

## 5 Simulação de Monte Carlo

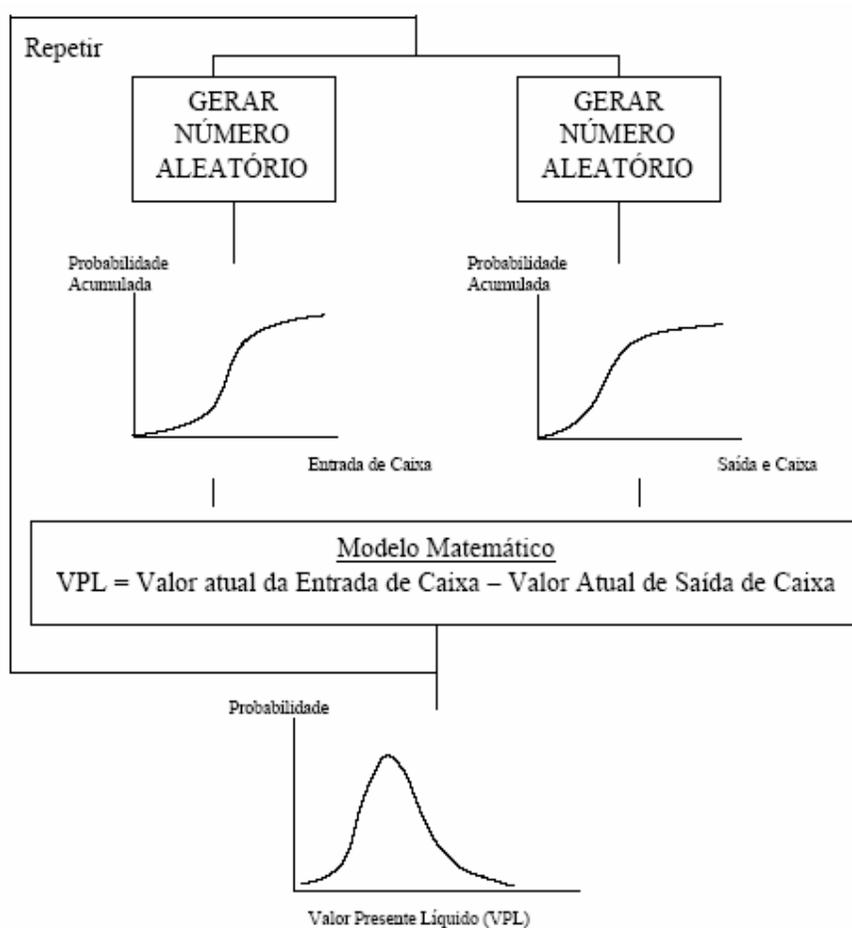
O método de Monte Carlo é uma expressão muito geral, onde as formas de investigação estão baseadas no uso de números fortuitos e estatística de probabilidade. Pode-se verificar a utilização de tal método em diversas áreas, como economia, física, química, medicina entre outras. Para que uma Simulação de Monte Carlo esteja presente em um estudo basta que este faça uso de números aleatórios na verificação de algum problema.

O método leva este nome devido à famosa roleta de Monte Carlo, no Principado de Mônaco. Seu nome bem como o desenvolvimento sistemático do método data de 1944, quando da Segunda Grande Guerra, época em que foi usado como ferramenta de pesquisa para o desenvolvimento da bomba atômica. Porém, existem alguns registros isolados de sua utilização em datas bem anteriores; por exemplo: pela segunda metade do século XIX várias pessoas executaram experiências nas quais lançavam setas, de uma maneira fortuita, sobre uma tábua onde havia um conjunto de linhas paralelas e deduziram o valor de  $Pi = 3,14...$ , observando o número de interseções entre as setas e linhas. Os primeiros estudos envolvendo Simulação de Monte Carlo e avaliação de investimentos de capital foram feitos por David B. Hertz e publicados em um artigo na revista Havard Business Review em 1964.

Para a construção de um modelo do fluxo de caixa, fazendo uso da Simulação de Monte Carlo, segue-se uma seqüência lógica, conforme abaixo:

- ✚ Construir um modelo básico das variações dos fluxos de caixa futuros, provocados pela variação dos preços dos insumos e produtos finais.
- ✚ Para toda a variável que puder assumir diversos valores elaborar sua distribuição de probabilidade acumulativa correspondente.
- ✚ Especificar a relação entre as variáveis de entrada a fim de se calcular o VPL do investimento.

- ✚ Selecionar, ao acaso, os valores das variáveis, conforme sua probabilidade de ocorrência, para assim, calcular o valor presente líquido.
- ✚ Repetir esta operação muitas vezes, até que se obtenha uma distribuição de probabilidade do VPL.



**Figura 5.1:** Ilustração da SMC

Para o caso específico do Projeto GTL, as simulações são realizadas sobre a incerteza dos preços futuros dos *inputs* (gás natural, biomassa, óleo pesado, resíduo de vácuo) e dos *outputs* (diesel, nafta, parafina, lubrificante). Essas são as variáveis que afetam as receitas e custos do processo e definem o VPL a ser obtido a partir do investimento realizado.

A diferença entre o VPL calculado com flexibilidade (considerando os processos estocásticos e a SMC) e o VPL sem flexibilidade será o valor da opção existente de *switch* use dos *inputs* e *outputs*.

Dado que conhecemos os processos estocásticos adequados para a projeção dos preços futuros de *inputs* e *outputs*, podemos realizar as simulações para o cálculo do VPL com flexibilidade e, assim, determinar o valor das opções de troca (*switch*) de *inputs*, *outputs* ou de ambos simultaneamente.

Para tal, os passos percorridos foram os seguintes:

- ✚ Simular um caminho possível para os preços dos *inputs*, *outputs* ou ambos através do processo estocástico selecionado (MGB).
- ✚ Calcular o VPL para o período de tempo escolhido (vida útil do projeto é de 20 anos), considerando receitas e custos para cada período (trimestre) através dos preços obtidos no passo anterior para cada *input* e *output* disponíveis.
- ✚ Avaliar a cada trimestre o *input*, *output* ou a combinação de ambos que trazem o melhor VPL dentre as possibilidades que se apresentam. Esse será o VPL com flexibilidade, considerando que o usuário poderá escolher, dentre os *inputs* e *outputs* existentes, aqueles que resultam no melhor resultado financeiro possível a partir de seus investimentos (receitas – custos).
- ✚ O valor da opção de troca (*switch*) será a diferença entre o VPL com flexibilidade e o valor do VPL obtido no passo 2 para um cenário escolhido (*input* e *output* determinados). Se for permitida a troca apenas do *input*, a opção será de *switch* na entrada. Se for permitida a troca apenas do *output*, a opção será de *switch* na saída. Se forem permitidas as trocas tanto de *input* quanto de *output*, na busca do melhor VPL possível a cada trimestre, a opção será de *switch* na entrada e na saída.

## 5.1. Simulação de Monte Carlo na precificação de Opções

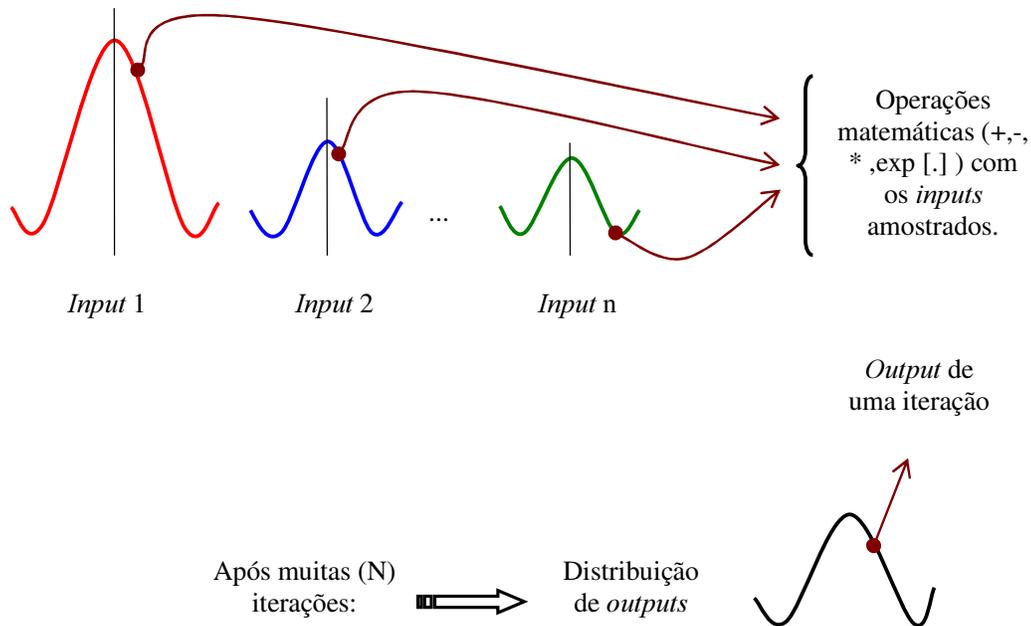
A Simulação de Monte Carlo (SMC) é um método crescentemente popular para valorar derivativos complexos, inclusive Opções Reais (OR), o método de Monte Carlo resolve o problema pela simulação direta do processo físico, de forma que não se precisa escrever a equação diferencial da opção real.

É uma ferramenta flexível para manusear detalhes específicos de problemas da vida real, incluindo várias restrições, *payoffs* complexos e várias fontes de incertezas. Ou seja, é um antídoto para o problema da dimensionalidade (que ocorre quando se tem um número grande de fontes de incerteza) e do problema da modelagem, que dificultam a solução de problemas reais complexos.

O método de Monte Carlo consiste basicamente em:

- ✚ Especificação da distribuição das variáveis de entrada (incluindo seqüências temporais de distribuições, ou seja, processos estocásticos) e suas correlações,
- ✚ Operações matemáticas com as amostras dos *inputs* para calcular o resultado (*output*) gerado por essa amostra,
- ✚ Repetição N vezes dos passos acima, gerando N *outputs*; e
- ✚ Cálculo da média, da variância, do intervalo de confiança e outras probabilidades estatísticas da distribuição de *output* que foi gerada.

Esses passos podem ser ilustrados da seguinte forma:



**Figura 5.2:** Ilustração dos passos da SMC

No caso de precificação de opções os passos acima se resumem a:

- ✚ Simulação do preço do ativo básico, preço sobre o qual a opção foi escrita (aqui surge a seguinte questão: qual o melhor processo estocástico que devemos adotar para modelar o preço de uma ação?) e outros parâmetros como taxa livre de risco (essa taxa é usada na precificação de opções uma vez que não se sabe a sua taxa de desconto) e volatilidade,
- ✚ Determinação do *payoff* do ativo, e
- ✚ Precificação da opção (através da média da simulação) e determinação da precisão do resultado (através do cálculo do desvio padrão de do intervalo de confiança).

O último passo apresenta uma característica importante da SMC, que é a capacidade de verificar a precisão da simulação, sendo assim é natural que existam métodos alternativos que são adicionados ao modelo de simulação básico de forma a torná-lo mais preciso.

A SMC deve ser o modelo utilizado na precificação de opções quando uma ou mais das características abaixo estão presentes:

- ✚ Opções que dependem de múltiplas variáveis de estado e processos estocásticos diversos e
- ✚ *Payoff* 's que dependem da trajetória de preços do ativo, ou seja, qualquer tipo de opção americana.