedidos na invenção do novo produto?) e da incerteza de demanda (qual será a demanda por esse produto?).

Em Luehrman (1998), primeiro é feita uma equivalência entre projetos e ações. Em projetos, o investimento é utilizado na compra ou na construção de um bem produtivo, ou seja, utilizar o dinheiro para explorar um negócio é semelhante a exercer uma opção no mercado de ações. Existem cinco variáveis básicas que definem uma opção:

- O dinheiro gasto corresponde ao *preço de exercício da opção* (X);
- O valor presente do bem (ativo) comprado ou construído corresponde ao *valor de mercado da opção* (S);
- O período de tempo que a empresa pode adiar a decisão de investimento sem perder essa oportunidade corresponde ao *tempo de expiração* (t);
- A *incerteza* (σ^2) sobre os valores futuros;
- O valor do dinheiro no tempo definido por *taxa de retorno livre de risco* (r_f).

É feita a associação dessas variáveis com duas outras variáveis, fazendo com que a avaliação por opções reais dependa somente de duas variáveis: VPL_q e $\sigma\sqrt{\Delta t}$. A variável VPL_q depende de S , X , t e r_f ; e a variável $\sigma\sqrt{\Delta t}$ depende de t e σ^2 . No cálculo de opções reais utiliza-se uma variável que depende do valor do VPL, o VPL_q . Para o autor, é mais fácil partir de um método já conhecido, VPL, para a avaliação por opções reais, do que esquecer os métodos antigos e começar do zero. Esse método é mais uma forma de simplificar a utilização de opções reais.

Copeland & Tufano (2004) criticam o uso de métodos simplistas na avaliação de projetos. Os projetos possuem incertezas, porém o uso de métodos tradicionais sugere que as realidades atuais são fixas. Além disso, existem outros problemas no uso desses métodos. As empresas podem alterar a composição de financiamento de dívidas ao longo do tempo para compor o WACC, que é utilizado no fluxo de caixa descontado. Outro complicador no uso dos métodos tradicionais é o fato de considerar que os investimentos são fixos ao longo dos anos, quando, na realidade, as empresas podem escolher outros destinos para seus investimentos. Esses autores indicam o uso do método de opções reais. N,

Atualmente existem estudos sobre avaliação, também utilizando opções reais, que levam em conta a presença dos concorrentes, entre eles Smit e Ankum (1993), que desenvolvem um jogo de investimento simples sob incerteza e analisam a decisão de duas firmas em um jogo de equilíbrio perfeito.

Como já visto anteriormente, a análise de investimentos por opções reais leva em conta a flexibilidade gerencial sob condições de incerteza. Muitos estudos sobre a relação de flexibilidade gerencial e estratégia competitiva, através da análise de opções reais e teoria de jogos vêm sendo realizados. Dixit e Pindyck (1994) desenvolveram um importante estudo baseado no equilíbrio das indústrias. Outras pesquisas que vêm sendo conduzidas sobre o mesmo tema são as de Ang e Dukas (1991), Brickley e Zimmerman (2000), Huisman e Kort (2000), Garlappi (2000), Murto e Keppo (2002), Pawlina e Kort (2002), Weeds (2002), Thijssen, Huisman e Kort (2002), e Lmabrecht e Perraudin (2003).

Existem dois modelos que condensam a análise por opções reais e teoria de jogos. Grenadier (1996) considera duas empresas que competem em um mercado e analisa o preço de equilíbrio. Neste modelo as duas empresas podem agir continuamente, mas o modelo exclui as tomadas de decisão simultâneas. Huisman (2001) desenvolve um modelo mais rigoroso com base em Fudenberg e Tirole (1985), que analisam a estratégia de entrada em um mercado sob incerteza de demanda e a competição entre duas empresas.

Algumas investigações são formuladas por tempos discretos. Isto quer dizer que cada empresa toma decisões em tempos discretos, não sendo possíveis decisões simultâneas, o que fica um pouco distante do que acontece com o tempo real (contínuo). Smit e Ankum (1993) desenvolvem um jogo de investimentos simples com um ou dois estágios sob incerteza e analisam a decisão de duas firmas em um jogo de equilíbrio perfeito. Smit e Trigeorgis (2001) fazem a análise de competição duopolista, que é um estudo comum na economia industrial e que integra conceitos úteis sobre o modelo. Imai e Watanabe (2003) consideram um jogo de múltiplos estágios, com duas firmas sob um processo trinomial de N períodos dt , correspondendo a um modelo discreto de acordo com Grenadier (1996). Em Huisman (2001), Huisman e Kort (2002) e Grenadier (1996), as duas empresas estudadas podem decidir simultaneamente. Por outro lado, em Imai e Watanabe (2003) as duas empresas têm que decidir de forma seqüencial, uma de cada vez.

Outro estudo recente desenvolvido por Smit e Trigeorgis (2006) ilustra o uso de avaliação pelo princípio de opções reais e teoria de jogos para analisar oportunidades de investimento em casos de decisões de estratégia competitivas em situação de incerteza. São utilizados exemplos de casos de inovação, alianças

e aquisições para discutir os aspectos estratégicos e competitivos em indústrias de consumo de eletrônicos e telecomunicações. O estudo auxilia na decisão de competir independentemente ou colaborar através de alianças estratégicas.

Imai e Watanabe (2005) considera um jogo de múltiplos estágios com duas empresas, em que a demanda varia em cada estágio. É considerado o modelo de decisão seqüencial de duas empresas (empresas decidindo em momentos diferentes). Na decisão seqüencial uma empresa decide primeiro, a empresa Líder (L), e posteriormente a empresa Seguidora (S) toma sua decisão em função da primeira. O valor do projeto para as duas empresas pode ser tratado como um caso especial de “*switching option*”, o que significa que esses valores podem ser calculados por este modelo estendido. É aplicado o modelo de treliça (“*lattice model*”) para o processo de demanda. Embora o modelo de treliça seja discreto, o mesmo pode convergir para um processo de tempo contínuo, tomando as devidas precauções com os parâmetros do modelo e escolhendo períodos de transação que tendam para o infinito. O modelo utilizado, portanto, possui tempo contínuo para um horizonte finito.

O estudo feito por Imai e Watanabe (2005) conseguiu analisar como o valor do projeto varia com as variáveis de custo, volatilidade e demanda inicial. O modelo considera duas empresas, mas pode ser ampliado para mais empresas. Se considerarmos somente uma empresa, o valor do projeto pode ser calculado pela teoria de opções. Para esse caso, pode ser observado que o valor varia monotonicamente, aumenta com a diminuição dos custos e os aumentos da demanda inicial e da volatilidade. Por outro lado, foi observado que o valor do projeto, em ambiente competitivo, não mantém nenhum tipo de relação monotônica com as variáveis custo de investimento, demanda inicial e volatilidade.

A demanda tem forte dependência se a empresa rival investiu ou não. O nível de demanda depende também do tempo, ou seja, quanto mais perto do final da oportunidade maior a demanda. O cálculo pode ser feito quando a demanda segue um processo estocástico ou Movimento Browniano Geométrico, que foi utilizado no modelo em questão.

A seguir, faremos uma análise dos trabalhos sobre opções reais e teoria de jogos realizados no Brasil..

2.1.2. Trabalhos Realizados no Brasil

Hackbart (2001) propôs a avaliação de projetos por dois modelos de opções reais distintos. Primeiramente, analisou pela metodologia de opções reais três projetos em fase de estudo e execução da Companhia Siderúrgica de Tubarão (CST). Os três projetos são: Laminador de Tiras a Quente (LTQ), Laminador de Tiras a Frio (LTF) e Alto forno III. Primeiro foi feita uma análise por VPL de cada um dos projetos, e posteriormente a opção de adiamento nesses projetos foi analisada seguindo o modelo de Dixit e Pindyck (1994). Neste mesmo trabalho é analisado o projeto Virtua da empresa Globo Cabo, utilizando o modelo de Schwartz (2000) para análise de projetos de alta tecnologia. O autor conclui que no primeiro caso o modelo de Dixit e Pindyck (1994) foi bem sucedido na avaliação dos projetos da CST. No entanto, no segundo caso, o autor considera que a utilização de Schwartz (2000) revelou problemas teóricos no modelo, mas acredita em uma possível evolução das idéias que o compõem, possibilitando a sua aplicação do modelo no futuro.

Berrêdo (2001) constatou indícios de utilização de opções reais na avaliação da Embratel durante o processo de privatização devido ao ágio pago sobre o preço mínimo. Ao contrário dos métodos tradicionais (FCD, VPL, TIR), em opções reais é possível captar o valor da flexibilidade gerencial futura. Para não subvalorizar os próximos leilões que aconteceriam na época, o autor sugeriu o uso de opções reais permitindo, assim, a captação do valor da flexibilidade gerencial, o que ajudou a definir o valor das concessões e o valor mínimo a ser pago pelas empresas.

Lima (2002) estudou a dinâmica de investimentos privados em geração de energia termelétricas no Brasil utilizando a teoria de opções reais. O trabalho foi dividido em três partes. Na primeira, foram utilizados o modelo de opções reais e a análise de decisão para determinar as estratégias de escolha do melhor momento de construção de uma termelétrica considerando incerteza exógena na expansão da oferta de termelétricas. Na segunda parte, foi utilizado o mesmo modelo, porém foram considerados a incerteza na demanda e a constância da expansão da oferta permanece constante, e na terceira, a expansão da oferta ocorre em resposta às incertezas e à interação entre os agentes. Nesse caso foram utilizados o modelo de análise de decisão, opções reais e teoria dos jogos. Os resultados obtidos foram

o prêmio de risco exigido pelo investidor para fazer o investimento imediato e a determinação do melhor momento de investimento em função de algumas variáveis do problema. Foi também mostrado que a concorrência pode atrasar seu investimento fazendo a comparação entre as diferentes situações estudadas.

Carvalho (2005) incorpora a flexibilidade gerencial à avaliação de projetos através do uso de árvores binomiais de decisão, com probabilidades neutras a risco, para avaliação por opções reais em tempo discreto. Esse estudo utilizou a programação dinâmica para valorar a opção de expandir e de abandonar em empresas de tecnologia. Foi apresentada a aplicação do modelo teórico e a conclusão foi que o valor do projeto com presença de flexibilidade aumenta em relação ao valor do projeto sem flexibilidade, sendo que o valor da flexibilidade foi calculado pelo método de opções reais.

Dias (2005) utiliza a avaliação por opções reais híbridas para analisar e auxiliar as empresas de petróleo na solução de problemas complexos dessa indústria. Primeiramente é utilizada a teoria de opções reais juntamente com a teoria de jogos, considerando assim de forma endógena o comportamento estratégico de outras empresas, especialmente no jogo de parada ótima com algumas externalidades positivas conhecido por guerra de atrito e a possibilidade de trocar esse jogo por um jogo cooperativo de barganha. Na segunda combinação utiliza teoria de jogos com métodos probabilísticos e de decisão estatística bayesianos, gerando uma nova maneira de modelar a incerteza técnica de um projeto em modelos dinâmicos de opções reais. Essas duas combinações são recombinadas para se obter uma solução adequada que capture as diferenças de valor nos jogos não-cooperativo e cooperativo. De forma mais sucinta, são analisadas outras opções reais híbridas, com destaque para as opções reais evolucionárias com grande potencial em aplicações complexas de otimização sob incerteza. O método é exemplificado usando algoritmos genéticos para evoluir a regra de decisão de exercício ótimo da opção real. O trabalho faz uma revisão sintética das contribuições de opções reais híbridas para avaliação de projetos e o autor enfatiza que o método incentiva o uso de novas informações, através do seqüenciamento de projetos, valorizando o conceito de aprendizagem em organizações. O principal objetivo do trabalho foi encontrar um modelo adequado de incerteza técnica que pudesse ser aplicado no contexto dinâmico de opções reais, tendo sido feita uma proposição básica de que a incerteza técnica não

demanda prêmio de risco na análise econômica de projetos em corporações com acionistas diversificados. Os conceitos inovadores de distribuição de revelações e de processos de revelação ajudam a resolver problemas práticos em que a incerteza técnica tem um papel relevante. Esses conceitos são diretamente ligados ao conceito de expectativas condicionais, largamente utilizado em finanças. No caso de incertezas técnicas a filtração é indexada por eventos (em vez do tempo) e seguindo leis de redução da variância. O conceito de destruição de revelações está diretamente ligado à medida de aprendizagem. Através da medida de aprendizagem, procurou-se diminuir o problema de incerteza técnica. A tese procurou desenvolver uma teoria de medidas de aprendizagem probabilística, através de exemplos intuitivos e da formalização de uma lista de axiomas que essas medidas de aprendizagem devem ter para serem adequadas em problemas de valor econômico da informação, incluindo problemas de opções reais. Foi mostrado também que a interação estratégica principal, no caso de exploração de petróleo, é modelada com a guerra de atrito. No caso do jogo de barganha, o foco foi na solução cooperativa de Nash, devido à sua importância prática e à sua conexão com o equilíbrio perfeito em subjogos. Chegou-se à conclusão de que a troca do jogo não cooperativo de guerra de atrito pelo jogo cooperativo de barganha através de uma parceria, na maioria dos casos práticos foi a melhor alternativa.

Dias (2005) também destacou o método de opções reais evolucionárias, tendo esse método a vantagem da flexibilidade de modelagem por ser um método de otimização de uso geral que utiliza algoritmos genéticos úteis, especialmente para casos complexos, em que não existe um método analítico direto para encontrar o ótimo. A maior desvantagem desse método é o tempo computacional. No entanto, com o aumento da velocidade de processamento computacional ao longo do tempo, esse problema tende a ser minimizado. O autor finaliza comentando que a difusão prática de opções reais deverá ser acompanhada pela disponibilidade de programas “amigáveis” de opções reais, que não demandem conhecimentos matemáticos sofisticados.

2.2. Referencial Teórico

2.2.1. Opções Reais

As Opções Reais são modeladas por vários métodos como a simulação de Monte Carlo, modelos contínuos ou modelos discretos. Neste trabalho utilizaremos o modelo discreto de árvore Trinomial que é explicado mais adiante. Primeiramente serão apresentados alguns conceitos básicos.

2.2.1.1. Processo de Wiener

O processo de Wiener, que recebe esse nome em homenagem a Norbert Wiener, é um processo estocástico gaussiano, de tempo contínuo, com incrementos independentes utilizado na modelagem do Movimento Browniano e tem a seguinte representação matemática: $\Delta Z = \varepsilon_t \sqrt{\Delta t}$, onde para cada número positivo de t , é definido um valor de Z .

De acordo com Pindyck (1994) o processo de Wiener é um processo estocástico de tempo contínuo com três importantes propriedades. Primeiro, é um processo de Markov, isto quer dizer que a distribuição de probabilidade de valores futuros depende somente dos valores correntes, não sendo afetada por valores passados do processo. Assim, os valores correntes são os únicos necessários para fazer a melhor previsão do comportamento futuro. Segundo, o processo de Wiener tem incrementos independentes, o que significa que a distribuição de probabilidade das alterações no processo em qualquer intervalo de tempo é independente de qualquer outro intervalo de tempo. A terceira e última propriedade é que as mudanças no processo em qualquer intervalo de tempo finito possuem distribuição normal, com variância que aumenta linearmente com o intervalo de tempo.

O processo de Markov é particularmente importante, pois ele é utilizado na modelagem de preço de ações, ou seja, as informações públicas são incorporadas diretamente ao preço de mercado das ações. Os valores passados não têm nenhum valor para a previsão do futuro, o que é chamado de forma fraca da eficiência do mercado.

As três premissas apresentadas acima (processo de Markov, incrementos independentes e variações com distribuição de probabilidade normal) são bastante

restritivas, sugerindo que existem poucas variáveis do mundo real que podem ser modeladas com o processo de Wiener. Por exemplo, enquanto os preços de ações satisfazem a propriedade de Markov e têm incrementos independentes, não é aceitável que as variações de preço tenham distribuição normal, uma vez que o preço não pode cair abaixo de zero. Dessa forma é mais prudente assumir que as variações nos preços possuem distribuição lognormal, ou seja, que as mudanças no logaritmo dos preços têm distribuição normal. Isso significa modelar o logaritmo do preço como um processo de Wiener, ao invés do preço. O processo de Wiener através do uso de transformações adequadas pode ser utilizado para modelar um universo amplo de variáveis que variam continuamente e estocasticamente com o tempo.

É importante redefinir as propriedades do processo de Wiener formalmente. Se $z(t)$ é um processo de Wiener, então uma mudança em z e Δz , correspondente a um intervalo Δt , satisfaz as seguintes condições:

- 1) A relação entre Δz e Δt é dada por:

$$\Delta z = \varepsilon_t \sqrt{\Delta t} \quad (1)$$

Onde ε_t é uma variável aleatória de distribuição normal, $N(0,1)$.

- 2) A variável aleatória ε_t é serialmente descorrelacionada, isto é, $\xi[\varepsilon_t \varepsilon_s] = 0$ para $t \neq s$. Então os valores de Δz para quaisquer dois intervalos de tempo distintos são independentes. [$z(t)$ segue um processo de Markov com incrementos independentes].

Analisemos agora o que essas duas condições implicam para a variação de z em um intervalo de tempo finito T . O intervalo pode ser dividido em N intervalos menores, com $N = T / \Delta t$. A variação em z neste intervalo é dada por:

$$z(s+T) - z(s) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \sqrt{\Delta t} \quad (2)$$

Os ε_i 's são independentes entre si. Conseqüentemente podemos aplicar o teorema do limite central para a soma deles, e dizer que a variação $z(s+T) - z(s)$ possui distribuição normal com média zero e variância $N\Delta t = T$. Essa última vem do fato que Δz depende de $\sqrt{\Delta t}$ e não de Δt , a variância das alterações no processo de Wiener cresce linearmente com o tempo.

Fazendo Δt ficar infinitamente pequeno, o processo de Wiener é representado por dz , no tempo contínuo como:

$$dz = \varepsilon_t \sqrt{dt} \quad (3)$$

O processo de Wiener será utilizado mais adiante para modelar a incerteza da demanda.

2.2.1.2. Movimento Browniano

O movimento Browniano foi primeiramente descoberto pelo biólogo Robert Brown para explicar os movimentos aleatórios de partículas macroscópicas num líquido, como consequência dos choques das moléculas do líquido nas partículas. Atualmente esse modelo é bastante utilizado para descrever o movimento de volatilidade de papéis no mercado de ações e o mesmo é utilizado também na avaliação de valor de projetos.

Segundo Hull (2002), o processo de Wiener, como citado anteriormente, pode ser utilizado para modelar processos estocásticos mais complexos. Uma generalização do processo de Wiener das mais simples é o Movimento Browniano com tendência (“drift”):

$$dx = \alpha dt + \sigma dz \quad (4)$$

Onde dz é o incremento do processo de Wiener, α é o parâmetro de tendência (“drift”) e σ é o parâmetro de variância.

Note que em qualquer intervalo de tempo Δt , a variação em x , denominada Δx tem distribuição normal, o valor esperado $E(\Delta x) = \alpha \Delta t$ e a variância $Var(\Delta x) = \sigma^2 \Delta t$. Para explicar melhor a variância, observe que o termo da direita da equação, σdz , fornece a variabilidade ou ruído para o caminho seguido por x , a quantidade dessa variabilidade é σ vezes o processo de Wiener. O processo de Wiener possui um desvio padrão de 1, conseqüentemente σ vezes o processo de Wiener tem um desvio padrão de $\sigma \sqrt{\Delta t}$. Assim a variância do incremento de x é $\sigma^2 \Delta t$.

Outro importante tipo de processo estocástico é conhecido como processo de Itô. Ele também é derivado do processo de Wiener, no qual os parâmetros α e

σ são funções da variável x e do tempo t . Algebricamente o processo de Itô pode ser escrito como:

$$dx = \alpha(x,t)dt + \sigma(x,t)dz \quad (5)$$

Nele, novamente, a equação (5) é o incremento de Wiener, e $\alpha(x,t)$ e $\sigma(x,t)$ são funções conhecidas (não aleatórias). A novidade está no fato de que os coeficientes de tendência (“drift”) e de variância são funções do estado atual e do tempo.

Um caso especial do processo de Itô é o Movimento Browniano Geométrico com tendência (“drift”), aqui $\alpha(x,t) = \alpha x$ e $\sigma(x,t) = \sigma x$, em que α e σ são constantes. Nesse caso a equação (5) fica reescrita da seguinte forma:

$$dx = \alpha x dt + \sigma x dz \quad (6)$$

Onde dx é o incremento de x , α é a tendência, σ a variância de x e dz o incremento de Wiener.

A equação (6) é bastante utilizada para a modelagem de preço de ações, em que dx é o incremento no preço da ação no pequeno intervalo dt , α é a taxa esperada de retorno da ação por unidade de tempo e σ a volatilidade do preço da ação. Mais adiante utilizaremos essa equação para modelar a incerteza de demanda na avaliação de projetos.

2.2.1.3. Árvore Binomial

Uma técnica bastante útil e muito popular para precificar uma ação envolve a construção de árvores binomiais. Este é um diagrama que representa os possíveis caminhos que o preço de uma ação pode tomar no mercado ao longo de sua vida. A abordagem aqui adotada é a de Cox, Ross e Rubinstein (1979).

Considerando que a avaliação de um ativo pode assumir vários valores e que, para simplificar esse comportamento, determina-se alguns intervalos de tempo δt , ao final desse intervalo o valor da ação pode subir com probabilidade p ou cair com probabilidade $1 - p = q$. A árvore é binomial, pois ao final de cada intervalo (dt) o ativo pode ter dois possíveis valores. Se o ativo subir, ele terá o valor de S_0u , se ele cair assumirá o valor de S_0d , portanto, para construir a árvore binomial são necessários os valores de p , q , u e d .

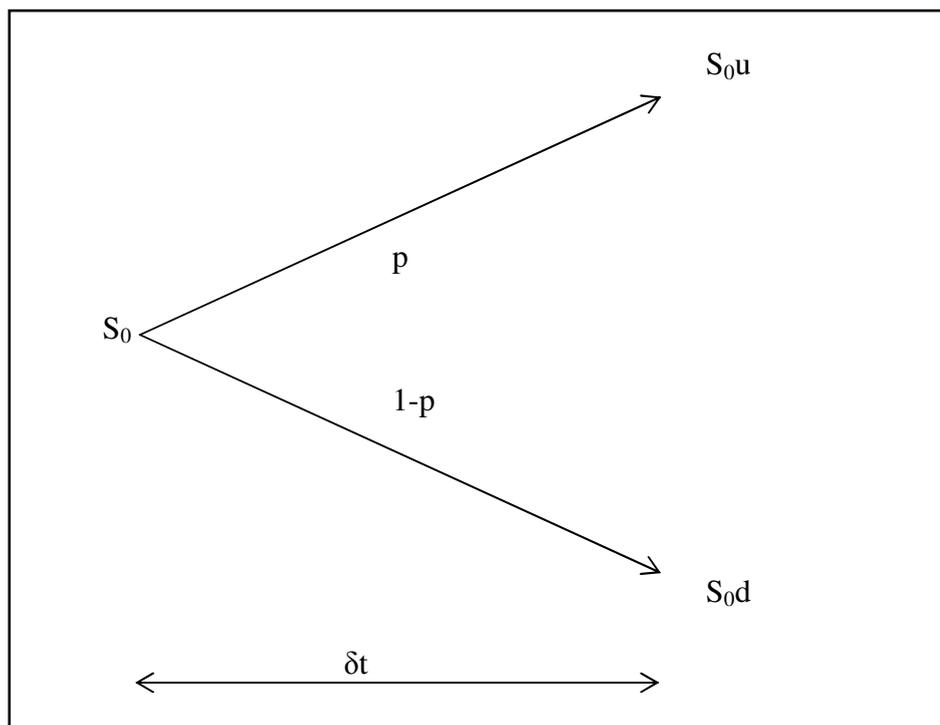


Figura 1 – Árvore Binomial (modelo de Cox, Ross e Rubinstein (1979))

Formulas básicas de cálculo da árvore binomial:

$$\bullet \quad u = e^{\sigma \sqrt{dt}} \quad (7)$$

$$\bullet \quad d = e^{-\sigma \sqrt{dt}} = 1 / u \quad (8)$$

$$\bullet \quad p = \frac{e^{-rdt} - d}{u - d} \quad (9)$$

Onde r é a taxa livre de risco.

2.2.1.4. Árvore Trinomial

Segundo Hull (2002), a árvore trinomial é derivada do método de diferenças finitas. Os termos podem ser interpretados da seguinte forma:

$-\frac{1}{2} rjdt + \frac{1}{2} \sigma^2 j^2 dt$: Probabilidade de o valor do ativo decrescer de $j dS$ para $(j-1)dS$ no intervalo de tempo dt ;

$1 - \sigma^2 j^2 dt$: Probabilidade de o valor do ativo permanecer inalterado em $j dS$ no intervalo de tempo dt ;

$$\frac{1}{2} r j dt + \frac{1}{2} \sigma^2 j^2 dt : \text{Probabilidade de o valor do ativo aumentar de } j dS$$

para $(j+1)dS$ no intervalo de tempo dt ;

Os termos acima estão ilustrados na figura a seguir:

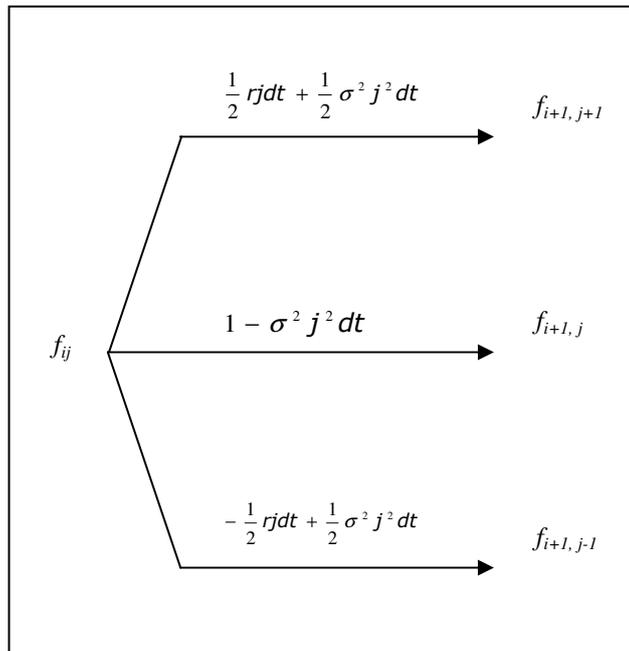


Figura 2 – Interpretação do método de diferenças finitas como uma árvore trinomial

Pode ser observado que a soma das três probabilidades é 1. O aumento esperado do valor do ativo no intervalo dt é dado por $r j dS \delta t = r S dt$, o que equivale ao aumento esperado em uma situação com neutralidade de risco. Para pequenos valores de dt , eles também fornecem a variância do valor do ativo no intervalo dt como sendo $\sigma^2 j^2 dS^2 \delta t = \sigma^2 S^2 dt$. Isso corresponde ao processo estocástico seguido de S . O valor de f no tempo $i dt$ é calculado como sendo o valor esperado de f no tempo $(i + 1) dt$ numa situação com neutralidade de risco descontado a taxa livre de risco.

Para que a versão explícita do método de diferenças finitas funcione corretamente, as três probabilidades $(-\frac{1}{2} r j dt + \frac{1}{2} \sigma^2 j^2 dt; 1 - \sigma^2 j^2 dt;$

$\frac{1}{2} r j dt + \frac{1}{2} \sigma^2 j^2 dt)$ devem possuir valores positivos. Se uma das

probabilidades for negativa haverá problema para que haja convergência para a solução da equação diferencial.

Quando houver o uso de mudança de variável, as probabilidades em que $Z = \ln S$ terá um decréscimo de dZ , ficará igual e irá aumentar de dZ serão, respectivamente,

$$\left(-\frac{dt}{2dZ} \left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) + \frac{dt}{2dZ^2} \sigma^2; 1 - \frac{dt}{dZ^2} \sigma^2; \frac{dt}{2dZ} \left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) + \frac{dt}{2dZ^2} \sigma^2 \right)$$

Esses movimentos em Z correspondem à variação do valor do ativo de S para $S e^{-dZ}$, S e e^{dZ} , respectivamente. A condição $dZ = \sigma \sqrt{3dt}$ deve ser satisfeita para que a árvore trinomial e as probabilidades sejam equivalentes ao método original.

2.2.2. Modelo Utilizado

O modelo de Imai & Watanabe (2005) fornece a base para a construção de elementos úteis na tomada de decisão estratégica. A análise da literatura existente nos leva à conclusão de que ele responde com mais eficiência às necessidades das empresas de telecomunicações, dadas a incerteza de demanda, as mudanças tecnológicas e a flexibilidade gerencial.

Consideremos uma empresa que oferece um serviço e vai tomar a decisão de investimento em uma nova tecnologia. Por exemplo, a empresa fornece banda larga e vai começar a oferecer maior taxa de dados ao seu cliente. Para isso precisa de uma nova tecnologia como “FTTP” (“Fiber To The Premises” – fibra óptica até perto da casa do cliente). A fim de possuir a nova tecnologia a empresa precisa investir em novos equipamentos e infra-estrutura que suportem essa nova tecnologia.

Existe uma empresa líder (L) que tem vantagem competitiva por ser pioneira e já ser conhecida no mercado, com isso ela pode decidir antes da outra empresa, seguidora (S), se quer investir na nova tecnologia. A empresa S é similar à líder (L), porém observa o que a líder (L) decide para tomar sua decisão.

A empresa líder (L) e a seguidora (S) já possuem uma tecnologia de banda larga. A líder quer avaliar o investimento em uma nova tecnologia, num projeto que tem vida útil estimada de 5 anos, comum para projetos de telecomunicações

onde a tecnologia fica obsoleta em pouco tempo. Problema: Como essa empresa deve se comportar? Qual o melhor momento de investir possuindo uma estratégia ótima?

Para avaliar o comportamento das duas empresas com a incerteza de demanda e analisar as estratégias das empresas de Telecomunicações no Brasil, foi utilizado o modelo sugerido por Imai e Watanabe (2005). Neste modelo considera-se duas empresas L e S. Sendo L (líder) primeira a investir, pioneira e, S (seguidora), que acompanha a líder. As duas empresas investem em um projeto e competem entre si. Cada empresa escolhe o momento do investimento. A decisão de uma empresa afeta não só o valor do seu projeto, como também o valor do projeto da concorrente. O faturamento das empresas depende da demanda e das ações das firmas.

Duas formas de decisão podem ser consideradas levando em conta o momento de decisão de cada empresa. Pode ser uma decisão seqüencial, uma firma após a outra. Nesse caso a empresa L tem vantagem competitiva em relação à empresa S. A outra pode ser chamada de decisão simultânea, em que as duas firmas fazem suas decisões sem levar em consideração o que foi decidido pela concorrente. No trabalho apresentado analisamos somente a decisão seqüencial.

É considerado que a demanda é incerta e segue um movimento Browniano Geométrico (descrito no item 2.2.1.2). $Y(t)$ é a demanda em função do tempo (t). Considerando uma demanda instantânea em determinado momento sendo da seguinte forma:

$$dY(t) = \mu Y(t)dt + \sigma Y(t)dZ \quad (10)$$

Onde:

μ é a tendência do valor (“DRIFT”)

σ é o parâmetro de dispersão

dZ é o incremento do processo de Wiener (descrito no item 2.2.1.1)

Utiliza-se o modelo de treliça (“*lattice*”) para representar esse processo.

Cox, Ross e Rubinstein (1979) e Redelman e Bartter (1979) propõem um processo binomial e mostram que o processo converge para o processo de difusão quando os parâmetros são corretamente especificados e o número de períodos de transação tendem a infinito. Trigeorgis (1991) propõe o modelo trinomial com transformação logarítmica para melhorar a eficiência numérica. Assume-se que o número de períodos de decisão é $N+1$. É conhecido que o processo trinomial converge para o movimento browniano geométrico quando N tende a infinito. Portanto assume-se que o N é suficientemente grande para essa aproximação.

Existe diferença entre o número de períodos de tempo (M) e períodos de decisão (N). Período de tempo é uma divisão temporal. Por exemplo, o mês é o ano dividido por doze. O período de decisão é o período em que acontecem as escolhas. Por exemplo, em uma empresa é tomada a decisão de investir ou não de 2 em 2 meses. Dessa forma o período de decisão não necessariamente é um múltiplo do período de tempo.

Os principais fatores que influenciam o Modelo de Imai & Watanabe¹ são a volatilidade (σ), o custo do investimento (I) e a demanda inicial. Os fatores estratégicos que influenciam o modelo são o tipo de decisão (seqüencial ou simultânea) e a posição estratégica da empresa (Líder ou Seguidora). O objetivo do estudo de Imai & Watanabe é levantar como o valor de um projeto varia com a variação da volatilidade, custo de investimento e a demanda inicial.

As empresas L e S em cada etapa, período de decisão (N), têm que fazer sua escolha de investimento. Após a empresa ter investido, ela não pode investir novamente. Só existe uma oportunidade de investimento.

Inicialmente, cada empresa tem lucro com uma tecnologia antiga ou com um projeto atual. Posteriormente, cada empresa tem a opção de fazer adaptações para uma nova tecnologia ou investir em um novo projeto. A empresa tem a oportunidade de investimento ao menos uma vez durante um horizonte finito T . O fluxo de caixa obtido por um investimento é incerto e é irreversível.

No tempo t o fluxo de caixa de cada empresa i ($i = L, S$) é definido por:

$$Y(t) D_{jk} dt \quad (j, k = 0, 1) \quad (11)$$

- **$Y(t)$: Demanda do projeto no tempo t**
- **D_{jk} : Lucro por unidade de demanda**

¹ Imai & Watanabe modificaram e introduziram a decisão seqüencial em cada estágio no modelo de Grenadier (1996) e Huisman (2001) chegando a um modelo em tempo discreto

D_{00} : Nenhuma das empresas investiu

D_{10} : A empresa i investiu e sua rival não investiu

D_{01} : A empresa i não investiu e sua rival fez o investimento

D_{11} : Ambas empresas investiram

Assume-se que:

$D_{10} > D_{11} > D_{00} > D_{01}$ (substituição estratégica)

$D_{10} - D_{00} > D_{11} - D_{01}$ (vantagem de ser o primeiro)

Em Imai & Watanabe (2005) os valores de lucro por unidade de demanda foram escolhidos a título de exemplo. No estudo aqui proposto será feita uma aplicação deste modelo na utilização prática em empresas de telecomunicações do mercado brasileiro. Portanto, esses valores serão derivados de um plano de negócios de um produto aqui construído através de levantamento de dados em conformidade com o Brasil.

Cada firma tem que tomar uma decisão de investir ou não a cada período de decisão (N). Para representar esses momentos de decisão foi construído um modelo de treliça (Figura 2). A demanda $Y(t)$ flutua estocasticamente no tempo. A cada estágio ambas as firmas participam de um subjogo para o investimento, se nenhuma das duas ainda não tiver investido. Escolhendo os parâmetros cuidadosamente, o modelo de treliça converge para um processo estocástico com tempo contínuo.

Tem-se como premissa que a demanda $Y(t)$ segue um movimento Browniano Geométrico e taxa livre de risco r . O processo de difusão da demanda $Y(t)$ instantânea nessas condições é:

$$dY(t) = r Y(t) dt + Y(t) dz \quad (12)$$

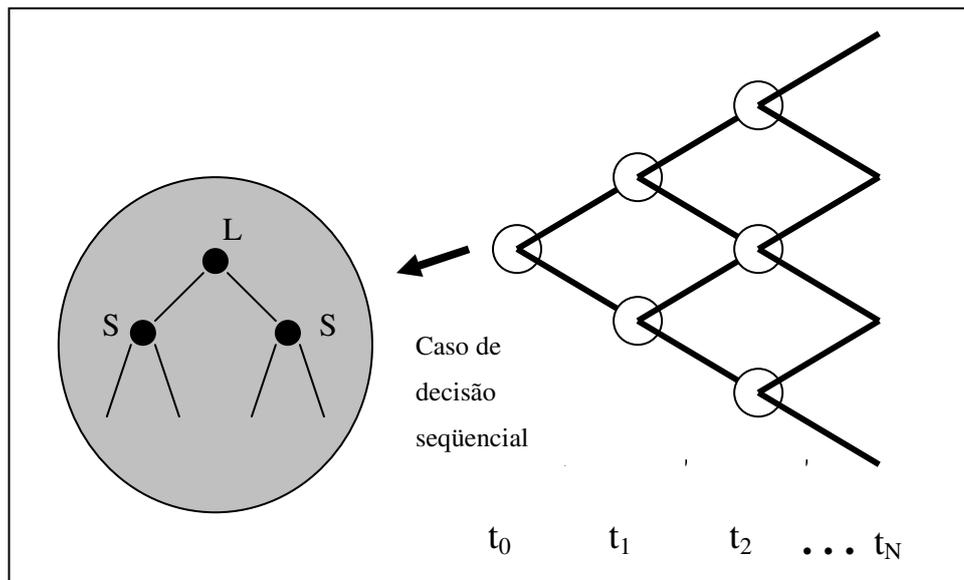


Figura 3 – Modelo Treliza